[illegible]

No 1

Digitized by the Internet Archive
in 2016

https://archive.org/details/methodolusitanic00pime

Spes in Virtute.
Salus ex Victoria.
VICI MEA FATA SVPERSTES
METHODO
LUSITANICO
DE
DESENHAR
AS
FORTIFICAÇOENS
DAS
Praças Regulares
&
Irregulares
Consilio temperanda.
Joaõ Bauptista fecit

Conde de Cavalleiro

METHODO LVSITANICO

DE

DESENHAR AS FORTIFICAC,OENS DAS Praças Regulares, & Irregulares,

FORTES DE CAMPANHA, E OVTRAS OBRAS

PERTENCENTES

A

ARCHITECTURA MILITAR

DISTRIBUIDO EM DUAS PARTES

OPERATIVA, E QVALIFICATIVA.

AO

MVITO ALTO, E PODEROSO

PRINCIPE

DOM PEDRO

NOSSO SENHOR

POR LVIS SERRAÕ PIMENTEL

ENGENHEIRO MOR, E COSMOGRAFO MOR DO REYNO, E SENHORIOS DE Portugal, Tenente General da Artilheria em qualquer das Provincias do Reyno.

EM LISBOA.

Com as licenças necessarias.

Na Impressaõ de Antonio Craesbeeck de Mello Impressor de S. Alteza.

Anno 1680.

Porém vendo Eu que tem sido approvada com encomios de grande quantidade de pessoas practicos nesta materia, assim por experiencia, como por lição, especialmente pello Cõselho de Guerra, & conhecendo que os Conselheiros são multiplicados olhos do Principe, pellos quaes começa primeiro ver ao longe, & que o que por elles se registra, se defectuoso, he excluido, & se se admitte, chega jâ qualificado diante da Real presença; sendo tambem notoria a generosa benignidade de V. A. que o inclinará a aceitar benevolo esta pequena offerta de meu dezejo, a dedico â Real Pessoa de V. A. havendoa composto com largo estudo, & experiencia, despois de outras obras mais copiosas na mesma materia, por ser esta fundada sobre hum invẽto achado felizmente pello voto de muitas pessoas intelligentes, que o hão visto, & ponderado.

Se assim parecer a V. A. a avaliarei então por qualificada, & ficarei mais alentado na confiança de me ser licito offerecer a V. A. outras tambem uteis ao serviço da Coroa, & bẽ da patria. Deos guarde por felices annos a Real Pessoa de V. A. para que por meyo de seu justo, & prudencial governo vejamos gloriosamente dilatada a Monarquia Lusitana. Lisboa 20. de Iulho de 1678.

De V. A.

menor Vassallo

Luis Serrão Pimentel.

CENSURA
Do P.M.Fr.Bento de S.Thomás Qualificador do S.Officio.

REvi o livro,cujo titulo he Methodo Luſitanico, para deſenhar as Fortificaçoẽs das Praças, &c. achado por Luis Serrão Pimentel:& nelle não achei couſa algũa contra noſſa S.Fè,ou bons coſtumes; antes ſendo todo o agrado da Republica verem-ſe as machinas da guerra em deſcanço, & todo o perigo da Monarchia ſepultarem-ſe as inſtrucçoens no deſcuido, o Autor ſem obuiar àquelle agrado, enſina a evitar eſte perigo;& nos engenhoſos,& acertados diſcurſos moſtra não intentar tanto o merecido applauſo proprio,quanto o cõmum credito;pois acabarà de conhecer o mundo a gèral fecundidade dos engenhos Portuguezes,ſe atè agora não tinha ſaido a luz livro, que dèſſe, de q̃ lhe não eſcapàra eſta materia,teſtemunho:E aſſim he eſte muito digno de impreſſaõ. Eſte he o meu parecer. S. Domingos de Lisboa 1.de Septembro de 1678.

Fr. Bento de S.Thomâs.

VIſta a informaçaõ,podeſe imprimir eſte livro intitulado Methodo Luſitanico para deſenhar Fortificaçoens de Praças, Autor Luis Serraõ Pimentel, & impreſſo tornarà para ſe conferir, & ſe dar licença para correr, & ſem ella naõ correrà Lisboa 2.de Septembro de 678.

Manoel de Magalhaẽs de Menezes.
Manoel Pimentel de Souſa. *Manoel de Moura Manoel.*
Fr. Valerio de S.Raymundo.

POdeſe imprimir Lisboa 3.de Septembro de 1678.

Serraõ.

CENSURA
Do General da artilheria Diogo Gomez de Figueiredo Tenente General da artilheria do Reyno.

MAndoume V.A. ver o livro intitulado Methodo Luſitanico,que compoz Luis Serrão Pimentel, lente de Mathematicas na Aula Regia de V.A. Coſmografo mòr,&Engenheiro mòr neſtes ſeus Reynos de Portugal. Achei nelle muito que admirar,& nada que arguir, paſſando o mais como teſtimunha de ſeus doutos acertos,que como cenſor de ſuas maravilhoſas maximas, pois nem o pode calificar a mais aguda advertencia, nem negarſe á ſua admiração o mais critico engenho; com que ſeguramente no theatro do mundo ſaberà grangear o credito que merecem tão primoroſos raſgos,& tão eruditos preceitos.

Materia he eſta,em que trabalharão todas as Naçoens,porém nenhũa atègora apurou o fino de tão claras,& proveitoſas novidades,nem acertou com o exquiſito de tão precioſo, & facil Methodo, para aver de levantar ſobre a terra todo o genero de Fortificação.

Reputarſe póde,por invento milagroſo,premeditado de ſingular capricho,& por ſazonado producto,nacido do continuo deſvelo de ſeu Autor,para aver de honrar ſua Patria com ſemelhante raridade: mas que muito ſe em todas as Mathematicas ſe tem eſmerado em excogitar tão felices extravagancias, como bem afiança eſta quinta eſſencia de toda a Architectura militar, & abona o volume,que na Nautica tem para dar á eſtampa,com infaliveis regras,& nunca viſtas operaçoẽs, onde ſobre a inconſtancia dos mares,tem achado os verdadeiros rumos,para ſe navegar com certeza.

A ſo

A todas as luzes, considero o author deste especial Methodo tão sabio, como incansavel, não se poupãdo a nenhum estudo especulativo, nem a nenhum desvelo practico, com que não sò serà util a estes Reynos, mas a os que imperão em outras Monarchias: pois nelle se vem Figuras ajustadissimas para as demõstraçoens Geometricas; calculos infaliveis para as medidas dos terraplenos, muralhas, & mais obras com nova facilidade, & exactas Taboas; não porque sejaõ necessarias para a practica do seu Methodo [como as de outras Nações] mas para que nellas se veja como em hum Mappa, a realidade, & acerto de sua doutrina.

Só lhe falta, para ser summamente venerado entre a Nação Portugueza, o requisito de ser delineado por pena estrangeira, pois sò então asseguràra o seu merecido aplauso, & impedira a sua injusta inveja; mas ainda assim, verão os naturaes, que podem com este sò livro, escusar os muitos que há em todas as linguas, & verão tambem os Estrangeiros, que nenhum dos que correm pello mundo chegou ao auge deste, pois por sua clareza, & facilidade, qualquer soldado practico, com hũa pouca de Arithmetica póde desenhar em todo o sitio regular, ou irregular, a fortificação que for conveniente, nos mais dificultosos terrenos; como o tem mostrado muitas experiencias seguindo esta solida doutrina; pois com poucas lições de hum breve extracto deste Methodo, tẽ sahido da Aula Regia, tantos, & tão practicos discipulos como virão todas as Provincias aonde tivemos guerra, & todas as Conquistas aonde temos dominio, por ordem de V. A. a quem se deve todo o alento de fomentar as Artes, animando a seus professores.

Isto he o que sinto, & mais me ampliára se escrevera Elogios de seu estudo, mas por exemirme de sospeitoso, não passarei os limites de censor; fiando dos que descubrirem este thesouro, que me acusem antes a modestia, que os encarecimentos. E sobre tudo, considerando, não conter este livro clausula algũa por donde se lhe impida o estamparse, póde V. A. sendo servido, darlhe a licença que pede seu Autor, & obrigalo, a que saya a luz com o da expugnação, & defensa das Praças, & com o da navegação q̃ tem composto, pois os Portuguezes saõ os Primogenitos della, em hum, & outro Emisferio. Guarde Deos a Real pessoa de V. A. como seus Vasallos haõ mister. Lisboa 25. de Septembro de 678.

Diogo Gomez de Figueiredo.

QUe se possa imprimir vistas as licenças do S. Officio, & Ordinario, & despois de impresso tornará á Mesa para se taxar, & conferir, & sem isso naõ correrá. Lisboa 6. de Outubro de 678.

O Marquez Mordomo mór P.

Carneiro. Roxas.

PROEMIO

Diſpoſiçaõ da obra, & o que nella ſe contém.

ESCREVO aquella parte da moderna Architectura militar, que com particular nome de Hercotectonica, ou Munitoria ſe occupa na delineaçaõ, & fabrica, reſervando para outro livro as outras duas partes, hũa que com nome de Poliorcetica, ou Oppugnatoria tratta da expugnação das Praças: outra com nome de Antipoliorcetica, ou Repugnatoria que tratta da defenſa, ou oppoſiçaõ; ambas ſubordinadas à Areotectonica, em que hũa, & outra ſe inclue; as quaes ha annos que quaſi em todo tenho eſcritto.

A diſpoſiçaõ deſta obra he que proponho em primeiro lugar hũa facillima practica, tal que por ella ſaberà qualquer ſoldado facillima, & breviſſimamente deſenhar todo o genero de Fortificaçoens, que hoje ſe practicaõ, com proporçoens apuradiſſimas, das quaes reſultaõ aquellas não ſomente defenſivas, & offenſivas com todo o militar primor, mas cada hũa em ſua eſpecie, & ſegundo ſua grandeza ſolidamente robuſtas; ſem que lhe ſeja neceſſario ſaber Geometria, nem Arithmetica, mais que multiplicar, & repartir por hũa, ou duas letras para o deſenho, que he em que conſiſte o acerto, ou erro da obra.

Vai dividida em duas partes; a primeira Operativa repartida em duas Secçoens, hũa dos deſenhos dos lados dos Polygonos exteriores para dentro, a outra dos interiores para fòra. A ſegũda parte com titulo de Qualificativa em que por provas demonſtrativas ſe verificaõ as operaçoens da primeira; a qual vai diſpoſta demaneira, que pellas regras practicas que nella ſe enſinaõ podem os ſoldados obrar os deſenhos com ſumma facilidade, brevidade, & certeza; ſem que lhe ſeja neceſſario attender aos fundamentos das regras, evitando a confuſaõ que lhe cauſaria, miſturarlhe a Theorica com a Practica.

Mas todavia para os Theoricos que ſempre procuraõ a razaõ, ou demonſtração da Practica lha eſcrevi ſeparada (na ſegunda parte Qualificativa a que os remetto) de cada hũa das regras, que me pareceo neceſſario provarſe, ou demonſtrarſe, para que aſſim lhe conſte de ſua certeza.

In-

Intitulo este Trattado(METHODO LUSITANICO &c.) naõ sò mẽte por ser o primeiro q̃ desta materia sahe na lingua Portugueza;mas porque como varias Naçoẽs tem varios Methodos de fortificar; de que dos principaes dou noticia na segunda Parte com censura sobre elles, era justo que tambem apparecesse no mundo hum Methodo de Portuguezes; pois nas cousas da milicia haõ acquirido tanta gloria militar, quanta he notorio; a ventagem do qual Methodo parece devia inculcar neste proemio,para affeiçoar a elle os leitores,& naõ haver alguns [como succede] que presumão,que sòmente póde ser bom o que se acha escritto em lingua estranha.

Porèm temo se me argua que por este meyo intentava com disfarçada jactancia intimar louvores proprios, contra o conselho (r) do Sagrado Texto:por tanto o deixo ao juizo dos que saõ versados nos escrittos dos Autores da militar Architectura, que tem saido nas linguas Latina, Castelhana, Italiana, & Franceza; porque se houver cousa que mereça algum louvor, he conselho (c)do Spirito Santo que de outrem, & não da propria boca se espere. Comtudo na parte Qualificativa se póde ver a combinação deste Methodo com os dos Autores por ser necessario mostrar a melhoria do que ensinamos.

(r) Nolite multiplicare loqui sublimia gloriãtes. 1. Reg. cap. 2

(c) Laudet te alienus,& non os tuũ; extraneus, & non labia tua Prov. cap 27.

E porque hũa das principaes maximas que os Autores fundamentalmente encomendaõ se observe, he que a Fortificaçaõ irregular se disponha de modo,que se chegue â regularidade quãto for possivel,trattei de assim o conseguir pellos Methodos que proponho,com tanto extremo,que em todas as figuras, por mais irregulares que sejaõ,fortificadas dos lados dos Polygonos exteriores para dentro, fica cada hum dos lados fortificado regularmente, & por tanto o Polygono interior parallelo ao exterior: circunstancia que em nenhũa figura irregular fortificada nos livros, & pellos Methodos dos Autores pude descubrir, vendo grande quantidade com particular cuidado, como mais especificamente aponto na parte Qualificativa.

E posto que nos desenhos dos lados dos Polygonos interiores para fòra não resulta a circunstancia com taõ rigorosa precisaõ,he com tanta,quanta ninguem atègora me parece conseguio.

Tambem para estes Methodos se escusa a multidão de taboadas,que trazem Marolois,Fritach,Dogen,Cellario,Goldman,& outros, nem ainda hũa sò, como traz Antonio de Ville, para por

ella

ella proporcionar;porque posto que eu trago algũas que accommodei na parte Qualificativa,não he porq̃ sejaõ necessarias, mas sómente para que nellas como em hũ espelho se possa ver a correspondencia dos angulos,& das medidas que entre si ficaõ tendo as partes da Fortificaçaõ desenhada por qualquer dos dittos Methodos,& com qualquer das proporçoẽs,& sómente a taboada num. 14.B fiz na fórma das dos dittos Autores para por ella proporcionar,mas fundada sobre differente, & melhorada proporçaõ,por ir tambem algũa cousa conforme o seu estilo, se ainda alguem se quizer valer daquelle seu modo de proporcionar por taboada para mayor, ou menor figura regular que do lado, que para ella se tomou por supposiçaõ.

Naõ escre vi em primeiro lugar alguns principios da Geometria practica: assim mesmo a Arithmetica decimal, & a Trigonometria, que parece deviaõ preceder, pois servem para o uso da Fortificaçaõ; porque sem ellas se podem obrar os desenhos na campanha pellos Methodos que trago,& no papel descreverẽse as figuras regulares pellos padroens propóstos no principio deste Trattado.Mas toda via reservei estas cousas para o fim, porq̃ naõ carecessem dellas os que desejaõ adiantarse nestes estudos,& quizerẽ descrever no papel as figuras regulares sem estarem atados a os padroens; como tambem porque a Arithmetica decimal he hum invento moderno excellente como delle, & de seu uso se verá:a Trigonometria summamente necessaria para todas asMathematicas, & tambem para os calculos da Fortificaçaõ; posto q̃ sem ella se podem executar todos,ou quasi todos, se a Fortificaçaõ for desenhada por algum dos meus Methodos, como procedo nos calculos da Secçaõ II. da primeira Parte.

Trago varias regras novas,& facillimas, com que summamente se facilitaõ as mediçoens das muralhas, & outras atègora naõ vistas nem excogitadas, para se orsar quanto merece cada braça conforme ficar elevada do plano do terreno,fundo do Fosso, ou alicerse,ainda que o preço seja gèral de hum tanto por cada hũa atè toda a altura,que se contrattou que hũa muralha havia de subir por evitar os enganos que nesta parte se faziaõ.

Trago tambem outras semelhantes regras acerca das Ellipses, necessarias para a practica de cousas que atègora não estavaõ achadas,com suas demonstraçoens,& mostro como se devem medir os arcos abatidos, porçoẽs de ovados,ou de Ellipses, & abo-

badas,que delles tem origem; cousa q̃ atégora não faziaõ os Architectos com certeza, & outras cousas semelhantes q̃ pello discurso da obra se verão, especialmente na Secçaõ II. da primeira Parte,& na segunda Parte Qualificativa.

E porque a Fortificação do Conde de Pagan anda celebre em Europa,fiz hum resumo della por Appendiz, com censura sobre as faltas que lhe reconheci,& como se devẽ remediar,mostrando juntamente que o invento das tres Praças no Flanco não foi totalmente seu,como he gèral opiniaõ,porque outros o apontáraõ primeiro. Ultimamente escrevo hum segundo Appendiz,em que mostro que as suas obras se podem accommodar com melhor disposiçaõ em hum dos meus Methodos.

O fim com q̃ escrevi esta obra, ultima de algũas q̃ tenho composto,he para que fique sua noticia conservada entre nòs, & possamos ter Engenheiros naturaes,havendo por onde apprendaõ a Sciencia,pois ainda que a experiencia he muito necessaria para a practica;com tudo os que nesta entraõ com liçaõ,facil, & brevemente se fazem destros,assim nas cousas q̃ virão obrar, como nas que não viraõ;porque a noticia da liçaõ os habilita de hũas para as outras;o que não succede naquelles que sòmente por experiẽcia sem preceder lição,ou doutrina fundada se mettem a obrar; porque a estes he necessario q̃ vejaõ fazer hũa cousa mais de hũa vez,para a perceberem,ainda sendo habeis,ficando inhabeis para as outras que por vezes naõ virem obrar;& como saõ muitas, & diversas,nunqua podem ver todas por larga experiencia que tenhaõ;pois a Sciencia consta das de muitos acquiridas por longos tempos,& diuturnas contemplaçoens sobre ellas. Assim que deve preceder liçaõ, ou doutrina ao menos das regras practicas, & muito melhor se forem acompanhadas da theorica; pello que nẽ sò a sciencia,nem sò a experiencia bastaõ;hũa,& outra saõ necessarias para formar hum bom Engenheiro. Da qui nasce o que em algum vi o qual por não ter liçaõ, nem doutrina precedente, despois de largo exercicio ainda não obrava cousa a proposito acerca dos desenhos; & pello contrario outros q̃ entràraõ com liçaõ, em brevissimo tempo poremse logo na practica do que hũa vez viraõ,& da qui habeis para o desenho, & execuçaõ de outras q̃ não haviaõ visto obrandoas com acerto.

Resta agora dar hũa satisfaçaõ, & fazer hũa advertencia. A satisfaçaõ he a hũa censura que parece se me pòde oppor, de q̃ allego

lego com a Hercotectonica militar,& outros eſcrittos cõ que atègora naõ ſahi a luz por impreſſaõ. A eſta cenſura reſpondo que o meu intento primario he eſcrever ſómente para Portugal, onde não faltaõ algũas copias dos que allego; porque lendo mais de 32. annos diverſas materias de Mathematica em que entrou por vezes a Fortificaçaõ, he força q̃ andem eſpalhadas, não ſòmente entre os diſcipulos, mas entre outros que as traſladaraõ.

A advertencia he, que ainda que em rigor os Methodos q̃ proponho ſaõ dous; hum dos lados dos Polygonos exteriores para dentro, outro dos interiores para fóra, a cada hum dos quaes applico diverſas proporçoẽs, que tambem ſem cenſura rigoroſa ſe podem chamar diverſos Methodos, comtudo o intitulo no numero ſingular por hũ sò Methodo, a reſpeito do que reputo por principal, & mais proprio para o deſenho, que he o primeiro ſobreditto dos Polygonos exteriores para dentro; ſe bem pello diſcurſo da obra chamo tambem licencioſamente ás diverſas proporçoens, diverſos Methodos, ou diverſos modos.

SVMMARIA
NOTICIA,
DA
ARCHITECTVRA
MILITAR,
E
SEVS ENCOMIOS.

DAda a noticia da diſpoſiçaõ deſta obra q̃ em primeiro lugar quiz propor,para que o Leitor ſe inteiraſſe logo della,convẽ agora dizer que couſa ſeja Architectura militar,ou Fortificaçaõ, & de ſua antiguidade,& encomios brevemente,por não ir a obra ſem a definiçaõ,ou ao menos deſcripção do ſujeito de que tratta.

He pois a Architectura militar hũa Sciencia,q̃ enſina a fortificar toda a ſorte de Praças,& a defendelas contra a invaſaõ dos inimigos. Eſta definição,ou deſcripção he de Adam Fritach,& de Mathias Dogen,poſto q̃ eſte lhe chama Arte cõ menos razaõ,q̃ aquelle Sciẽcia;como tãbem Tenſini,ſem embargo q̃ diz,que por ventura ſe poderia ſuſtentar ſer antes Sciencia, que Arte. Por Sciencia a nomea o Conde de Pagan.

De ſua antiguidade conſta ſer coetanea ao principio do Mundo,começãdo a cercarẽſe as habitaçoẽs com eſtacadas,ou vallados baſtantes contra as armas daquella primeira idade,q̃ eraõ paos, ou pedras; & os que mais ſe previniraõ,fabricàraõ ſimples muros,ſegũdo refere Joſepho de Cain, o qual deſpois de acreſcentar (r) ſeu eſtado cõ rapinas,& violencias,fundou,& cõ muros fortificou(c) a Cidade Henochia do nome de ſeu filho mais velho Henoch.

(r) Augens domum multitudine pecuniarum ex rapinis,& violentia congeſtarum. lib. 1. antiq. cap. 4.

(c) Terminos terræ primus poſuit, muriſque munivit; illicque coegit ſuos convenire domeſticos. Hanc verò civitatem ab Henoch, ſeniore filio ſuo, Henochiam appellavit. Idem. eod. loc.

Mas nem por Cain ſer o primeiro Autor da Fortificaçaõ fica (o) eſta Sciencia indecorada, ou he de admirar que

(o) Nicol. Gold. in proœm

que homens impios aproveitassem em algũa parte ao bẽ commum. Assim vemos que da occasiaõ dos màos costumẽs nasceraõ(a) algũas leis boas, & santas. Da tyrannia [e] do cruel, & insolente Nemrod começaraõ os imperios, que nẽ por isso se devem vituperar quando saõ, não sòmente armados(i) de boas leis, justiça, & piedade, mas cõdecorados das armas, & disciplina militar, sendo nesta forma o governo monarchico approvado dos Politicos pello melhor.

A utilidade grande hè notoria; pois por seu meyo se conservaõ os Reynos, & os Estados. Bastou [e] a Fortaleza do Capitolio para de todo senaõ(d) extinguir o nome Romano. Bastou hũa colonia de Romanos fortificada na Cidade de Spoleto, resistindo a Annibal victorioso por Italia, para lhe quebrar(r) o orgulho, & o fazer desistir da jornada que levava em demanda de Roma. Outros infinitos exemplos ha de que algũs hei referido em outro lugar.

Jà prescreveo a vaidade dos Spartanos que presumiaõ (c) fazerem muros dos peitos dos Cidadaõs cõ seu immẽso estrago, & mostrou a experiencia q̃ mais seguramente se defẽdiaõ as Cidades cõ reparos de terra desanimada, q̃ cõ muros de animados peitos. De terra desanimada digo de proprio espirito; mas q̃ o deve ser com o dà guarniçaõ dos defensores; pois sem esta ficariaõ as Fortificaçoẽs inhabeis para a defensa, como faltas de espirito q̃ as animasse.

Daqui tomou Aristoteles motivo para dizer q̃ ainda aquella Cidade q̃ por sua grãdeza, & opulencia se pòde fiar nas forças proprias, deve ser fortificada(o) cõ seus muros. Casal cõservou [i] o Mõferrato ao Duque de Mãtua. Ingolstadio impedio a elRey de Suecia os progressos q̃ hia fazẽdo em Baviera. Os Hollãdezes mediante as Praças fortificadas se defenderaõ tãtos annos, & sustẽtáraõ contra a potencia de Hespanha.

Elvas deteve perto de quatro mezes hũ poderoso exercito de Castella, & o q̃ mais he, o limitado castellejo de Villa-Viçosa deteve outro por muitos dias, até q̃ aquelle grande Heroe nascido para restaurador, & cõservador

(a) Sicut ante, morbos necesse est esse cognitos quã remedia eorũ; sic cupiditates prius natę sunt quã leges quæ ijs modũ facerẽt. Porcius Cato apud Liviũ. Decad.4.lib.3.

[e] Et cognatos sui generis ad causam tyrannidis adduxit. Joseph.lib.1.cap.9.

(i) Imperatoriam majestatẽ, non solum armis decoratam, sed etiam legibus oportet esse armatam, ut utrumque tempus & bellorum, & pacis recte possit gubernari. Instit. inprin.

[e] Sed dispositionibus vestrę clementię, quantũ profecerit murorum elaborata constructio Roma documentum est; quæ salutem civiũ Capitolinæ arcis defensione servavit, ut gloriosius postea totius orbis possideret imperium. Veget. lib.4. in prolog.

(d) Luc. Flor.lib.1.c.13.

[r] Annibal interim recto itinere per Umbriam usq; ad Spoletum venit: inde cũ populato agro urbem adortus esset oppugnare, cum magna cæde suorum repulsus, & conjectans exuniis coloniæ haud nimis prospere tentatæ viribus quanta moles Romanę urbis esset, in agrum Picenum avertit iter. Tit.liv.de 2.bel.Pun.lib.3

(c) Nicol. Goldm.

(o) Urbem etiam suæ virtuti confidẽtem muris cingendam esse. 7. Polit.

(i) Galeaz. Guald. no Guer. prud, cap.31.

vador da liberdade da Patria,cujo nome ferá por toda à pofteridade cõ fummos encomios celebrado D. Antonio Luis de Menezes Cõde de Cãtanhede, Marquez de Marialva jũtou cõ a natural actividade o exercito de Alem-Tejo,& cõ elle gloriofamẽte venceo, & desbaratou em hũa,& outra occafiaõ numerofos exercitosCaftelhanos;não obftante acharfe o q̃ fitiava Elvas muito fortificado, & o q̃ em Villa-Viçofa cõbatia o Caftellejo fahir ao encontro,& occupar primeiro fitio muito ventajofo.

Do fobreditto fe pòde conhecer não fómente a utilidade,mas a neceffidade q̃ ha defta Sciencia, & os encomios q̃ merece; que tambem lhe refultaõ pella nobreza dos Principes que fempre a practicáraõ. Cefar(r)foi profeffor da Fortificaçaõ: na dos Arrayaes foi infigne Pyrrho famofo Rey dos Epirotas.

(r) Cęfar hæc genera munitionis inftituit. Foffam viginti pedum latam, &c. Idem de bel.Gall.lib.7.

E deixados muitos outros Principes da antiguidade he nella infigne, entre outras Sciencias o Sereniffimo Principe Graõ Duque da Tofcana COSMO III. o qual vindo a ver efta Corte fe dignou de me honrar, moftrandome varias Plantas de Fortificaçoens delineadas por fua propria mão, & defenhos de outras por regras proprias fundadas no mais intimo da Sciencia,tudo adornado com primorofas defcripçoẽs fcenographicas.

Porèm o mais efclarecido realce he o q̃ lhe refulta de fe haver tambem applicado a feu eftudo o muito alto,& foberano Principe, & fenhor noffo D. PEDRO herdeiro,& Regente deftes Reynos: procedendo defta applicação o cuidado,& prevenção de mãdar fortificar as Praças fronteiras, affim defte Reyno, como de feus dilatados dominios; feguindo aquella maxima politica que deve fer o mayor entretenimento dos Principes no ocio, o que deve fer o mayor exercicio na turbulencia.

Siquidem ratio manifefta fit, fempre in otio debere fieri, quod neceffario faciendum videtur in prælio. Veget. lib.2.cap.22.

Quia res præliorum bene disponitur, quoties in pace tractatur. Munitio quippe tunc efficitur prævalida, si diutinâ fuerit excogitatione roborata. Omnia subita probantur incauta, & male constructio loci tunc quæritur, quando jam pericula formidantur.

Cassiodoro liv. 1. Epist. 17.

METHODO LVSITANICO, DE DESENHAR As Fortificaçoẽs das

Praças regulares, & irregulares, Fortes de Cãpanha, & outras obras pertencentes á ARCHITECTURA MILITAR,

PRIMEIRA PARTE OPERATIVA

SECÇAÕ I.

Em que se tratta do desenho das Fortificaçoẽs dos lados dos Polygonos exteriores para dentro.

CAP. I.

Que cousa seja Angulo plano rectilineo.

ANGULO plano rectilineo [que he o de que trattamos, & entra no uso da Architectura militar] segundo Euclides he a inclinaçaõ de duas linhas rectas que reciprocamente se tocaõ, & naõ jazem em direito. Angulo plano rectilineo que cousa seja.

 EXEMPLO.

EXEMPLO.

Figura 1.

A Inclinaçaõ que a linha A B tem para a linha C B ou C B para A B tocandose reciprocamente no ponto B, & naõ jazendo em direito hũa da outra he o angulo A B C. Quando se poem tres letras para explicaçaõ de hum angulo, sempre a do meyo he a que o denota.

Esta inclinaçaõ que hũa linha tem a outra póde ser mayor, ou menor, & daqui resultar mayor, ou menor angulo, a saber mais, ou menos aberto.

Como se mede o valor dos angulos por gràos.

Para se medir pois o valor de cada angulo se valéraõ industriosamente os Geometras da circunferencia de hum circulo que lhe servisse de medida; & para mais clara intelligencia se deve saber que por antiquissimo uzo, & convenientes razoens [que havemos apontado no Capitulo primeiro da practica da Trigonometria rectilinea] se divide a circunferencia de qualquer circulo grande, ou pequeno como A B C D em 360. partes iguaes, a que chamaõ gráos, & cada hũa destas partes, ou gráo em 60. particulas, a que chamaõ minutos: cada minuto em outras 60. particulas mais miudas que se dizem segundos, & assim foraõ continuando pordiante com divisaõ sexagenaria em terceiros, quartos, quintos, &c. o que tem seu uzo na Astronomia. Na figura senaõ mostra a divisaõ gráo por gráo pella brevidade do espaço.

Fig. 2. Circunferēcia em 360. partes iguaes.

Isto supposto. Para se saber o valor de cada angulo como por exemplo F H E se poem o pé do compasso no ponto H onde concorrem as linhas, & delle como de centro se descreve a qualquer distancia a circunferēcia G F E, & quantos gráos, ou gráos, & minutos tiver o arco F E entre as linhas que formaõ o angulo, de tantos se diz ser este, ou o seu valor.

Fig. 3. Como se sabe o valor de cada angulo.

Como se reconhece por instrumēto o valor de hũ angulo.

Para isto se medir practicamente se faz hum semicirculo de lataõ graduado, ou melhor de lamina das que se poem nas lanternas por ser transparente; cujo centro applicado ao ponto H & estendidas as linhas até a circunferencia graduada apontaõ na graduaçaõ do semicirculo os gráos, ou gráos & minutos; que se incluem entre as linhas, que formaõ o angulo, & mostraõ seu valor.

A

A forma do ſemicirculo de lataõ aberto no meyo para ſe poderem ver no papel as linhas que formaõ o angulo he como parece na figura 4. A de lamina por ſer tranſparente he ſem abertura como ſe vê na figura 5. Semicirculo de lataõ. Fig.4. Semicirculo de lamina.

E porque ordinariamente os gráos deſtes inſtrumentos por ſerem pequenos naõ ſofrem repartiçaõ em minutos; quando as linhas, ou lados do angulo não ajuſtarem preciſamente cõ gràos certos mas hum dos lados cahir em algũa parte de gráo, ſe deve medir por eſtimaçaõ ſe he terço, quarto, quinto, ou outra parte demais do numero de gràos que cahe entre os dittos lados; porque eſta eſtimaçaõ baſta para o uzo da Architectura militar. Fig.5.

E ſe todavia algum curioſo quizer inſtrumẽto ſem ſer mayor que qualquer ordinario; o qual lhe moſtre ao certo não ſò os gràos, mas minutos, ſegundos, terceiros, & ainda mais miudas diviſoens que tem uzo para a Aſtronomia; não tendo as poſtillas que deſta ſciencia hei dittado, cõſulte o noſſo doutiſſimo, & agudiſſimo Pedro Nunes no livro dos[r] crepuſculos, ou o Principe dos Aſtronomos modernos Tycho Brahe no livro dos inſtrumentos.

[r] Parte 2. prop. 3.

CAP. II.

De como ſe conhece o valor de cada angulo das Figuras, ou Polygonos regulares ſem inſtrumento.

POLYGONO he o meſmo q̃ Figura de muitos angulos. Iſto ſignifica aquelle nome derivado da lingua Grega.

Para ſaber o valor de cada angulo ſe veja de quantos lados he o polygono, ou figura: delles por regra géral deitemſe fóra dous; os que ficarem ſe multipliquem por 180. gráos, cujo producto ſe repartа por todo o numero dos lados da figura, & o que ſahir da repartiçaõ ſerá o valor de cada hum dos angulos da regular. A razaõ diſto aponta Clavio no Scholio da 32. do 1. de Euclides; & outros. Polygono que couza ſeja. Como ſe ſabe o valor do angulo do Polygono regular.

EXEMPLO.

SEJA o Pentagono A B G H I (figura de cinco lados regular) cujo valor de angulos queremos reconhecer. Deitemſe fóra dous por regra gèral, reſtaõ 3. eſtes ſe multipliquem por 180.gràos;reſultaõ 540. os quaes repartidos por todo o numero dos lados, ou angulos da figura que ſaõ 5. ſahem a cada hũ 108. gráos,& de tantos diremos ſer cada hum dos angulos da circunferencia deſta figura.

Fig.6.

Añgulo do Pẽtagono regular.

OVTRO EXEMPLO.

SEJA o Heptagono H G D F C (figura de 7.lados regular) do qual queremos ſaber o valor de cada hũ de ſeus angulos. Lanſemſe fòra 2.pella regra gèral,reſtaõ 5.os quaes multiplicados por 180. reſultaõ 900. eſtes ſe repartaõ pellos 7. angulos da figura,& ſahem a cada hum $128\frac{4}{7}$ que tantos ſeraõ os gràos de cada angulo do Heptagono regular.

Fig.7.

Quando nos ſahe quebrado alèm do numero inteiro de gràos; como neſte cazo nos ſahio [demais do numero 128.] o quebrado $\frac{4}{7}$ ſe quizermos ſaber quantos minutos, ou minutos, & ſegundos val o ditto quebrado, multiplicarſehà ſempre por regra gèral o numero de címa do quebrado que neſte cazo he 4. por 60. reſultaõ 240. que ſe devem repartir pello numero debaixo do quebrado que neſte cazo he 7.de que ſahirâ da repartição 34.& tantos minutos ſaõ alèm dos 128. gráos que val o angulo do Heptagono; & ainda mais alguns ſegundos; porque ſobejaõ da ſegũda repartição ainda $\frac{2}{7}$ de minuto que ſe todavia quizermos ſaber quantos ſegundos fazem, multipliqueſe outra vez o numero de címa deſte quebrado que he 2. por 60. reſultão 120.que repartidos pellos 7. debaixo,ſahem 17. ſegundos. Virà por tanto a ſer o angulo da circunferencia do Heptagono regular 128. gràos, 34. minutos, 17. ſegundos. Não ha para que ſe trattar dos mais quebrados que ſobejarem da ultima repartição por ſer eſcuzado a reſpeito de ſua miudeza.

Angulo do Heptagono regular.

Mas quando a figura for irregular que he a de lados, & angu-

Figura irregular qual ſeja.

los desiguaes ; (Pôde tambem ser de lados iguaes, angulos desiguaes; ou de angulos iguaes, lados desiguaes como bem demonstra o Padre Clavio no Scholio da 16. do 4. de Euclides) posto que a somma de todos juntos haja de inteirar tantas vezes 180. gràos, quantos saõ os angulos da figura menos dous; todavia, como elles entre si naõ saõ iguaes; para se saber o valor de cada hum se uze do semicirculo de lamina, ou do de latão pello modo dito no capitulo I. se bem ha muitos modos scientificos para isto se conhecer sem instrumento, que aqui não he necessario referir por ser este Trattado hũa Practica, & o que basta, & he mais facil para o uzo da Architectura militar; posto que no fim daremos hum breve compendio da Trigonometria rectilinea; por onde isto se póde saber mais artificiosa, & exactamente; cujo uzo he amplissimo nas Mathematicas.

CAP. III.

Como se conhece o valor do angulo do centro das Figuras regulares sem instrumento.

REpartaõse 360. gr. pello numero dos lados, ou angulos da figura; & o que sahir da repartição serà o valor do angulo do centro.

EXEMPLO.

SEJA hum Hexagono regular que he figura de 6. lados; cujo angulo do centro se quer saber de quantos gràos he. Repartaõse 360. por 6. sahiràõ no quociente 60. gr. & de tantos seràcada hum angulo do dito Hexagono regular. Fig. 8. Angulo do cẽtro do Hexagono.

OVTRO EXEMPLO.

SEJA a figura hum Enneagono regular que he a de 9. lados, & angulos iguaes. Repartaõse 360. por 9. & sahirà da Fig. 9. Enneagono.

 re-

repartição 40. gr. pello valor do angulo do centro F M R, & de cada hum dos outros F M C, C M G, &c. por se suppor a figura regular.

Se a figura fosse de tal numero de lados que partindo por elle os 360. gr. sobejasse algũa couza da repartição; se procederia para achar os minutos, ou minutos, & segundos na forma que se disse no segundo exemplo do capitulo segundo.

TABOADA PRIMEIRA.

Dos angulos da circunferencia, & do centro das figuras regulares.

Figuras de lados.	Angulos da circunferencia.			Figuras de lados	Angulos do cētro.		
	Gráos.	M.	S.		Gráos.	M.	S.
IV.	90	00	00	IV.	90	00	00
V.	108	00	00	V.	72	00	00
VI.	120	00	00	VI.	60	00	00
VII.	128	34	17	VII.	51	25	43
VIII.	135	00	00	VIII.	45	00	00
IX.	140	00	00	IX.	40	00	00
X.	144	00	00	X.	36	00	00
XI.	147	16	22	XI.	32	43	38
XII.	150	00	00	XII.	30	00	00
XIII.	152	18	28	XIII.	27	41	32
XIV.	154	17	09	XIV.	25	42	51
XV.	156	00	00	XV.	24	00	00
XVI.	157	30	00	XVI.	22	30	00
XVII.	158	49	25	XVII.	21	10	35
XVIII.	160	00	00	XVIII.	20	00	00
XIX.	161	03	09	XIX.	18	56	51
XX.	162	00	00	XX.	18	00	00
XXIV.	165	00	00	XXIV.	15	00	00
XXXVI.	170	00	00	XXXVI.	10	00	00
LXXII.	175	00	00	LXXII.	5	00	00

Por eſcuzar todavia contas aos que com ellas ſe moleſtaõ trago aqui a precedẽte taboada; na qual ſe vê o valor dos angulos aſſim da figura, como do centro della, em cada hũa das regulares de quatro lados atè vinte ſucceſſivamente; & logo de 24. lados, de 36. & de 72. que coſtumão trazer alguns Autores. Quem quizer os intermedios dos ultimos numeros dittos, os tire pellas regras dadas ſe neceſſario lhe for. Taboada 1.

CAP. IV.

Deſcrever no papel qualquer Polygono regular atè o de 20. lados.

PARA eſta operaçaõ trago por padroens qualquer das linhas que ſe vem na figura divididas na proporçaõ certa que devem ter para eſte effeito; de que ſe pòde vèr o fundamento na ſegunda parte qualificativa §. 1. Fig. 10. Polygonos regulares atè o de 20. lados como ſe deſcrevaõ no papel por meyo de padroens.

Tomeſe com o compaſſo em qualquer dellas a diſtancia do ponto A ſeu principio atè o ponto ſinalado com o numero 6. & com elle aſſim aberto ſe deſcreva hũ circulo D F C N H o qual deſcripto; ſe quizermos fazer hũa figura de 5. lados, tomaremos a diſtancia entre o ponto A & o numero 5. & com o compaſſo aſſim aberto apontaremos eſpaços na circunferencia, que ſe acharáõ 5. iguaes. Lanſando pois de ponto a ponto cinco linhas, formaráõ a figura regular de cinco lados. Fig. 11.

Semelhantemente ſe obrarà querendo formar outra de differẽte numero de lados deſpois de deſcripto o circulo com o ſemidiametro A 6. porque ſe quizermos de 7. tomaremos a diſtancia de A atè 7. que nos dará o lado do Heptagono: ſe de 8. ſe tomará de A atè 8. & aſſim nas mais. Fig. 12.

Querendoſe fazer as figuras mayores, ou menores que conforme o ſemidiametro A 6. de hũa das linhas (quando naõ houvera outra mayor, ou menor) he facil acreſcentando, ou diminuindo o ditto ſemidiametro em algũa parte aliquota; como na ametade, ou quarta parte mais, ou menos; ou em outra proporção, & entaõ acreſcentar tambem, ou diminuir na meſma linha, que hà de ſer lado da figura, ſemelhante ſua parte ſegundo o ditto acima. Acreſcẽtar, ou diminuir os lados das figuras por hum dos padroens.

NOTA.

NOTA.

NAõ trago padroens para fazer figuras regulares mais que atè a de 20. lados, porque não ferà possivel (fallando moralmente) haver fortificaçaõ regular de tantos, nem tenho noticia de que a haja em Europa mais que atè a de 9. lados Palmanova: de menos sim.

CAP. V.

Da fabrica da Fitta gradual para se desenharem os angulos na campanha, medirem os desenhados, & os das obras jà feitas.

O CONDE de Pagan traz hũa taboada exactamente calculada para se conhecer o valor dos angulos pella base de hum Triangulo Isosceles; de que suppoem cada hum dos lados iguaes de 30. pés, & a base cada vez mayor até chegar a ser de 60. pès quãdo jà os dous lados iguaes se vem a ajuntar em hũa linha recta continuada igual com a base cessando o Triangulo, & angulos.

Cada pé da base suppoem dividido em 12. polegadas, & começa a taboada por hũa base de duas; a que responde angulo de 19. minutos: logo suppoem a base de 4.despois de 6.&c.atè chegar a hum pè, & sobre este toma mais duas polegadas; indo assim acrescentando igualmente a base de 2. a 2. & pondo os angulos que lhe respondem; como por exemplo quando a base chega a ser de 33. pès, & 4. polegadas se vé na sua taboada responderlhe angulo de 67.gr.30.min.

Pella ditta taboada de Pagan he facil fazer a fitta gradual: porèm na minha opiniaõ naõ he tam bem ordenada como convem, porque mostra os gràos, & minutos dos angulos sem igualdade de grào a grào, ou de meyo a meyo grào; que tem melhor uso na practica, & assim deixando o modo deste Autor, aponto outra fabrica de que uso; que me parece mais a proposito, & he a seguinte.

Taboada de Pagan não convẽ para a fabrica da fitta gradual

To-

Tomese hũa fitta fina, & tapada de linhas [póde ser de seda das que chamaõ de setim, & qualquer de seda será melhor porque estende menos] de 32. ou 40. palmos de comprido. Póde ser de mais, ou menos. Supponhamos ser de 32. palmos. Della se tomem duas pernas A B, A C (sem se cortar à fitta) cada hũa de 8. palmos de comprido, a saber tomando 16. palmos, & no mèyo em A pondolhe hũa bonina de seda, retroz, ou linhas, por onde se possa pègar; de modo que as duas pernas se possaõ accómodar formando o angulo B A C mais, ou menos aberto. Hũa das pernas deve ser mais comprida tres, ou quatro dedos atè D para se poder pègar; porèm deve ter hum sinal de tinta, ou de retroz no fim dos 8. palmos justamẽte em C. No extremo da outra perna de 8. palmos justos, deve haver outra bonina em B; que faça dobrar o resto B C F da fitta, que he de 16. palmos, & ha de servir de subtensa, & tenha tambem tres, ou quatro dedos de mais dos 16. palmos para se pegar; mas hum sinal de tinta, ou bordado de retroz no fim dos 16. palmos justos em F de modo que as duas pernas A B, A C que formaõ o angulo juntas em hũa linha recta façaõ tanto como a subtensa B C F. Fitta gradual como se fabrica. Fig. 13. & 14.

Esta subtensa deve ser graduada com o numero dos gráos até 180. em que jà não ha angulo, & segundo se abrirem mais, ou menos as duas pernas A B, A C, mostrarà a subtensa B C F mayor, ou menor numero de gràos. Mas como estes se hajaõ de assinalar na subtensa diremos agora; pois não devem ser em igual distancia como se foraõ sinalados em circulo.

Devese assentar em hũa fasquia de taboa bem direita de 16. palmos de comprido, ou em hũa parede bem liza, hũa tira de papel grosso grudado que seja do mesmo comprimẽto, & nella descrever exactamente hũ petipè repartido em 1000. partes iguaes, sinalando os dezes com riscas mayores, os cincos com menores, & as mais partes com riscas minimas; de modo que toda a tira de papel de 16. palmos de comprido seja distintamente dividida nas 1000. partes iguaes.

Feita esta divisaõ (a que chamo petipè) se pregue junto a elle com duas, ou quatro tachinhas delgadas de lataõ, ou ferro a subtensa B C F ajustando bem o comprimento de hũa, & outra.

Entrese logo na taboada numero 2. que começa de 5. gr. atè 180. He escuzado começalla de menos de 5. gr. & se pudèra es- Taboada 2.

 cuzar

TABOADA SEGVNDA.

De partes inteiras, seus primos. & segundos, ou centessimos de parte para a fabrica da Fitta gradual.

G.	M.	Int.	′ ″	G.	M.	Int.	′ ″	G.	M.	Int.	″	G.	M.	Int.	′ ″
5	00	43	61	24	00	207	91	43	00	366	50	62	00	515	03
5	30	47	97	24	30	212	17	43	30	370	55	62	30	518	77
6	00	52	33	25	00	216	43	44	00	374	60	63	00	522	49
6	30	56	69	25	30	220	69	44	30	378	64	63	30	526	21
7	00	61	04	26	00	224	95	45	00	382	68	64	00	529	91
7	30	65	40	26	30	229	20	45	30	386	71	64	30	533	61
8	00	69	75	27	00	233	44	46	00	390	73	65	00	537	29
8	30	74	10	27	30	237	68	46	30	394	74	65	30	540	97
9	00	78	45	28	00	241	92	47	00	398	74	66	00	544	63
9	30	82	80	28	30	246	15	47	30	402	74	66	30	548	29
10	00	87	15	29	00	250	38	48	00	406	73	67	00	551	93
10	30	91	50	29	30	254	60	48	30	410	71	67	30	555	57
11	00	95	84	30	00	258	81	49	00	414	69	68	00	559	19
11	30	100	18	30	30	263	03	49	30	418	65	68	30	562	80
12	00	104	52	31	00	267	23	50	00	422	61	69	00	566	40
12	30	108	86	31	30	271	44	50	30	426	56	69	30	569	99
13	00	113	20	32	00	275	63	51	00	430	51	70	00	573	57
13	30	117	53	32	30	279	82	51	30	434	44	70	30	577	14
14	00	121	86	33	00	284	01	52	00	438	37	71	00	580	70
14	30	126	19	33	30	288	19	52	30	442	28	71	30	584	24
15	00	130	52	34	00	292	37	53	00	446	19	72	00	587	78
15	30	134	85	34	30	296	54	53	30	450	09	72	30	591	30
16	00	139	17	35	00	300	70	54	00	453	99	73	00	594	82
16	30	143	49	35	30	304	86	54	30	457	87	73	30	598	32
17	00	147	80	36	00	309	01	55	00	461	74	74	00	001	81
17	30	152	12	36	30	313	16	55	30	465	61	74	30	605	29
18	00	156	43	37	00	317	30	56	00	469	47	75	00	608	76
18	30	160	74	37	30	321	43	56	30	473	31	75	30	612	21
19	00	165	04	38	00	325	56	57	00	477	15	76	00	615	66
19	30	169	34	38	30	329	69	57	30	480	98	76	30	619	09
20	00	173	64	39	00	333	80	58	00	484	80	77	00	622	51
20	30	177	94	39	30	337	91	58	30	488	62	77	30	625	92
21	00	182	23	40	00	342	02	59	00	492	42	78	00	629	32
21	30	186	52	40	30	346	11	59	30	496	21	78	30	632	70
22	00	190	80	41	00	350	20	60	00	500	00	79	00	636	07
22	30	195	09	41	30	354	29	60	30	503	77	79	30	629	43
23	00	199	36	42	00	358	36	61	00	507	53	80	00	642	78
23	30	203	64	42	30	362	43	61	30	511	29	80	30	646	12

G.	M.	Int.	' "	G.	M.	Int.	' "	Gr.	M.	Int.	' "	Gr.	M.	Int.	' "
81	00	649	44	102	00	777	14	123	00	878	81	144	00	951	05
81	30	652	75	102	30	779	88	123	30	880	89	144	30	952	39
82	00	656	05	103	00	782	60	124	00	882	94	145	00	953	71
82	30	659	34	103	30	785	31	124	30	884	98	145	30	955	01
83	00	662	62	104	00	788	01	125	00	887	01	146	00	956	30
83	30	665	88	104	30	790	68	125	30	889	01	146	30	957	57
84	00	669	13	105	00	793	35	126	00	891	00	147	00	958	81
84	30	672	36	105	30	796	00	126	30	892	97	147	30	960	04
85	00	675	59	106	00	798	63	127	00	894	93	148	00	961	26
85	30	678	80	106	30	801	25	127	30	896	87	148	30	962	45
86	00	681	99	107	00	803	85	128	00	898	79	149	00	963	63
86	30	685	18	107	30	806	44	128	30	900	69	149	30	964	78
87	00	688	35	108	00	809	01	129	00	902	58	150	00	965	92
87	30	691	51	108	30	811	57	129	30	904	45	151	00	968	14
88	00	694	65	109	00	814	11	130	00	906	30	152	00	970	29
88	30	697	79	109	30	816	64	130	30	908	14	153	00	972	36
89	00	700	90	110	00	819	15	131	00	909	96	154	00	974	37
89	30	704	01	110	30	821	64	131	30	911	76	155	00	976	29
90	00	707	10	111	00	824	12	132	00	913	54	156	00	978	14
90	30	710	18	111	30	826	58	132	30	915	31	157	00	979	92
91	00	713	25	112	00	829	03	133	00	917	06	158	00	981	62
91	30	716	30	112	30	831	46	133	30	918	79	159	00	983	25
92	00	719	33	113	00	833	88	134	00	920	50	160	00	984	80
92	30	722	36	112	30	836	28	134	30	922	20	161	00	986	28
93	00	725	37	114	00	838	67	135	00	923	87	162	00	987	68
93	30	728	37	114	30	841	03	135	30	925	54	163	00	989	01
94	00	731	35	115	00	843	39	136	00	927	18	164	00	990	26
94	30	734	32	115	30	845	72	136	30	928	80	165	00	991	44
95	00	737	27	116	00	848	04	137	00	930	41	166	00	992	54
95	30	740	21	116	30	850	35	137	30	932	00	167	00	993	57
96	00	743	14	117	00	852	54	138	00	933	58	168	00	994	52
96	30	746	05	117	30	854	91	138	30	935	13	169	00	995	39
97	00	748	95	118	00	857	16	139	00	936	67	170	00	996	19
97	30	751	83	118	30	859	40	139	30	938	19	171	00	996	91
98	00	754	70	119	00	861	62	140	00	939	69	172	00	997	56
98	30	757	56	119	30	863	83	140	30	941	17	173	00	998	12
99	00	760	40	120	00	866	02	141	00	942	64	174	00	998	62
99	30	762	23	120	30	868	19	141	30	944	08	175	00	999	04
100	00	766	04	121	00	870	35	142	00	945	51	176	00	999	39
100	30	768	84	121	30	872	49	142	30	946	93	177	00	999	65
101	00	771	62	122	00	874	61	143	00	948	32	178	00	999	84
101	30	774	39	122	30	876	72	143	30	949	69	179	00	999	96
												180	00	1000	00

cusar começalla ainda deste numero; pois naõ entraõ taõ pequenos angulos nas obras da Fortificaçaõ; porém nisto senaõ perde cousa algũa.

No ponto pois em que a fitta subtensa ajustar com 43. partes das 1000. do petipè se dè hũa risca com tinta na fitta, & se lhe ponha o numero 5. que saõ cinco gr. como se vè no principio da taboada; & para o negocio ir ainda mais exactamente se podem tomar alèm das 43. partes mais $\frac{6}{10}$ de outra, tomados por estimaçaõ, ou ametade de hũa parte em lugar dos $\frac{6}{10}$ de modo que tomandose $43\frac{1}{2}$ partes das 1000. aonde a fitta responder a ellas se ponha o numero 5. dos gràos que lhe cabem.

Para mais clara intelligencia se deve advertir que os numeros da taboada respondentes aos gr. tem hũa risca pello meyo em cada coluna. Os q̃ estaõ da parte esquerda da risca saõ partes inteiras do petipé; os da direita partes centèsimas de cada hũa das inteiras; como por exemplo defronte de 5. gr. está este numero 43|61. do qual os 43. da parte esquerda saõ 43. partes inteiras, & os 61. da direita saõ $\frac{61}{100}$. Porèm porque não se póde obrar facilmente com esta miudeza, basta considerar a primeira letra numerica das duas da parte direita a respeito de partes decimais, & ainda tomallas no petipé por estimaçaõ, ou considerarem se ambas as letras a respeito de 100. & tomar por estimaçaõ a parte que parecer mais ajustada; como por exemplo a 5. gr. & 30. minutos respondem 47|97; que saõ 47. partes inteiras & $\frac{97}{100}$ pello que por ser este quebrado quasi hũa parte inteira, se tome por elle mais hũa parte; que junta com as 47. monta 48. partes inteiras; & aonde estas ajustaõ no petipè com a fitta se ponhaõ 5. gr. 30. min. Semelhantemente se obrará com os mais numeros, indo pondo os dos gr. na fitta com distinçaõ de mayores riscas nos dezes, outras mais pequenas nos cincos, & as menores de todas nos mais gr. Os numeros destes basta que se ponhaõ de 10. a 10. & nos cincos sómente a letra numerica 5. de modo que a fitta fique graduada na forma que em parte se representa na figura n. 13.

A taboada não he outra cousa mais que a dos senos, que anda nos livros da Trigonometria; mas os que na Trigonometria respondem a hum angulo, respondem na fabrica da fitta ao dobro do tal angulo. Disto escuso apontar a theorica, por trattar aqui sómente da practica: facil he; com tudo se alguem a não alcançar,

&

& a quizer ſaber, a pòde ver no §.2.da parte qualificat.

Advirto q̃ a taboa eſtá fabricada para ſe graduar a fitta de meyo a meyo gr. que he baſtantiſſima miudeza para a groſſa practica da Fortificaçaõ até chegar a graduaçaõ a 150. gr. dallí atè 180. para ſe graduar de gráo a gráo; porque como eſtes ſe vaõ juntando cada vez mais, faria confuſaõ mayor miudeza, antes tãto que ſe chega a 170.gr.já ſenaõ podem pór diſtinctamente os gr.de hũ a hum; mas baſta pòr 175.gr.& ultimamente os 180.ſem que iſto ſeja defeito, pois rariſſima vez ſuccederá ſer neceſſario tomar angulo de tantos gr. & ſe o for [como em angulos de muralhas velhas q̃ eu tenho tomado de mais de 170.& 175. gr. tirando plantas] em tal caſo ſe tomem com a fitta por eſtimaçaõ; em que ſenaõ poderá errar hum gr. couſa de pouquiſſimo momento neſta Practica.

Porèm para que ſenaõ proceda por eſtimaçaõ que pòde ſer incerta,& pareça a algum eſcrupuloſo que a fitta neſta parte he defectuoſa; quando ſe tomar algum angulo de 150. 160.ou 170. gr.para cima,em lugar delle ſe tome o ſeu complemẽto para 180. gr.pello modo que adiante ſe dirá, porque o darà a fitta bem ajuſtadamente,& daqui ſe conhecerá o valor do angulo pertendido: ſe bem para ſe tomar o complemento de 175. gr. para cima era neceſſario que a fitta começaſſe em hũ gr. que havemos principiado em 5. mas iſto poderà o eſcrupuloſo bem facilmente obrar pella regra dada.

Advertencia acerca de medir os angulos muito obtuſos cõ a fitta gradual.

NOTA.

PARA a fabrica da fitta ſe pòde fazer o petipè, ou eſcala [q̃ tambem aſſim ſe chama] repartido em outro numero de partes,& fazer taboada correſpondente aos gr. como fiz outra com a ſubtenſa de 600. tirada do meſmo fundamento da taboa dos ſenos: eſcuſo apontalla porque a ſobreditta he a mais natural,& facil de obrar traſladandoa ſómente de qualquer livro de muitos que delles trattaõ conforme o Radio 100000, ou 10000000.

Petipè para a fabrica da fitta gradual, póde ſer de diverſo numero de partes.

Advirto tambem que a fitta, ſobre ter os gr.grandes, ſer de facil,& expedito uſo,eſcuſa o gaſto em ſemicirculos de brõze, ou outros inſtrumentos; para o que nem todos tem dinheiro,nem ſe achaõ facilmente.

CAP. VI.

Como se desenhaõ na cãpanha os angulos; & se toma o valor dos desenhados assim no terreno como nas obras jâ feitas mediante a Fitta gradual.

Fig. 14.

Angulos como se desenhaõ na cãpanha pella fitta gradual.

QUERENDO desenhar hum angulo em qualquer ponto da campanha por exemplo em I se risque a linha indefinita I H para a parte para onde se quizer que corra hũa das que o devẽ formar; sobre a qual se ajuste a perna A B da fitta gradual, pondo o final donde sahem as duas pernas, em que está a bonina, sobre o ponto I. (Póde isto obrarse mais facilmẽte no ar, sem a fitta chegar ao chaõ, a saber imaginando a linha I H entre dous piques arvorados, & ajustando entre elles a perna A B da fitta gradual) Do ponto H para K se estenda assi mesmo entre piques a subtensa graduada B F até o numero de gràos, de que se quer formar o angulo, de tal modo que a outra perna A C da fitta ajuste com seu extremo C no numero de grâos da subtensa, & abrindo no terreno as duas riscas I H, I K do pè do pique I aos pès dos piques H, & K ficarà formado o angulo pertendido.

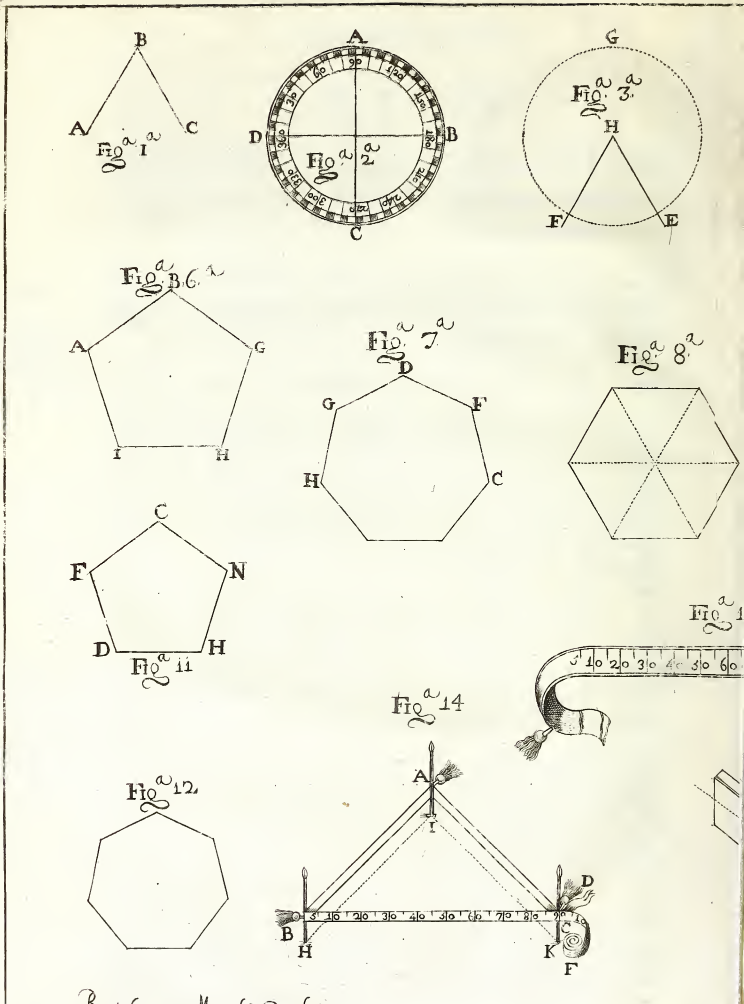
Como se reconhece o valor dos angulos desenhados na campanha pella fitta gradual.

Do mesmo modo se saberà o valor do angulo H I K se se achar já riscado na campanha; applicando ao ponto I, ou ao pique sobre elle arvorado o final, ou risca em que está a bonina A, & ajustando as pernas A B, A C da fitta com os lados I H, I K estendidos se necessario for; ou melhor entre os piques levantados sobre os pontos I H K (por evitar o estorvo da desigualdade, & matto do terreno) de tal modo que o ponto, ou risca da fitta onde està a bonina B ajuste com o ponto H, ou pique sobre elle arvorado, & o ponto C da perna A C com o ponto K, ou pique sobre elle levantado; porque a subtensa B C que he parte da subtensa total B F mostrarà o valor do angulo H I K.

Semelhantemente se obrarâ se o angulo for formado por paredes, ajustando cada perna da fitta com cada parede das que o formaõ, & estendendo a subtensa do extremo de hũa perna ao extremo da outra.

Mas se o angulo for macisso que impida estenderse a subtensa

entre



René Gietry et Manuel Mendes fecit

Fig.a 4.a

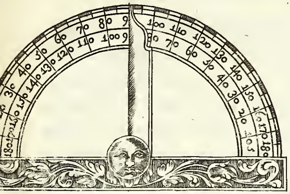


Fig.a 5.a

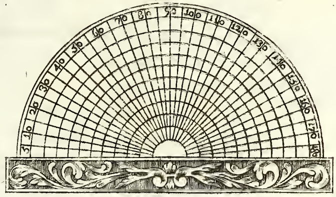


Fig.a 9.a

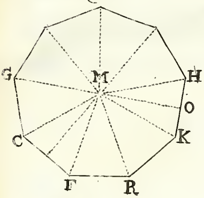
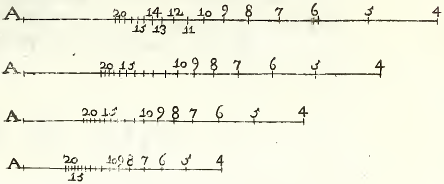


Fig.a 10.a



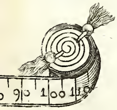
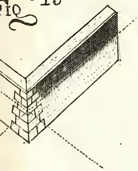


Fig.a 15



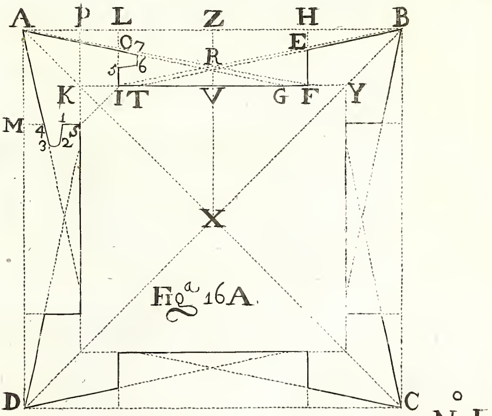


Fig.a 16A.

N.° I

entre os extremos das pernas;como ſuccede quando ſe quer medir o angulo de hum Baluarte pella parte de fóra , em tal caſo he neceſſario eſtenderſe hum cordel por hũa das paredes ajuſtado com ella,& alivel,& outro pella outra ; os quaes ſe cruzem juſtamente no angulo, & ſe eſtendaõ para fóra delle; como moſtraõ as linhas de [r] pontinhos ſignificativas dos cordeis, & entaõ medir o angulo que elles formaõ ; cujo valor ſerá o meſmo que do angulo do Baluarte ſe ſe obrar com exacçaõ;o que muitas vezes hei feito.

Angulo ſolido como ſe poſſa medir pella fitta gradual.

r Fig. 15.

Tambem ſe pòde iſto ſaber mais facil, & ſeguramente na practica, eſtendendoſe hum ſò cordel, ou regoa por hũa das paredes alivel,& bem ajuſtado com ella que và ſahindo para fóra do angulo ; porque medindo entaõ entre a outra parede , & o cordel, ou regoa com a fitta, ſe tirem os gr.que ella moſtrar de 180. & o reſto ſerà o valor do angulo.

CAP. VII.

Das definiçoens das obras da Fortificação ſegundo os Autores modernos.

1 FORTE he hũa Praça cercada de Foſſos,Reparos,& Baluartes ; dos quaes ſe pòde defender com pouca gente contra a força do inimigo.

2 Forte de campanha he hum Forte de 4. ou 5. angulos cõ outros tantos Baluartes que ſe faz na campanha, ou fòra das Praças junto de rios, ou paſſagens para as guardar, & defender. De ordinario naõ ſaõ capazes de reſiſtir a exercito numeroſo.

3 Citadellas, Cidadéllas, Caſtellos,ſaõ Fortes de quatro,oũ cinco angulos que ſe fabricaõ junto das Praças,ou dentro para as dominar,enfrear,& bater ſendo neceſſario.

Deſtas Citadellas, ou Caſtellos, huns ſe chamaõ Reais , nos quaes a defenſa ſe termina a tiro vehemente de moſquete: outros Dodrantais quando a defenſa he a tres quartos de ſeu alcance:outros Dimidiatos quando a defenſa he conforme a ametade: outros Quadrantais quando he ſegundo a quarta parte do ditto

Citadellas, ou Caſtellos Reais Dodrantais, dimidiatos quadrantais, & intermedios.

ditto alcance,ou tiro vehemente de mosquete.Os de mais se chamaõ intermedios. A Etimologia he facil aos Latinos; escuso apontalla.

4 Fortaleza he hum Castello, ou Cidadella mais forte, capaz, & de mais Baluartes que os ordinarios para segurança das Provincias,Cidades, portos,ou semelhante intento.

5 Obras cornutas, Cornas,Hornaveques,a mesma cousa cõ diversos nomes,saõ obras exteriores avãçadas na campanha,com dous lados longos que se chamaõ Ramais, & a frente promovida com dous meyos Baluartes;as quaes obras se costumaõ fazer defronte da parte mais fraca da Praça para impedir os Approxes do inimigo,ou na parte que póde dominar, & dannar a Praça.

6 Coroas, obras coroadas, saõ obras exteriores avançadas na campanha por meyo de dous Ramais longos à maneira das Cornutas mas cõ hum,dous, ou mais Baluartes no meyo, & dous meyos Baluartes nos extremos, os quaes se costumaõ fazer em eminencias junto das Praças para as segurar, ou por senaõ batter, & incommodar dalli a Praça; ou por se embaraçar, & retardar o inimigo.

7 Tenaz,Tenalha he hũa obra semelhante á Corna;mas sem meyos Baluartes, & com hum angulo reintrante no meyo.

8 Estrellas saõ Fortins, ou Redutos feitos em forma de estrella de quatro, cinco,ou seis angulos com os lados retirados para dentro, & outros tantos angulos reintrantes.

9 Reduto he hũa obra menor quadrada,ou algum tãto prolongada; que se faz nas Trincheiras dos Approxes; como tambem na campanha para descubrir algum sitio.

10 Revelin he hũa obra menor exterior em forma triangular, ou de Trapezio; que vem a ser com Flancos a modo de Baluarte, & se fabríca fòra das Praças defronte das Cortinas lõgas, & lugares mais fracos, começando logo alèm da Contrascarpa; cujo fosso se communica com o da Praça. Serve para melhor defender os lugares mais fracos, & tambem para cubrir melhor as portas:assim mesmo para multiplicar defensas; dar ossos que roer ao inimigo preservando o corpo da Praça principal.

11 Meyas luas saõ obras menores exteriores que se fabricaõ diante dos Baluartes na forma dos Revelins triangulares;mas pella banda interior saõ em forma de meya lua.Alguns chamaõ indifferente-

differentemente Meyas luas assim aos Revelins, como às Meyas luas; porém melhor he a distinçaõ dos nomes por evitar confusaõ; & porque há rasoens para diversificar seus nomes, que se escusa apontar na brevidade desta Practica.

12 Baterias saõ obras offensivas levantadas de terra para se plantar a Artilheria, & bater o inimigo, ou Praça sitiada.

13 Reparo he hum terreno levãtado à roda da Praça revestido de muros de pedra, & cal, ou de formigaõ, adobes, tepes, terra battida, salchichas, ou semelhante modo, com Escarpa proporcionada para bem se sustentar; sobre o qual terreno se assenta o Parapeito.

14 Baluarte he hũa obra avançada do Reparo delineada cõ quatro lados, & tres angulos exteriores além de dous que forma com as Cortinas.

15 Casamata he hũa Praça cuberta de abobada a modo de hũa casa que se faz nos Flancos dos Baluartes, onde se aloja Artilheria para se atirar ao inimigo, & defender a face do Baluarte opposto.

Estas se fazem hoje descubertas com nome de Praças baixas.

16 Parapeito he terra levantada por cima do reparo com grossura conveniente, & altura bastante para cubrir os soldados dos tiros inimigos; cuja forma se verà em seu lugar adiante.

17 Banqueta he hũa pequena altura de terra á roda do pé do parapeito pella parte interior, onde se sobem os soldados para descubrir, & atirar ao inimigo por cima daquelle.

18 Terrapleno he o resto interior do Reparo do principio interior de sua base atè a Banqueta; sobre a qual assistem, & disparaõ os soldados, & nelle se aloja a Artilheria a demais da dos Baluartes.

19 Caminho das Rondas, ou Falsabraga he hum caminho q̃ se deixa entre o Reparo, & Lisira, ou Margem interior do Fosso; [que tambem se chama Berma] donde se pòde resistir ao inimigo quando se vê chegando á Praça. He quasi como as Barbacans das muralhas antigas. Naõ se practica nas nossas Fortificaçoens: nas Hollandezas he cousa commũa. Antigamente, & em algumas Fortificaçoẽs de Italia se fazia este caminho das Rondas na borda exterior do Reparo. Por meu voto se deve seguir ainda hoje este estilo na forma, & com as medidas que em seu lugar se verà.

20 Parapeito da Falsabraga he o seu Parapeito semelhante ao do Reparo. Alguns fazem estes Parapeitos dentro no Fosso principal na margem interior do Refossete: tenhoo por util ao menos naquella parte por onde o inimigo pôde desembocar, segundo hei descripto na Hercotectonica, & adiante mais brevemente se apontará.

21 Margem, Lizira, ou Berma he hũa margem de terra que se deixa entre o Parapeito da Falsabraga, & o Fosso; mas como nòs naõ costumamos fazer Falsabraga, & sahem as muralhas de dentro do Fosso, naõ se fazem estas Bermas, salvo quando a muralha he muito alta se faz entaõ nella, ou deixa hũa Berma da mesma muralha para mais segurança, & fortaleza da obra. Porèm quando a Fortificaçaõ se faz de taipa, que naõ sahe do fundo do Fosso, mas começa a assentar sobre o terreno natural (ou sobre hũa só fiada de hum, ou dous palmos de alto de pedra, & cal, por evitar a humidade que a dannifica) se deixa entaõ Berma entre a taipa, & o Fosso.

22 Fosso, Cava, he hũa profundidade aberta no terreno natural, ou feita artificialmente, levantando terra accarretada de outra parte ao sitio onde se hade terminar a largura do Fosso cõ a Contrascarpa artificial de terra conduzida para a estrada encuberta; a qual profũdidade rodea toda a Praça pella parte de fòra.

23 Estrada encuberta, Corredor, he hum caminho alèm do Fosso em roda da Praça amparado de hum parapeito que vai fenecer no livel da campanha. Muitos lhe chamaõ cuberta: melhor epitheto he encuberta; de que aqui escuzo dar a razaõ.

24 Parapeito da Estrada encuberta he terra levantada diãte della para a parte da campanha estendendose em diminuiçaõ atè fenecer nella, & serve para encubrir os soldados q̃ alli assistẽ.

25 Plataforma he terra levantada em forma quadrangular (como Bateria) posta sobre o Reparo, da qual se resiste, & offende o inimigo com a Artilheria.

26 Cavalleiro he terra mais levantada em forma quadrangular, ovada, ou semelhante sobre o Baluarte, ou Terrapleno da Cortina, & sustentada de muros que venhaõ do terreno firme; ou de formigaõ, ou taipa; donde se offende o inimigo ao longe com a Artilheria; ou para se igualarem com algũa altura de terreno exterior.

NOTA

NOTA.

DEIXO outras definiçoens por naõ pertencerem tanto á fabrica,& defenſa;antes algũas dellas ſó a offenſa de que naõ tratto neſta Practica;pois he ſómẽte tocante ao modo breviſſimo facillimo, & em ajuſtadiſſimas proporçoens de deſenhar todo o genero das Fortificaçoẽs principaes, & do neceſſario para ſua fabrica,reſervando para outro Trattado, que deſpois deſte com o divino favor ſahirà a luz, a ofenſa, & defenſa das Praças.

Saõ pois as que deixo de definir que couſa ſeja Linha de communicaçaõ,Linha de continuaçaõ,Approxes Contra approxes, Traveſſas, Gallerias,Brechas, Ceſtos, Ceſtoens, Cortaduras, Eſtacadas,ou Paliſſadas,Pentens, Cavallos de Friſa,Ouriços,Abrolhos,Minas, Contraminas, Candieiros, Mantas, Manteletes, & ſemelhantes couſas ſabidas hoje em Portugal pello uſo da guerra, & ſitios das Praças; poſto que de algũas trattaremos por tocarem â ſegurança da Fortificaçaõ, que em ſeu lugar declararemos,reſervando as mais para o outro Trattado,ao qual mais propriamente pertencem.

CAP. VIII.

Dos termos, & nomes deſta ſciencia no tocante à Ichnographia, ou Planta de hũa Fortaleza, ou Praça fortificada com Baluartes.

A LINHA que chamaõ Ichnographica, ou Fundamental he a que ſe vé continuada de tinta;por onde devem correr as muralhas;com advertencia que para bem ſe acertar a obra devem as eſcarpas ſahir da ditta linha para fòra conforme a altura a que em cada parte houverem aquellas de ſubir; mas a groſſura em q̃ no alto houverem de acabar deve começar da ditta linha fundamental para dentro.Deſte modo não ſe errará a obra vindo a ficar no alto do meſmo modo que for riſcada no terreno com a linha Ichnographica,poſto que aquelle ſeja muito deſigual. Fig.16.A

Linhas imaginarias para boa intelligēcia, & para os calculos da Fortificaçaõ.

As mais linhas de pontinhos saõ imaginarias; mas tem seus nomes proprios para boa intelligencia da sciencia, & para os calculos que nella se usaõ; se bem por esta nossa Practica aliviamos os Engenheiros delles para o desenho.

Seja pois a figura a Ichnographia, ou Planta de hum Forte, de cujas linhas saõ os nomes os seguintes.

I F Cortina he a parte do Reparo com sua muralha de pedra, & cal, ou sem ella que fica entre os Flancos de dous Baluartes.

I O Flanco, Travez, Espalda he a linha que descendo de hum extremo da Face do Baluarte cahe perpendicular sobre a Cortina. Disse perpendicular segundo o modo ordinario; porque algũs deitaõ o Flanco perpendicular sobre a linha Razante formando angulo obtuso com a cortina. Outros o lansaõ perpendicular á Face, em angulo agudo sobre a Cortina. Tenho por melhor o modo ordinario.

I K Demigolla. Alguns lhe chamaõ Golla, he a linha que cõ outra da mesma sorte faz o angulo do Polygono, ou Praça que se quer fortificar.

S I Gosier ou Golla legitima he a linha tirada entre os cõcursos dos Flancos, & cortinas opposta ao angulo da figura.

A O Face. Alguns lhe chamaõ Fronte, ou Frente he a linha q̃ correndo para a parte de fòra forma com outra sua semelhante, o angulo exterior do Baluarte que chamão angulo flanqueado.

K A Linha Capital he a linha tirada do angulo do Polygono atè o angulo flanqueado, ou ponta do Baluarte; a qual o divide em duas partes iguaes nas figuras regulares, & fortificadas regularmente: em desiguaes nas irregulares.

O G Extensaõ da Face he o resto da linha Razante, tirada della a Face.

G F Flanco secundario he a parte da Cortina que fica entre o Flanco, & a Razante.

G I Complemento da Cortina he o resto da Cortina, abatido della o Flanco secundario.

I L Flanco prolongado he o Flanco estendido imaginariamẽte do lado do Polygono interior atè o do exterior.

O L Extensaõ do Flanco he a continuaçaõ imaginaria do Flanco atè o lado do Polygono exterior.

A L Sobreface. Alguns lhe chamaõ Fronte; he a distancia entre

tre o angulo exterior do Baluarte,& o Flanco prolongado. O dobro desta junto á Cortina nas figuras regulares,& fortificadas regularmēte compoem o lado do Polygono exterior. O mesmo he nas figuras irregulares fortificadas porém pello nosso Methodo de que adiante se trattará; & para elle saõ esta sobreface,& as duas linhas proximamente dittas acima os principaes meyos de que nos valemos.

K P Distancia dos Polygonos he a linha que mostra o espaço entre os Polygonos interior,& exterior. Isto mesmo faz o Flanco prolongado I L nas figuras regulares, & tambem nas irregulares fortificadas pello nosso Methodo.

A P Semidifferença dos lados dos Polygonos he a linha; cujo dobro mostra o excesso que o lado do Polygono exterior tem sobre o interior.

K Y Lado do Polygono interior he a linha que interiormente fecha a Praça de hum a outro angulo, cujas partes I K, F Y, saõ as Demigollas.

A B Lado do Polygono exterior he a linha tirada da ponta de hum Baluarte até a ponta do outro.

F A Linha da defensa fixante he a linha tirada do angulo do Flanco,& Cortina (a que chamo com algũs angulo flanqueante) até a ponta do Baluarte opposto.

G A Linha da defensa Razante, ou flanqueante he a linha tirada de tal ponto da Cortina que com a Face do Baluarte continua hũa linha recta. Não obsta contra esta definição o impertinente reparo do Capitaõ Dom Diogo Henriquez de Vilhegas na sua Academia da Fortificaçaõ; de que a Razante não he esta; mas outra a ella parallela taõ distante quanto he o diametro, ou semidiametro de hũa balla de mosquete; porque a consideração que faz he demasiadamente metaphysica,& com tudo, errada.

X K Semidiametro menor he a linha tirada do centro até o angulo do Polygono interior.

X A Semidiametro mayor he a linha tirada do centro atè o angulo exterior do Baluarte; a qual comprehende juntamente o semidiametro menor,& a linha Capital.

5. I Flanco encuberto he hũa porçaõ do Flanco que fica emparada com hum anteparo chamado Orelhaõ, ou Espalda que se forma sobre o resto do ditto Flanco, para que a Artilheria que se

puzer sobre o cuberto fique menos exposta às baterias do inimigo.

1.2.3.4. Orelhaõ he a parte acrescentada em cada banda do Baluarte formada em redondo que empara o Flanco cuberto.

Naõ convẽ cõfundir o nome de Orelhaõ cõ o de Espalda, nem o de Revelin com o de meya lua.

5.6.7. O Espalda, he tambem parte acrescẽtada como o Orelhaõ, & para o mesmo effeito, mas em forma quadrangular. Muitos confundem o nome de Orelhaõ com o de Espalda. Tambem outros chamão ao Flanco Espalda ainda que naõ tenha o acrescentamento de Orelhaõ, ou Espalda; porèm he melhor usar de nomes distinctos por evitar confusaõ; como tambem dos nomes distinctos de Revelin, & Meya lua, que muytos confundem segundo se disse no Capitulo VII. definiçaõ XI.

1.2. ou 5. 6. Linha da Espalda, ou da direitura da Golla do Flanco; a q̃ nós chamamos linha directiva he aquella que constituìndo parte da Espalda, ou do Orelhaõ fica opposta à Cortina.

NOTA.

DAS Casasmatas, Praças altas, & baixas, Canhoneiras, & Merloens diremos em seu lugar. Casas matas jà senaõ usaõ por razoens urgentes apontadas na nossa Hercotectonica. Póde haver casos em que ainda sejaõ necessarias.

CAP. IX.

Dos termos Ichnographicos dos angulos.

KXY ANGULO do centro he o angulo que no centro da figura se forma por dous semidiametros lansados de dous angulos proximos.

S K I Angulo do Polygono, ou da figura (chamado tambem da circunferencia) he o angulo que se forma por dous lados da figura.

4. A O Angulo flanqueado he o angulo formado pellas duas Faces 4. A, O A do Baluarte.

I G O Angulo flanqueante interior he o angulo feito pello con-

concurſo da linha Razante, & Cortina.

I O G Angulo da linha Razante, & Flanco he o angulo formado pella Razante,& Flanco.

A R B Angulo flanqueante exterior, ou angulo da Tenalha he o angulo exterior formado pellas duas porçoens das Razantes A R, B R.

I O A Angulo da Eſpalda he o angulo formado pella Face, & Flanco.

I K O Angulo Formaflanco he o angulo que ſe forma da Demigolla,& linha lançada entre os extremos da meſma Demigolla,& Flanco.

O I F Angulo flanqueante [chamado aſſim abſolutamente ſem outro epitheto mais de interior,ou exterior, como outros acima] he o angulo formado pelo Flanco, & Cortina.

CAP. X.

Dos termos Orthographicos, ou palavras de que ſe uſa no tocante ao Perfil das Fortificaçoẽs repreſentado na figura 16.B.

A I BASE do Reparo.

K H, ou L B, Altura do Reparo.

L A Talud,ou Repuxo exterior do Reparo, ou Baſe da Eſcarpa exterior do Reparo. Fig.16.B

K I Talud,ou Repuxo interior do Reparo,ou Baſe da Eſcarpa interior do Reparo.

O B Baſe do Parapeito.

M C Altura exterior do Parapeito.

D N Altura interior do Parapeito.

O N Repuxo interior do Parapeito, ou Talud, ou Baſe de ſua Eſcarpa interior.

M B Talud exterior do Parapeito, ou Baſe,ou Repuxo de ſua Eſcarpa exterior.

P C Largura ſuperior do Parapeito.

E F G O Banqueta.

G H Terrapleno.

q R s T u a Banqueta, & Parapeito da Falsabraga, cujas alturas, exterior, & interior, largura, escarpas, & seus Taludes se representaõ por linhas semelhantes ás do Parapeito do Reparo.

a b Lizira, ou Berma.

b c d e Fosso, ou Cava.

f c, ou g d Profundidade do Fosso.

b c Escarpa.

e d Contrascarpa.

e h Estrada encuberta, ou Corredor.

h i K l m Banqueta, & Parapeito da Estrada encuberta.

o m Base do Parapeito da Estrada encuberta.

l m Explanada, Arcen, spalto, spianata.

n l Altura do Parapeito da Estrada encuberta.

Fig. 16. C. t p q r Refossete que se faz ordinariamente da terceira, ou quarta parte da largura do principal.

m 2, 3, 4, Fosso da Estrada encuberta. Este Fosso já senaõ faz, porque chegado o inimigo a elle naõ ficava descuberto de parte algũa da Praça sem lhe ser necessario o trabalho, & risco de se cubrir. Aponteyo sómente por mostrar que tambem se fazia em muitas Praças, se bem a experiencia o ha já reprovado.

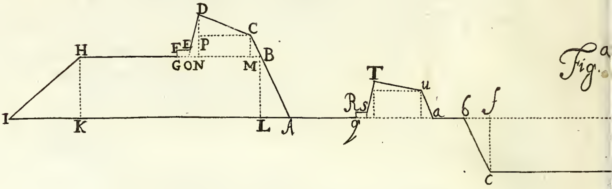
Os perfis em que aqui expliquei os termos orthographicos saõ tomados de Fritach que elle traz para o Quadrado, & Pentagono em Fortificaçaõ toda de terra sem muralhas de pedra, & cal: acrescẽteilhe o Refossete, & Fosso exterior: a Escarpa & Contrascarpa com menor Talud, como deve ser quando os Fossos naõ saõ aquaticos: porém não tomei estes perfis mais que para explicaçaõ dos termos: em seu lugar daremos os de que havemos de usar.

CAP. XI.

Das varias medidas de que acho noticia usaõ os Autores da Fortificação em seus escrittos, & da comparação de hũas a outras por mim examinada com exactissima miudeza.

O EXAME da proporçaõ que entre si tem as medidas, de que tratto, & dou na taboada n. 3. me custou algum trabalho

Fig.a



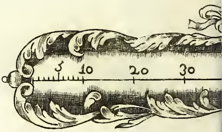


Fig.a

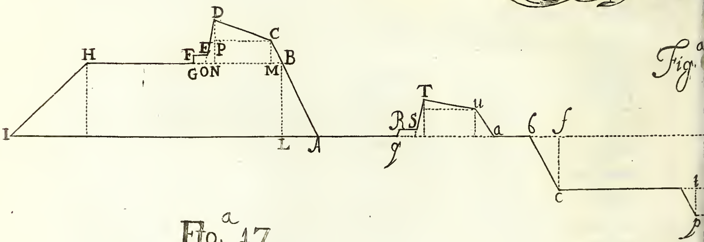


Fig.a 17

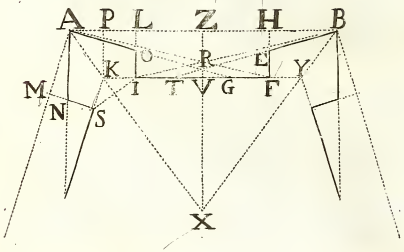
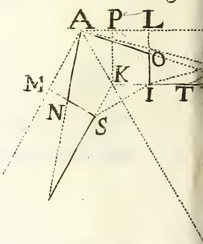
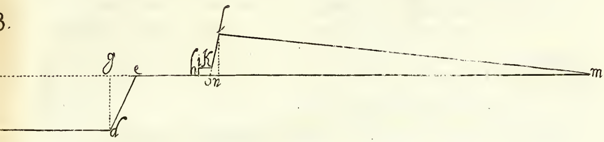


Fig.a

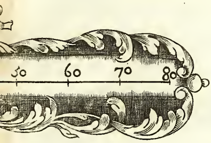


René Bietry et Manuel Mendes fecit

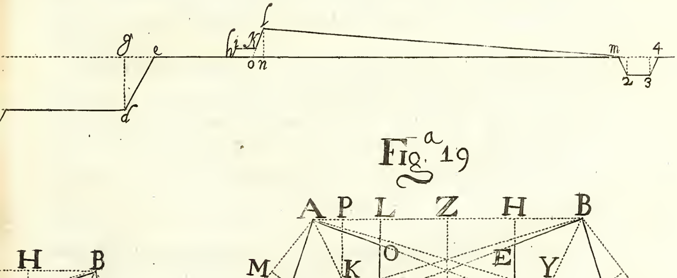
3.



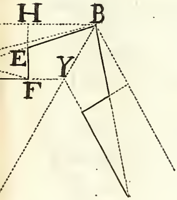
f
g e
h i K
o n
m
d



50 60 70 80

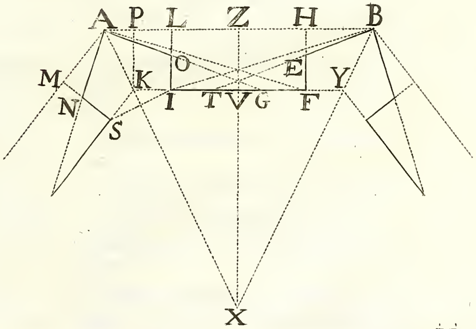


f
g e
h i K
o n
m 4
2 3
d



H B
E Y
F

Fig.[a] 19



A P L Z H B
M K O E Y
N I T V G F
S
X

lho pello cuidado, & diligencia,com que as apurei, & não só das que tocão á Fortificação, mas de outras muitas usadas de varios póvos antigos, & modernos,fiz hũa copiosa taboada que dei de fòra parte aos curiosos, que a quizeraõ, porque aqui sòmente tratto das mais commũas na Fortificaçaõ moderna.

As mais celebres saõ a Verga Hollandeza, & o pè de Rinthlãda com que nos Payzes baixos se costuma delinear, & medir as Fortificaçoẽs,& o fazem nas suas obras Samuel Marolois, Adam Fritach,Mathias Dogen, Nicolao Goldman, Andre Cellario, & outros.

A verga contem 12. pès de Rinthlanda, supposto que de ordinario a dividem em 10. partes, a que chamaõ primos, cada primo em 10. segundos,cada segundo em 10.terceiros,&c.para mayor facilidade do calculo. Estas divisoens se entenderáõ melhor da Practica da Arithmetica decimal, ou Dizima que vai junta com este Trattado.

Toesa medida de França, de que usaõ Bras Francisco de Pagan Conde de Pagan; o Padre George Fournier da Companhia de Jesvs Varaõ douto,& outros Autores,tem 6. pés dos que chamaõ Regios.

Passo Francés tem 5. pés Regios de França. Antonio de Ville não he coherente a si mesmo na medida de que diz usa em suas Fortificaçoens;pois na pagina 206. diz que em todos os seus calculos,& medidas se ha servido do passo geometrico por ser medida mais conhecida das naçoens de Europa do que a Toesa medida particular de França;declarando allí expressamente que o passo geometrico constá de 5.pès geometricos,como na verdade assim he.Mas na pagina 20. & na pagina 46. havia ditto erradamente que o passo geometrico se entendia de 5. pès de Rey que saõ mayores que os geometricos.

Passo Veneziano de que usaõ Bonajuto Lorini, & Jeronymo Cataneo tem 5. pès Venezianos.

Passo Geometrico de q̃ havemos ditto usa Antonio de Ville, & declara na ditta pagina 206. he de 5. pés geometricos.

Braço Florentino de que tambem usaõ os sobredittos Lorini, & Cataneo tem $1\frac{2}{3}$ pè Veneziano.

Pè Regio de França tem $1\frac{1}{23}$ pè de Rinthlanda. Fallo dos pès Regios Parisienses;de que Frey Marino Mersenno traz ajusta lõ-

Taboada n.3. da Combinaçaõ de varias medidas das quaes tenho noticia que usaõ diversos Autores da Fortificaçaõ.

	Palmo Geom.	Palmo Craveir.	Pé Geometrico.	Pé de Rinlād.	Pé Regio de Fraça.	Pé Portuguez.	Pé Veneziano.	Braço Florentino.	Vara Portugueza.	Passo Geometrico.	Pass. Reg. de Fraça.	Passo Veneziano.	Toesa.	Braça Portug.	Verga, ou cana.
Palmo Geom.															
Palmo craveiro	1 7/135														
Pé Geometrico	1 1/3	1 19/71													
Pé de Rinthl.	1 13/27	1 29/71	1 1/9												
Pé Reg. de Fráç	1 129/207	1 767/1633	1 11/69	1 1/23											
Pé Portuguez.	1 26/45	1 1/2	1 11/60	1 13/200	1 33/1600										
Pé Veneziano.	1 7/9	1 49/71	1 1/3	1 1/5	1 7/200	1 9/71									
Braço Florét.	2 26/27	2 58/71	2 2/9	2	1 29/40	1 187/213	1 2/3								
Vara Portug.	5 7/27	5	3 17/18	3 11/20	3 193/480	3 1/3	2 23/24	1 31/40							
Passo Geom.	6 2/3	6 24/71	5	4 1/2	4 5/16	4 16/71	3 3/4	2 1/4	1 19/71						
Pass. reg de Fráç.	8 8/69	7 569/1633	5 55/69	5 5/23	5	4 1468/1633	4 172/207	2 14/23	1 767/1633	1 11/69					
Pass. Venezian.	8 8/9	8 32/71	6 2/3	6	5 7/40	5 45/71	5	3	1 49/71	1 1/3	1 7/200				
Toesa.	9 17/23	8 1336/1633	6 22/23	6 6/23	6	5 1435/1633	5 55/69	3 11/23	1 1247/1633	1 9/23	1 1/5	1 11/69			
Braça Portug.	10 14/27	10	7 8/9	7 1/10	6 193/240	6 2/3	5 11/12	3 11/20	2	1 26/45	1 673/960	1 11/60	1 193/1440		
Verga, ou cana.	17 7/9	16 64/71	13 1/3	12	11 1/2	11 57/213	10	6	3 27/71	2 2/3	2 3/10	2	1 11/12	1 49/71	

gitud de meyo pé tirada do Caſtellete que tẽ por inſignia |L'ESCRITOIRE| & concorda com o de Pagan, de que traz em eſtampa os tres quartos do ditto pè Regio, ou oitava parte da Toeſa; da qual uſa em ſuas Fortificaçoens, & diz que muito exactamente dividida a ditta oitava parte em 9. polegadas; pois o pé Regio que Errard de Barleduc traz eſtampado, & a ſua ſexta parte hum Traductor de Fournier, he errado porque o delineaõ mais pequeno que o geometrico, ſendo mayor; & devemos mais credito a Merſenno, & Pagan (por Autores de muito mayor predicamento, & por dizerem que o trazem exactamente) que a Barleduc, ou ao Traductor de Fournier.

Não fiz caſo da ſexageſima parte que alguns Autores eſcrevẽ encolhem as eſtampas por entrar o papel molhado na impreſſaõ; pois iſto não altera ſenſivelmente a proporçaõ das medidas a reſpeito da Fortificaçaõ, que naõ procede nellas por pontos indiviſiveis.

As mais medidas, & proporçaõ de hũas com as outras ſe declaraõ melhor pella precedente taboada, & ſua explicaçaõ. Taboada.n.3.

Mas porque Eu eſcrevo eſte Methodo Luſitanico por mim achado, principalmente para Portugal, & ſeus dominíos; por tanto primeiro que tratte da explicaçaõ da taboada, o farei em particular acerca das medidas uſadas nas noſſas Fortificaçoens, & reducçaõ de hũas a outras por regras particulares, novas, & façeis por mim achadas, poſto que algũas dellas andaõ ha já annos divulgadas.

§. 1

Da reducção de hũas medidas em outras todas Portuguezas.

1.

Reduzir pés Portuguezes em cõprimento a palmos craveiros, ou Portuguezes em comprimento.

TOMAI o numero dos pès; acreſcentailhe ametade mais, & o que iſto ſommar ſerà o numero dos palmos. Reducçaõ de pès Portuguezes a palmos craveiros.

 EXEM-

EXEMPLO.

SUpponhamos que temos 200.pès em comprimento,& queremos ſaber quantos palmos craveiros fazem em comprimẽto.Ao numero 200. acreſcentai ſua ametade que ſaõ 100. fazem 300.& tantos ſaõ os palmos.

2.

Reduzir palmos craveiros em comprimento a pés Portuguezes em comprimento.

Palmos craveiros a pès Portuguezes.

MUltiplicai o numero dos palmos por 2. o que reſultar da multiplicaçaõ reparti por 3. & ſahirá no quociente o numero dos pès.

EXEMPLO.

SUpponhamos que temos 300. palmos craveiros em comprimento, & queremos ſaber quantos pès Portuguezes fazem. Multiplicai os 300. por 2.fazem 600. os quaes reparti por 3 & ſahem no quociente 200. que ſaõ os pès Portuguezes reſpondentes aos 300. palmos.

3.

Reduzir pés de corpo a palmos tambem corporeos.

Pès cubicos, ou corporeos Portuguezes a palmos craveiros cubicos.

MUltiplicai o numero dos pès por 3375 . & do que reſultar da multiplicaçaõ cortai tres letras da parte direita : as que ficarem da eſquerda moſtrarâõ os palmos inteiros: as cortadas da direita, as partes milleſimas a reſpeito de hum palmo repartido em 1000. partes.Podeſe ver a razão na ſegunda parte Qualificativa §.3.

EXEM-

EXEMPLO.

SUpponhamos que hà hum lanço de parede, taipa, formigaõ, terra batida, vaõ do Foſſo, ou terra imaginada, que delle ſe tirou; o qual tenha 7528. pés de corpo, & queremos ſaber quantos palmos corporeos fazem. Multiplicai os 7528. por 3375. & do que reſultar da multiplicaçaõ cortai tres letras da parte direita: as que ficarem da eſquerda ſeraõ os palmos corporeos, as da direita as partes milleſimas de hum palmo. Neſte exemplo ſahem 25407. palmos inteiros, porque as tres letras cortadas da parte direita ſaõ cifras, como ſe vè da multiplicaçaõ junta.

```
     7528
     3375
   ------
    37640
   52696
  22584
 22584
 ---------
 25407|000.
```

Seja outro exemplo 233. pés reduzidos a palmos: multiplicados pois os 233. por 3375. reſultaõ 786|375. que ſaõ 786. palmos inteiros, & $\frac{375}{1000}$ de palmo, ou reduzido o quebrado a menor denominação $\frac{3}{8}$ de palmo.

POR OVTRO MODO.

MUltiplicai o numero dos pès por 27. & o producto parti por 8. ſahirá no quociente o numero dos palmos: ſe ſobejar algũa couſa da repartição ſerão oitavos de palmo que ſahem de mais dos inteiros.

EXEMPLO.

POnhaõſe os meſmos 233. pès corporeos do ſegundo exemplo acima que ſe querem reduzir a palmos corporeos. Multiplicai os 233. por 27. reſultaõ 6291. os quaes parti por 8. ſahem no quociente 786 $\frac{3}{8}$ palmos.

POR OVTRO MODO.

AO numero dos pés acreſcentai ametade mais, & ao que iſto ſommar acreſcentai ſua ametade, & a toda eſta ſomma ajuntai outra vez ſua ametade, & eſte ultimo aggregado ſerà o numero dos palmos.

4.

Reduzir palmos de corpo a pés tambem corporeos.

Palmos cubicos craveiros a pès cubicos.

AO numero dos palmos se acrescentem tres cifras da parte direita,& todo este composto se reparta por 3375. o que sahir no quociente será o numero dos pés inteiros, & o que sobejar da repartição posto em regra nova acrescentado com tres cifras, & tornado a repartir pello mesmo partidor mostrarà no quociente as partes millesimas de pè.

EXEMPLO.

SUpponhase que hà hum lanço que tem 424. palmos cubicos. (val o mesmo que corporeos) Querse saber quantos pès cubicos lhe respondem. Aos 424. se acrescentem tres cifras nesta forma 424000. Este aggregado se reparta por 3375. Sahem no quociente 125. pés inteiros,& sobejaõ da repartição 2125. a que acrescentando outra vez tres cifras nesta forma 2125000, & tornãdo a repartir este numero pellos mesmos 3375. sahem 629 que saõ as partes millesimas de hum pè,& o que ultimamente sobejar da repartição se despreze.

Advirto que para a practica bastava acrescentar hũa sò cifra ao que sobejava da repartiçaõ,& então sahiriaõ decimos de hum pè sobre os pès inteiros que jà tivessem sahido.

Podese tambem fazer esta conta multiplicando o numero dos palmos por 8. E o que resultar da multiplicaçaõ partido por 27. dará no quociente o numero dos pès inteiros: o que sobejar da repartição seraõ partes de hum pé a respeito deste partido em 27.partes.Mas querendo reduzir os quebrados a decimos,centesimos,ou millesimos se acrescentará hũa cifra, duas, ou tres ao sobejo da repartição,& com este acrescentamento se continuará aquella pello mesmo partidor 27.de que sahiráõ no quociente as partes decimais centesimas,& millesimas de hum pè.

Tambem por via de diminuição se pôde fazer esta reducçaõ de palmos cubicos, ou corporeos a pès cubicos diminuindo do numero dos palmos a terçaparte,&do q̃ restar diminuindo outra

vez

vez a terçaparte,& do que ultimamente reſtar diminuir ultimamente a terçaparte,porque o ultimo reſto ſerá o numero dos pès cubicos. Mas iſto pòde ter embaraço para osque naõ ſaõ Arithmetico ,para os que o ſaõ ſe eſcuſa exemplo.

5.

Reduzir palmos cubicos, ou corporeos a braças de 250. palmos cubicos a braça.

A Regra ordinaria he partir o numero dos palmos cubicos por 250. & o que ſahir no quociente ſerà o numero das braças;mas o que ſobejar na repartiçaõ (ſe algũa couſa ſobejar) ſeraõ palmos cubicos; que ſe todavia quizermos reduzir a primos, ſegundos, terceiros, &c. acreſcentaremos cifras por diante ao numero que ficou por partir,& cõtinuando a repartiçaõ,iraõ ſahindo no quociente os primos, ſegundos, terceiros,&c. de braça alèm das inteiras da primeira repartiçaõ.

Modo ordinario de reduzir palmos cubicos a braças de 250.

Porèm porque he couſa cançada, & que gaſta tempo quando ſe fazem as contas de hũa mediçaõ gèral, ou de grande parte das muralhas de hũa Praça,repartir o numero dos palmos cubicos por 250. por quanto ſaõ muitos os lanços, & diverſos,de que ſe faz a conta da mediçaõ,& ainda alguns que naõ ſabem a regra da Dizima, ajuntão deſpois das repartiçoens os palmos que dellas lhe ſobejaõ em hũa ſomma, & eſta tornaõ a repartir pellos 250. para ſaberem as braças que mais lhe reſultaõ dos palmos que ſobejaõ das primeiras repartiçoens, inventei a ſeguinte regra muito mais facil,& compendioſa, pois della reſultaõ logo as braças, ſeus primos,ſegundos, & terceiros,que he o meſmo que decimos, centeſimos,&milleſimos de braça: ſe bem quem quizer uſar deſte modo muito mais facil, ſe ſuppoem que deve ſaber a Dizima, ou porſe primeiro corrente nella pello Trattado que vay junto no fim deſte. He a regra a ſeguinte.

O numero dos palmos cubicos ſe multiplique por 4. & do producto ſe cortem tres letras numericas da parte direita;as que ficarem da eſquerda ſeraõ as braças, as cortadas da direita os primos, ſegundos, & terceiros de braça, val o meſmo que mileſimos de braça.

Modo do Autor para reduzir palmos cubicos a braças de 250.

EXEM-

EXEMPLO.

PRoponhamos que há 4328. palmos cubicos, & se quer saber quantas braças fazem de 250. palmos cada hũa. Multiplique ſe os dittos 4328. por 4. & do producto 17|312. se corté as tres letras numericas da parte direita como nelle se vè, & ficaõ da parte esquerda 17. que saõ as braças, & as cortadas da direita 312. saõ $\frac{312}{1000}$ de braça.

Porèm se ao numero dos palmos houver annexos alguns quebrados pello modo da Dizima, que saõ, ou decimos de palmo q̃ se chamaõ primos; ou cẽtesimos que se chamaõ segundos, ou millesimos que se nomeaõ por terceiros, ou dez millesimos quartos, ou cem millesimos, quintos, &c. se haõ de cortar da parte direita no producto tantas letras de mais das tres como se denota pellos primos, segũdos, terceiros, &c. a saber pellos primos mais hũa letra, pellos segundos duas, pellos terceiros tres, &c.

EXEMPLO.

SUpponhamos que temos 7254. palmos cubicos, & $\frac{34}{100}$ de palmo que he o mesmo que 7254. palmos inteiros, & tres primos, & 4. segundos de palmo, o qual numero se dispoem na forma seguinte 7254|34. este multiplicado por 4. gera 29|01736. do qual numero cortãdo cinco letras da parte direita como nelle se vè fica representando 29. braças, & $\frac{01376}{100000}$ de braça; o qual quebrado vem a ser nenhum primo, 1. segundo, 7. terceiros, 3. quartos, & 6. quintos, na frase da Dizima. A razaõ desta regra se veja no §. 25. da segunda parte Qualificativa.

6.

Reduzir pés cubicos a braças de 250. palmos cubicos immediatamente.

NA Provincia de Alem-Tejo anda introduzido hũ abuso contra a facilidade, & brevidade da conta das mediçoens; porque como o terreno que se tira dos Fossos he costume medirse

dirse por pès cubicos,tomaõ os comprimentos,larguras,& profũdidades por hũa regoa de 10. pès de comprido, ou de outro numero,para virem no conhecimento do que pertendem mediante a continua multiplicaçaõ das dittas tres mensuras.

Mas porque a medida de cada braça de alvenaria deve ser em braças de 250. palmos cubicos, investigaõ primeiro sua quantidade corporea em pés cubicos pello mesmo modo, que investigaõ os corpos cubicos dos Fossos;& o numero dos pès cubicos q̃ achaõ multiplicão por $3\frac{3}{8}$ de que resultaõ os palmos cubicos que lhe respondem, & estes partem ultimamente por 250. para os reduzirem a braças sendo isto hum grande rodeo ; desperdicio de tempo,& arriscado a erro pella multiplicidade das contas, podendo mais facilmente, & com mais brevidade medir os comprimentos,alturas,& grossuras das muralhas por hũa regoa de 10. palmos de comprido,ou de outro numero para achar sua quantidade corporea immediatamẽte em palmos,& reduzir estes a braças:& não inquirir primeiro os pés cubicos, despois reduzilos a palmos, & ultimamente a braças.

Mas jà que não usaõ da ditta regoa de palmos na medição das muralhas, lhe darei aqui hũa regra facil, & galante para immediatamente reduzirem os pés cubicos a braças de 250.palmos cubicos escusando o molesto rodeo de reduzir primeiro os pès cubicos a palmos cubicos,& despois os palmos a braças, a qual he a seguinte.

O numero dos pès se multiplique por 13/5. & do producto se cortem 4. letras numericas da parte direita porque as da esquerda seraõ as braças inteiras; as cortadas da direita os primos,segũdos, terceiros, & quartos de braça; val o mesmo que dez millesimos de braça.Mas senão ficarem algũas da parte esquerda, seraõ as da direita sòmente primos, segundos, terceiros,& quartos: & senão houver quatro letras numericas no producto para se poderem cortar,porém sómente tres,seraõ segundos,terceiros,& quartos.

Modo do Autor para reduzir pès cubicos immediatamẽte a braças de 250.palmos cubicos.

EXEMPLO.

PRoponhamos que temos 5423. pés cubicos,& queremos saber quantas braças fazem de 250. palmos cubicos a braça.

 Mul-

Multipliquemse os 5423. por 13|5. de que resulta no producto 73|2105. do qual numero, cortadas as quatro letras numericas da parte direita como nelle se vè, restaõ da parte esquerda 73. q̃ saõ as braças inteiras, & as cortadas da direita 2105. saõ $\frac{2105}{10000}$ de braça.

E senaõ houver no producto mais que quatro letras que poder cortar da parte direita, por cujo respeito não ficaõ algũas da parte esquerda, não haverà braça inteira no tal numero de pès, mas sómente primos, segundos, terceiros, & quartos de braça, como por exemplo, se tivessemos 53. pés, & quizessemos saber que parte de braça fazem, multiplicados os 53. por 13|5. daõ no producto 7155. de q̃ cortadas as quatro letras da parte direita, nada fica da esquerda; por onde naõ chegaõ os 53. pès a inteirar hũa braça, mas fazem sómente $\frac{7155}{10000}$ de braça, que saõ 7. primos, 1. segundo, 5. terceiros, & 5. quartos na frase da Dizima.

E se ainda não houvese para cortar mais, que tres letras, como por exemplo, tendo 5. pès; & querendo saber que parte de braça fazem, multiplicados os 5. pellos 13|5. da regra, geraõ no producto 675. que saõ sòmente tres letras, & como não há quatro q̃ poder cortar, serão sòmente $\frac{0675}{10000}$, que na frase da Dizima saõ 6. seg. 7. terc. & 5. quart. & nunqua pòde haver menos que tres letras, para cortar.

Porém se ao numero dos pès houver annexos alguns quebrados pello modo da Dizima, que saõ, ou decimos de pé, q̃ se chamaõ primos, ou centesimos, que se chamaõ seg. ou millesimos, q̃ se nomeaõ por terc. ou dez millesimos, por quartos, &c. se haõ de cortar da parte direita no producto, tantas letras numericas de mais das quatro, como se denota pellos prim. seg. terc. &c.

EXEMPLO.

SUpponhamos que temos 8724. pès cubicos, & $\frac{328}{1000}$ de pè, q̃ he o mesmo, que 8724. & 3. prim. 2. seg. & 8. terc. o qual numero se dispoem na forma seguinre 8724|328. Este multiplicado por 13|5. gera no producto 117|7784280. do qual numero cortadas sette letras numericas da parte direita, como nelle se vè representado, a saber quatro por virtude do multiplicador 13|5. & tres por respeito dos 328. terc. que hà no numero da

mul-

multiplicação da risca para a mão direita que significaõ $\frac{328}{1000}$ de pè, fica o ditto numero 117|7784280.representando 117. braças inteiras, & $\frac{7784280}{100000000}$ de braça, ou se cortares as duas ultimas cifras hũa do numero decima, & outra do debaixo, fica o quebrado $\frac{778428}{1000000}$ que vem a ser na frase da Dizima 7. primos. 7. segundos, 8. terceiros 4. quartos, 2. quintos, 8. sextos. A razaõ deste modo de quebrados, & suas operaçoens se veja no Trattado da Practica da Arithmetica decimal, ou Dizima que vai junto com este, & a da regra que aqui havemos dado, no §. 19. da segunda parte Qualificativa.

Resta agora trattar da explicação, & uso da taboada n. 3. das medidas, de que falei no principio deste Capitulo, o que faço nos dous paragrafos seguintes.

§. 2.

Da explicaçaõ, & uso da Taboada n. 3.

A Taboada n. 3. contem 15. colunas de alto abaixo repartidas em casetas quadrangulares. Na primeira coluna da parte esquerda vaõ escritos os nomes de varias medidas em seus quadrangulos, & os mesmos nomes nas cabeceiras das outras 14. colunas, & nos quadrangulos intermedios os numeros das proporçoens de hũas medidas com as outras; o que com exemplos se declararà melhor.

EXEMPLO.

QUEREMOS saber quantas vezes o braço Florentino [medida de que usaõ Bonajuto Lorini, Jeronymo Cataneo, & outros] contem em si outras medidas mais pequenas, como o palmo geometrico, o nosso palmo craveiro, o pè geometrico, o de Rinthlanda, o Regio de França, o Portuguez, & o Veneziano. Buscaremos na coluna da margem esquerda o ditto braço Florentino, & logo se verà que no quadrangulo seguinte para a mão direita da coluna q̃ tem por titulo PALMO GEOMETRICO lhe respondẽ 2. $\frac{26}{27}$; palmos geom. & no outro mais adiante 2 $\frac{58}{71}$ palmos craveiros (que saõ os Portuguezes) conforme

 o ti-

o titulo da terceira coluna, & nos mais successivamente $2\frac{2}{9}$ pès geometricos; 2. de Rinthlanda; $1\frac{29}{40}$ Regios; $1\frac{187}{213}$ Portuguezes; $1\frac{2}{3}$ Venezianos; & as quantidades destas medidas se igualaõ entre si, de modo que tanto contem hum braço Florentino como $2\frac{26}{27}$ palmos geometricos, & como $2\frac{58}{71}$ palmos Portuguezes; $2\frac{2}{9}$ pès geometricos, &c. Ou tambem $2\frac{26}{27}$ palmos geometricos, tanto como $2\frac{58}{71}$ palmos craveiros, & como $2\frac{2}{9}$ pès geometricos, & como 2. pès de Rinthlanda, &c. semelhantemẽte se entenda das mais medidas.

VSO DA TABOADA.

PRoponhamos querer saber quãtos palmos Portuguezes respondem a 500. pés geometricos medida que Pedro Sardi assina ás Cortinas de Fortificaçaõ real. Buscaremos na coluna da parte esquerda a caseta, ou quadrangulo onde està escritto o pè geometrico; & logo para a mão direita o quadrãgulo que lhe responde debaixo do titulo /PALMO CRAVEIRO\ no qual acharemos que està escritto $1\frac{19}{71}$ que he sinal que o pè geometrico cõtem ao palmo craveiro hũa vez, & mais 19. partes de outro dividido em 71. por tanto multipliquemse os 500. pès por 1. palmo, & resultaráõ no producto 500. que se escreveràõ à parte, & logo multiplicando os mesmos 500. pello numero de cima do quebrado (o qual se chama numerador) que he 19. resultaõ 9500. os quaes repartidos pellos 71. (que he o numero debaixo do quebrado, & se chama denominador) sahe no quociente $133\frac{57}{71}$ os quaes juntos aos 500. q̃ tinhamos escritto â parte, faz tudo somma de $633\frac{57}{71}$ por tanto diremos que 500. pès geometricos fazem $633\frac{57}{71}$ palmos Portuguezes.

Isto he se quizermos saber quantas vezes a medida mayor qual he o pé geometrico cõtem a menor, qual he o palmo Portuguez.

Mas se quizermos reduzir os mesmos 500. pès geometricos a braços Florentinos, que he mayor medida, buscaremos na coluna da margem esquerda o quadrangulo do braço Florentino, & logo correndo para a maõ direita no quadrangulo que lhe responde debaixo do titulo |Pè GEOMETRICO| acharemos $2\frac{2}{9}$ pello que partiremos os 500. pès geometricos por $2\frac{2}{9}$ & sahirá no quociente o numero 225. que seraõ os braços Florentinos.

O modo de se partir hum numero inteiro qual he 500. por inteiro,

teiro, & quebrado qual he $2\frac{2}{9}$ he vulgar aos Arithmeticos, porèm para os que o não sabem servirá a regra seguinte.

Multipliquemse os 2. que he o inteiro pellos 9. que he o denominador do quebrado, & fazem 18. aos quaes ajuntando os 2. numerador do quebrado, faz tudo 20. que se guardaráõ á parte. Logo multipliquemse os 500. pès pellos 9. denominador do quebrado, & resulta no producto 4500. os quaes se repartão pellos 20. que tinhamos guardado à parte, & sahiráõ no quociente 225 que saõ os braços Florentinos que respondem aos dittos 500. pès geometricos.

Ponhamos por mayor clareza outros dous exemplos; o primeiro querendo reduzir medida mayor a menor; o segundo ao contrario.

Seja o primeiro que temos hũa Face de hum Baluarte de 24. vergas, quanto lhe assinaõ Fritach, & Dogen em Fortificaçaõ real, & queremos saber quantos pés Regios de França se incluem nas dittas 24. vergas; & porque acho na taboada no quadrangulo em direito da verga para a mão direita debaixo do titulo | PÉ REGIO DE FRANÇA | que a ditta verga contem $11\frac{1}{2}$ destes multiplicando as 24. vergas da Face do Baluarte pellos $11\frac{1}{2}$ resultará no producto 276. & tantos pès Regios diremos que se incluem nas dittas 24. vergas.

Seja o segundo exemplo querendo reduzir medida menor a mayor, a saber temos 52. passos geometricos por linha capital de hum Baluarte em Fortaleza hexagona; que tantos lhe assina Antonio de Ville, & queremos saber quantas braças Portuguezas lhe respondem. Busquese na coluna esquerda a braça Portugueza, & correndo para a mão direita atè o quadrangulo q̃ fica debaixo do titulo | PASSO GEOMETRICO | acharemos naquelle $1\frac{26}{45}$ por onde partindo os dittos 52. passos geometricos por $1\frac{26}{45}$ sahiràõ no quociente $32\frac{68}{71}$ que seraõ as braças Portuguezas.

O modo de se partirem 52 por $1\frac{26}{45}$ he na forma que temos ditto, a saber multipliquese o inteiro 1. por 45. denominador do quebrado, que faz os mesmos 45. & a este numero se ajunte o numerador 26. & seraõ 71. que se guardaràõ á parte para despois servirem de partidor; & logo multipliquemse os 52. passos pello denominador do quebrado 45. resultaràõ no producto 2340. este numero partiremos pellos 71. que se tinhaõ guardado á parte,

& sahiràõ no quociente $32\frac{68}{71}$ que saõ as braças Portuguezas respondentes aos dittos 52. passos geometricos.

Alargueime nestes exemplos porque Eu escrevo principalmente para os que não sabem, & aos scientes não faltaráõ nesta obra separadamente da practica pontos em que possaõ empregar sua contemplaçaõ,&na mesma practica novidades uteis,& necessarias atègora não achadas.

§. 3.

Da proporção, & reducçaõ das medidas sobredittas em inteiros, & quebrados da Dizima, ou Arithmetica decimal.

PARA melhor intelligencia do que aqui disser he necessario aos que não estiverem na practica da Arithmetica decimal, & quizerem saber o q̃ se propoem neste §. que primeiro vejaõ o compendio que daquella vai junto com esta obra.

Para reduzir os quebrados annexos aos inteiros, que vaõ dentro nas casetas quadrangulares da taboada n. 3. a quebrados da Dizima, se devem acrescentar ao numerador do quebrado, hũa, duas,tres,quatro,ou cinco cifras,conforme quizermos reduzillos a primos,segundos, terceiros, &c. & o ditto numerador assim acrescentado com as cifras se partirá pello denominador do quebrado,& o que sahir no quociente será o quebrado reduzido a primos,segundos,terceiros,&c.

EXEMPLO.

POR quanto na taboada hum braço Florentino contem 2. pés & $\frac{2}{9}$ geometricos, querendo saber os $\frac{2}{9}$ quantos primos, segundos, &c. fazem, acrescentando ao numerador do quebrado cinco cifras (puderase acrescentar sòmente hũa senão quizeramos approximar mais que atè primos, ou duas se quizeramos sô atè segundos,&c.)& ficarà composto o numero 200000. o qual partido por 9. denominador do quebrado dá no quociente 2. 2.2.2.2. & assim diremos que hum braço Florentino contem 2. pès geometricos,& mais 2 ① 2 ② 2 ③ 2 ④ 2 ⑤; isto he $2\frac{22222}{100000}$, q̃ por

outro

outro modo se escreve na Dizima apartando o num. inteiro do quebrado com hũa risca de alto abaixo nesta forma 2|22222. por onde querendo saber por exemplo 40. braços Florentinos quãtos pès geometricos contem multiplicaremos 40. por 2|22222. cõforme o que se diz na practica da Dizima, & resultarà no producto o numero 88|88880.

Mas se quizermos reduzir medida menor a mayor, partiremos a tal medida menor pello numero que se contem na medida mayor, & o que sahir da partiçaõ será a medida mayor.

EXEMPLO.

QUeremos reduzir 483. pès geometricos a braços Florentinos; & porque já está achado q̃ em hũ braço Florentino se contem 2|22222. pès geometricos, repartiremos os 483. pès pellos dittos 2|22222. acrescentando primeiro cinco cifras aos 483. para q̃ se possa fazer a partiçaõ, como havemos advertido na Dizima, & resultará o numero q̃ se há de partir 48300000. de cuja partiçaõ sahiràõ no quociente 217. inteiros, & sobejaõ por partir 77826. ao qual numero acrescentando hũa, duas, tres, ou mais cifras, & tornandoo a partir assim acrescẽtado pello mesmo partidor, sahiráõ 3① 5② 0③ 2④ 2⑤ quasi; por onde diremos que 483. pés geometricos contem 217. braços Florentinos, & mais 3① 5② 0③ 2④ 2⑤ de braço; isto he $217\frac{35022}{100000}$ ou escritto pella practica da Dizima 217|35022.

NOTA.

O QUE expliquei acerca da taboada das medidas num. 3. nos paragrafos 2. & 3. deste Capitulo naõ he necessario para o nosso Methodo de Fortificar, nẽ para os calculos das mediçoens das muralhas, & Fossos, porque o que basta saber das medidas, & suas reducçoens he o que ensino no §. 1. antes nem em rigor todas as regras que allí dou quando saõ diversas para hum mesmo effeito; pois entaõ basta hũa dellas de que cada hum póde escolher a que mais lhe agradar.

Mas trago a ditta taboada (que ha annos tenho composto) para os que forem mais curiosos, & quizerem combinar as medidas

das de que huns Autores usaõ em suas Fortificaçoens com as de outros,& com as nossas, da qual taboada,& sua explicaçaõ presumo que gostaráõ tambem os scientes por verem sua exacçaõ, & não andar isto escritto nesta forma,mas sòmẽte a combinaçaõ de algũas em hũa mesma Provincia,ou com algũas de outras, de que não usaõ Autores da Fortificaçaõ.

Naõ puz na taboada o braço Milanez,tres dos quaes inteiraõ hum passo geometrico conforme Pietro Ruggiero na sua Fortificaçaõ liv.2.cap.4. mas declaro-o aqui para q̃ se saiba que segũdo a proporçaõ que este Autor lhe assina, he mais pequeno que o Florentino de que se tratta na taboada.

O pé Romano antigo conforme Mersenno[r] he menor por 14 linhas que o Regio de França,a saber se este contem 144. linhas, ou particulas,consta o Romano antigo de 130.ou aquelle de 72. este de 65. [se bem Congio Farnesiano, & delle Villalpando refere outro pè Romano mais pequeno] & como quer que o Rinthlandico tenha 138.linhas das 144.do Regio [sem embargo de os Hollandezes,& com elles Dogen[s] terem que saõ iguaes] pois semelhante he a razaõ dos numeros da taboada entre o Rinthlãdico & Regio, vem a ser o Rinthlandico mayor que o Romano antigo por 8. linhas, ou particulas das 144. do Regio; mas o pè Portuguez tem $146\frac{27}{100}$ & por tanto he mayor que o antigo Romano por $16\frac{27}{100}$ linhas das que este tem 130.

[r] In cogit.physico Math. prop.1.

[s] Lib.1.cap.4. pag.31. editionis latinæ.

Falei no pè antigo Romano (posto que me não lembre que Autor algum use delle nas Fortificaçoẽs modernas) por haver sido medida celebre em Escrittores antigos, & por elle ser fabricado o Capitolio Romano; para que se saiba a proporção q̃ tem com o Regio,Rinthlandico,&Lusitanico,& por esta noticia quẽ quizer investigar a que tem com as mais medidas da taboada.

CAP. XII.

Do modo com que se desenhaõ practicamẽte os Polygonos regulares no terreno.

COnsiderado o sitio em que convem ficarem situados os angulos flanqueados dos Baluartes, & permittindo formarse figura regular se forme com o instrumento, ou com a fitta gradual

dual descripta no Capitulo 5. pello modo que se disse no Capitulo 6. hum angulo igual ao da figura que se quer fortificar segundo o numero dos Baluartes, & lados que se tiver assentado haja de ter a Praça, ou Forte regular, conforme o sitio, & grandeza de que se quer fazer, attendendo á importancia do lugar, & guarniçaõ que nelle pode o Principe empregar assim ordinaria, como no tempo em que tema invasaõ; o qual angulo igual ao da figura, se deve formar precisamente, onde se tiver assentado que há de ficar o angulo flanqueado, ou ponta de hum Baluarte.

Dalli seguindo as linhas, que formaõ o angulo no Instrumento, ou pernas da fitta gradual, se estendaõ do mesmo ponto dous cordeis para hũa, & outra parte por tanto espaço, quanto se determinar que seja cada lado do Polygono, ou figura exterior, & não havendo cordeis taõ grandes, ou sendo difficil pello embaraço, que causaõ em razaõ do grande comprimento, que os faz embrulhar facilmente, & tambem porque o peso do cordel quando he demasiadamente comprido causa as medidas incertas, principalmente havendo vento, puxandose mais, ou menos por elle, quando se desenha hum lado, do que quando se desenha outro; se deve usar do borneo com piques, que sirvão de baliza para com hum mesmo cordel de moderado comprimento ir seguindo a linha direita atè a quantidade de pès que se determinar a cada lado do Polygono exterior.

Alguns usaõ de cadea com fuzís de verga de ferro cada hum da quantidade de hum pè, ou palmo, & toda a cadea de certo numero delles, unidos por meyo de argolinhas de lataõ, ou semelhãte traça; presumindo que se tomarão assim as medidas mais certas, por não se estender a cadea com a menor, ou mayor força nem se encolher com a chuva.

Porèm a experiencia me tem mostrado que não saõ de melhor uso estas cadeas que o cordel; porque não deixaõ de se embaraçar, torceremse os fuzìs, & encurvaremse quando se querem estender em razão do peso, ainda que se lhe applique força; nem o vento deixa de fazer nellas bastante impressaõ para as desviar do caminho direito.

O que melhor hei achado he hum cordel de pedreiro de que se tenha usado bastantemente nas obras; que muitas vezes fosse já molhado, & esteja bem estendido. Por esta razaõ me parece será *(Cordel de pedreiro, & linha de pescador bõs para o desenho no terreno.)*

ainda

ainda melhor hũa linha de pescador das que fazem do mais fino linho,ou linhas torcidas,de que já se tenha bastantemente usado.

Fig.6. Desenho da figura no terreno.

Tomadas pois as medidas do comprimento que houver de ter cada lado dos que formaõ o angulo, que vem a ser já dous lados do Polygono exterior como B A, B G do Pentagono por exemplo A B G H I se passe com o Instrumento, ou fitta ao extremo de hum delles, a saber ao ponto A, & allí se obre semelhantemẽte, formando com o ditto Instrumento, ou fitta gradual o angulo B A I igual ao primeiro A B G servindose da linha B A (já lãçada cõ o cordel,ou riscada no terreno com a picareta) & da nova linha A I, valendose do borneo dos piques; porque não haja engano na direitura da linha BA jà riscada.Semelhantemente se vá continuando com os mais angulos,& lados da figura determinada,lançando as mais linhas I H,H G que formem iguaes angulos aos primeiros.

NOTA.

ADvirto que ainda que o ultimo angulo I H G se pudera formar sem Instrumento; pois a medida de cada lado tomada em hum cordel,& posto este com hum extremo no ponto G & outro igual cordel no ponto I, viriaõ com os outros extremos a ajuntarse no ponto H formando o ultimo angulo I H G, & ainda os dous angulos A I H, B G H; todavia isto serà certo na theorica, ou no papel; mas na campanha tem grande difficuldade de se obrar pella grandeza dos cordeis que se embaraçaõ, curvaõ com o peso, & vento, & principalmente pella desigualdade do sitio cheyo de mato, & pedras em que pegaõ os cordeis, não se podendo obrar com elles livremente esta formatura de angulo: assim que o melhor caminho para descrever a figura regular he buscando todos os angulos pello Instrumento, ou fitta gradual, de que já tambem havemos apontado o modo no Capitulo 6.

CAP.

CAP. XIII.

Da grandeza dos lados, & angulos dos Polygonos que admittimos para se fortificarem regular, ou irregularmente.

PRimeiro que trattemos deste ponto he necessario advertir que o nosso Methodo (cuja noticia intento escrever) tem tres proporçoens; de qualquer das quaes se pòde usar, & ainda q̃ hei de trattar em primeiro lugar da primeira, como se verà no Capitulo seguinte; todavia me inclino mais á segunda proporçaõ de que se trattará no Capitulo 45. sendo que qualquer dellas me parece excellente; pello q̃ devemos fazer distinção dos lados, & angulos dos Polygonos que admittimos para se fortificarem segundo cada hũa das proporçoens. Neste Capitulo trattamos das que admittimos para a primeira; no Capitulo 45. para a segunda; no Capitulo 47. para a terceira.

O mais pequeno lado de Polygono exterior que admittimos para se fortificar com Baluartes inteiros segundo o Methodo, & proporçaõ do Capitulo seguinte he de 200. pés Portuguezes: o mayor de 1000.

O menor lado do Polygono exterior para se Fortificar com Baluartes inteiros por nosso Methodo.

Se obrigar a necessidade por melhorar algum Baluarte no sitio, ou por não arruinár edificios, ou por não multiplicar gastos, ou por escusar mais algũ corpo de Baluarte, meyo Baluarte, Redente, ou outro semelhante, o permittirei atè 1100. pés segundo o Methodo, & proporçaõ do Capitulo seguinte.

Naõ o admitto mayor porque os nossos pès saõ mayores que Rinthlandicos ainda que pouco, & mayores que os Geometricos, ajustandose quasi com os Regios de França, & he necessario attender ao tiro vehemente de mosquete, que he a distancia segundo a qual as partes defendidas devem ficar mais apartadas das defendentes, & daqui para baixo.

O mayor lado.

E quanto seja o alcance vehemente de mosquete pello qual se regula a linha da defensa fixante temos trattado largamente na Hercotectonica. Aqui basta fallar nos Polygonos exteriores, & saberse que a respeito do mayor lado que admittimos he tambem por nós admittida a linha Fixante segundo o tiro vehemente de mosquete.

Em admittir o menor lado de Polygono exterior de 200 . pés ſigo quaſi o meyo entre Adam Fritach, & Nicolao Goldman ; aquelle que o admitte de 180. eſte de 230. ou 231.

Tomo indifferentemente os noſſos pès pellos Rinthlandicos, de que uſaõ Adam Fritach, Andre Cellario , Dogen, Goldman, Dilichio,& outros muitos: os Rinthlandicos pellos noſſos ; pois ainda que 100. pès Portuguezes de palmo & meyo craveiro cada hum [de que hoje ſe uſa geralmente nas noſſas Fortificaçoens] façaõ 106 $\frac{1}{2}$ dos de Rinthlanda;com tudo na practica não he neceſſario eſcrupulear eſta differença. Quem quizer póde , mediãte aquella proporçaõ,reduzir huns a outros.

Proporção dos pès Portuguezes, & Rinthlandicos.

Tambem tomo indifferentemẽte os noſſos pès pellos Regios de França, ou vice verſa;que quaſi ſe ajuſtaõ huns & outros,como ſe vè da taboada n.3.das medidas.

Mas para Fortes de meyos Baluartes admittem Fritach,&Dogen no mais pequeno 6. Vergas de lado de Polygono interior, q̃ ſaõ 72. pès;a que reſpondem conforme ſua fabrica 98$\frac{91}{100}$ que ſaõ quaſi 100. pès de Polygono exterior; o que inveſtiguei por calculo.

Porèm Goldman o não admitte no mais pequeno Forte de meyos Baluartes de menos de 120.pès; à que reſpondem de lado exterior (conforme ſua fabrica) quaſi 172$\frac{1}{2}$ como conſtará a quem o calcular.

Naõ deixa com tudo Fritach , & outros de querer fazer tambem Fortes quadrados de Baluartes inteiros nos 72. pès de Polygono interior como ſejaõ applicados a Trincheiras,& em campanha por algum tempo em hum ſitio. Não trattamos agora deſte ponto por ſer aqui eſcuſado.

Reſolvemos pois que o mais pequeno Forte de Baluartes inteiros ſeja de 200. pès de lado de Polygono exterior ſe ſe obrar pella proporçaõ do Capitulo ſeguinte ; o mayor de 1100. para Praça Real, Villas,&Cidades grandes; porque de ſer mais pequeno que de 200 . reſultariaõ os corpos , & ſuas partes muito pequenos;de ſer mayor que de 1100. demaſiadamẽte grandes;& as defenſas muito largas fóra de tiro vehemente de moſquete . O meſmo ſe entende em hum Polygono irregular,a ſaber que o menor lado exterior não baixe de 200. pés, o mayor não ſuba de 1100.

Porèm

Porém he de advertir que sempre será bom que não fique hũ lado de 200. junto de hum de 1100.ou de 1000. porque he grãde a differença entre hum, & outro,& naõ ficarà tam proporcionada a fabrica como convem; pois hum lado cinco vezes tanto como o outro,qual he o de 1000. a respeito de 200. ficando jũtos causaõ grande desigualdade nas partes do Baluarte applicado ao angulo formado pellos dittos lados:por tanto serà melhor que neste caso se dè algũa volta ao desenho cortando,ou acrescentãdo o sitio de modo que venhaõ a ficar os lados menos desiguaes, atè que o menor não seja menos que o terço do mayor;como por exemplo se o mayor for de 1000.não seja o menor proximo a elle de menos de 333 $\frac{1}{3}$ daqui para cima sim.

Com tudo em caso de necessidade por naõ destruir a Villa,ou Praça que se intenta fortificar, ou por não deixar de occupar sitios importãtes para Baluartes,ou por evitar que algum cáya em algum baixo,onde fique cõdennado de Padrasto exterior;ou por outra justa,& inevitavel causa,se póde permittir o lado do Polygono exterior de 1000. pés junto ao de 200. principalmente se a Fortificaçaõ que se accõmodar no de 200. ficar em sitio onde possa escusar grossuras de sustancia por não ter contra si bateria como no Castello de Montemor o novo, & no Forte de S. Luis Gonzaga de Setuval;que se obraõ por desenho meu;porque entaõ sem duvida se podẽ fortificar estes dous lados proximos posto que hum seja quintuplo do outro;& sempre em qualquer caso ficaráõ as partes do Baluarte proporcionadas ao lado do Polygono exterior a que respondem como se verà.

E porque este Trattado he sómente hum resumo, quem quizer ver mais particulares razoens do sobreditto consulte a nossa Hercotectonica acerca da linha da defensa fixante, que resulta mayor,ou menor da diversidade dos lados dos Polygonos.

No que toca aos angulos das fig. irregulares o mais pequeno que admittimos para se poder fortificar com Baluarte he de 86. gr. Puderamos admittilo de 83. gr. 32.min. porque ainda assim ficaria o angulo flanqueado de 60. gr. justos segundo a nossa fabrica da primeira proporçaõ que declararemos no Capitulo seguinte, a não ser que em tal caso resultariaõ as Demigollas, & Gosier,mais pequenos do que convem. Por esta razão o não admittimos de menos de 86.gr.porque assim resultão bastãtes Demigollas,

O menor angulo da figura para se fortificar cõ Baluarte inteiro pello Methodo do cap.14 seja de 86.gr.

migollas,& Gosier, & o angulo flanqueado de 62. gr. 28. min. como se verà na segunda parte §.8.

Ainda nesta particularidade realça mais a excellencia deste novo Methodo que no Capitulo 14. seguinte havemos de propor porque naõ admittindo os Autores angulo de Polygono de menos de 90. gr.para se fortificar com Baluarte inteiro, nos dá lugar a se admittir de 86.gr.ficando o angulo flanqueado de 62. gr. 28.min.& bastantes Demigollas,& Gosier, sendo que admittimos com a resoluçaõ commũa angulo flanqueado de 60.gr.por ultimo termo menor; de menos não: sem embargo da doutrina do Capitaõ D. Diogo Henriquez de Vilhegas nosso Portuguez; que o admitte [r] de 40.gr.cujos fundamentos havemos impugnado, & desfeito na Hercotectonica.

[r] Na Acad.lib. 2.cap.9.§.3.

SCHOLIO.

DEvese advertir que o que digo neste Capitulo resolvendo que o mais pequeno Forte de Baluartes inteiros seja de 200. pès de lado de Polygono exterior se entende sòmente para Forte quadrado, & pentagonico se a figura for regular;ou quando mais para hum meyo Hexagono, que se costuma applicar na passagem de hum rio;pois nũqua convem fazelo de lados taõ pequenos se a figura for de mayor numero delles;por quanto neste caso requere mayor guarniçaõ, & por tanto mayores lados que de 200. pès para a valentia dos corpos da Praça fortificada; não sò para a quantidade da gente; porque a isto se podia responder que a Praça de 6.lados da mesma grandeza de 200. pès he em sua capacidade mayor que a de 4. ou 5. lados.

Para o irregular se podem permittir alguns lados de 200. pés ainda que a figura seja de muitos mais que de cinco pellas razoẽs que no Capitulo 13. aponto.

Tambem advirto que ainda que a figura irregular se póde fortificar obrandose por qualquer das tres proporçoens, ou modos que daremos; hum no Capitulo 14.com as circunstancias declaradas no Capitulo 15. outro no 45. & o terceiro no Capitulo 47. com as dittas circunstancias; todavia se póde tambem fazer hũa mistura de todos tres na forma declarada no Capitulo 48. observando sempre a doutrina do Capitulo 15.porque das tres di-

diversas proporçoens declaradas nos dittos tres Capitulos accomodadas em sua conta resultará hum excellente effeito; bem assim como de tres diversos materiaes em sua proporçaõ resulta o maravilhoso composto da polvora.

Mas como tambem resulte excellente effeito ainda que no irregular se obre sòmente por qualquer das proporçoens declaradas nos dittos Capitulos com as circunstancias do 15. cada hũa das quaes serve de per-si para o regular, por tanto proporei toda a doutrina que escrevo sobre o primeiro modo proposto no Capitulo seguinte,&despois trattarei da segũda,& terceira proporçaõ nos Capitulos 45. & 47. sem embargo que Eu me inclino mais à segunda declarada no Capitulo 45. pello que quem assim se inclinar,pòde despois de ver a doutrina do Capitulo 14.&15. usar em suas fabricas do ditto Capitulo 45. assim para o regular, como para o irregular,quando não queira fazer a mistura ensinada no Capitulo 48. que me parece fica ainda com melhor qualidade.

Se se me puzer por objecçaõ que pois me inclino mais à proporçaõ do Capitulo 45. a devia propor em primeiro lugar; respondo que por duas causas o não fiz. A primeira porque como todas tres saõ excellentes, fica no gosto de cada hum escolher a que quizer sem respeito à minha inclinaçaõ. A segunda porque como a do Capitulo 14. foi a primeira que achei, em segundo lugar a do Capitulo 45. em terceiro a do Capitulo 47. as dispuz na mesma ordem.

CAP. XIV.

Como se devem desenhar na Cãpanha os Fortes, & Praças regulares por hũa facillima practica, & bem apurada proporção de invento proprio.

DEsenhado no terreno o Polygono exterior segũdo a doutrina do Capitulo 12. que seja por exemplo o Quadrado A B C D cujos angulos se devem accomodar, onde querem q̃ fiquem os dos Baluartes, se tome a quarta parte de cada lado do Polygono, a saber B H, A L para cada hũa das sobre-faces. Dos pontos L,H se levantem sobre A B as perpendiculares L I, H F que

Fig. 16. A

Primeiro Methodo de fortificar do lado do Polygono exterior para dentro.

que sirviráõ de Flancos prolongados;& logo diremos de que medida conforme for a figura. Do ponto I até F se lançará a Cortina I F. Dos Flancos prolongados L I, H F se cortem as Extensoens dos Flancos L O, H E, que tambem se dirá de que quantidade conforme a figura;& do ponto A até O de B atè E se lancem as Faces A O, B E; & os Flancos seraõ O I, E F. Semelhantemente se obre com os mais lados do Polygono exterior para se acabarem de formar os Baluartes,& Cortinas,com as proporçoẽs seguintes.

No Quadrado.

Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Fig.16.A Flanco prolongado L I $\frac{7}{12}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{5}{14}$ do Flanco prolongado L I.

No Pentagono.

Fig.17. Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{2}{3}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I.

No Hexagono.

Sobreface A L do lado do Polygono exterior A B.
Fig.18. Flanco prolongado L I $\frac{4}{5}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I.

No Heptagono.

Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Fig.19. Flanco prolongado L I $\frac{9}{10}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado L I.

No Octogono.

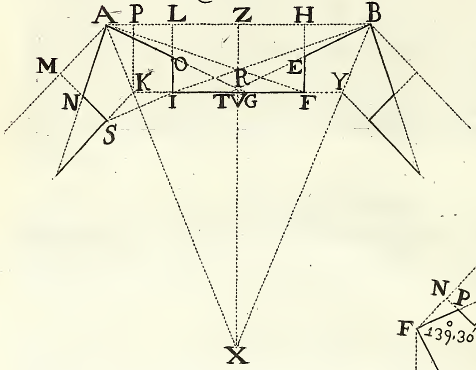
Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Fig.20. Flanco prolongado L I igual à Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado L I.

No Enneagono, & mais figuras até a de 30. lados inclusive.

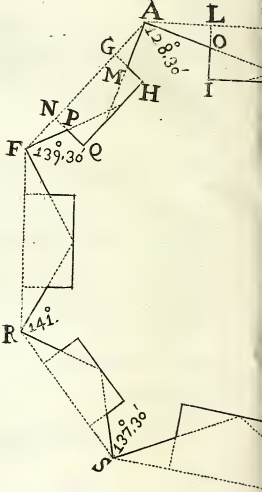
Fig.21. Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.

Flanco

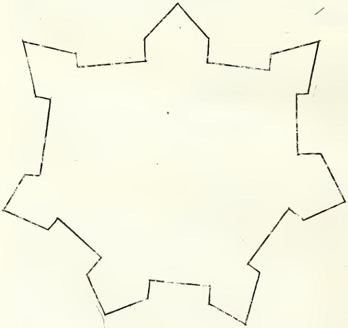
Figª 20



Figu

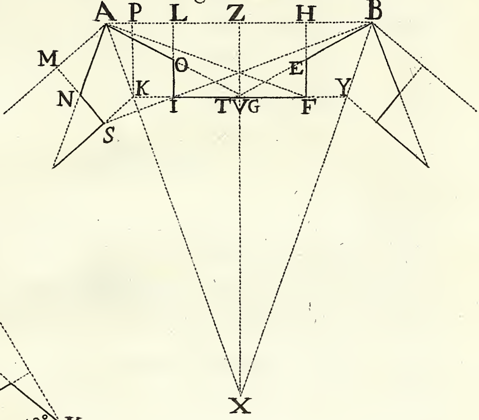


Figª 22. B



René bietry et Manuel Mé

Fig.ª 21



22 A

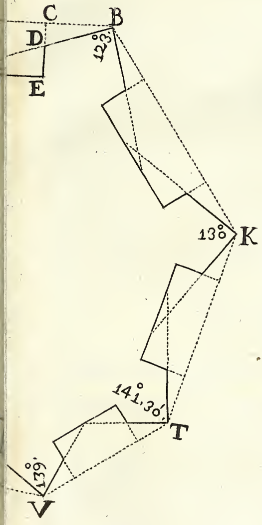
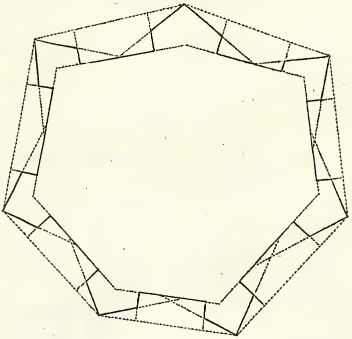


Fig.ª 22 C



fecit

III

Flanco prolongado L I $\frac{10}{9}$ da sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado L I.

Na figura de 31, lados até a linha recta inclusivé.
Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{5}{4}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{5}{9}$ do Flanco prolongado L I.

NOTA.

POsto que a proporçaõ do Enneagono serve tambem para as figuras seguintes atè a de 30. lados inclusivè; todavia quem quizer pòde usar da proporçaõ do Octogono no Enneagono, Decagono, & Undecagono, & entaõ na figura de 12. lados, & seguintes atè a de 30. inclusivè, seguir a proporçaõ que acima se declara para o Enneagono, & mais figuras atè a de 30. lados; & na de 31. & seguintes atè a linha recta inclusivè, usar da que se tẽ proposto para estas figuras. Na linha recta se entende por lado de Polygono exterior a porçaõ imaginaria entre as pontas de dous Baluartes proximos. Vejaõse os §§. 4. 5. 6. 7. da segunda parte Qualificativa.

CAP. XV.

Como se desenhaõ na Campanha os Fortes, & Praças irregulares pella mesma facillima practica, & apuradissima proporçaõ.

AJustado no terreno o Polygono exterior irregular que deve servir de termo às pontas, ou angulos dos Baluartes, o que se faz muito mais facilmẽte que os Polygonos regulares; pois se elegem sòmente os lugares, ou pontos em que parece mais conveniente ficarem as dittas pontas dos Baluartes, & de ponto a pòto riscada, ou imaginada linha fica descripto o Polygono irregular que supponhamos ser hum Octogono.[r] [r] Fig.22.A

Examinese com o instrumento, ou com a fitta gradual segundo a doutrina do Capitulo 6. cada hum de seus angulos para se saber de quantos gr. he, & por tanto a que angulo de figura regular

gular se approxima mais; como por exemplo examinando o angulo A supponhamos q̃ se achou de 128. gr. 30. min. que se chega mais ao angulo do Heptagono regular que de qualquer outra figura, segundo a doutrina do Capitulo 2. & se vé da taboada numero 1. de que se faz mençaõ no fim do Capitulo 3.

Vejase logo que angulo dos collateraes he precisamẽte igual, ou menor proxima, ou remotamente que o ditto angulo A, & suponhamos q̃ o angulo B achado de 123. gr. que se ajusta mais ao de Hexagono. Devese logo o angulo A fortificar para a parte do angulo B, como angulo de Hexagono, posto que seja de Heptagono; porque a regra he que o angulo mayor se fortifique como o menor collateral daquella banda; assim que por ser o angulo B de Hexagono se há de accõmodar a elle o angulo A posto q̃ seja de Heptagono, que he mayor que de Hexagono; mas o angulo B menor fortificarse segundo a sua mesma figura a saber tãbem como de Hexagono a que mais se approxima q̃ ao de outra.

Por onde conforme o ditto no Capit. 14. acerca do Hexagono se tome.

A Sobreface A L $\frac{1}{4}$ do lado exterior A B.

O Flanco prolongado L I $\frac{4}{5}$ da Sobreface A L.

A Extensaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I.

Semelhantemente se fortifique o angulo B da parte do angulo A a saber.

B C $\frac{1}{4}$ do lado exterior B A.

C E $\frac{4}{5}$ da Sobreface B C.

C D $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado C E.

O Flanco D E fica os $\frac{3}{5}$ do prolongado C E assim como acima ficava o Flanco O I $\frac{3}{5}$ de L I por se haver tomado L O $\frac{2}{5}$ de L I.

Vejase logo o angulo F o qual porque se acha com o instrumento, ou fitta gradual de 139. gr. 30. min. he proximo ao angulo do Enneagono figura de 9. lados; mas nẽ por isso se deve fortificar como a tal figura, antes da parte que olha para o angulo A se há de fortificar como de Heptagono; a q̃ mais se approxima o ditto angulo A pois havemos ditto que o mayor se deve accõmodar á qualidade do menor seu collateral; & o mesmo A fortificarse tambem como de Heptagono da parte que olha para F. Seguindo pois a doutrina do Capitulo 14. no Heptagono serà.

A Sobreface A G $\frac{1}{4}$ de A F.

O Flanco

O Flanco prolongado G H $\frac{9}{10}$ da Sobreface A G.
A Extensaõ do Flanco G M $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G H, & fica o Flanco M H $\frac{5}{9}$ do mesmo Flanco prolongado G H.

Do mesmo modo.

F N $\frac{1}{4}$ de F A.
N Q $\frac{9}{10}$ de F N.
N P $\frac{4}{9}$ de N Q.
P Q fica $\frac{5}{9}$ do mesmo Flanco prolongado N Q.
O angulo R se fortificará para a parte de F como o mesmo angulo F mais pequeno a saber como de Enneagono a que mais se aproxima o angulo F, mas para a parte do angulo S se fortificará como este mesmo; o qual por ser de 137. gr. 30. minut. que fica precisamente no meyo entre angulo de Octogono, & Enneagono se deve já fortificar como de Enneagono conforme apontaremos na seguinte nota.

Semelhantemente se deve proceder com os mais angulos da fig. Mas sobre a doutrina sobreditta se torne a ver a exceiçaõ que trazemos no Scholio 3. adiante.

NOTA I.

SE o angulo menor que se achar na figura irregular for de menos de 90. gr. a saber de 86. gr. inclusivè atè 90. & daqui atè 99. exclusivè fortificarsehâ como de Quadrado; porèm se chegar a 99. gr. que fica precisamente no meyo entre angulo de Quadrado (que he de 90. gr.) & o de Pentagono (q̃ he de 108.) ou passar dos dittos 99. atè 108. fortificarsehá jà como angulo de Pentagono.

Se o menor angulo da figura irregular for de Pentagono (que he de 108.) & dahi para cima, mas de menos de 114. fortificarsehá como de Pentagono.

Porém se chegar a 114. gr. que fica precisamente no meyo entre o angulo de Pentagono de 108. & o de Hexagono de 120. ou passar dos dittos 114. atè 120. gr. fortificarsehà jà como angulo de Hexagono q̃ he à mayor figura seguinte ao Pentagono.

Se o menor angulo da figura irregular for de Hexagono que he de 120. gr. & dahi para cima, mas de menos de 124. gr. 17.

 min.

min. 8. seg. fortificarsehà como de Hexagono; porèm se chegar a 124. gràos 17. min. 8. seg. que fica no meyo entre o angulo de Hexagono de 120. & o de Heptagono de 128. gràos 34. min. 17. seg. ou passar dos dittos 124. gráos 17. min. 8. seg. atè os dittos 128. gr. 34. min. 17. segund. fortificàrsehà já como angulo de Heptagono que he a mayor figura seguinte ao Hexagono.

Se o menor angulo da figura irregular for de Heptagono, que he de 128. gr. 34. minut. 17. seg. & dahi para cima, mas de menos de 131. gr. 47. min. 9. seg. fortificarsehâ como de Heptagono; porém se chegar aos dittos 131. gr. 47. min. 9. seg. que he o meyo entre o angulo de Heptagono de 128. gr. 34. min. 17. seg. & o de Octogono de 135. gr. ou passar dos dittos 131. gr. 47. min. 9. seg. atè 135. gr. fortificarsehá já como angulo de Octogono que he a mayor figura seguinte ao Heptagono.

Se o menor angulo da figura irregular for de Octogono que he de 135. gr. & dahi para cima, mas de menos de 137. gr. 30. min. fortificarsehá como de Octogono; porèm se chegar a 137. gr. 30. min. que he o meyo entre o angulo de Octogono de 135. gr. & o de Enneagono de 140. ou passar dos dittos 137. gr. 30. min. atè 140. angulo do Enneagono, ou quanto quer que mais passe dos dittos 140. gr. atè 168. que he o angulo da figura de 30. lados, ou atè 168. gr. 11. min. 37. seg. que he o meyo entre o angulo da figura de 30. & o da figura de 31. fortificarsehá como de Enneagono. Porém se passar dos dittos termos atè 180. gr. inclusive em que jà cessa o angulo fortificarsehá pella proporção da fig. de 31. lados.

De modo que em sustancia vem a ser o conteudo nesta nota por menos palavras que tanto que o valor do angulo da figura irregular chegar ao valor dos gráos, ou gràos, & minutos que ficaõ precisamente no meyo entre os do valor dos angulos de duas figuras proximas na serie numerica, fortificarsehâ já como angulo da figura do mayor numero de lados das duas proximas. Porèm especifiquei-o taõ miudamente; porque o meu intento he que todos percebaõ o que digo.

NOTA II.

DEvese notar que tanto que os angulos chegaõ ao do Enneagono, todos dalli para cima atè a figura de 30. lados se for-

fortificaõ de hum modo, segundo a doutrina do Capitulo 14.& assim ainda que cada hum dos angulos se accommoda com o seu collateral mais pequeno; se elles chegaõ, ou passaõ do valor do angulo do Enneagono atè o da figura de 30. lados inclusivè todos se devem fortificar na mesma forma, posto q̃ huns sejaõ muito mayores que outros. O mesmo se entende com a proporçaõ q̃ serve de 31. lados para cima ainda cessando os angulos quando os Baluartes assentaõ sobre linha recta.

NOTA III.

POsto que o ditto neste Capitulo bastava para a intelligencia do modo com que se deve proceder no desenho da Fortificaçaõ irregular segundo nosso Methodo; todavia por respeito dos que menos percebem, me pareceo trazer outros exemplos, pellos quaes se lhes facilite: juntamente por mostrar a excellente symmetria, com que fica fortificado qualquer Polygono irregular. Seja pois o segundo.

EXEMPLO.

SUpponhase hum Pentagono irregular o que se quer fortificar por este Methodo; no qual o menor angulo G he de 98. gr. que não chega ao meyo entre angulo de Quadrado, & de Pentagono: por tanto se vé na figura fortificado o ditto angulo G como de Quadrado pella regra do Capitulo 14. Fig.23.

O angulo H posto que muito mayor a saber de 141. gr. 30. min. se fortificou da parte do angulo G tambem como de Quadrado por quanto o mayor se há de accõmodar á regra do seu collateral menor daquella banda que olha para elle.

O angulo F posto que de 99. gr. 30. min. pella qual razaõ se fora o menor da figura se pudera jà fortificar como de Pẽtagono cóforme o ditto na primeira nota acima; cõ tudo por se haver de accõmodar à regra do seu menor collateral G, se hà de fortificar tambem como de Quadrado daquella parte que olha para o ditto angulo G.

O angulo H da banda que olhá para o seu collateral menor B se deve fortificar como de Pentagono; pois o menor B de 102. gr.

passa jà de 99. gr. meyo entre o de Quadrado, & o de Pentagono; por tanto se há de fortificar como tal,& a elle accõmodarse o mayor collateral H.

O angulo B se há de fortificar para a parte do angulo A tambem como de Pentagono; pois se há de accõmodar com o ditto angulo A seu menor collateral;que por ser já de 99. gr. se deve fortificar como de Pentagono da parte que olha para o mayor collateral B.

O angulo A da parte que olha para o angulo F se deve tambẽ fortificar como de Pentagono;pois chega já a 99.gr.& o collateral F he mayor que se deve accõmodar com o seu collateral menor A.

O angulo F da parte que olha para o angulo A se deve fortificar como de Pentagono;pois se há de accõmodar com o menor collateral A que já se deve fortificar como de Pentagono.

O mesmo angulo F da parte do angulo G se deve fortificar como angulo de Quadrado; pois se deve accõmodar ao seu menor collateral G que por não chegar a 99. gr. se fortificou como de Quadrado.

Semelhantemente se obrarà com qualquer outra figura irregular; advertindo que não admittimos angulo de menos de 86. gr. para se fortificar com Baluarte inteiro a respeito da Demigolla naõ resultar menor que o Flanco;pois neste caso em que fortificarmos hum angulo de 86. gr. resultará conforme esta nossa fabrica a Demigolla igual ao Flanco;como por exemplo supponḋo o lado do Polygono exterior 864. pés,serà o Flanco de 81.& a Demigolla 80|9. prim. menor sómente que o Flanco pella decima parte de hum pè, cousa totalmente insensivel nesta practica.

OVTRO EXEMPLO.

Fig. 24. SEJA dado hum Heptagono irregular,cujos angulos se vem notados com seus numeros. Neste se deve fortificar o lado A B como de Hexagono;pois o angulo A chega a 114.gr. que he o meyo entre o de Pentagono, & Hexagono, & o angulo B mayor se deve accõmodar ao seu collateral menor A, a saber.

A L a quarta parte do lado A B.

L I $\frac{4}{5}$ da Sobreface A L.

L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I,
& reſtará o Flanco O I $\frac{3}{5}$ do Flanco prolongado L I.

Do meſmo modo.

B C a quarta parte de B A.
C E $\frac{4}{5}$ de B C.
C D $\frac{2}{5}$ de C E.
& fica o Flanco D E $\frac{3}{5}$ de C E.
o lado B H ſe fortificará como de Pentagono; porque o angulo H he preciſamente o deſta figura, & o angulo B mayor ſe deve accõmodar com o ſeu collateral menor H.
o angulo M ſe deve tambem fortificar da parte do angulo H como de Pentagono poſto que aquelle ſeja de 141. gr. por quanto ſe deve accõmodar ao ſeu collateral menor H de 108. gr. que he de Pentagono.

O meſmo angulo M ſe deve fortificar da parte do angulo G como de Hexagono, pois ſe deve accõmodar cõ o ſeu collateral menor; q̃ he o ditto angulo G de Hexagono por ſer de 120. gr.

Semelhantemente o angulo G ſe fortificará como de Hexagono para a parte do angulo N, & eſte tambem como de Hexagono para a parte do ſeu menor collateral G.

O angulo N para a parte do angulo P como de Heptagono a cujo angulo he mais proximo o angulo P, & eſte para a parte de N tambem como de Heptagono.

Mas o ditto angulo P para a parte do angulo A ſe fortificará como de Hexagono, por quanto o angulo A por ſer de 114. gr. ſe deve já fortificar como de Hexagono, & o angulo P mayor accõmodarſe a elle. Mas acerca do ſobreditto ſe veja a exceiçaõ que trazemos no Scholio 3. adiante.

OVTRO EXEMPLO.

SEJA hum Quadrilatero irregular que tem hũ angulo de 90. gr. outro de 88. o terceiro de 86. o quarto de 96.

Conforme a doutrina dada ſe deve fortificar eſte Polygono em todos ſeus angulos como Quadrado, & ſe vè na figura; Fig. 25.
pois havemos ditto que admittimos angulo de Polygono de 86. gr. para ſe fortificar, & que eſte, & os mais atè o de 99. gr. excluſivè

sivé se fortifiquem como de Quadrado. Vejase o §. 8. da segunda parte Qualificativa.

OVTRO EXEMPLO.

Fig.26. O Enneagono n.26. està fortificado pello mesmo estilo, advertindo que o angulo K de 91. gr. se fortificou como de Quadrado porque não chega a 99. gr. que he o meyo entre os angulos de Quadrado, & Pentagono; que se chegâra se fortificaria já como de Pentagono. Os angulos F, & G se fortificaráõ para a parte do angulo K do mesmo modo; porque posto que o excedaõ muito se devem accõmodar a elle por ser menor. O angulo M de 112. gr. se fortificou como de Pentagono por não inteirar 114. gr. que he o meyo entre o de Pentagono, & Hexagono, que se os inteirasse, se fortificaria jà como de Hexagono. Os angulos O, P da parte que olhaõ para o angulo M se fortificaráõ tambem pello modo do Pentagono por se haverem de accõmodar ao seu menor collateral M. Vejase com tudo a exceiçaõ que trazemos no Scholio 3. adiante.

SCHOLIO I.

NO Capitulo 13. havemos ditto que quando concorrem dous lados, hum quintuplo do outro, a saber o mayor de 1000. pés, & o menor de 200. seria melhor dar algũa volta à Fortificaçaõ cortando, ou acrescẽtando o sitio de modo que venhaõ a ficar estes lados menos desiguaes por diminuiçaõ de hum, & acrescentamẽto de outro, a saber o menor ao menos subtriplo do mayor; ou lançando novos lados para que o Baluarte que assentar no angulo formado pellas duas linhas desiguaes não fique cõ suas partes excessivamente differentes. Com tudo para que se veja q̃ nesta mesma desigualdade de hũ lado ser quintuplo do outro ficaõ ainda assim bẽ proporcionadas as partes do Baluarte corresp̃õdentes a cada hũ dos lados do Polygono exterior, respõdendo ao lado grãde, grãde Face, & grãde Flãco; ao pequeno, pequenos; fortifiquei o Pentagono irregularissimo, que fica com todas suas partes, & defensas ajustadissimas a seus lados, & se vè da figura. Fig.27.

Podendose todavia escusar o fortificar lados taõ pequenos como A B de 200. pès; E D de 300. juntos a outros que tanto os ex-

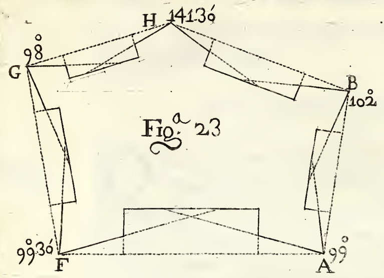


Fig.ª 23

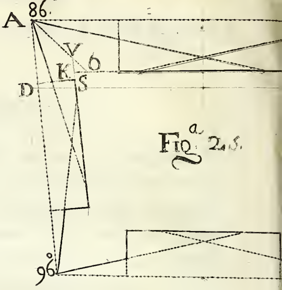
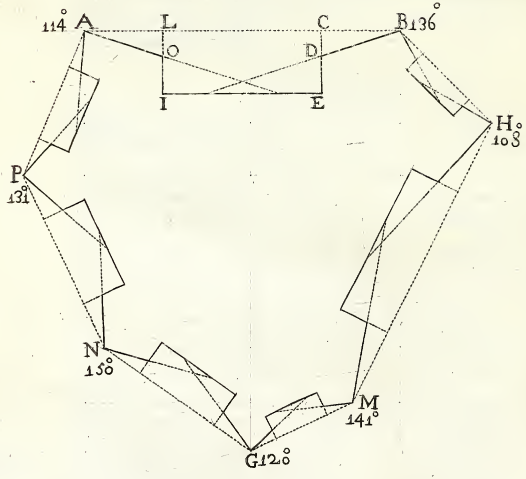
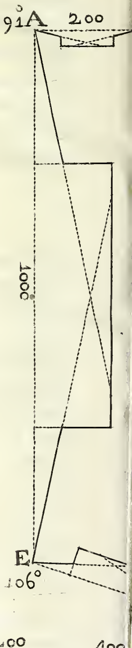


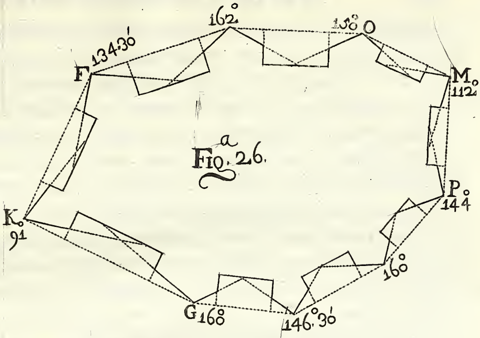
Fig.ª 25

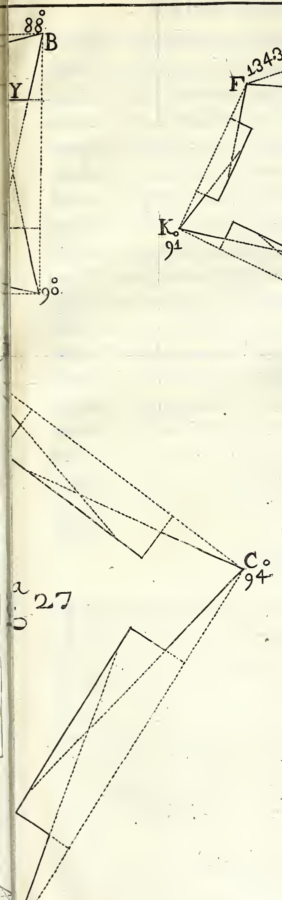
Fig.ª 24

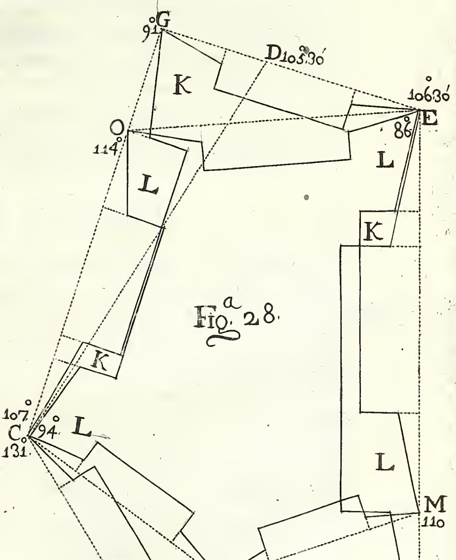




René Bietry E Manuel Mendes fecit.


162°
158° O
134.30′
F
M° 112
Fig.ª 26.
K° 91
P° 144
160°
G 160°
146.30′


88°
B
Y
90°
C° 94
ª 27
103°.30′
600
800
1000
700
900


91° G
D 105°.30′
106°.30′
E
86°
K
O
114°
L
L
K
Fig.ª 28.
K
107°
C° 94°
131
L
L
M
110
N 123°
K
K
F
128°.30′
B
143°
A
91°

excedem quanto se vè de seus numeros na figura, será muito melhor (senão houver taõ grande inconveniente q̃ impida acrescẽtar hũs, & cortar outros) dispolo como se vè no mesmo Pẽtagono numero 27. sinalado agora com o numero 28. reduzido a menor irregularidade, ou por outro conveniente modo, porque não he minha tençaõ querer dizer que de proposito se fortifiquem lados taõ pequenos junto de taõ grãdes; assim o protesto, & affirmo porque me não arguaõ q̃ o sobreditto he dado por doutrina absoluta, mas para hum caso, em que de outro modo não possa ser por algum grande inconveniẽte, ou quando aquelle lado taõ pequeno correr por tal sitio que de nenhum modo possa ser cõmettido, & que ainda sem forma de Flancos, & Faces pudera passar; como tambem por mostrar que he tal a regra deste Methodo que sempre corre ainda no caso que se queira fortificar lados taõ desiguaes; porque para Praça de conta, naõ quizera lado de Polygono exterior menor de 500. pès: daqui para cima, sim atè 1000. & em caso de necessidade 1100. pellas razoens que já havemos apõtado. Tornando pois ao Pentagono irregularissimo numero 27. se póde fortificar como se vé na figura 28. & se declara no seguinte. Fig. 28.

EXEMPLO.

POR quanto no ditto Pentagono o lado A B era muito pequeno a respeito de seu lado proximo A E, sendo este de 1000. quintuplo de 200. que se contèm em A B; estenderei o lado A B (podendo ser) atè F, & lançarei o novo lado F C. Produzirei tambem o lado pequeno E D que era de 300. pés atè G; de modo que se do ponto G lançar outro lado atè C faça em G angulo de 86. ou daqui para cima, como na figura ficou feito de 91. com o que sahirà descripto outro Pentagono menos irregular A F C G E; & seus angulos A F C de 120. gr. 30. min. F C G de 131. gr. C G E de 91. gr. G E A de 106. gr. 30. min. E A F de 91. gr. Fortificado pois em cada lado segundo a regra dada, ficaràõ os Baluartes como parecem os sinalados com a letra K, cada hum com suas partes proporcionadas ao lado exterior. Fig. 28.

Tambem por outro modo, se vè obrado, a saber cortando o mayor lado E A no ponto M; do qual se lance M N que corte o lado B C do primeiro Pentagono no ponto N, deitando fòra o

H Tra-

Trapezio M N B A. Semelhantemente se lance do ponto E a linha E O que corte o lado C G no ponto O, & separe o Triangulo O G E; com que ficará descripto outro Pentagono mais pequeno notado com as letras E O C N M; cujos angulos saõ E O C de 114. gr. O C N de 107. gr. C N M de 123. N M E de 110. M E O de 86. inteirando todos 540. gr. que devem sommar os angulos de hum Pentagono regular, ou irregular.

Fortificado pois segundo a correspondencia de seus lados, & angulos pello Methodo muitas vezes repetido, resultaráõ os Baluartes mais pequenos, & interiores notados com a letra L com suas partes proporcionadas aos lados deste segundo Polygono exterior.

Por outros muitos modos se poderá obrar a reducçaõ do Pẽtagono muito irregular n. 27. a outro menos irregular mayor, ou menor, & tambem a outra figura de mais, ou menos lados: bastem para doutrina os dous apontados no exemplo.

SCHOLIO II.

PODE succeder algũas vezes ter o Polygono exterior algũ, ou alguns angulos reintrantes como K, E, sendo necessario precisamẽte fortificar delles para dentro sem se poder sahir mais fòra por respeito de precipicios, declividades, ou outras circunstancias do sitio; cõvindo todavia occupar com as pontas dos Baluartes os angulos A, H, & D, F collateraes aos reintrantes K, E. Vese pois atè neste caso a excellencia deste Methodo, resultando delle fortificados os angulos reintrantes na forma que parece na figura com os Baluartes em forma de Tenalha; mas com a circũstancia de ficar seu angulo reintrante, & as duas Faces flanqueadas cada hũa naõ sò de hum Flanco, mas de dous dos Baluartes collateraes, multiplicadas por esta causa as defensas; com que não sò he necessario ao inimigo, se quizer cõmetter hũa das Faces, arruinar, ou cubrirse de hum Flanco; como nos Baluartes ordinarios; mas de dous oppostos; porque hum, & outro defendem ambas as Faces do tal Baluarte de angulo reintrante, & mais de fito a brecha que em hũa dellas se fizer. Fig. 29.

Tambem cada hũa das Faces de dous Baluartes collateraes q̃ olhaõ para o angulo reintrante naõ sò fica defendida do Flanco primario, & secundario, mas de hũa das Faces do Baluarte reintrante;

trante;

trante; a qual lhe fica servindo como de Flanco; com que facilmente reconhecerão os Practicos nesta sciencia, que não será o inimigo taõ parvo que por allí cometta a Praça.

E se me disserem que fica o Baluarte pouco capaz para as cortaduras, respondo que dentro tem livre todo o sitio capaz de lhe poderem pór Terrapleno com o fundo que quizerem para dentro da Praça.

SCHOLIO III.

SEM embargo que a Fortificaçaõ irregular do Polygono exterior para dentro fica excellentemente proporcionada pellas regras deste Capitulo 15: todavia isto he quando hum de dous angulos collaterais da figura não exceder ao outro com grandissimo excesso segundo adiante se dirà; porque no caso que assim seja, se quizermos accõmodar o angulo mayor com a proporçaõ do menor, poderá o angulo flanqueado do Baluarte que assenta sobre o mayor angulo resultar demasiadamente obtuso, & com muito pequenos Flancos secundarios, podendoselhe dar mayores, & menor angulo flanqueado; o que he mayor conveniencia, que haver de ficar destituido destas cõmodidades a troco da igualdade das Faces, & Flancos primarios, & secundarios em cada fachada da Fortificaçaõ; pois isto será excellente cousa na forma que havemos ditto, se por outra parte não resultar o incõveniente da demasiada obtusidade do angulo flanqueado, & diminuiçaõ nos Flancos secundarios como por exemplo. Se o angulo A B C for de 90. gr. & o angulo B C D mayor com grande excesso como de figura de 20. lados, que he de 162. gr. & quizermos seguir a regra do Capitulo 15. resultará o Baluarte excessivamente obtuso, como se veria em seu angulo flanqueado C, se se fortificasse pella ditta regra do Capitulo 15. & com muito pequenos Flancos secundarios, podendo ser muito mayores, & ainda os primarios: pello que neste caso senão deve guardar aquella regularidade de ficar cada fachada com iguaes Faces, Flãcos primarios, & secundarios, & convirá traçar o Baluarte em melhor forma ainda que saya fòra do ponto C; traçando primeiro o Baluarte K collateral pello terceiro Methodo declarado no Capitulo 47. a saber tomando a Sobreface B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior B C; o Flanco prolongado L I $\frac{1}{5}$ da Sobreface B L: a Exten- Fig. 30.

ſaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I & deitando a Face B O; porque pella proporçaõ, ou Methodo do Capitulo 47. ſahirà a Face B O do Baluarte K menos deſigual da Face Z F, ou r F do Baluarte medio obtuſangulo conforme a fabrica, que para eſte, logo diremos. Mas da parte do Baluarte obtuſangulo por ſer o angulo B C D de figura de mais de 9. lados ſe deve tomar a Sobreface C M $\frac{1}{4}$ do lado exterior C B (pois em todos os noſſos tres Methodos, ou proporçoens do Polygono exterior para dentro que trattamos nos Capitulos 14. 45. 47. ſempre ſe toma por Sobreface $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior tanto que a figura chega a ſer Enneagono,ou daqui para cima) o Flãco prolongado M E ſe tome igual com L I para que fique ſinalado o ponto E, & ſe poſſa logo riſcar a Cortina I E, o que feito ſe torne entaõ a tomar outro Flanco prolongado do ponto E para fóra mayor que E M, a ſaber o Flanco prolongado E N pertencẽte ao Hexagono de $\frac{4}{5}$ da Sobreface C M, & ſua Extenſaõ N F de $\frac{2}{7}$ de E N. Abaixo diremos a razaõ porque tomo o Flanco prolongado do Hexagono ſendo o angulo B C D de figura de 20.lados.

Para ſe deſcrever o Flanco G H ſe deve obſervar o valor do angulo C D Y; o qual por ſer de 106. gr.30.min. he proximo ao do Pentagono; pello que ſe tome pella proporçaõ do 3. Methodo explicado no Cap.47. a Sobreface D V pertencente ao Pentagono $\frac{28}{100}$ do lado exterior D C pella meſma razaõ atraz apontada: ſeu Flanco prolongado V P $\frac{2}{3}$ da Sobreface D V : a Extenſaõ do Flanco V X $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado V P. Tomeſe T G igual com V P para ſe ſinalar o ponto G, & riſcar a Cortina G P. Sinalado o ponto G ſe levante delle para fòra o Flanco prolõgado G S do Heptagono, porque ſe há de tomar de figura de 2. lados mais do que daquella de que ſe tomou o Flanco prolongado V P;& por eſte ſe haver tomado de Pentagono,ſe toma aquelle de Heptagono a reſpeito da ſua Sobreface C T; aſſim como o Flanco prolongado E N ſe tomou de Hexagono por ſe haver tomado L I de Quadrado pella razaõ que adiante ſe dirà.

Do Flanco prolongado S G ſe corte a Extenſaõ S H, & ficarà o Flanco G H. Do ponto F ao ponto H extremos dos Flancos ſe tire a linha F H;de cujo meyo 9 ſe levante a perpendicular 9 Z igual aos $\frac{4}{5}$ ou aos $\frac{3}{4}$ ou $\frac{2}{3}$ de F 9 & do ponto Z ſe tirem as Faces Z F,Z H.

Porèm

Porèm quando os lados B C, D C do Polygono exterior forẽ muito desiguaes, se divida o angulo C do Polygono exterior pello meyo com hũa indefinita que se estenda para hũa, & outra parte, & corte a linha F H no ponto n; do qual atè o ponto r se tomem na indefinita os $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{3}$ de toda a linha F H, & se lancem as Faces r F, r H; ou se accõmode o angulo flanqueado onde, & como melhor parecer do angulo C para fòra com bom discurso, & conforme o sitio melhor cõmodidade offerecer.

Os outros angulos se podem fortificar pello Methodo do Capitulo 15. conforme a proporçaõ do Capitulo 14. ou a do Capitulo 45. ou a do Capitulo 47. pois não differem com tanto excesso que senão possa seguir o Methodo do ditto Capitulo 15.

Mas para darmos regra de qual deve ser o excesso de hum angulo ao seu collateral para que seja necessario variar o estilo do Capitulo 15. & sahir com a ponta do Baluarte obtusangulo fóra do ponto C para lhe diminuir a demasiada obtusidade se notem as seguintes regras. *Regra acerca do excesso dos angulos nas figuras irregulares.*

O angulo da Figura de 10. lados que he de 144. gr. & todos os menores atè o de 90. (ou ainda atè 87.) se podem accõmodar ao angulo do Quadrado: mas quando o angulo for mayor q̃ dos dittos 144. gr. a saber da figura de 11. lados, & seguintes se use entaõ da regra atraz declarada; com tanto que se tome por Flanco do Baluarte obtusangulo o da figura de 6. lados que he de mais 2. que da figura de 4.

O angulo da figura de 12. lados que he de 150. gr. & todos os menores atè 108. gr. (ou ainda atè 99. gr.) se podem accõmodar ao de Pentagono: mas quando o angulo for mayor que dos dittos 150. gr. como da figura de 13. lados; & seguintes se use da mesma regra aqui declarada; porèm tomando para o Baluarte que alli se forma o Flanco do Heptagono; que he figura de 2. lados mais que o Pentagono.

O angulo da figura de 15. lados, que he de 156. gr. & todos os menores atè 120. (ou ainda atè 114.) se podẽ accõmodar ao angulo do Hexagono: mas quando o angulo for mayor como de figura de 16. lados, & seguintes se use da sobreditta regra com tãto que se tome para o Baluarte que allí se forma o Flanco do Octogono que he figura de 2. lados mais que de Hexagono.

O angulo da figura de 20. lados que he de 162. gr. & todos os me-

menores atè 128.gr.34.min. 17.seg. (ou ainda atè 124. gr. 17. min.8.seg.) se podem accõmodar ao do Heptagono: mas quando o angulo for mayor que da figura de 20. lados, como da figura de 21.& seguintes se use da mesma regra com tanto que se tome para o Baluarte que alli se forma o Flanco do Enneagono; que he figura de 2. lados mais que de Heptagono.

O angulo da figura de 30. lados que he de 168.gr.& todos os menores atè 135.gr. (ou ainda atè 131.gr. 47. min. 9. seg.) se podem accõmodar ao do Octogono: mas quando o angulo for mayor como da figura de 31. lados, & seguintes se use da ditta regra, com tanto que se tome para o Baluarte que alli assenta o Flanco do Enneagono; ainda que não he mais que de hum lado mais que o Octogono; por quanto o Flanco do Enneagono he o mayor que tomamos em qualquer figura de mayor numero de lados, & tambem na linha recta.

O angulo de qualquer figura de mais de 30. lados, & todos os menores atè 140.gr.[ou ainda atè 137.gr.30.min.] se podem accõmodar ao do Enneagono, & tambem o Baluarte que assentar sobre linha recta, tomandose entaõ o Flanco do Enneagono porque he mayor que todos os das figuras antecedentes, & igual aos das subsequentes; & tambem da linha recta como havemos ditto.

Porèm senaõ se permittir que a ponta do Baluarte possa sahir do ponto C para fòra; em tal caso se deve conceder que a ponta B do Baluarte K, ou a ponta D do Baluarte no angulo C D Y. possa recolherse para dentro, ou ambas; porque entaõ resultará outro Polygono exterior, que formarà menor o angulo B C D; de que ficará entaõ o do Baluarte F C H menos obtuso, dando lugar a se poder usar das regras apontadas no Cap. 15.

NOTA I.

O DITTO neste Scholio he para mayor perfeiçaõ; porque bem vejo se pòde fortificar a figura irregular sem estas circunstancias; mas sahem ordinariamente com disformidades; que se devem evitar por meyo de algũa regra; não ficãdo puramente na fantesia do Engenheiro fortificar a figura irregular a esmo, & como se lhe antoja; pois saõ poucos cujo discurso ajusta bem as cousas quando vão destituidos de Regra.

E não val a satisfaçaõ que alguns daõ de que qualquer Fortificaçaõ

ficaçaõ he boa como tenha defensas; porque este ditto he nascido da ignorancia; pois tambem se poderia dizer que qualquer casa he boa como se possa habitar; sendo que não será boa senão tiver a capacidade conforme a gente, & tratto: se for esconsa, & mal feita, muito baixa, ou demasiadamente alta, fòra da proporçaõ de sua grandeza; importando os defeitos da Fortificaçaõ muito mais que os de hũa casa.

NOTA II.

SUpposto que parece, que despois de havermos trattado do Methodo de desenhar as Praças deviamos logo fallar nas grossuras, & alturas das muralhas, seus Terraplenos, & fabrica das Praças baixas nos Baluartes, & outras cousas, todavia porque tambem he ponto tocante ao desenho a forma dos Fossos, & obras exteriores, trattaremos destas, & despois tornaremos a trattar do que pertence ao corpo da Praça principal.

CAP. XVI.

Da forma do Fosso que approvamos, & seguimos nas Praças regulares por nosso Methodo particular.

PRimeiro que trattemos das obras exteriores convem trattar da forma do Fosso que seguimos por haverem de ficar aquellas fóra deste. Na nossa Hercotectonica Militar trattàmos largamente de varias formas apõtadas pellos Autores, & altercámos a questaõ se seria melhor o Fosso cõ a Cõtrascarpa parallela, ou obliqua á Face do Baluarte. Alli resolvemos pella segunda parte onde se podem ver as razoens.

E posto que esta disposiçaõ não seja invento nosso; mas jà bẽ antigo, & tambem de alguns modernos; todavia o he no que toca à circunstancia de dispor a obliquidade de tal modo que nem o Fosso fique muito largo para se poder descubrir do Flanco a Cõtrascarpa defronte do angulo flanqueado a respeito de evitar os gastos, & obra superflua como tambem outros inconvenientes q̃ resultaõ da demasiada largura apontados na nossa Hercotectonica, nem fique muito estreito ajustando hũa, & outra cousa com

boa

boa symmetria, & proporçaõ, vindo a ser o trabalho, & gasto quasi o mesmo, & a mesma quantidade de terreno a q̃ se houver de tirar do Fosso obliquo, q̃ se tiraria do parallelo se assim se fizesse pello modo ordinario,& flanqueando bem a Contrascarpa não só de todo o Flanco secundario,mas de todo o primario, ou da mayor, ou de algũa sua notavel parte segundo o numero dos lados da figura até a linha recta em que assentaõ os Baluartes cõtinuados em direito sem ser sobre angulo de figura,& aonde mais avultava o inconveniente de senão descubrir do Flanco primario a Contrascarpa do Baluarte opposto, nem ainda de grande parte do secundario. Vejase a nossa Hercotectonica militar sobre este ponto: aqui basta dar o modo.

Dispomos pois o Fosso tambem para este Methodo na seguinte forma.

Fabrica do Fosso.

Dividase o Flanco A B em 12. partes iguaes. Desenhese com hum risco, ou imaginese desenhada com hum cordel sobreposto no terreno a Contrascarpa O C, ou L C parallela à Face do Baluarte G D, ou A M, & taõ distante della quanto for o comprimento do Flanco A B, ou G H para outro tanto haver de ser a largura imaginada do Fosso [r] que se toma por fundamento para a fabrica do nosso: porèm com advertencia que se o Flanco A B ou G H for de mais de 120. pès, não tomaremos a Contrascarpa imaginaria O C,ou L C mais apartada da Face G D,ou A M que os dittos 120. pès;pois não queremos Fosso mais largo,pello havermos por bastantissimo ainda para a mais Real Praça; sem embargo que muitos o façaõ mais largo, & queremos antes fundarnos mais na profundidade quando se queira augmentar o ditto Fosso.Dos 120.pès para baixo he que se tomarà a sobreditta distancia(que houver de ter a Contrascarpa imaginaria)igual sempre ao Flanco. Partase a Contrascarpa imaginaria O C pello meyo no ponto R assim em todas as figuras como na linha recta: logo do ponto A angulo da Espalda extremo do Flanco B A se tire pello ponto R a linha A R T terminativa da Contrascarpa que elegemos; a qual servirà para o Quadrado,& Pentagono.

Fig.31.A

[r] Ville & Matheo Oddi o fazem taõ largo como o cõprimento do Flanco.

Mas do Hexagono inclusivè atè o Duodecagono exclusivé se tome a duodecima parte do Flanco A B começando do ponto A atè I,& de I por R se lance a Contrascarpa nas dittas figuras.

Fig.31.B

Do Duodecagono inclusivè atè a figura de 24. lados exclusivè

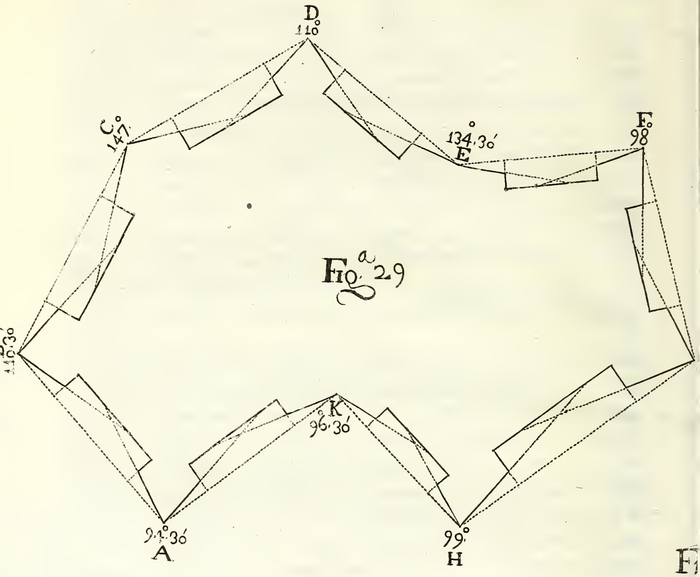
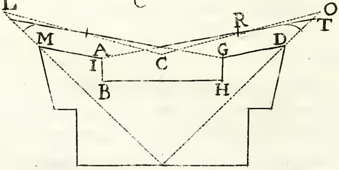
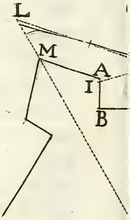


Fig.ª 29

Fig.ª 31 A.





René Bietry E. Manuel Mendes fecit.

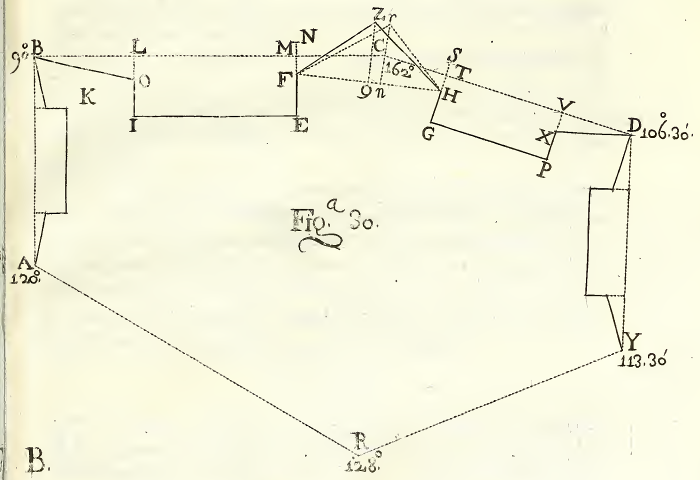
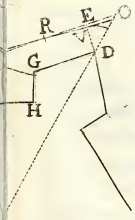


Fig.ª 30.

B.



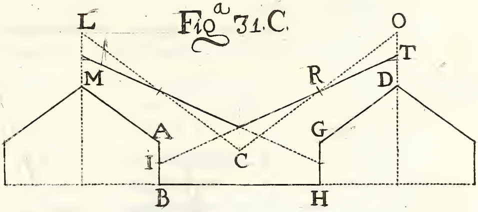


Fig.ª 31.C.

V

vè se tomaraõ os $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ do Flanco A B desde A até I, & de I por R se lance a Contrascarpa.

Da figura de 24. inclusivè até a de 36. exclusivè será a porçaõ A I os $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$ de todo o Flanco, & se obrará na mesma forma.

Da figura de 36. inclusivè atè a de 48. exclusivè será o segmẽto A I os $\frac{4}{12}$ ou $\frac{1}{3}$ do Flanco.

Da de 48. inclusivè atè a de 60. exclusivè será o segmento A I os $\frac{5}{12}$ do Flanco.

Da de 60. inclusivè atè a linha recta tambem inclusivè será A I $\frac{6}{12}$ ou ametade do Flanco A B, & de I por R se lance a contrascarpa I R T. Fig. 31. C

A redondeza que se costuma dar na Contrascarpa do Fosso defronte do angulo flanqueado será quasi na forma ordinaria, a saber estendendo hum cordel desde o angulo flanqueado até a ditta Contrascarpa, de modo que sobre ella caya a plumo, & fixo hum extremo no angulo flanqueado, com o outro extremo que chega á Contrascarpa se descreva hũa porçaõ de Circulo, que forme sua redondeza, como se vè na figura.

NOTA.

ESTA he a fabrica do Fosso que aqui transferí da minha Hercotectonica, porèm cõ algũa differença; porque lá não fazia termo na figura de 60. lados para todas as mais seguintes, & linha recta; mas continuava com A I ametade de A B atè a figura de 72. exclusivè; desta inclusivè até 84. exclusivè tomava A I $\frac{7}{12}$ do Flanco A B; da de 84. inclusivé atè a linha recta tambem inclusivé tomava A I os $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$ de A B, ficando só a terça parte do Flanco podẽdo ver todo o angulo da Contrascarpa, ou redondeza que se lhe costuma dar; & ainda isto se não houvera Praça baixa com Orelhaõ, ou Espalda, porque neste caso a linha directiva que do ponto I deve ir imaginariamente até o angulo flanqueado D, em parte da qual se faz aquelle muro dos q̃ formaõ a Espalda, ou Orelhaõ que olha para a Cortina como se verá do Capitulo 28. ficaria com a tal porçaõ de muro impedindo que se podesse descubrir o angulo da Contrascarpa de toda a terça parte I B do Flanco A B; por cujo respeito, & por outras causas que despois me moveraõ quiz fabricar antes (como faz Pagan, & Tensini) a Praça baixa sobre a ametade do Flanco que so- Fig. 31. C Em linha recta.

bre a terça parte com o commum dos Autores, como havia feito na Hercotectonica quando todavia o Flanco não for taõ grande como se dirâ nos Capitulos 28.& 29.que se vejaõ, & por isso agora dispuz a Contrascarpa obliqua na forma do Capitulo acima, tomando A I ametade de A B na figura de 60. lados, & seguintes atè a linha recta inclusivè,ainda que o Flanco cuberto,& Praça baixa se hajaõ de formar nos dous quintos,ou na terça parte do total na forma declarada nos dittos Capitulos 28. & 29. de que se segue ficar o angulo da Contrascarpa nas figuras de muitos lados,& ainda na linha recta defendido não sò de todo o Flãco secundario,mas de notavel parte do primario; o que não succede nas fabricas ainda dos melhores Autores modernos; pellas quaes senão descobre nas figuras de muitos lados, & menos na linha recta o angulo da Contrascarpa de parte algũa do Flãco primario,nem de todo o secundario; sendo que pella minha se consegue; sem que todavia o Fosso em razaõ da obliquidade venha a ficar mais estreito com nota defronte do angulo flanqueado, a respeito da utilidade sobreditta para que os canhoens da Praça baixa possaõ varrer todo o Fosso,& portilho contra as Gallerias, & Travessas.

Tambem acrescentei para este novo Methodo que a distancia em que se imaginar desenhada a Contrascarpa parallela seja quanto for o comprimento do Flanco atè 120. pès; porque assim fica bem proporcionada a largura do Fosso com a grandeza do lado do Polygono assim para a Fortificaçaõ regular como para a irregular.

Quem todavia quizer variar a largura do Fosso sem attender ao comprimento do Flanco, pôde formar o Fosso obliquo pella mesma regra dada, considerando que quando ao principio imaginar a Contrascarpa parallela para sobre ella formar a obliqua, seja tomando tal largura para o Fosso, que despois por razaõ da obliquidade não resulte mais estreito do que convem junto do angulo flanqueado do Baluarte.

Refossete pello meyo do principal.

Devese mais advertir que para hũa Praça ficar mais forte, cõvem ter Refossete pello meyo do Fosso principal; que he outro Fosso mais profundo que o plano daquelle oito atè doze pès se senaõ topar com tanta agua que impida o profundarse, & largo tanto como a quinta atè a quarta parte do principal, porque he

Largura do Refossete.

muito

muito a terça parte que faz Sardi,&outros;de que resulta o incõveniente de ficar pouco espaço entre o Refossete,& muralha para o Parapeito,que se faz na margem interior do ditto Refossete, outras obras,& assistir a gente, como abaixo se diz. Mas pois o Fosso principal he obliquo segundo nossa fabrica; o deve ser tãbẽ o Refossete:tal resultará se se dispuzer de modo que sua margem exterior corra parallela á Contrascarpa, & a interior á muralha. Serve de grande defensa pellas razoẽs que aponto na Hercotectonica,& quando he necessario se lhe faz hũa Trincheira na margem interior para dalli flanquear com Artilheria,&Mosquetaria o portilho que o inimigo abrir na Contrascarpa para desembocar no Fosso.

O mesmo se fará nos das Praças irregulares, Hornaveques, & Coroas, havendo commodidade de dinheiro,& tempo, & fique isto advertido,posto que adiante o não repita quando trattar dos Fossos das Praças irregulares,Hornaveques,& Coroas. Advertencia de que se faça Refossete nas obras que se declaraõ.

O Talud ou base da Escarpa destes Fossos será da terça parte,até ametade de sua altura segundo a qualidade do terreno melhor, ou peor; & quando for taõ solto que pareça se não pòde sustentar, convirá revestir a Contrascarpa de parede naquelle sitio com a quarta,ou terça parte de Talud, indose acrescentando a Escarpa da parede insensivelmente para que venha a ajustar cõ a da terra se for mayor na demasia do Fosso. Talud da Escarpa dos Fossos.

SCHOLIO.

SUpposto que a fabrica do Fosso descripta neste Capitulo me parece boa, & bem ajustada; todavia proponho outra neste Scholio tambem facil,& boa para que cada hum escolha a q̃ mais lhe agradar;ambas de invẽto proprio: se bem tenho por melhor a referida neste Capitulo porque della resultaõ os angulos das Contrascarpas defendidos de mayores porçoens dos Flancos primarios. Fig.31.B

Do ponto D angulo flanqueado sobre a Face G D se levante a perpendicular D E, igual ao Flanco H G: della se corte a decima parte E V, ficando notado o ponto V. Partase o Flanco opposto A B em 10. partes de A atè B: logo do ponto A angulo da Espalda extremo do Flanco B A se tire pello ponto V, a linha A V terminativa da Contrascarpa,que servirá para o Quadrado, & Pentagono.

Mas para o Hexagono se tome a decima parte do Flanco A B começando do ponto A atè I, & do ponto I se lance a linha I V que formarà a Contrascarpa.

No Heptagono se tomem os dous decimos do Flanco A B de A atè I, & de I por V se lance a Contrascarpa I V.

No Octogono se tome A I que seja $\frac{3}{10}$ de A B, & se obre do mesmo modo.

No Enneagono seja A I $\frac{4}{10}$ de A B.

No Decagono, & em todas as mais figuras seguintes, & na linha recta se tomará sempre A I de $\frac{5}{10}$ ou ametade do Flanco A B: tirãdose pello ponto V a Contrascarpa I V.

Isto he em imitaçaõ do que aponta Antonio [r] de Ville se bem com algũa differença, de que aqui escuso dar as razoens por causa da brevidade.

[r] Lib. 1. part. 2. cap. 39. pagin. 131.

Da forma dos Fossos obliquos se quer arrogar a invençaõ o Cõmendador Dom Diogo [r] Henriquez de Vilhegas dizendo a poz em practica em hum Fortim no sitio de Salses no anno de 1639. não sendo vista até aquelle tempo por ser invento seu: porèm enganouse, como em outras cousas que na parte Qualificativa hei advertido, pois Ville no lugar acima referido a havia apontado: Medina Barba a traz figurada na Estampa despois da pag. 151. & na da pag. 156. Wilhelmo Dilichio em muitas figuras, & ensina [e] a forma dos Fossos obliquos que segue; & tambẽ o Capitaõ Frãcisco de Marchi no seu livro da Architectura Militar impresso em Brescia no anno de 1599. Taõ antigo he isto dos Fossos obliquos; & ainda mais antigo hum cõmento de Daniel Barbaro sobre Vitruvio em Italiano impresso em Veneza no anno de 1556. onde traz hũa planta fol. 37. ℣. com os Fossos obliquos; que he a unica que traz naquelle livro da Architectura Civil.

[r] Na Academia lib. 3. cap. 2. §. 4. pag. 430.

[e] Part. 2. lib. 1. cap. 18.

CAP. XVII.

Da forma do Fosso para as Praças irregulares pello mesmo Methodo.

A MESMA fabrica dos Fossos das Praças regulares ditta no Capitulo 16. se guardará nos das Praças irregulares, com adver-

advertencia que em cada lado ſe fará ſegundo ſua correſpondencia pella regra dada, a ſaber que ſe hum lado do Polygono exterior foi fortificado como de Quadrado, ou Pentagono (pellas regras do Capitulo 15.) ſe lançará a obliquidade de ſeu Foſſo do angulo da Eſpalda: ſe como de Hexagono atè Duodecagono excluſivé, ſe tirarà da duodecima parte do Flanco: ſe como Duodecagono incluſivè atè a figura de 24. lados excluſivè, ſe deitará dos $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ do Flanco, indo continuando com as mais figuras na forma que diſſemos das regulares. [r]

[r] No cap. 16.

Mas com advertencia que quando ſe lançar, ou imaginar lançada a Cõtraſcarpa parallela para por ſeu meyo ſe formar a obliqua, ſerà atè topar defronte dos angulos flanqueados com linhas, q̃ delles ſayaõ partindoos pello meyo, ou aos ſeus (ad verticem.)

Seja a figura * hum Pentagono irregular fortificado pello noſſo Methodo, cujo Foſſo queremos deſenhar. Da parte da Cortina K D por exemplo ſe deite a Contraſcarpa parallela Y F taõ diſtante da Face Z O quanto he o comprimento do Flãco Z K, a qual Contraſcarpa parallela vai a topar cõ a linha O F produzida quanto for neceſſario, & eſta parta o angulo flãqueado pello meyo ſe para dentro do Baluarte ſe produzira.

* Fig. 32. A

Pello meſmo eſtilo ſe obre com os mais lados da Contraſcarpa X R, X T, &c.

E porque neſta ficaõ os Foſſos proporcionados aos lados por onde correm, reſpondendo a grande lado mais largo Foſſo; ao pequeno, menos largo; reſulta daqui ordinariamente neſtas Praças irregulares que as duas Faces de hum meſmo Baluarte nã o ficaõ igualmente apartadas cada hũa de ſua Contraſcarpa; donde naſce que a redondeza que nella ſe coſtuma dar defronte do angulo flanqueado não pòde ſer deſcripta do ditto angulo como de centro, da maneira que ſe faz nas Praças regulares, & aſſim para eſta redõdeza ſe poder bẽ deſenhar, ſe obre do ſeguinte modo.

Redõdeza dos angulos da Cõtraſcarpa nos Foſſos obliquos das Praças irregulares.

Do ponto O angulo flanqueado ſobre a Contraſcarpa mais diſtante ſe deite a perpendicular O I (fallo das Contraſcarpas obliquas que já ſupponho deſenhadas.) Tomeſe a diſtancia I V entre o ponto I, & o ponto V, no qual concorrem as Cõtraſcarpas obliquas, & ſe transfira de V atè C na Contraſcarpa menos diſtante. Do ponto C ſe levante a perpendicular C A, que cortará a outra I O no ponto A: eſte ſerá o centro, donde com hum

cordel, & distancia A I ou A C se desenhará a redondeza I M C na Contrascarpa obliqua, a qual lhe serà tangente. Semelhantemente se obrarà nas redondezas dos mais angulos da Contrascarpa como na figura se vè.

SCHOLIO.

PODE tambem quem quizer dispor a obliquidade do Fosso nas Praças irregulares, na forma declarada no Scholio do Capitulo 16. advertindo que em cada fachada se deve accõmodar conforme a fabrica pella qual se fortificou, como por exemplo, se conforme a fabrica do Quadrado, ou Pentagono, se lançarà do angulo da Espalda a linha terminativa da Contrascarpa: se conforme a do Hexagono, se lançarà de hũa das 10. partes em q̃ se deve suppor dividido o Flãco, sempre pellos $\frac{2}{10}$ da largura imaginaria do Fosso junto do angulo flanqueado, ou pella decima parte contando da Contrascarpa imaginaria para dentro, q̃ vem a coincidir no mesmo ponto, na forma que mais specificamente se declara no ditto Scholio, formandose despois as redondezas dos angulos da Contrascarpa pello mesmo modo declarado neste Capitulo: se bem tenho por melhor a fabrica declarada neste, & no Capitulo 16. por resultarem os angulos das Contrascarpas em muitas figuras defendidos de mayores porçoens dos Flancos primarios.

Tambem advirto que será cõveniente fazer o Fosso mais profundo jũto dos angulos da Contrascarpa, de modo que de defrõte do meyo da Cortina vá descendo em ladeira para hum, & outro angulo da Contrascarpa fronteiros aos dos Baluartes; ficando neste sitio 4. ou 6. pés mais profundo que defronte do meyo da Cortina, porque com esta mayor profundidade supprimos em parte a menor largura com que alli fica o Fosso por respeito da obliquidade da Contrascarpa que havemos ensinado.

CAP.

CAP. XVIII.

Como se desenhaõ os Revelins accõmodados a este Methodo assim nas Fortificaçoens regulares, como nas irregulares.

NESTE, & em outros Capitulos seguintes trattaremos das obras exteriores de hũa Praça, que saõ defensas particulares fabricadas fóra della por retardar, & impedir ao inimigo para que taõ facilmente lhe não chegue como quando aquellas faltaõ, causandolhe taes incommodos, que bastaõ muitas vezes estas obras exteriores para lhe consumirem taõ grande parte do exercito que ainda que as ganhe naõ fique capaz de continuar a expugnaçaõ da Praça principal, & seja obrigado a levantar o sitio pella falta de gente, muniçoens, & vivres, ou pella invernada que se chega, ou pello soccorro que se espera, & por outras muitas causas.

Bem sei que não falta quem encontre estas obras exteriores; mas nós com muitos as approvamos. Quem quizer ver a questaõ altercada com as razoens por hũa, & outra parte, & resoluta pellas dittas obras, consulte a nossa Hercotectonica Militar. Revelins approvados.

No Capitulo 7. se tem ditto o que saõ Revelins, & para que servem. Desenhaõse na Campanha segundo nosso Methodo facillimamente, & cõ muito apurada proporçaõ pella seguinte practica, & regra gèral; excepto no Quadrado, & Pentagono, onde he com particulares circunstancias.

Seja o Quadrado fortificado com sua Contrascarpa obliqua C E, C X, desenhada pello Methodo do Capitulo 16. Do ponto W tomado no meyo da Cortina S T se levante a perpendicular indefinita W C O que cortarà o angulo C pello meyo: nella se tome a porçaõ C O igual aos $\frac{3}{4}$ da Sobreface A L. Fig. 33. Desenho dos Revelins.

Do ponto T até M, & de S atè N se tomẽ na Cortina as porçoens T M, S N cada hũa igual a sexta parte da Capital C O, & do ponto O tirando as linhas O N, O M cortaràõ a Contrascarpa nos pontos V, 8. determinando as Faces O V, O 8. do Revelin.

O seu Fosso se desenhará pello modo seguinte. Do ponto O Fig. 33.

angulo

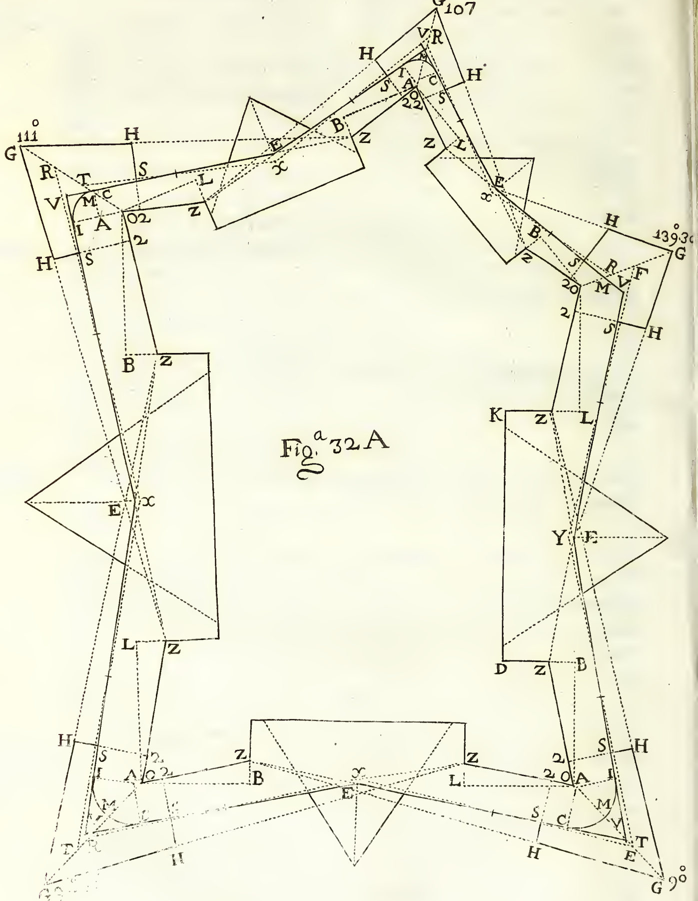


Fig.ª 32 A

R. E. M. fecit

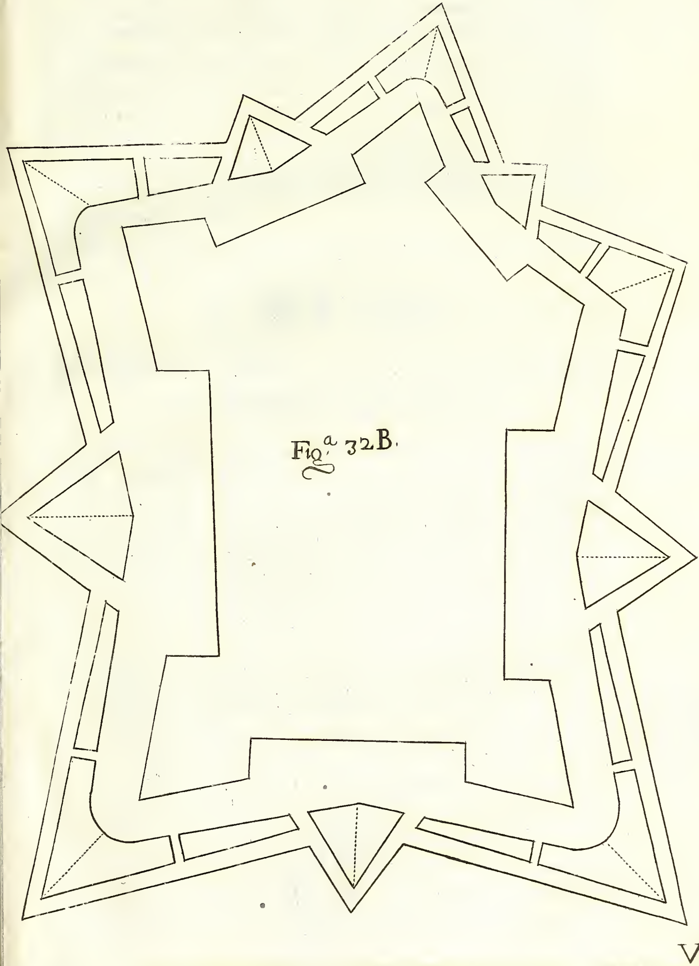


Fig.ª 32B.

parte de modo que não fique correſpondente aó meyo daquella por eſcuſar desfazer algum penhaſco, ou por outra ſemelhante cauſa, & em tal caſo ſe poderà lançar hũa Face do angulo da Eſpalda; outra de hũa porçaõ da Cortina, do Flanco, ou da Face, q̃ parecer conveniente: ſe bem ſerà difficilima couſa poder ſucceder tal caſo; pois as Fortificaçoens não ſe obraõ ſem desfazer em hũas partes, & acreſcentar terreno em outras.

Nos Methodos dos Capitulos 45. & 47. devem ter os Revelins, & Meyas-luyas algũas circunſtancias differentes, de que ſe trattará no Cap. 46.

Do Perfil, que moſtra as alturas, & groſſuras dos Revelins ſe dirá no Cap. 5. da Secçaõ ſegunda.

CAP. XIX.

Do deſenho das Meyas-luas nas Figuras regulares accõmodado ao noſſo Methodo.

AS Meyas-luas que ſaõ as obras exteriores fabricadas diante [1] dos Baluartes, não ſe devem fazer ſenão no caſo que tambem ſe façaõ Revelins diante das Cortinas; pois deſtes pende a defenſa daquellas; ou não ſe fazendo Revelins por ſe fazerem Hornaveques, em tal caſo lhe dão eſtes a defenſa. De outro modo ſeriaõ as Meyas-luas mais dannoſas que de utilidade como privadas de defenſa, & das quaes facilmente perdidas por aquella falta ſe aproveitaria o inimigo contra a Praça.

[1] Cap. 7. def. 1.

Se com tudo ſaõ uteis, ou dannoſas como alguns querem. Vejaſe a queſtaõ altercada, & decidida na noſſa Hercotectonica.

Nòs as approvamos ſendo capazes, com boas defenſas, & ſeu Foſſo bem defendido dos Revelins, ou Hornaveques collateraes; como ſe tratta neſte Capitulo.

Meyas-luas aprovadas com as qualidades neceſſarias.

Mas os Revelins, & Hornaveques ſe podem fazer ſem Meyas-luas, porque tem defenſa da Praça.

As Meyas-luas ſe deſenhaõ nas Praças regulares por noſſa practica accõmodada a eſte novo Methodo do ſeguinte modo, pello qual ficaõ ſemelhantes ás conſervas, ou Contraguardas do Conde de Pagan; de que trattaremos no Appendiz de ſua Fortificaçaõ Cap. 9.

Fig. 33. E se entenda o mesmo nas figuras 34.

No Quadrado, & Pentagono se devem descrever as Meyas-luas com particulares circunstancias na seguinte forma.

Do angulo flanqueado A se tire hũa linha indefinita que o corte pello meyo,& do ponto K em que esta corta a redondeza da Contrascarpa, se tome nella a Capital K P igual aos $\frac{3}{4}$ da Sobreface A L.

Do ponto P se tire hũa linha visual atè R angulo da Espalda do Baluarte collateral;na qual se tome P Q igual com a Sobreface A L, que serà a Face da Meya-lua,se com a imaginaçaõ a quizermos considerar separada (mediante a perpendicular Q F sobre a Face A Y)da outra porção de linha Q G, q̃ se continua até o ponto G na Contrascarpa do Revelin, formando toda a linha P Q G a Face da Cõtraguarda, que queremos em lugar da Meya-lua,& não está dividida mediante hum Fosso; de que abaixo daremos a razão,& apõtaremos o modo de dispor esta Contraguarda na altura, & Parapeito.

Fig. 35.

Mas no Hexagono,& figuras seguintes até a linha recta inclusivè basta tomar a Capital K P da Meya-lua, ou de toda a Contraguarda, igual aos $\frac{2}{3}$ da Sobreface A L, & do ponto P ao ponto C angulo reintrante da Contrascarpa obliqua se tire a recta visual P C na qual se tome P q por Face da Meya-lua igual com a mesma Sobreface A L: mas entendendose que a ditta Face P q não fica separada mais que com a imaginação do resto q G, que acaba de inteirar a Face da Contraguarda.

Fosso das Meyas-luas.

O seu Fosso se desenhará semelhantemente ao do Revelin, a saber tomando a terça parte da largura R D do Fosso principal defronte do angulo da Espalda,& accõmodandoa nas perpendiculares P b,q Z sobre a Face P q:tirando pois por b Z hũa linha atè a Contrascarpa do Revelin no ponto t, & para a parte do angulo da Meya-lua atè se cortar com outra semelhantemente lançada no ponto d, será desenhado seu Fosso, & Contrascarpa parallela à sua Face,& â de toda a Contraguarda.

Fosso obliquo melhor tambẽ nas Meyasluas.

Mas querendo o Fosso obliquo (què tenho por melhor por ficar mais defensavel)se tome na distancia P b a mesma terça parte da linha R D, & do ponto G extremo da linha P q G se levante a perpendicular G r igual á ametade da mesma R D: lançando pois pellos pontos b,r hũa linha, irá a cortar a Contrascarpa do Revelin no ponto e; & para a parte do angulo da Meya-lua passarà

ſará por ſitio mais interior que do ponto d; qual moſtra a linha de pontinhos formativa da Contraſcarpa obliqua do Foſſo da Contraguarda. Semelhantemente ſe lançará outra linha da parte da outra Face da ditta Contraguarda, ficando o ſeu Foſſo obliquo, & mais largo da parte do Revelin. A diſpoſiçaõ em que ficará o Terrapleno deſta Contraguarda póde ſer varia conforme cada hum mais ſe agradar na ſeguinte forma.

Aquella parte que com a imaginaçaõ fazemos ſer a Meya-lua diſtincta do mais reſto da Contraguarda; a ſaber a Meya-lua Cɔ ƞ P q θ póde ter ſeu Terrapleno alto ſobre o livel da Campanha, & Eſtrada encuberta, 3. ou 4. atè 6. pès, conforme á altura dos Reparos da Praça, enchendo ſua área quanto for neceſſario para ſe embeber a terra que ſe tirar do Foſſo. Altura do Terrapleno das Meyas-luas.

O reſto q G ≨ θ póde ficar no livel do terreno natural; pondolhe ſeu Parapeito acoſtado á linha QG; & da Meya-lua deſcer por ladeira para o Trapezio q G ≨ θ parte lateral da Contraguarda, ou tambem altear eſte terreno cõ algũa terra do Foſſo. Fig. 33. ou 35.

Tambem ſenão quizerem continuar o Parapeito de Q atè G por ſer aquelle terreno q G ≨ θ mais eſtreito da parte de G, o podem fazer ſómente atè onde parecer baſtante; que aſſaz comprido ficará ſempre para cubrir muita gente que ſe lhe acoſte.

SCHOLIO.

Fritach, Dogen, Goldman, Marolois, & outros ſeparaõ a Meya-lua, como ſe vè a notada com a letra X mediante o Foſſete i u m n; que volta, & continúa pella Face da ditta Meya-lua, & deixaõ o eſpaço de terreno natural f H l i. Iſto não approvamos; porque aquelle terreno impede que da Face O X do Revelin ſe deſcubra o Foſſo u m p g h s l que corre pella da Meya-lua; não obſtante que aſſim eſtejaõ ſeparadas as de Coevorden Praça regular de Flandres, & ſeria muito melhor abrir tambem o Foſſo H l u c, que ſe cõmunicaſſe com o do Revelin, de modo q̃ ficaſſe todo continuado com o da Face da Meya-lua, & cõmunicandoſe com o do Revelin; porque deſte modo ſerá flanqueado de ſua Face. Fig. 35. Defeitos dos Foſſos das Meyas-luas em alguns Autores.

Neſta forma reſulta o Trapezio f C u i de terreno natural, que alli fica; o qual póde ſervir de hũa conſerva, ou parte de Contraguarda com ſeu Parapeito, que havemos ditto; pois ſempre por-

diante ficará descortinada da Face do Revelin, & por dentro do Reparo da Praça.

Porém o Fossete u i n m, que separa a Meya-lua do Trapezio f C u i, não pòde na nossa fabrica ser flanqueado da Face do Baluarte a respeito de sua altura (sendo esta de Praça Real) & de sahir a muralha de dentro do Fosso; falta que hà em semelhante obra de hũa Praça nossa, que não convem nomear. Na fabrica Hollandeza se remedea isto com a Falsabraga que corre pello pè do Reparo, a qual por mais baixa póde varrer o ditto Fossete, & ainda da Face do Baluarte por mais retirado do Fosso que o nosso, não he tão grande a difficuldade; se bem ainda assi tenho por impracticavel, o poderse defender da Face do Baluarte, se a altura deste for grande, & tambem a profundidade do Fosso, & grossuras dos Parapeitos, como nas Praças Reaes.

Contraguarda preferida àMeya-lua.

Pello que escolhi antes a Contraguarda acima descripta do q̃ a Meya-lua separada. E se me disserem que se pòde tirar fòra o Trapezio f C u i, ficando tambem alli Fosso, & que entaõ poderà ser bem flanqueado da Face do Revelin. Respondo que sobre ser hum custo, & trabalho immenso, não convem que seja o Fosso tão largo defronte da Face do Baluarte por evitar o poder o inimigo descubrila de modo que a possa bater tanto abaixo, q̃ a ruina traga cõsigo muita parte superior, & facilite a subida para a brècha; pois a isto dà occasiaõ a demasiada largura dos Fossos, como reconhecem os scientes, & os practicos. Vejase com tudo a nota seguinte.

NOTA.

MAS porque podem alguns dizer que ainda que o inimigo chegue accidentalmente a entrar no Fossete u i n m; todavia não póde allí permanecer em razão de que para o socorro tem que passar o Fosso da Cõtraguarda, & Meya-lua flanqueado do Revelin, em quanto não ganha algũa destas obras; & faz Travessa naquelle para segurar a passagem; & que estando no ditto Fossete u i n m, serà taõ infestado do alto da Meya-lua X, & do Trapezio C f i u com granadas, alcanzias, panelas de polvora, & fogos artificiaes, que seja impossivel conservarse. Alèm do que a gente da Praça acudirà logo pello Fosso principal a lançalo fóra; & sobre tudo se póde fazer na margem interior do Refossete

que

que deve correr pello meyo daquelle, ou em outra parte (quando não haja Refossete) mas sempre defronte do Fossete u i n m hũa porçaõ da Trincheira de que trattaremos no Capitulo 40. para daqui se flanquear não só com a Mosqueteria, mas com algũa Peça de Artilheria; que se deve levar ao Fosso nas occasioẽs necessarias: de mais que quando os Reparos não forem da mayor altura que havemos assinado às Praças Reaes, nem o Fosso taõ fundo, se poderá já delles flanquear o ditto Fossete.

Por tanto condescendendo com estas razoens, não impugnarei que quem quizer separe as Meyas-luas mediante os Fossetes Collateraes como, u i n m que deve ter a terça parte da largura do principal onde mostra a linha R D defronte do angulo da Espalda, ou ao menos a quarta parte, deixando de persi os Trapezios C f i u; nos quaes póde fazer seus Parapeitos, ou em parte delles da banda da Meya-lua por serem allí mais largos; ficando como hũas Conservas, ou Contraguardas parciaes, com o seu terreno natural no livel da Estrada encuberta, ou levãtando-o mais algum tanto com a terra do seu Fosso, ou atè a altura em que ficar o plano da Meya-lua; sobre que cada hum escolherà o que mais lhe agradar porque nesta circunstancia vai pouco; se bem sempre será melhor que o seu plano fique mais elevado que o da Estrada encuberta como o da Meya-lua; para não sómente a defender, mas por cima della flanquear a campanha. *Permittemse as Meyas-luas separadas na forma apontada.*

Nas figuras n.33. & 35. se vè hũa, & outra forma das Contraguardas, ou inteiras, ou partidas em Meyas-luas, & Trapezios aos quaes havemos dado o nome de Conservas, ou Contraguardas parciaes. Na figura irregular n.32. B se mostraõ as Contraguardas partidas. *Fig.32. B*

Do Perfil das Meyas-luas se dirà no Cap. 5. da Secçaõ segunda §. 1.

NOTA.

BArleduc [r] encontra as Contraguardas; porèm algũas de suas razoens tem facil reposta, & outras não militão cõtra as nossas; que saõ desenhadas com diversas circũnstancias, & não pendẽ de longuissima defensa do Flanco do Baluarte, como as que elle encontra. *r Lib. 2. c. 28.*

Por me não alargar mais do que convem em compendio; não

respondo às suas objecçoēs,& mostro as diversas circunstancias, que concordaõ com as de Pagan.

CAP. XX.

Da fabrica das Meyas-luas nas Praças irregulares segundo nosso Methodo.

PARA o Quadrado, & Pentagono se obrarà com particulares circunstancias: para o Hexagono, figuras seguintes, & linha recta com outras.

Fig.32.A

Como se fabricão as Meyas-luas nas Praças irregulares.

Do angulo flanqueado O do Baluarte se estenda para fòra a linha indefinita O G, que o corte pello meyo; a qual ordinariamente dividirà a redondeza da Cōtrascarpa em partes desiguaes no ponto M (poderá succeder algũa vez cortala em iguaes.)

Ajuntemse em hũa linha recta, ou somma as duás Sobrefaces B O, L O: desta se tomem os tres oitavos para a Capital M G da Meya-lua, se o angulo da figura em que està o Baluarte, & diante do qual se faz a Meya-lua for de Quadrado, ou Pentagono (Por angulo de Quadrado entendemos neste nosso primeiro modo de desenhar explicado no Capitulo 14. não sò o que tem 90. gr. precisamente, mas qualquer de 86. gr. inclusivè atè 99. exclusivè, & pello de Pentagono o de 99. inclusivè atè 114. exclusivé, de que se pòde ver a razão em semelhante caso no Capitulo 15. acerca da Fortificaçaõ irregular, mas para a descripçaõ das Meyas-luas quando o angulo da figura for de menos de 90.gr. se veja a nota seguinte) & do ponto G ao ponto Z angulo da Espalda do Baluarte collateral se tire a linha imaginaria G Z, em que deve ficar a Face da Meya-lua. Para se determinar esta se tome em cada Face do Baluarte (diante do qual aquella fica) começando do angulo flanqueado, a sua quinta parte O 2. Do ponto 2. se levante a perpendicular 2. H; que cortará G Z no ponto H determinando a Face G H da Meya-lua, & seus lados H S; que devem ficar abertos sem Parapeito, para poderem ser as Meyas-luas flãqueadas por dentro não sò dos Baluartes, mas dos Revelins; para que se o inimigo entrar nellas fique exposto aos tiros de huns, & outros, em quanto senão cobre; por cujo respeito devem tambē ser minadas, & os mesmos Revelins; para poderem ser voados, se

Lados da Meya-lua sem Parapeitos.

o ini-

o inimigo nelles ficaſſe conſervado contra a força dos tiros. Mas ſe o angulo da figura a que ſe antepoem a Meya-lua for já de 114 gr. incluſivè, & daqui para cima de Hexagono, Heptagono, &c. atè a linha recta incluſivé ſe tomará para a Capital M G o terço da ſomma das duas Sobrefaces B O, L O, lançando do ponto G aos pontos E angulos reintrantes da Contraſcarpa as linhas imaginarias G E em que devem ficar as Faces da Meya-lua. E para ſe determinarem eſtas ſe tome em cada Face do Baluarte a ſua quarta parte de O atè 2. (nas do Quadrado, & Pentagono ſe tomou a quinta) & ſe lance a perpendicular 2. H para determinar a Face G H da Meya-lua, & ſeus lados H S. Revelins, & Meyas-luas minados.

O Foſſo deſtas Meyas-luas ſe deſenharà como o das meſmas nas Praças regulares ditto no Capitulo 19.

NOTA.

MAS ainda que havemos ditto que para o noſſo Methodo do Capitulo 14. entendemos por angulo de Quadrado o que he de 86. gr. incluſivè atè 99. excluſivé; todavia para o deſenho das Meyas-luas ſe advirta que quando o Baluarte aſſentar em angulo de figura de menos de 90. gr. [pois havemos ditto que eſte noſſo Methodo admitte angulo de 86. gr. para bem ſe poder fortificar, ficando o flanqueado de mais de 60. gr.] em tal caſo ſe forme no ponto G o angulo da Meya-lua de 60. gr. cujas Faces iraõ imaginariamente demandar as dos Revelins collateraes em pontos competentes, donde ſerà aquella bem flanqueada, & a grandeza das dittas Faces ſe determine na forma ſobreditta para a Meya-lua que ſe antepoem a angulo de Quadrado, ou Pentagono. Eſta advertencia he para que nunqua o angulo da Meya-lua nos fique menor de 60. gr. pois nenhum de obra algũa queremos menor, ſem embargo de o Capitaõ D. Diogo Henriquez de Vilhegas o admittir para o flanqueado no Baluarte de 40. gr. em que de nenhum modo conſentimos, nem em excluir o recto, nẽ em não admittir por modo algum o obtuſo, querendo [r] ſómente que nem ſeja menor que de 40. nem mayor que de 80. gr. abſurdo intoleravel. Sofreralhe que não paſſára de recto nas Fortificaçoens regulares, como fazem muitos Autores modernos: ſe bem iſto he hũa ſuperſtioſa reverencia ao angulo recto, & não ha razão algũa de momento que poſſa excluir o obtuſo ſem demaſiado

[r] Na Acad. lib. 2. c. 9. §. 3. pag. 207.

do excesso. Muitas das razoens metaphysicas das Scholas não tem entidade na practica,& no exercicio bellico. Vejase o §.6. da segunda parte Qualificativa sobre este ponto.

CAP. XXI.

Dos Hornaveques;por outro nome Cornas,ou obras Cornutas,segundo nosso Methodo.

OS Hornaveques já definidos [c] saõ obras muito melhores que os Revelins,& Meyas-luas por mais capazes; mais defensaveis, impedirem melhor os Approxes, & entreterem o inimigo mais longe da Praça. Accõmodaõse em seu proprio lugar diante das Cortinas;principalmente quando estas saõ muito lõgas,ou quando o sitio por alli tem mais facil chegada, ou algũa fraqueza:todavia tambem se accõmodaõ diãte dos Baluartes em lugar de Meyas-luas para melhor os cubrir,& amparar,principalmente sendo o sitio por alli arriscado,ou eminente,sem nisto haver o incommodo,que alguns querem attribuir a estes taes Hornaveques por não ficarem os seus Ramaes parallelos, donde tomão por Axioma;que sò diante das Cortinas se façaõ, como se o parallelismo dos Ramaes lhe dera alguma qualidade de mayor fortaleza,ou defensa; quando nas Coroas permittem a falta do tal parallelismo sem dahi considerarem incommodo [pello não haver] Vejase Dogen [a] que discorre bem sobre este ponto.

c Cap.7.def.51

Hornaveques diante dos Baluartes.

a Lib.1.c.15.

Admittimos pois indifferentemente os Ramaes do Hornaveque parallelos,ou não parallelos;com tanto que o angulo do Polygono exterior seja capaz de se poder fortificar com meyo Baluarte como advertiremos na fabrica, & tambem que indifferentemente se possaõ accõmodar assim diante das Cortinas, como dos Baluartes, com tanto que sejaõ de bastante largura para se formarem os meyos Baluartes, & Cortina, a saber que seu lado do Polygono exterior não seja menor de 200.pès,como advertimos tambem no Cap. 13. acerca dos lados dos Polygonos exteriores para se fortificarem com Baluartes inteiros, pello que se a Cortina,ou Baluarte da Praça principal forem taõ pequenos que não dem lugar a se lhe accõmodar diante tal lado de Polygono exterior para o Hornaveque,que seja ao menos de 200. pès; em

Hornaveques admittidos ainda que seus Ramaes não sejão parallelos.

tal

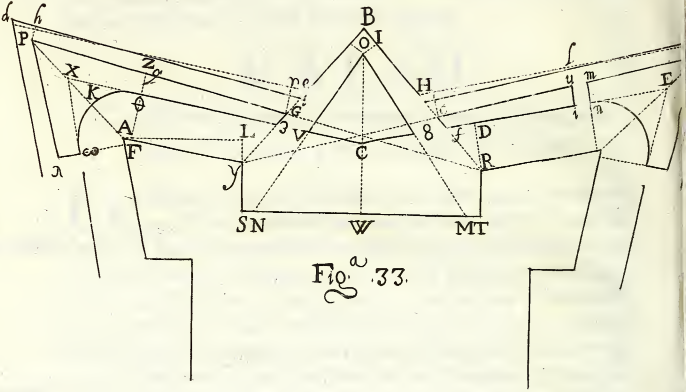


Fig.ª 33.

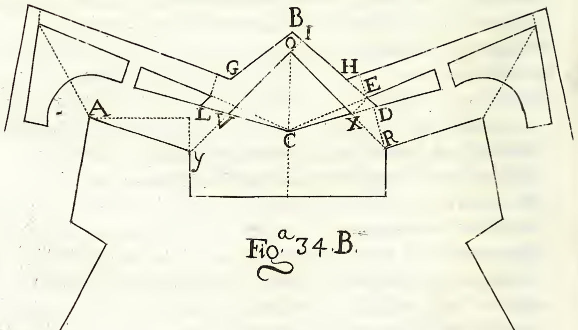


Fig.ª 34.B.

R. Bitry . E.M. Mendes fecit

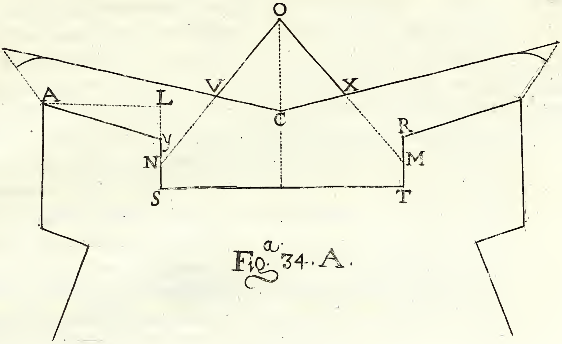


Fig.ª 34. A.

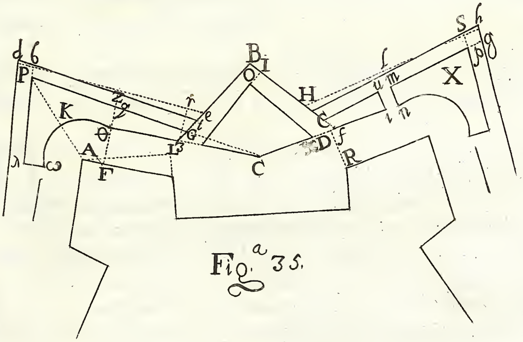


Fig.ª 35.

VII.

tal caso se escuse fabricalo, accõmodandose em seu lugar hũa Tenalha na forma que diremos no Cap. 23.

Tenalha em lugar de Hornaveque, quando.

Tambem advirto que não tenho por irrefragavel o estilo de alguns modernos, que fazem algum tanto mayores, ou iguaes as Faces dos meyos Baluartes do Hornaveque com a Cortina, porq̃ as razoens que tem para isso não saõ de tal momento que encontrem a nossa fabrica; se bem por serem estas obras ordinariamente pequenas, venho em que se reforcem os seus meyos Baluartes cõ mayores Faces do que pella proporçaõ ordinaria, para que assim fiquem mais capazes; & por tanto lhe dei outra proporçaõ, de q̃ resultaõ aquellas mayores que os tres quartos da Cortina, assaz grandes, escusando o excesso de as fazer iguaes, ou mayores; pois daqui se segue ficar a Cortina demasiadamente curta, & por este respeito poderà succeder algũas vezes não se varrer bem dos Flãcos se o lado do Polygono exterior não for tão capaz que dè lugar a ficar aquella de bastante comprimento.

Faces do Hornaveque iguaes ou mayores q̃ a Cortina escusadas.

Para se fabricarem pois os Hornaveques segundo nosso Methodo se devem cõsiderar os angulos do Polygono exterior porque se forem de 84. gr. & dahi para cima, como ordinariamente succederá, usaremos de hũa proporçaõ: se forem menores, usaremos de outras na forma seguinte.

Para quando os angulos do Polygono exterior do Hornaveque forem de 84. gr. & daqui para cima.

DOS pontos O, C angulos das Espaldas se estendaõ as linhas rectas O K, C H, como se os Flancos I O, F C se produzissem imaginariamẽte, cada hũa das quaes poderà ter atè 900. pés pello mayor comprimento obrigando a necessidade por occupar algũ sitio eminente; & dalli para baixo atè 800. 700. 600. 500. segundo comprimento q̃ se lhe quizer dar, ou distancia da Praça: mas para que isto seja com regra proporcionada á grandeza da Cortina; a que se antepoem o Hornaveque, se tomem as linhas O K, C H cada hũa igual aos $\frac{3}{4}$ do lado A B do Polygono exterior da Praça Principal, ao qual o Hornaveque fica anteposto; porque assim resultaõ bem proporcionadas as distancias dos Ramaes a respeito de cada lado da figura, & dentro do tiro vehemente de mosquete. Fig. 36.

Fig.36. Lanceſe o lado do Polygono exterior K H, & ſe obre com a ſeguinte proporçaõ.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado do Polygono exterior K H.

O Flanco prolongado G M igual a Sobreface K G a ſaber outros $\frac{3}{10}$ do lado do Polygono exterior K H.

A Extenſaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Vejaſe o §.9.da ſegunda parte Qualificativa ſobre as medidas que reſultaõ deſta proporção.

NOTA I.

A Conſtrucçaõ ſobreditta ſervirà gèralmente ſendo o angulo do Polygono exterior do Hornaveque de 84.gr. incluſivè para cima,como ordinariamente ſuccederà.

Mas ſuccedendo que o angulo formado pello lado exterior com o Ramal do Hornaveque ſeja menor de 84.gr. convem uſar de outra proporçaõ para que o angulo flãqueado não fique menor que de 60.gr.pello que ſe deve proceder conforme a diminuiçaõ que o angulo do Polygono exterior fizer de 84. gr. para baixo de grao a grao,ou de dous a dous gráos atè 73. que admittimos pello menor para ſe formar Hornaveque, advirtindo que ſe hum dos angulos do Polygono exterior for mayor que o outro, ſe há de accõmodar o mayor à regra do menor na meſma forma declarada no Cap.15. acerca da Fortificaçaõ dos Polygonos irregulares. Uſeſe pois das ſeguintes proporçoẽs.

Angulo de Polygono exterior de 73. gr. capaz para ſe formar Hornaveque.

Sendo o angulo do Polygono exterior do Hornaveque de menos de 84.gr.até 82, incluſivé.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado do Polygono exterior K H.

O Flanco prolongado G M $\frac{7}{8}$ da Sobreface K G.

A Extenſaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 82. gr.até 81.incluſivé.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado do Polygono exterior K H.

O Flanco prolongado G M $\frac{6}{7}$ da Sobreface K G.

A Extenſaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Sendo

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 81. gr. até 80. inclusivè.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H.
O Flanco prolongado G M $\frac{4}{5}$ da Sobreface K G.
A Extensaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 80. gr. até 79. inclusivé.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H.
O Flanco prolongado G M $\frac{3}{4}$ da Sobreface K G.
A Extensaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 79. gr. atè 77. inclusivè.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H.
O Flanco prolongado G M $\frac{2}{3}$ da Sobreface K G.
A Extensaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 77. gr. atê 75. inclusivé.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H.
O Flanco prolongado G M $\frac{3}{5}$ da Sobreface K G.
A Extensaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 75. gr. até 73. inclusivé.

A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H.
O Flanco prolongado G M $\frac{1}{2}$ da Sobreface K G.
A Extensaõ G R do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M.

Na figura em que o angulo do Polygono exterior he de 73. gr. que he o menor por nòs admittido para se formar Hornaveque resulta por esta proporçaõ o angulo flanqueado de 60. gr. 28 min. 20. seg.

A Golla he a mais pequena que de qualquer outro Polygono de mayor angulo, a qual todavia resulta de 110|654. pès na suppoſiçaõ do lado exterior de 432. Vejase o §. 9. da segunda parte Qualificativa.

NOTA II.

SE houver sitio eminente ainda mais distante da Praça principal; que seja necessario occuparse, se poderá ganhar com segũdo Hornaveque successivamẽte; cujos Ramaes tomẽ a defensa das Faces dos meyos Baluartes do mais interior; o que poderà ser ainda que o lado exterior do mais remoto Hornaveque seja igual ao do mais proximo á Praça principal; porque como admittimos angulo de Polygono exterior de 73. gr. sempre os Ramaes daquelle podem vir demandar as Faces deste, ainda que os angulos do Polygono exterior sejaõ bem mayores que de 73. gr. quãto mais podẽdo-os diminuir atè este termo: a q̃ tambem dà lugar o admittirmos o lado do Polygono exterior do Hornaveque de 200. pès pello ultimo termo menor; pois sendo mayor o lado exterior do Hornaveque proximo á Praça, poderáõ os Ramaes daquelle ainda que sejaõ parallelos vir demandar as Faces deste; & quando isto não possa ser, se podem inclinar para dentro os dittos Ramaes de modo que venhaõ a tomar a defensa do mais chegado á Praça; com tanto que o angulo do Polygono exterior não baixe dos 73.gr.

Mas quando o lado do Polygono exterior do Hornaveque for menor de 200. pès; em tal caso se faça hũa Tenalha pella fabrica do Cap. 23. ou hum Revelin, ou Meya-lua, se este bastar para o sitio; conforme ao qual se deve proceder nesta disposiçaõ.

NOTA III.

Fig.36.

Medidas do Fosso do Hornaveque.

O Fosso do Hornaveque se pòde fazer tambem obliquo como o das Praças principaes, mas do seguinte modo. Sobre o ponto H extremo da Face D H no angulo flanqueado se levãte a perpendicular H X igual aos $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$ ou ao mais $\frac{4}{5}$ do Flanco P D; & do ponto R angulo da Espalda do meyo Baluarte K R M se tire por X a linha R X L: mas da parte do Ramal se levante do mesmo ponto H tambem extremo do Ramal T H a perpendicular H V igual ao Flanco P D, & da parte da Praça principal se tome a linha T y igual ao mesmo Flanco P D, & mais à sua quarta, ou terça parte, & se lance a linha y V L formativa da Contrascarpa do Ramal. Ultimamente se forme a redondeza X V na forma que temos ditto no Cap. 17. acerca dos Fossos para as Praças irregulares.

SCHOLIO.

SCHOLIO.

OS Hornaveques se guarnecem tal vez com seus Revelins diante das Cortinas, & Meyas-luas diante dos meyos Baluartes. Quando por algũa necessidade o queiraõ assim fazer, se podem desenhar os Revelins dos Hornaveques na mesma forma do Cap. 18. mas tirando suas Faces de algũa parte das dos meyos Baluartes; como da quarta, ou da quinta contando do angulo da Espalda para o Flanqueado, ou tirandoas do mesmo angulo da Espalda: se bem como estes Revelins saõ pequenos, serâ sempre melhor deduzirlhe as Faces de hũa parte das dos meyos Baluartes como acima se diz por ficar a Praça de dentro mais capaz em razão do mayor angulo flanqueado do Revelin, que desta fabrica resulta.

As Meyas-luas se desenhaõ na forma declarada no Cap. 19. mas de tal modo que hũa Face da Meya-lua tome a defensa do Revelin, outra da Face do Baluarte da Praça principal. Com tudo não consinto em se fazerem estas Meyas-luas diante dos angulos flanqueados dos meyos Baluartes dos Hornaveques assim por sua incapacidade; como porque não podem ser bem defendidas principalmente no seu Fosso.

Meyas-luas dos Hornaveques donde tomão a defensa.

He de saber tambem que algũas vezes se poem Revelin defrõte da Cortina da Praça, & por fòra delle hum Hornaveque: assim há em Bredá; em Rhees na Fortificaçaõ Hexagonica que està da outra parte do rio Rheno (vulgarmente lhe chamamos Rhin) na Citadella de Gulich: em Bergen opzoom, & outras partes. Do Perfil dos Hornaveques se tratta no Cap. 5. da Secçaõ segunda.

Hornaveque por fòra do Revelin.

CAP. XXII.

Das Coroas, por outro nome Obras Coroadas por nosso Methodo.

AS Coroas servem para occupar algum posto eminente, & proximo, dõde se pòde incõmodar a Praça principal quãdo he mais dilatado do que se pòde occupar com hum Hornaveque. Aquellas constaõ ordinariamente de hũ Baluarte no meyo, & dous meyos Baluartes nos extremos em forma de hũa Coroa,

Coroas para q̃ servem.

donde tomaráõ o nome. Se o ſitio he mais dilatado ſe fazem de dous, tres, quatro, & mais Baluartes inteiros entre os meyos Baluartes extremos ſegundo pedir o ſitio que he neceſſario occuparſe.

Ramaes das Coroas a tiro vehemente de moſquete em reſpeito da Praça.

Os Ramaes não ſe devem eſtender em mayor diſtancia da Praça principal que a tiro vehemente de moſquete (ſem embargo q̃ alguns admittaõ eſta diſtancia a reſpeito da Eſtrada encuberta) pello que ſe a Coroa ſe houver de accõmodar diante de Baluarte, promoverſehá a capital deſte atè 800. pès, ou daqui para baixo para que neſta linha produzida fique a Capital do Baluarte medio da Coroa.

Mas ſe ſe houver de fabricar diante da Cortina, ſe póde eſtender hũa linha do meyo della atè 1000. pès (menos ſerà melhor) & nella accõmodar a Capital do Baluarte medio da Coroa, porquanto então ficaõ os Ramaes defendidos das Faces dos Baluartes em diſtancia proporcionada ao tiro vehemente de moſquete.

O meſmo ſe entende quando a Coroa for de dous, ou mais Baluartes inteiros no meyo, com tanto que os Ramaes venhaõ a demandar as Faces dos Baluartes da Praça para dellas tomarem a defenſa.

Fig. 37. A

Deſenho das Coroas.

Sua fabrica ſerá na forma ſeguinte. Do meyo da Cortina da Praça ſe eſtenda a perpendicular R C (pòde ſucceder ſer neceſſario tirala de outro ponto que não ſeja o meyo da Cortina pella irregularidade do ſitio;) a qual ſeja de 1000. pés pella mayor diſtancia; & daqui para baixo a 900. 800. & atè 400. conforme a diſpoſiçaõ do ſitio que he neceſſario occuparſe. Deſenheſe o Polygono exterior B C D accõmodado aos pontos onde convier ficarem os angulos flanqueados; advertindo porém que os Ramaes B A, D E produzidos imaginariamente devem vir demandar as Faces dos Baluartes P & S da Praça para dellas tomarem a defenſa, & ſerà bem que venhaõ â ſexta, quinta, quarta parte, ou até a metade da Face contando do angulo da Eſpalda X para o Flanqueado V, a reſpeito que a groſſura do parapeito do Baluarte não impida poderſe bem varrer de tanta parte da Face V X todo o fundo do Foſſo do Ramal B A, de quanta ſe varrerà ſe eſte vier demandar a Face em ponto taõ apartado de X para V, quanta for a ditta groſſura do Parapeito; & por tanto digo que venha á ſexta, quinta, quarta, ou a ametade da Face de X para V, para q̃ o

reſto

resto della sirva de Flanco ao Ramal; o qual senão estenderà mais que atè 900. pès pello mayor comprimento apartado da Face X V: menos sim.

Estendida pois a linha R C, & lançados os lados exteriores B C, C D se reconheça com a fitta gradual, ou outro instrumento o angulo medio B C D, o qual se for de Octogono q̄ he de 135. gr. antes jà de 133. inclusivè para cima, & de qualquer valor mayor que seja, como de Enneagono, Decagono, &c. se usarà da seguinte proporçaõ.

Sendo o angulo medio B C D do Polygono exterior da Coroa de 133. gr. & daqui para cima.

A Sobreface C F, ou B L se tome de $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B.
O Flanco prolongado F M igual á Sobreface C F.
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M.
Mas neste caso he necessario que o angulo collateral A B C seja ao menos de 84. gr. para que possa resultar o Flanqueado A B O de 60. gr. ou pouco mais, pois resulta de 60. gr. 2. min. 20. seg.

NOTA.

ORdinariamente succederá conforme as disposiçoens das Coroas que o angulo medio B C D do seu Polygono exterior seja mayor que de Octogono: por tanto quasi sempre se poderà usar da proporçaõ acima.

Mas succedendo que o angulo medio B C D seja menor de 133. gr. o que mais facilmente poderá succeder em Coroa anteposta a hum Baluarte se use das seguintes proporçoens a saber.

Sendo o angulo medio do Polygono exterior da Coroa de menos de 133. gr. até 120 inclusivé.

A Sobreface C F, ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B.
O Flanco prolongado F M $\frac{7}{8}$ da Sobreface C F.
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M.

Porèm neste caso será necessario que o angulo collateral A B C seja ao menos de 82. gr. para poder resultar o Flanqueado de 60. gr. ou pouco mais a saber de 60. gr. 45. min.

Sendo

Sendo o angulo medio B C D do Polygono exterior da Coroa de menos de 120.gr até 105.inclusivé que he jà menor valor que do angulo do Pentagono.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B.
O Flanco prolongado F M $\frac{3}{4}$ da Sobreface C F.
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M.

Porèm neste caso serâ necessario q̃ o angulo collateral A B C do Polygono exterior seja ao menos de 79.gr.para que possa resultar o Flanqueado A B O de 60.gr.ou pouco mais como resultará, a saber de 60.gr.33.min.50.seg.

Sendo o angulo B C D do Polygono exterior menor de 105 gr.até 94.inclusivé.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B.
O Flanco prolongado F M $\frac{2}{3}$ da Sobreface C F.
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M.

Porém neste caso serà necessario que o angulo collateral A B C do Polygono exterior seja ao menos de 77. gr. para que possa resultar o Flanqueado A B O de 60.gr. ou pouco mais; pois resulta de 60.gr.29.min.40.seg.

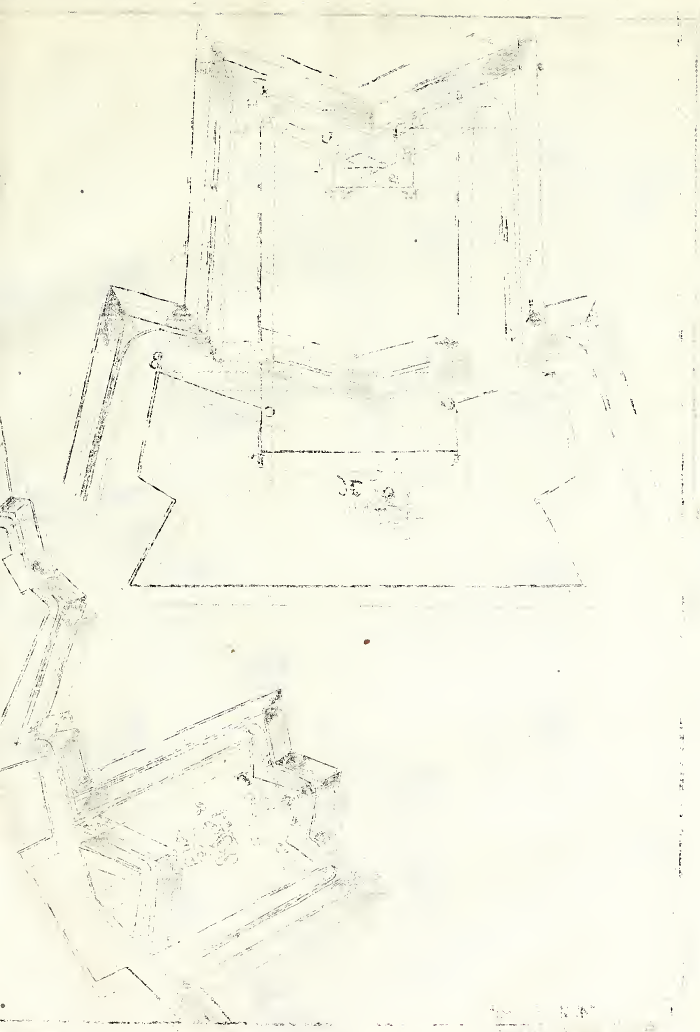
Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 94. até 86.gr. 16.min. inclusivè.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B.
O Flanco prolongado F M $\frac{7}{12}$ da Sobreface C F.
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado F M.

Mas neste caso será necessario que o angulo collateral A B C do Polygono exterior seja ao menos de 73. gr. 8. min. para que possa resultar o Flanqueado A B O de 60. gr. ou se admittirmos o ditto collateral A B C de 74.gr.resultarà o Flanqueado A B O de 60.gr.52.min.

Atè este termo de 86.gr.16.min. pello menor he que admittimos o angulo medio B C D do Polygono exterior da Coroa para se poder formar por dentro delle Baluarte inteiro com boa Symmetria de suas partes. Vejase sobre este Cap.22.o §.10.da segunda parte Qualificativa. Do Perfil das Coroas se tratta no Capitulo 5. §.1.da Secçaõ segunda.

Na



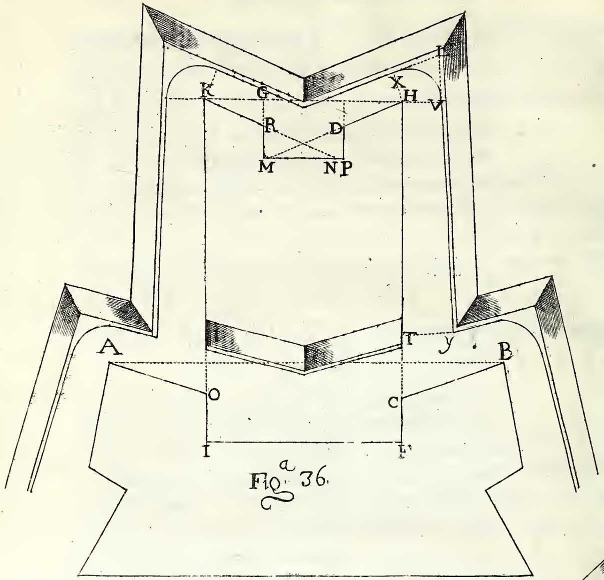


Fig.ª 36.

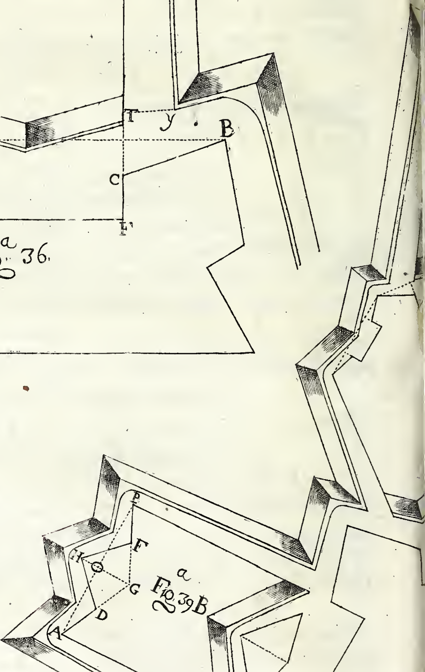
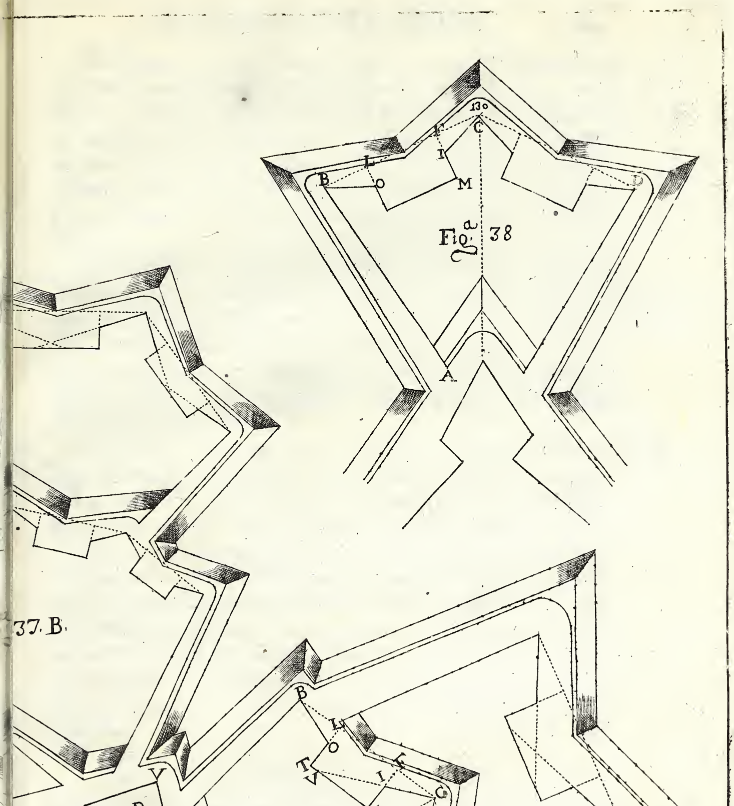
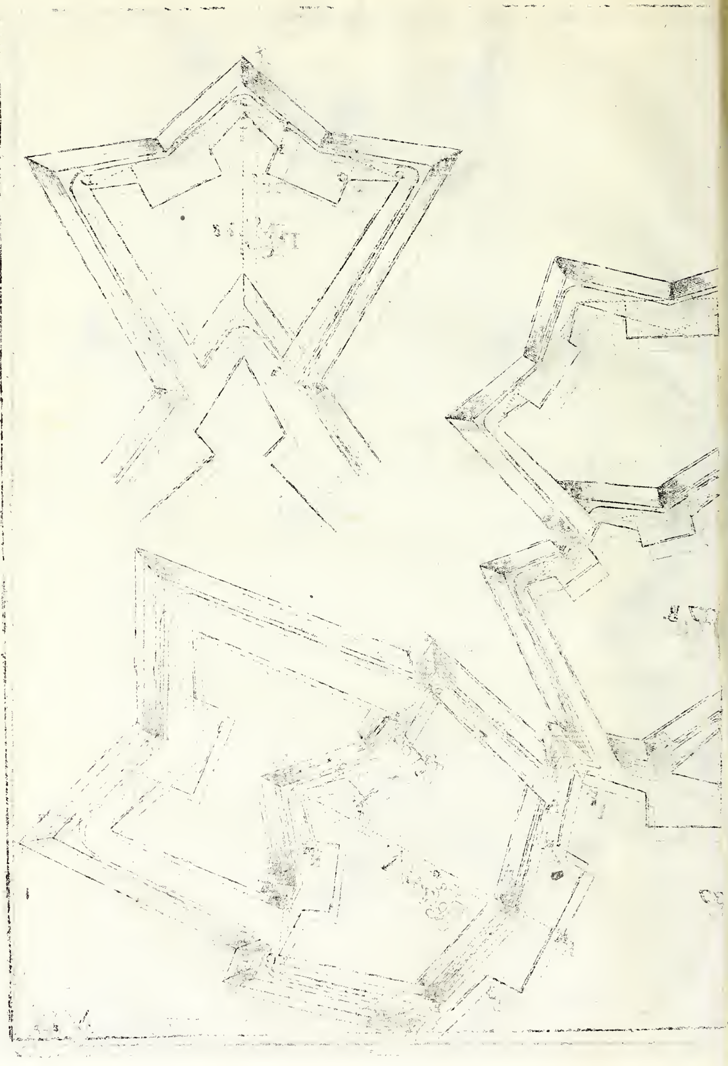


Fig.ª 39 B

R. Bietry. E.M. Mendes fecit.



VIII.



Na figura *n.* 37. A se representa a Coroa que havemos descripto de hum Baluarte inteiro, & dous meyos Baluartes; mas na figura 37. B outra de tres inteiros, & dous meyos, & porque esta he irregular se deve advertir que a fabrica do Baluarte de hum angulo mayor do seu Polygono se hà de regular pella do collateral menor daquella banda que olha para elle segundo as proporçoens declaradas neste Cap. semelhantemente como se ensinou no Cap. 15. acerca das Fortificaçoens irregulares. Fig. 37. A Fig. 37. B

Porèm devese guardar hũa particular circunstancia a saber q̃ por quanto nos extremos da Coroa não vão Baluartes inteiros, mas sòmente meyos Baluartes se deve a fabrica destes accõmodar com a dos Baluartes inteiros seus collateraes; nos quaes se deve guardar a regra pertencente ao seu mesmo angulo de Polygono, segundo as proporçoẽs acima declaradas daquella parte q̃ olhaõ para os meyos Baluartes. Circunstancia no desenho das Coroas.

Na figura n. 38. se vè outra Coroa diante de hum Baluarte a qual he regular, & se o sitio o não permittir se fará irregular: porèm por esta nossa fabrica sempre por qualquer lado, ou fronteria que as Coroas se tomẽ se acharáõ regulares, a saber cõ iguaes Faces, iguaes Flancos, & iguaes Flancos secundarios; donde manifestamente se vè a excellencia deste nosso Methodo, pois reduz a Fortificação das figuras irregulares a tanta regularidade, que por qualquer fachada que se tomem se vè esta regular, ponto que os Autores summamente dezejavão, intimando que a Fortificaçaõ irregular tanto mais perfeita será, quanto mais se chegar á regular, & parece que não he possivel mayor regularidade no irregular. Fig 38.

NOTA I.

QUANDO as eminencias se continuaõ hũa alèm da outra se poem sendo necessario tambem hũa Coroa alèm da outra, com tanto que a mais sayda tome a defensa da mais retirada, & talvez em hum sitio destes se accõmoda hũa Corna, Tenalha simplez, qual mostra a figura 39. A ou Tenalha dobre como na figura 39. B segundo a necessidade que ha, & juizo do Engenheiro accõmodandose ao sitio. Como se desenhaõ as Tenalhas se dirá no Capitulo seguinte. Fig. 39. A & 39. B

Alguns continuaõ por dentro das Coroas a Estrada encuber-

ta da Praça principal com ſua explanada que morre no livel da Campanha na forma ordinaria; para que o interior da Coroa fique de todo expoſto,& flanqueado da Praça principal ſem obſtaculo algũ que poſſa ſervir de reparo ao inimigo entrado nella.

Mas he de notar que daqui reſulta não ſe communicar o Foſſo da Coroa com o da Praça principal,antes a Eſtrada encuberta fica impedindo que o Foſſo dos Ramaes ſe poſſa bem flanquear dos Baluartes da Praça.

E ſe me diſſerem que da Eſtrada encuberta ſe flanquea, ha o inconveniente de ſer neceſſario que a Explanada caya no Foſſo do Ramal em ladeira pella qual ſe poderá entrar nelle com deſcida ſuave;alèm do que he mais facil perder eſta defenſa, & poderſe o inimigo cubrir no Foſſo do Ramal com a terra da meſma explanada;pello que o meu parecer he que o Foſſo da Coroa ſe deve cõmunicar cõ o da Praça principal, ainda que o daquella não ſeja tão profundo como o deſta, pois alguns daõ menos profundidade ao Foſſo da Coroa que ao da Praça por evitarem gaſtos, ou pella difficuldade de rochas, aguas, ou outras cauſas; aſſim meſmo que a Eſtrada encuberta daquella ſe cõmunique com a deſta ſe o cabedal permittir que tambem ſe faça na Coroa.

Foſſo da Coroa communicavel com o da Praça principal.

Mas quando por falta de cabedal,de tempo,ou por outra cauſa ſe lhe não poſſa fazer Eſtrada encuberta,ſe fará a da Praça principal cortada naquella parte em que hum,& outro Foſſo ſe cõmunica, ſem embargo de que alguns a continuaõ tambem por dentro da Coroa ſem cõmunicaçaõ dos Foſſos como tenho ditto, & reprovado;pois convem que o Foſſo dos Ramaes ſeja defendido da Praça principal,para o que haveria impedimento ficando a eſtrada encuberta da Praça interpoſta a hum,& outro Foſſo.

E ſe ſe me puzer por objecçaõ q̃ o Foſſo do Ramal da Coroa não poderà ſer bem defendido naquella parte onde deſemboca no principal a reſpeito de que do Parapeito da Face do Baluarte por proximo,& alto não ſe pòde flãquear o fundo do Foſſo, pois diſpomos aquelle de ſorte que a linha de ſua declividade ſuperior produzida imaginariamente vá a deſcubrir a Eſtrada encuberta, ou quando muito algũa pequena parte da Contraſcarpa ſem poder deſcubrir o fundo do ſeu Foſſo,& por tanto nem a deſembocadura que nelle faz o do Ramal da Coroa.Reſpondo que ainda que aſſim ſeja, toda-via que a qualquer tempo que ſe recee

que

que o inimigo occupe a desembocadura, se póde escarpar hum pouco mais a declividade superior do Parapeito, para q̃ se possa flanquear a ditta desembocadura; pois no tempo da guerra se está sempre trabalhando onde he necessario, & o fizemos assim nos Parapeitos da Praça de Elvas no sitio posto pellos Castelhanos no anno de 1658. nos lugares necessarios para melhor accómodar a artilheria, ou para outros effeitos. Além de que podemos satisfazer á objecçaõ com as mesmas razoẽs que démos na nota despois do Scholio do Cap. 19. acerca do fossete u i n m na figura 35. que separa a Meya-lua X da Contraguarda parcial f C u i. Do Perfil das Coroas se tratta no Cap. 5. §. 1. Secçaõ segunda.

NOTA II.

OS Fossos das Coroas se façaõ cõ as seguintes circũstancias: Se o angulo medio B C D do Polygono exterior da Coroa for de 86. gr. & 16. min. [que he o menor que admittimos] & daqui para cima atè 94. gr. se disponha o Fosso na forma que o fizemos para os Hornaveques na nota 3. no Cap. 21. mas de modo que fique no lugar mais estreito junto do angulo flanqueado tão largo como os $\frac{4}{5}$ do comprimento do Flanco.

Porém sendo o angulo medio do Polygono de 94. gr. para cima, ou tendo a Coroa mais angulos intermedios que hum sô por ser de mais Baluartes inteiros, afora os dous meyos collateraes, em tal caso se considere cada angulo de per-si, & conforme sua grandeza se lhe disporá o Fosso, lançando primeiro o parallelo, & despois o obliquo (que he o que se há de executar) na mesma forma que dissemos nos Capitulos 16. & 17. para os Fossos das Praças regulares, & irregulares.

Mas da parte do Ramal junto do angulo flanqueado se faça a largura do Fosso de outro tanto, & hũ quinto, ou sexto mais como hum dos Flancos; & da parte da Praça principal outro quinto ou sexto mais largo que junto do angulo flanqueado para assim ficar o Fosso obliquo, & se poder flanquear, & varrer com mayor numero de mosqueteria, & artilheria, sem se alargar demasiadamente defronte do angulo flanqueado.

CAP. XXIII.

Das Tenalhas simples, & dobres.

r Cap.7.def.7.

AS Tenalhas jà definidas [r] (obras mais imperfeitas que os Hornaveques por não terem taõ boas defensas antes notadas jà de imperfeiçaõ por lhe faltarem Flancos que as defendaõ) se fazem em lugar dos Hornaveques, quando o sitio, ou falta de cabedal os não permitte; ou quando pella muita pressa he necessaria obra mais breve. Saõ para occupar algum posto exterior, & devem ficar defendidas da Praça na mesma forma que os Hornaveques, & Coroas; pello que seus Ramaes, ou lados não se estenderáõ daquella mais que a tiro vehemente de mosquete, a saber atè a distancia de 900. pès pella mayor em caso de necessidade por chegar a occupar algum sitio importante: daqui para baixo a 800. 700. 600. 500. ou 400. pés.

Tenalhas em lugar dos Hornaveques.

Ramaes das Tenalhas até que distácia da Praça se devem estender.

E se o sitio que he necessario occuparse for mais distãte que os 900. pès, será forçado (se com semelhante obra se houver de occupar) fazer hũa, & outra Tenalha successivamente atè o occupar de tal maneira dispostas que a mais proxima á Praça defenda a mais remota, para o que serà necessario que aquella seja mais larga que esta.

Mas se daqui resultar que a Tenalha mais exterior fique muito estreita, ou o sitio pedir que seja obra larga; em tal caso se accõmodarà em lugar da interior hum Hornaveque mais largo, ou Coroa, dõde se possaõ defender os Ramaes da Tenalha exterior.

Fig.39.A

A fabrica das Tenalhas que seguimos he a ordinaria a saber dividindo o lado A B do Polygono exterior pello meyo no ponto O, & delle tirando a perpendicular O C igual à quarta parte de A B. Finalmente lançando as Faces A C, B C da Tenalha ficará desenhada; cujos angulos flanqueados resultaõ de 63.gr. 26.min. 10.seg. se os Ramaes forem parallelos formando angulos rectos com o lado exterior.

Admitto tambem para estas Tenalhas de Ramaes parallelos, & Polygono rectangulo a perpendicular O C da quinta parte de A B; de que resultará mayor o angulo flanqueado da Tenalha, a saber de 68.gr. 11.min. 50. seg. & as Faces com bastante inclina-

çaõ

ção de hũa a outra para se flanquearem.

Por onde ainda que os Ramaes da Tenalha se vão ajuntando para a parte interior (como poderà succeder no irregular) formando por este respeito com o lado do Polygono exterior angulos menores de 90. gr. atè 82. gr. inclusivè podeis usar desta regra de tomar a linha O C da quinta parte do lado exterior A B; porque ainda assim resultarà o angulo flanqueado de mais de 60. gr. a saber de 60. gr. 11. min. 50. seg. proximamente.

Mas se os Ramaes se forem tanto recolhendo que formem cõ o lado exterior angulo ainda menor de 82. atè 79. gr. inclusivè se póde tomar a perpendicular O C igual à sexta parte do lado exterior A B; de que resultará (no Polygono de angulo exterior de 79. gr.) o angulo flanqueado de 60. gr. 33. min. & as Faces bastantemente inclinadas hũa à outra.

Seu Fosso se disporà na forma seguinte. Lãcese a Contrascarpa K D parallela á Face C B & taõ distante quanto a terça parte da largura do Fosso da Praça principal; a qual Contrascarpa (para esta fabrica de Fosso) se entenda do ponto K atè o ponto D determinado pella linha B D; que pello meyo divide o angulo flanqueado. Partase K D pella ametade no ponto E, & na outra Face C A se tome a sua quarta parte C F. Do ponto F por E se tire a linha F G E V que determinará a Contrascarpa obliqua G E V que seguimos. Mas pella parte dos Ramaes se tomarà junto ao angulo flanqueado a largura B L (como no Fosso dos Hornaveques) outro tanto, & hum quinto, ou quarto, ou terço mais que a que fica da parte de diante; a saber B L sexquiquinta ou sexquiquarta, ou sexquitercia de B I, & junto ao Parapeito da Estrada encuberta, a saber no sitio M N outro tanto, & hum terço, ou ametade mais da largura B L; com que ficará o Fosso obliquo por toda a parte, & defẽdido de mayor numero de Mosqueteria, & Artilheria. Semelhantemente se obre da parte da Face C A, & da parte dos Ramaes serà melhor se communique o Fosso com o da Praça cortando para este intento a Estrada encuberta, como dissemos das Coroas; & que nos Hornaveques se faça o mesmo, posto que no seu Capitulo o não hajamos advertido; o que agora aqui aponto.

Fig. 39. A
Fosso das Tenalhas como se desenha por nosso Methodo.

Há outra sorte de Tenalhas que chamão dobres por serem de quatro Faces na sua fronteria, tendo as simples sò duas. Estas Te-

Tenalhas dobres.

nalhas se tem por mais defensaveis, & dellas se usa algũas vezes. Obraõse communmente na seguinte forma.

Fig. 39. B

Tenalhas dobres como se desenhaõ.

Dividido o lado do Polygono exterior A B pello meyo no ponto O, & delle tirando a perpendicular O G igual à quarta parte de A B se lancem as linhas A G, B G tudo como na Tenalha simples, & se acrescente a perpendicular G O para fòra com sua ametade mais atè H. Partaõse as Faces A G, B G pello meyo nos pontos D, F dos quaes se tirem as linhas D H, F H, & ficará construida a Fronteria da Tenalha dobre A D H F B.

Devese tambem ter o mesmo respeito, & do mesmo modo que dissemos das Tenalhas simples quando os Ramaes se forem ajuntando para a parte interior; porque os angulos flanqueados a elles proximos ficaõ sendo os mesmos que os das Tenalhas simples, & o Fosso [r] semelhantemente como o havemos descripto para aquellas, com tanto que a Contrascarpa fronteira à Face F B se tire da quarta parte de F H como havemos ditto nas Tenalhas simples. Mas a Contrascarpa fronteira á Face F H se tire da terça parte de F B por ser esta linha mais pequena que F H, para q̃ o Fosso fique obliquo, & mais largo da parte da defensa. Semelhantemente se obre nos Fossos das Faces D H, D A & nos dos Ramaes como nas Tenalhas simples.

[r] Fosso das Tenalhas dobres como se desenha por nosso Methodo.

Do Perfil das Tenalhas que mostra suas grossuras, & alturas se tratta no Cap. 5. §. 1. da Secçaõ segunda.

CAP. XXIV.

Dos Fortes em forma de Estrella.

Fortes em forma de Estrella para que servem.

OS Fortes em forma de Estrella servem muitas vezes nos Cercos, Circunvallaçoens, & Quarteis em lugar de Reductos por não terem estes tão boa defensa como aquelles. Então se costumão fazer de 50. a 60. pès de lado de Polygono exterior, bastando desta grãdeza, pois saõ applicados às linhas. Assim chamão ás Trincheiras da Circũvallaçaõ nos cercos das Praças. Outras vezes se fabricão por obra exterior na Fortificaçaõ de hũa Praça, não permittindo o aperto do sitio outra mais capaz com Baluartes, ou meyos Baluartes, ou por escusar gastos, & guarniçaõ demasiada: se bem neste caso convem ser mayor o lado do Po-

Polygono exterior, do que quando ſe applicaõ às Trincheiras.

Na fabrica deſtes Fortes em forma de Eſtrella ſigo o modo cõmum: pois neſte particular não temos que trattar de outro Methodo, ſendo o ordinario bẽ proporcionado, & facil de obrar: ſòmente advertiremos de mais a circunſtancia que ſe deve guardar quando o Polygono for irregular.

He pois a fabrica commua a ſeguinte. Seja o Polygono exterior que ſe quer fortificar o Quadrado, ou Parallelogrammo rectangulo A B C D; cujo lado A B ſe divida pello meyo no ponto E; do qual ſe levante a perpendicular E O igual à quarta parte de A E, ou oitava de A B, & ſe lancem as Faces A O, B O. Semelhantemente ſe obre com os mais lados; & ſahiráõ os angulos flãqueados de 61. gr. 55. min. 40. ſeg. Fig. 40. Deſenho dos Fortes em forma de Eſtrella.

Sendo o Polygono exterior Pentagono, ou Hexagono (não ſe practica figura de mais lados para Eſtrella) ſe tomará E O a terça parte de A E, ou ſexta de A B, & ſe obrarà na meſma forma; de que reſultarà na Eſtrella pentagonica o angulo flanqueado de 71. gr. 7. min. 40. ſeg. na hexagonica de 83. gr. 7. min. 40. ſeg. Fig. 41.

Ou ſe póde tomar no deſenho da Eſtrella pentagonica a perpendicular E O igual à quinta parte do lado exterior A B; de q̃ reſultaõ os angulos flanqueados de 64. gr. 24. min. Mas na hexagonica tomarſe a ditta perpendicular E O a quarta parte de A B, & ſahiràõ os angulos flanqueados de 66. gr. 52. min. 20. ſeg.

Deſte modo ficaõ nas Eſtrellas pentagonica, & hexagonica as Faces mais inclinadas, & compridas, & por tãto mais defenſaveis; mas ſómente na theorica; porque na practica he inconſideravel eſta differença nos effeitos; pois ſe ſuppoſermos o lado A B exterior da Eſtrella pentagonica de 102. pès, & a perpendicular E O a ſua ſexta parte, ſahirá a Face A O de 53|76. Mas ſe ſe tomar E O $\frac{1}{5}$ de A B, reſultará a Face A O de 54|93. mayor ſómente por 1|17. pè; que he couſa inconſideravel na practica. Aſſim meſmo he inconſideravel na practica a menor, ou mayor inclinaçaõ das Faces, que reſulta do menor, ou mayor angulo diminuto, ou do mayor, ou menor angulo flanqueado, no primeiro caſo de 71. gr. 7. min. 40. ſeg. no ſegundo de 64. gr. 24. min. na Eſtrella pentagonica. Semelhantemente ſe entenda acerca da hexagonica.

He porèm de advertir que quando o lado do Polygono exterior chegar a 200. pés, ſerà então muito melhor fazer Forte de

Baluartes inteiros,ou ao menos de meyos Baluartes por serẽ mais defensaveis,& capazes que as Estrellas; salvo se o cabedal,ou tẽpo for taõ pouco que não dè lugar a isto; ou a obra houver de ser temporaria para hũa occasiaõ.

Polygonos irregulares para Estrellas que condiçoẽs devem ter,& como se deve fazer o desenho.

Os Polygonos irregulares se fortificaráõ pello mesmo estilo com duas advertencias; a primeira que não admittimos angulo de Polygono exterior para esta fabrica de menos de 90.gr.porq̃ resultaria daqui ficarem muito agudos os angulos da Estrella; a segunda que quando na figura irregular se der algum angulo de 90.gr.atè 100. se fortificaráõ os dous lados collateraes ao tal angulo pello primeiro modo acima da fabrica das Estrellas em Quadrado,ou Parallelogrammo rectangulo,mas se o angulo passarde 100. gr. se podem jà fortificar os dous lados seus collateraes pello segundo modo acima ensinado para a fabrica das Estrellas pẽtagonicas, & hexagonicas regulares. Do Perfil destas obras, & dos Fortes de meyos Baluartes se dirâ no Cap.5. §. 2. da Secçaõ segunda desta primeira parte Operativa.

CAP. XXV.

Da grossura, & altura das Muralhas de pedra, & cal, seu cordão, & dos Contrafortes para mais segurança das dittas Muralhas. Trattase tambem das Guaritas.

DIvido este Capitulo em §§. por ser largo, & por melhor distincçaõ.

§. 1.

Da grossura das Muralhas.

Grossura,& Escarpa das muralhas de pedra,& cal.

SObre as grossuras das muralhas de pedra, & cal fallei largamente na Hercotectonica militar, apontando os dittos de muitos Autores, & discursando sobre a materia. Agora ponho aqui a resoluçaõ do que hei visto por experiencia; que he de ser bastante a grossura de quatro pès afóra a da Escarpa ao quinto, a saber a cada cinco pès de altura hũ de Talud,ou base da Escarpa.

Isto

Isto na Provincia de Alem-Tejo; onde quasi gèralmente he boa a cal melhor ainda que a de Lisbôa; sendo tambem aqui boa. Se todavia o terreno for máo,&solto se póde dar a Escarpa ao quarto;& se muito ruim ao terço.

Daremos pois sempre por regra gèral onde a cal for boa, & os mais materiaes de pedra,& saibro, ou area,quatro pès de grosso à muralha no alto della,suba muito,ou pouco,& a Escarpa cõforme a altura a que houver de subir, & para saber em que grossura hà de começar na base desde o fundo do Fosso,se ajunte a da base da Escarpa com a grossura dos 4.pés da muralha,& a somma será a em que há de começar a parede escarpada.

EXEMPLO.

PRoponhamos que hũa muralha há de subir desde o plano do Fosso 35. pès; nos quaes (dando a cada cinco hum de Talud, ou base da Escarpa) se montaõ 7. com 4. mais de grosso em que hà de acabar em cima (sempre por regra géral)saõ 11.de tantos pois se começarà sua grossura no plano do Fosso se se quizer que logo desde allí comece a escarpar como ordinariamente se faz.

Se a muralha houvesse de subir sòmente 24. pés por exemplo, responderlhehaõ de Talud ao quinto $4\frac{4}{5}$ que com 4. em que há de acabar em cima saõ $8\frac{4}{5}$ & em tanta grossura começarà esta muralha na sua base para acabar em 4. pés de grosso quando chegar á altura dos 24.

Semelhantemente se proceda na conta cõ a Escarpa ao quarto, que he a cada quatro pès de altura hum de Talud; ou ao terço a cada tres hum; supponendo que sempre a muralha hà de acabar em 4. de grossura naquella altura a que se determinar que hà de subir, seja muita, ou pouca.

Mas devese advertir que o alicerse não entra nesta conta;porque este se faz ordinariamente sem Escarpa atè subir ao livel do Fosso;porèm hũ pè, ou palmo mais largo que a base da muralha escarpada. A esta porçaõ do alicerse da largura do pè, ou palmo chamão os pedreiros cepo. Vese mais claro na fig. 42.

A C G H F E B represénta a altura, & largura da muralha cõ seu alicerse. C G H F mostra o alicerse considerado de per-si;cuja altura G C, H F não tem medida certa pendendo da firmeza Fig 42. A

do fundo,que a mayor, ou menor profundidade he contingente o acharse firme para fundar allí;& tal vez logo no plano do Fosso se acha tal firmeza de rocha,ou piçarra que escusa alicerse mais q̃ de hum,ou meyo pé de fundo por não ficar a muralha à flor da terra;& outra vez a mesma rocha, ou piçarra se deve talhar à feiçaõ da parede escarpada, ficando servindo de muralha. A B ou C D he sua grossura de 4.pés que sómẽte com a imaginaçaõ consideramos distincta da mais grossura da muralha. B E representa a Escarpa. D E sua base, ou Talud igual á quinta parte da altura perpendicular D B (pòde ser igual à quarta,ou terça parte como acima se tem ditto) E F representa o cepo de hum pè,ou palmo.

No alicerse C F H G será conveniente que a profundidade C G da parte interior tenha ao menos hum pé mais que a exterior F H para que a muralha faça repuxo para dentro contra o terrapleno; de modo que G H não fique horizontal, ou alivel, mas descendo para a parte interior.

Advirtase que ainda que pomos a grossura C D, ou A B de quatro pès invariavel, he pella experiencia da boa cal, & materiaes: quando for taõ ruim que pareça não basta accrescentar o Talud do quinto ao quarto ou terço, podese fazer a grossura C D, ou A B de cinco até seis pès; & nisto he o melhor voto o dos mestres pedreiros de cada Provincia por conhecerem as qualidades da cal, & area, ou saibro, da pedra, & que liga fazem; pello que se devem consultar nesta parte.

Dos Contrafortes para melhor sustento das muralhas fallaremos no Capitulo seguinte, sem embargo de eu os ter por escusados (nem em Alem-Tejo se practicaõ) fazendose aquellas na forma sobreditta sem ser por empreitada, onde he ordinario furtarem a cal,& a pedra, metendo em cada braça de obra menos do que devia levar pella assentarem mal,& em fofo,furtando a agua no amassar da cal,& area,& amassandoas mal; com que não ficaõ bem unidos estes dous materiaes, nem fazendo a liga que deviaõ por meyo da boa uniaõ, ou se se fizer por empreitada [como he ordinario por se evitar a negligencia, & froixidaõ com que trabalhaõ de jornal] metendose taes olheiros de confiança, & intelligencia,que não possaõ os Empreiteiros fazer as velhacarias que muitos delles costumaõ.

Mas porque todos os Autores que hei visto trazem os Contrafortes,

trafortes,& porque tal caſo pòde haver de taõ ruins materiaes, & taõ ſolta terra para os Terraplenos que ſeja neceſſario fazeremſe aquelles, direi no capitulo ſeguinte a forma, & medidas que eſcolhi de muitas que há.

NOTA.

ALguns Autores como ſaõ Antonio de Ville,Fournier,Stevino,& outros fazẽ hũa contramina que he hum corredor de abobada no groſſo da muralha alivel do plano do Foſſo de 5. pès (de Delf que ſaõ Rinthlandicos) de largo, & 6. de alto com ſua abobada, & a eſpaços reſpiradouros redondos pello groſſo da muralha atè cima, & tambem para baixo pello alicerſe para ſervirem eſtes corredores de contramina, ſem embargo de que Antonio de Ville tem para ſi naõ ſerem os reſpiradouros baſtantes para deſvanecerem a mina; por cuja cauſa outros fazem eſtas contraminas no Foſſo ao pè da muralha, que vem a ſer hum Foſſete particular.

Eſte corredor ſe a groſſura da muralha for capaz,& houver cabedal ſe pòde fazer ao menos na Face do Baluarte; não tanto para ſervir de Contramina como para ſentir a mina,& principalmẽte para por ſèteiras que ſe lhe devem abrir quando ſe fabrica a muralha ſe poder flanquear o Foſſo com bacamartes, dandoſelhe ſua ſerventia larga 4. pès do fundo do Baluarte vazio no meyo por abobada que paſſe por baixo do Terrapleno; & como Stevino [r] faz eſte corredor de 5. pès de largo, entra parte de ſua largura na parte eſcarpada da muralha,& outra parte na groſſura da ditta muralha.

[r] Na Fortif. c. 3. pag. 655.

As torneiras,ou ſéteiras ſeraõ como gateiras largas por dentro quanto baſte a caber folgadamente o bacamarte, & por fòra hum pouco mais largas diſtantes entre ſi a 6. ou 8. pés com ſeus arcos de tijolo por cima; porque eſtas não podem enfraquecer a muralha.

Rojas [ſ] faz o ditto corredor de 6. pès de alto,& 6. de largo cada hum de palmo,& terço craveiro,porque ainda que mal chama a eſtes pès geometricos, todavia declara ſerẽ daquelles dos quaes 3. fazem hũa vara Caſtelhana que tem 4. palmos dos que a noſſa vara contem 5.

[ſ] Segunda parte c. 4. fol. 36.

Porèm he de reparar que iſto ſenaõ póde obrar ſenaõ em mu-

ralhas muito groſſas,por quanto nòs pomos o cordaõ aos $\frac{4}{5}$ da altura da muralha, que Sardi poem aos $\frac{3}{4}$ como declararemos adiante no §. 3. deſte Capitulo, & aquella de 19. de alto ao mais ſobre o livel da Campanha raza,com que ſe dermos ao Foſſo 17. de profundo, vem a ſer toda a altura da muralha 36. pès, ainda que ſupponhamos que atè cima ſe continuou eſcarpada, quando devia ſer ſómente atè os $\frac{4}{5}$ & dalli para cima, ou ſem eſcarpa,ou com taõ pouca como a reſpeito de 10. ou 20. pès hum de talud; mas ſuppondoa eſcarpada atè toda ſua altura, que ſaõ 36. pès do fundo do Foſſo, lhe reſpondem de talud ao quinto 7 $\frac{1}{5}$ que com mais 4. da groſſura monta 11 $\frac{1}{5}$ em que deve começar ſua groſſura no plano do Foſſo, & como o corredor ſe ſupponha de cinco de largo, parece que devem entrar 4. pès deſta largura nos 7 $\frac{1}{5}$ da baſe da Eſcarpa,& hum nos 4. da groſſura da muralha; porque aſſim ficaràõ da parte da Eſcarpa 3 $\frac{1}{5}$ pès maciſſos, & da parte da groſſura da muralha 3. para ſervirem de hũa, & outra parte de repuxo à abobada do corredor,& não como faz Stevino que embebe ametade de ſua largura na parte da muralha eſcarpada,& outra ametade na groſſura da meſma muralha conſiderada de per-ſi ſem a uniaõ da parte eſcarpada; não fazendo aquella mais que de 4. pès de groſſo porque tirando os 2 $\frac{1}{2}$ ametade da largura da contramina, ou corredor dos 4. da groſſura da muralha, reſtaõ 1 $\frac{1}{2}$ que he muito pouco repuxo para a abobada do corredor, ſalvo ſe ſe fia nos contrafortes que faz á muralha pella parte interior,& no Terrapleno q̃ lhe há de ficar encoſtado; mas porque Rojas devia reconhecer eſta duvida não faz o corredor que havemos referido de 6. pés de largo, & 6. de alto dentro na muralha, mas encoſtado a ella pella parte interior cuberto de abobada para ſuſtento do Terrapleno como ſe vè dos ſeus perfis fol. 39. 69. ℣. & 95. ℣.

Porèm como nòs temos por eſcuſados os Contrafortes, & jũtamente a muralha não haja de ſubir até cima eſcarpada, de que reſulta haver de começar menos groſſa em ſua bàſe, & por outra parte não tenho por de grande importancia eſte corredor,& ſua deſpeza ſerà grande me parece ſe deve eſcuſar, ſalvo quando ſucceder ſerem as muralhas de groſſura capaz para ficarem baſtantes repuxos (o que ſuccederà quando as muralhas ſubirem a muita altura por virem de lugares abatidos, & ſer neceſſario levantalas

por

por encubrir de ſitios dominantes,ou fazendo-o como Rojas,mas fabricando a muralha cõ as ſeteiras ſem embargo de ſua groſſura, aſſim para a defenſa do Foſſo com bacamartes, como para ſe poder reſp irar dentro neſta Cõtramina, pois abafaria a gente ſenão tiveſſe luzes,& entraſſe o ar pellas ſèteiras diſpoſtas a eſpaços.

§. 2.

Da altura das Muralhas.

A Altura das muralhas combinada pella dos Terraplenos ſe acha varia em varios Autores, & reduzidos os pès de que hús, & outros fallaõ a Rinthlandicos acho que em Praças Reaes, & Campanha raza a vem a fazer de 18. atè 27. pès ſobre o livel da Campanha a fòra o que embebe a profundidade do Foſſo, & alicerſe: mas em Fortes pequenos a fazem de 12. atè 18. pès Rinthlandicos ſobre o ditto livel ſegundo a grandeza do Forte. Nôs havemos reſoluto na noſſa Hercotectonica a ditta altura das muralhas de 12. atè 20. pès Rinthlandicos, que Fritach, Dogen, Goldman,& outros determinaõ de 12. atè 18. por onde no mayor termo determinamos mais 2. pès que elles de que là aſſinamos a razaõ,& demonſtraçaõ de como dos Parapeitos dos Flancos ſe podia bem varrer mais da ametade da Cortina no plano do Foſſo. Fazendo pois a conta de pès Portuguezes reſolvemos a altura perpendicular das muralhas de 10. atè 18. ou 19. pès ſobre o livel da Campanha raza ſegundo a grandeza da Praça: ſe bem não digo que convenha proporcionar a altura conforme a aquella, mas que ſerá melhor chegar antes para o mayor que para o menor termo, com tanto que dos Parapeitos dos Flancos ſe deſcubra a mayor parte da Cortina na ſua raiz, & plano do Foſſo. Muralhas de q̃ altura.

Iſto ſe entende ſobre o livel da Campanha raza; porque por razão do ſitio póde ſucceder baſtar ainda muito menor altura q̃ os 10. pès Portuguezes do menor termo,& talvez ficar a Fortificaçaõ enterrada, ſendo ſómente ſua altura quanta for a do Foſſo, & ſó o Parapeito ficar por cima do terreno natural, no qual caſo convem entaõ profundar o Foſſo mais do ordinario ſe as rochas, ou piçarras derem lugar a iſſo, ou o não impedir a falta do cabedal. A ditta altura perpendicular qualquer que ſe aſſine entre os

ſo-

sobredittos termos se representa na linha A C, ou B D em qualquer das figuras n. 42. em hũa das quaes se vè a muralha escarpada atè cima onde deve assentar o Parapeito: na outra atè por baxo do Cordaõ, & dalli para cima sem escarpa, ou com taõ pouca como a respeito de 20. ou 10. pès de altura hum de Talud, em cuja forma ficaõ as muralhas muito mais engraçadas como adiãte se dirá.

§. 3.

Do Cordaõ.

O Cordaõ he hum adorno de pedraria que se costuma accõmodar no alto da muralha por baixo do Parapeito immediato [r] à raiz: porèm com mais graça $2\frac{1}{2}$ ou 3. pès por baixo da ditta raiz do Parapeito, fenecendo a Escarpa da muralha na parte inferior do Cordaõ, & logo accõmodandolhe este, redondo de hum pè, ou pouco mais de altura, & hum palmo, ou pouco mais de sahida para fòra da muralha alèm do que deve entrar por dentro della para se sustentar. Por cima do Cordaõ continuaõ mais os $2\frac{1}{2}$ ou 3. pès de muralha sem Escarpa atè a raiz do Parapeito, ou sòmente com muito pouca, como de hum pé de Talud ou $\frac{1}{2}$ a respeito de 1 o. de altura porque assim fica a muralha mais engraçada.

[r] Rojas parte segunda c. 15.

Cordaõ de pedraria, ou de tijolo nas muralhas he sòmente para adorno.

Porém tenho por melhor accõmodar o Cordaõ aos $\frac{3}{4}$ da altura da muralha começãdo do fundo do Fosso como faz Sardi [t] fenecendo a Escarpa debaixo do Cordaõ, & a quarta parte delle para cima em que entra sua altura sem Escarpa, ou sòmente com a pouca que dissemos de 1 ou $\frac{1}{2}$ de Talud a respeito de 1 o. de altura.

[t] Na Practica pag. 21.

Lugar para o Cordaõ nas muralhas.

Màs ainda por melhor sigo eu que se accõmode o Cordaõ aos $\frac{4}{5}$ da altura da muralha em lugar dos $\frac{3}{4}$ que aponta Sardi com as mais circunstancias dittas, & se vè do Perfil. [a]

[a] Fig. 42. A

E posto q̃ estas miudezas não importaõ á essencia da Fortificaçaõ; todavia tem algũas razoens pertencentes á galanteria, & ainda á conveniencia, que se podem ver na minha Hercotectonica.

Nem obsta contra o Cordaõ o que diz Antonio [c] de Ville de q̃ traz consigo mais incommodo que commodidade algũa (excepto a dò ornato) por poder servir de alvo ao inimigo para desfazer

[c] Lib. 1. part. 1. c. 29. pag. 90.

os

os Parapeitos; alèm do que ſendo o Cordaõ de pedra he mais facil de romper; razoens que ſeguem alguns Engenheiros ſendo bẽ frivolas; pois não he neceſſario que o Cordaõ ſirva de alvo para ſe bater o Parapeito, porque ſe diviſa muito bem do lugar da bateria, & ſe bate haja ou não haja Cordaõ. Hà muitas conſideraçoẽs que na practica não tem o effeito que na theorica ſe repreſenta; pello que ſenão devem privar as muralhas deſte adorno que as faz mais elegantes, & fermoſas: ſem elle parecem mochas, & feas. Cordão não deve faltar nas muralhas por elegancia, & fermoſura da obra.

§. 4.

Dos Contrafortes.

SUppoſto que tenho os Contrafortes por eſcuſados ſendo os materiaes bons, & fazẽdoſe as muralhas na forma que hei ditto no §. 1. deſte Capitulo com tudo pellas razoens allí apontadas os deſcrevo neſte paragrafo.

Saõ os Contrafortes huns eſtribos, ou arrimos interiores feitos de muro de pedra, & cal, que ſe fabricaõ ſaindo incorporados da muralha principal para dentro dos Reparos por melhor ſe unir entre elles, & ſuſtentar a terra ſem tanto aggravar a ditta muralha como quando os naõ hà. Contrafortes q̃ couſa ſejaõ, & como ſe fabricão.

Na Hercotectonica apontamos os nomes que tem em varias linguas, & citamos Jeronymo Maggi, Jacome Caſtrioto, & Jeronymo Cataneo ſobre elles, & referimos os dittos de Antonio de Ville, Wilhelmo Dilichio, Chriſtovaõ de Rojas, Medina Barba, Bonajuto Lorini, & Pedro Sardi. Na variedade de ſeus dittos eſcolhemos hum meyo, & duas formas para ſua fabrica que houvemos por baſtantes, ſe bem a materia não he de grande porte no que toca a ſerem hum pouco mais delgados, ou mais groſſos, aſſim meſmo mais, ou menos compridos, mais, ou menos diſtantes entre ſi, pois o intento não he outro que ajudar a reprimir a terra para que não imprima tanto peſo na muralha como quando os não hâ; nem a iſto ſe pòde dar regra certa pendendo da qualidade do terreno conforme for mais, ou menos tenaz, muita, ou pouca parte delle natural, ou conducticio.

A primeira forma que elegemos mais commũa, & facil he como os ſinalados em planta com a letra O; que da parte que enteſ- Fig. 43.

taõ

taõ com a muralha saõ mais grossos;mais estreitos no fim para dẽtro do Terrapleno. A segunda como mostraõ as letras I grossos no principio, & fim: mais delgados no meyo. E porque lá fallamos de pès Rinthlandicos em suas medidas, aqui as diremos em Portuguezes com pouca differença. Parece se podem fazer de 4. ou 5. pès de grosso na testeira,donde sahem incorporados de dẽtro da muralha para dentro do Reparo, & de 15. ou 20. de comprido acabando em grossura de 2½ cuja altura suba atè o livel do Cordaõ, ou pouco mais, & distantes entre si por outros 15. ou 18. atè 20. pés: Se bem Fournier [r] lhe assina sómente 7.ou 8.de comprimento para dentro do Reparo. Isto quãto aos da primeira forma sinalados com a letra O. Mas os da segunda se faraõ na testeira,& fim grossos 4. ou 5. pès: no meyo 2. ou 2½& no mais como os outros; ajustandonos nisto quasi com Ville, & Sardi, se bem a qualidade do terreno he a que deve mais ensinar nesta parte com o voto dos mestres pedreiros para que não se façaõ gastos superfluos com demasiados Contrafortes, nem se falte no necessario.

[r] No cap.14.

Naõ devem estes Contrafortes ser de muro polido, mas grosseiro com alguns dentes em que melhor se trave,& una o Terrapleno,& devem na mesma fabrica sahir incorporados de dentro da muralha principal, de modo que muralha,& Contrafortes cõponhaõ hum corpo unido segundo bem insinua Rojas [a] & Medina [e] Barba.

[a] Fol. 68. vers

[e] Pag.36.

Deixo de referir por escritto outros modos de Contrafortes,& os que saõ unidos por arcos lançados por cima de huns a outros, porque os tenho por escusados,& seu custo,que não serà pouco, como tambem as que faz Vilhegas lançando paredes de huns a outros a modo de caxoens,que se bem fazem a obra mais segura, he de grande despeza.

Fig.44.

Trago com tudo as formas de alguns em Perspectiva como os representaõ Ville [r] & Fournier [s] para que delles se tenha noticia,& cada hum siga os que quizer,ou lhe permittir o cabedal cõ advertencia que de nenhum modo consinto nos que saõ delgados junto da muralha, grossos para dentro do Terrapleno como se representa hum na figura sinalado com o n. 6.

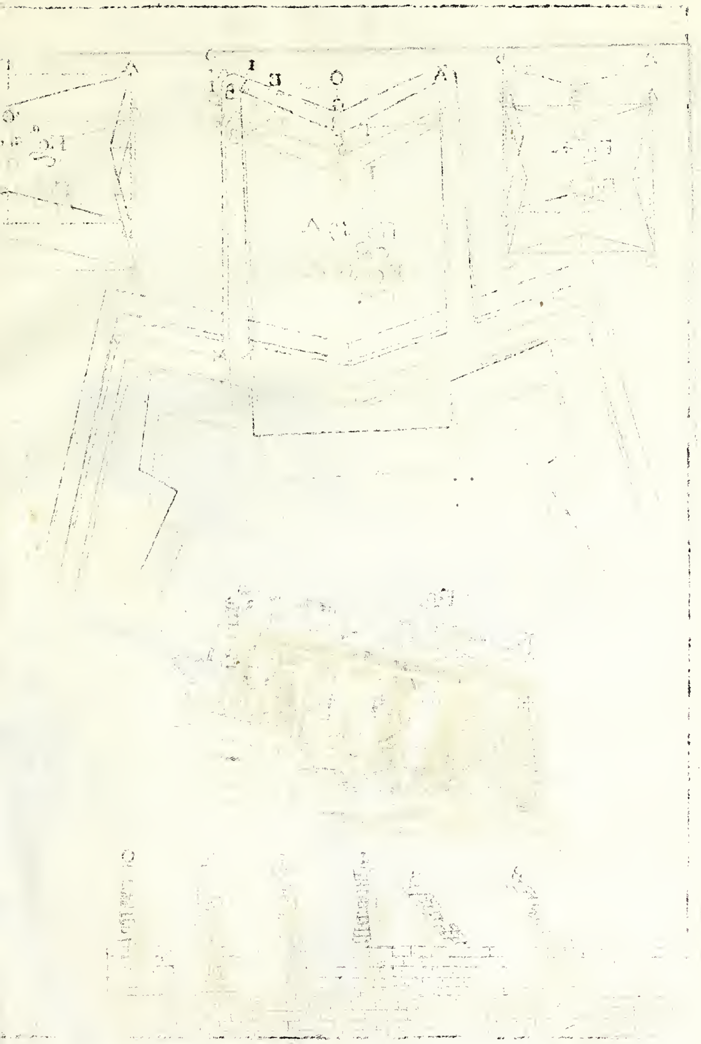
[r] Lib.1.part.1. c.29.pag.91.

[s] Cap.14.

Fig.45.

Medina [r] Barba representa tambem estes Contrafortes sahindo da muralha em angulos obliquos como os sinalados com a letra

[r] Pag.36.



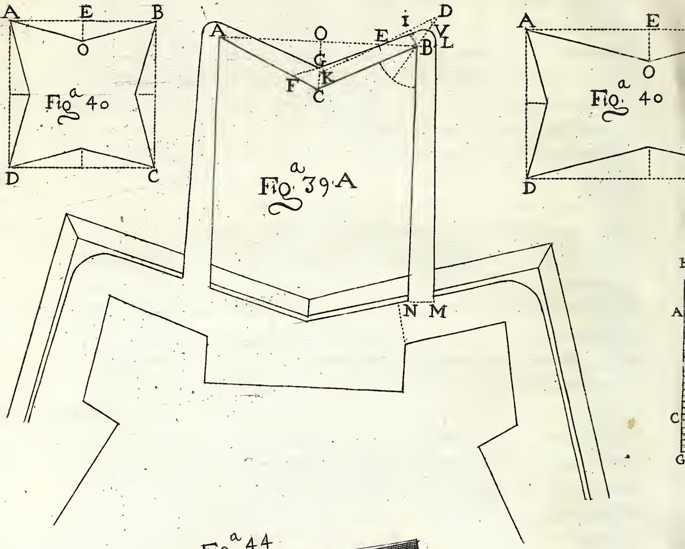
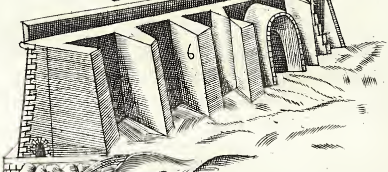


Fig.ª 40 Fig.ª 39. A Fig.ª 40

Fig.ª 44



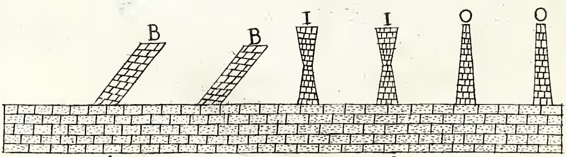
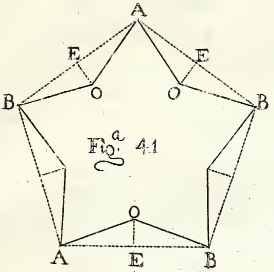
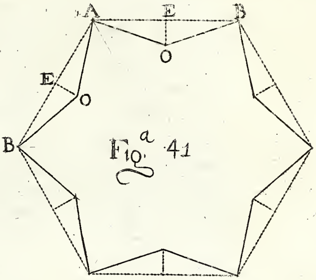
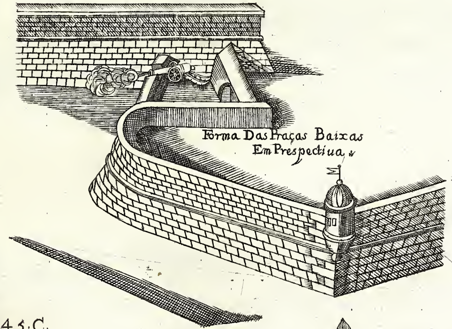
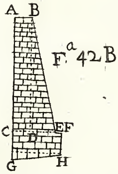


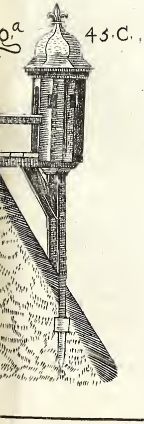
Fig.ª 45 Fig.ª 43


A
E E
B O O B
Fig.ª 41
O
A E B


A E B
O
E O
B
Fig.ª 41


Forma Das Praças Baixas
Em Prespectiua


A B
F.ª 42 B
C D EF
G H


45.C.

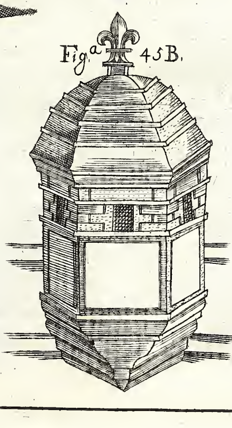


Fig.ª 45B.

B.M.M.f.

tra B porèm não os approva com fundamento de que saõ faceis de cortar. Naõ venho nesta sua razaõ, porque ficando da muralha para dentro, & enterrados no Terrapleno, nunqua pôde ser facil o cortalos, & quando se chegue a isso, estaria já toda a muralha, & Terrapleno entre elles arruinado, com que entaõ seria escusado ao inimigo cançarse nesta diligencia, por onde como quer que o unico intento dos Contrafortes não seja outro que para ajudarem a reprimir o peso da terra para que tanto não agrave as muralhas cõ risco de ruina. Se eu os fizera, elegera antes esta disposiçaõ que os que sahem perpendiculares da muralha, porque reprimem melhor o Terrapleno, como se conhece manifestamente, se bem de qualquer das sobredittas formas me parece ficaráõ bons.

Do Parapeito que assenta em cima da grossura das muralhas, & Reparo se dirá no Cap. 32. & de outro particular Perfil que temos por melhor, & mais quizeramos em nossas fabricas, no Capitulo 27.

§. 5.

Das Guaritas.

AS Guaritas chamadas em latim Speculæ: em Francez Eschauguettes, ou Guerites: em Italiano Guarite: em Hespanhol Guaritas, ou Centinelas, representaõ na Fortificaçaõ o que os olhos no corpo humano. Saõ necessarias para as vigias por não estarem às inclemencias do tempo. O sitio em que se accommodaõ he no angulo flanqueado, nos dous das Espaldas, & no meyo da Cortina, porque destes lugares (diz Dogen [r]) fica a vista mais livre, & desembaraçada assim para descubrir os lugares distantes, como tambem o Fosso, & pè da muralha, & ficaõ aqui accommodadas assim para perceberem os sinaes que de fóra lhe forem feitos, como para os dar. Que hajaõ de fabricarse nos dittos lugares concordaõ todos os Autores [s] que hei visto, & approva o uso commum.

Quando as Fortificaçoens saõ revestidas de muralha de pedra, & cal se costuma obrar tambem as Guaritas da mesma materia, nas quaes por adorno se accommodaõ algũas faxas, & frisos de pedraria

[r] Lib. 2. cap. 14. pag. 393.

[s] Dilichio lib. 1. c. 17. pag. 132. Fritach. lib. 1. cap. 14. pag. 50. Goldman lib. 3 prop. 23. pag. 248. Fournier. cap. 23. Medin. Barba pag. 49. & outros.

pedraria com outras galanterias, & artificios de Architectura civil, como se vè nas das muralhas de Elvas, nos Baluartes à roda desta Cidade [de que sò fallo acerca das Guaritas] & em outras partes. Porèm isto he duravel em quanto não há inimigo que ataque algum, ou algũs Baluartes, pois com a artilheria (se quizer) darà logo com as Guaritas fóra, perdendose o custo de sua fabrica, & muitas vezes fazendo os pedaços danno na gente. Por esta razaõ outros as fazem de tijolo para que o custo, & perda seja menor, pois tanto servem para o intento hũas, como outras.

Assentaõse ordinariamente sobre hũas pedras que sahem incorporadas de dentro da muralha nos angulos do Baluarte, & meyo da Cortina, as quaes saõ da fòrma da Guarita pondose hũas sobre outras em crescimento por melhor se sustentarem segundo parece na figura.

Fig.45. B

Fòrma das Guaritas.

A fòrma das Guaritas he redonda, quadrada, pentagonica, hexagonica segundo o gosto dos que as fabricaõ, cubertas por cima com suas meyas laranjas, ou tectos que seguem os lados com seus remates em cima, & galanterias, que cada hum capricha, variandoas nesta, ou naquella fórma.

Abremse nas Guaritas tres frèstas, hũa que olha direita para a campanha, & duas para as ilhargas para por allí se vigiar. Da parte interior se lhe faz a porta; para cuja serventia se abre, ou deixa na grossura do Parapeito hum caminho de 2 ½ ou 3. pés de largo.

Medidas das Guaritas.

Fazemse segundo Dilichio de 8. pès de altura interior, & o diametro de sua largura de 5. ou 6. A mesma largura de 5. pès lhe determina Goldman sem falar na altura que sempre se deve entẽder haver de ser a em que cayba hum homem bem folgadamente, & o que mais sobe o tecto.

Campanas nas Guaritas.

Acrescentalhe este Autor hũa campana para que os soldados vigiando, façaõ de quando em quando sinal de q̃ estaõ espertos.

Medina [r] Barba as faz de 9. pès geometricos de alto, 4. de largo, & quer sejaõ de madeira por senão perder o custo das de pedra, & cal com os frisos de pedraria, se o inimigo as derribar, ou por evitar o risco das lascas. Deste modo as fazem quando hà sòmente Terraplenos sem muralhas segundo mostra a fig.

[r] Pag.49.

Guaritas de taboas.

Fig.45. C

CAP.

CAP. XXVI.

De hũa advertencia muito importante na execução das muralhas.

SUccede muitas vezes que as Fortificaçoẽs sahem despois de feitas com differença do que foraõ riscadas na campanha, ou terreno: talvez as muralhas no alto (estando já a livel) mais grossas em hũa parte que em outra como hei visto em varias partes: outras vezes no alto mais grossas do necessario com perda da fazenda Real, & consumiçaõ de tempo na obra, ou mais delgadas em detrimento, & pouca segurança daquella.

Destes erros o que mais principal me parece he o de não sahirem ajustadas com o desenho do terreno, porque tal vez não se dando Flanco secundario, ou sendo pequeno, quando a Fortificaçaõ chega ao alto, vem a linha razante a cortar algũa parte do Flanco primario, erro enorme por ficar a Face do Baluarte opposto privada da defensa da tal parte do Flanco primario. Naõ fallo nos que erraõ por falta do desenho, dos quaes há muitos.

Grossura da muralha da verdadeira Ichnographica para dentro: seu Talud para fòra.

Seja pois a regra gèral que riscada a Fortificaçaõ com a linha Ichnographica, ou fundamental se meta sempre a grossura da parede de 4. pès desta linha para dentro, & o Talud, ou base da Escarpa para fóra, a qual será conforme a altura a que se determinar haja de subir a muralha.

Deste modo sahirá a Fortificaçaõ assim como se desenhou no terreno; mas se se meter a grossura da muralha, & do Talud juntamente para dẽtro da linha Ichnographica, ou para fòra della, não sahirá a Fortificaçaõ do mesmo modo que foy desenhada no terreno. Disto não faço demonstraçaõ porque para os puramente practicos para quem principalmente he este Trattado, se escusa: para os scientes será taõ facil que não he necessario fazela.

Mas porque ordinariamente correm as muralhas costa arriba, & abaixo pella irregularidade do sitio, convem advertir que hũas vezes he necessario polas emcima igualadas a livel a respeito de sitios exteriores, que podem descubrir os Baluartes, ou Terraplenos, se assim não ficarem as muralhas.

Neste caso se deve primeiro reconhecer o terreno com o ins-

Devese reconhecer com o livel, a elevação, & abatimento do terreno.

trumẽto chamado livel,ou por qualquer outro caminho de muitos,& faceis,que há para saber quantos pès o mais alto està elevado sobre o mais baixo,& logo considerada a altura a que se quer suba a Fortificaçaõ desde o fundo do Fosso no mais alto sitio, se lhe darà o Talud conveniente [r] da linha fundamental para fòra, & a grossura dos quatro pès de muralha della para dentro; sommando os dittos 4. pès de grossura com os do Talud para de tanta somma se começar o grosso da muralha sobre a que enche o alicerse. Semelhantemente se obre no sitio mais baixo.

[r] Cap.25.

Deste modo ainda que se trabalhe em hũa muralha juntamente no sitio do terreno baixo, & no alto,& pareça à vista que correm desencontrados os seus lanços por se começar no sitio baixo mais grossa a respeito do mayor Talud, & por tanto q̃ fica mais sahida para fòra nesta parte do que convem,todavia quando chegaõ estes lanços a unirse hum com o outro no alto em qualquer livel, se ajustaõ formando hũa parede continua escarpada.

Tambem se póde começar a muralha sómente no lugar mais alto,ou no mais baixo com sua Escarpa conveniente à altura a q̃ no tal lugar houver de subir,& o plumo,& instrumẽto da Escarpa feito em hũa taboa, de que os pedreiros, ou albanès se valem nesta fabríca, irà dando de si o mayor,ou menor Talud, & Escarpa da parede,segundo esta for correndo ladeira abaixo, ou acima. Mas sempre os alicerses se devem fazer aos lanços a livel para que a parede fique mais segura,& ainda serà melhor que a planta da grossura inferior do alicerse seja mais abatida da parte interior hum pè para que a muralha faça seu repuxo para dentro; a qual sempre por esta parte serà a perpendiculo, & não encostada ao terreno com inclinaçaõ para dẽtro como por hum capricho barbaro querem algũs; porque isto sò se podia permittir onde o terreno fosse natural,& muito firme segundo traz Bonajuto [r] Lorini,& não onde for conducticio, como mal fez em Elvas o Padre Joaõ Ciermans Flamengo (que entre nòs exercitava o posto de Engenheiro chamandose Joaõ de Cosmander) na Cortina de S. Vicente que por esta causa se abrio, & arruinou, & tambem por baixo da porta da Esquina, onde cahio por esta causa hum grande lanço com o laborar de hũas Peças que allí plantei sendo nòs sitiados pello exercito Castelhano no anno de 1658.

[r] Lib. 1. c. 10. & c. 17.

Mas se a ditta muralha houver de correr a trainel como muitas

vezes

vezes ſuccede, & baſta, por não haver ſitio exterior donde ſe poſſaõ deſcubrir os Terraplenos, & Baluartes, he neceſſario conſiderar ſe convem que eſte trainel corra na conformidade que corre o do terreno, ou que ſeja mais elevado da parte do ſitio inferior, como convirà, quando eſte for muito inclinado, ou abatido, & conforme a eſta conſideraçaõ, & ao que a muralha houver de ſubir em cada hum dos extremos dar a baſe da Eſcarpa conveniente ſobre os quatro pès de groſſo da muralha.

CAP. XXVII.

De hum particular Perfil da altura, & groſſura das muralhas com Eſtrada de Rondas que temos por melhor que o ordinario.

NA noſſa Hercotectonica havemos trattado de varios Perfis das alturas, & groſſuras das muralhas com algũas noticias neſte particular, & apurado a doutrina de alguns Autores ſegundo noſſo parecer, como tambem reprovado a de outros. Temnos parecido bem aquelle modo de continuar no alto da muralha ainda o Terrapleno ſem ella por menos ſujeito às ruinas das baterias, & fazendo eſtrada de Rondas o que havemos particularizado incorporando o Parapeito no meſmo Terrapleno por noſſo particular Methodo na ſeguinte fòrma, advertindo que na Hercotectonica havemos fallado de pés Rinthlandicos, & aqui dos Portuguezes de palmo, & meyo cada hum por eſtarem já introduzidos nas noſſas Fortificaçoẽs, dos quaes ſe entende tudo o que havemos ditto neſte Trattado. Pés Portuguezes ſaõ os das medidas deſte Trattado.

Supponhamos que temos hũa Praça de 864. pés de lado de Polygono exterior, quanto havemos tomado por exemplo para os calculos deſte Trattado, & porque conforme noſſa fabrica reſulta no Pentagono por exemplo o Flanco de 86|4. pès, & de tãtos a largura do Foſſo no ponto * R defrõte da Face do Baluarte ſegundo a fórma de o deſenhar que enſinámos no Capit. 16. ſupponhamos ſer aquella dos dittos 86|4. pès. *Fig. 31. B

A mayor altura do Foſſo com que nos contentamos he de 17. pès (Quem quizer darlhe mais, não lho encontro, né ficará peor, antes melhorado.) A altura do Reparo em Campanha raza até 19 pès, ou até 20.

Suppondo

Fig.46. Suppondo pois que a altura do Fosso seja 17. & a do Reparo r M de 19. sobre o livel da campanha entrando a altura exterior do Parapeito por ir este incorporado cõ aquelle segundo o nosso Methodo, virá a ser a altura q r V M desde o livel do Fosso 36. pès de que sempre (suba o Reparo a mais, ou menos altura) reservamos ao menos os seis pès mais superiores para ficarẽ de terra sem muralha de pedra, & cal guarnecidos sòmente com taipa, ou formigaõ, & os 30. pès desde o fundo do Fosso para cima (ou menos se menos houver de ser toda a altura que os dittos 36. pès) sustentados de muralha de pedra, & cal. Na figura 46. se representa mais claramente o sobreditto, & mais circunstancias necessarias.

A D E F representa o alicerse da muralha, a que não determinamos altura certa porque pende da diversidade do terreno fundamental, porèm advertimos que sempre serà bom que a linha interior A F seja ao menos hum pè mais profunda que a exterior D E para que a muralha faça repuxo para dentro contra o Terrapleno.

C D representa o cepo de hum pè, ou palmo que se costuma deixar tanto que o alicerse chega ao plano do Fosso por mayor firmeza da obra. Outros continuaõ este cepo atè hum, ou dous pès de alto sobre o plano do Fosso. Naõ ficará assim peor.

B S atè por baixo do Cordaõ R mostra os $\frac{4}{5}$ da altura da muralha escarpada que saõ 24. pès.

B C seu Talud ou base da Escarpa $4\frac{4}{5}$ a respeito de hum a cada cinco pès de altura.

C S he a Escarpa que alguns erradamente confundem com o Talud cuidando que hum, & outro he a mesma cousa.

A letra R mostra o Cordaõ de hum pè, ou pouco mais de grosso, & sahido hum pé, ou pouco mais.

S H em que entra o Cordaõ he de 6. pès a saber a quinta parte superior da muralha que se continuará sem Escarpa por ficar assim mais engraçada, ou sòmente com taõ pouca, como a respeito de 10. pés de altura hum, ou meyo pè de Talud.

H G mostra a grossura superior da muralha de 4. pès em que sempre deve acabar por regra géral suba muito, oü pouco sendo só o Talud o que se varia a respeito da mayor, ou menor altura.

Isto no caso que haja boa cal; porque sendo ruim convirà fazer

a Escarpa

a Efcarpa ao quarto,ou ao terço,& fe ainda por fer o terreno areento,ou de outra forte fecco, & folto q̃ pareça não baftará fazer a Efcarpa ao quarto, ou ao terço,em tal cafo poderá ordenarfe a groffura da muralha (a fóra o Talud da Efcarpa) de 5. ou 6. pès como fe diffe no Cap.30. §.1.

T I moftra o Anteparo da Eftrada das Rondas de 3. pés de alto, & hum de groffo,ou menos, como de hum pano de tijolo q̃ ferve fò para impedir que as Rondas com o efcuro da noite, ou por defcuido não cayaõ no Foffo.

T L moftra a Eftrada das Rondas de 4. ou 5. ou 6. pés de largo.

L M a Efcarpa do Parapeito incorporado no Reparo.

V M fua altura exterior de 6. até 8.pès.

L V feu Talud exterior de 3. ou 4. a faber ametade da altura VM.

X N altura interior de parte do Reparo, & do Parapeito de $11\frac{1}{2}$ fobre o livel G X; fe V M for de 6. mas fe efta for de 8. ferà aquella de $13\frac{1}{2}$

K N de $5\frac{1}{2}$ a faber o exceffo que a altura interior X N por cima do livel da Eftrada das Rondas tem fobre a exterior V M.

X V L bafe do Parapeito de 24.pés entrando feu Talud exterior V L.

P q Terrapleno que aqui ponho de 32.de largo a fòra a banqueta: mas ferà melhor de mais largura,& muitas vezes neceffario por accõmodar a terra que fahe do Foffo,& Refoffete o que aqui não calculei por fer efcufado, fuppondo que nos Parapeitos, Reparo,& Explanada fe há de accõmodar.

q θ fua Efcarpa tirada ao menos em meya efquadria.

1 θ feu Talud igual ao menos á altura 1 q.

P o Banqueta de $1\frac{1}{2}$ de alto; $2\frac{4}{5}$ ou 3. de largo.

y X, r V de 13. altura do Terrapleno defde o livel da Cãpanha y r h z m g atè o da Eftrada das Rondas X V L H.

q i, P 2 altura total do mefmo Terrapleno defde o livel da Campanha.

h z largura fuperior do Foffo 86/4.pès tanto como o comprimẽto do Flanco, o que fe entende na correfpondencia do meyo da Face do Baluarte,ou proximamente; pois havemos ditto que fazemos o Foffo obliquo mais largo defronte do angulo da Efpalda; mais eftreito junto do flanqueado fegundo a fabrica do Capitulo 16.

e f

e f altura do Fosso de 17.pès.
o C Talud da Escarpa da muralha 3|4.no espaço sò mēte que responde à altura o h do Fosso.
z f Contrascarpa.
z e Talud da Contrascarpa $8\frac{1}{2}$ ametade da altura e f.
C D f largura inferior do Fosso 74|5.
a b c d Refossete de 18|625. ou 19. na boca quarta parte da largura inferior do principal,& alto 10. pés com Talud igual á ametade da altura, o qual deve tambem correr obliquo como o principal.
z u Estrada encuberta de 6.pès de largo atè 24.[a fóra a largura da Banqueta de $2\frac{4}{5}$ ou 3. pès] segundo for o lado do Polygono exterior de 200. pès atè 1100. conforme se dirà no Cap.33.por tanto serà de 20.pès neste caso do Polygono exterior ser de 864 pés como suppomos.

A altura perpendicular i m do Parapeito da Estrada encuberta nas Praças Reaes em que houver de assistir cavalleria será de 8. ou 10. pès com duas,ou tres banquetas,de que as primeiras duas de pé, & meyo de largo cada hũa devem entrar na largura da Estrada encuberta,& a superior de $2\frac{4}{5}$ ou 3. pès de largo occupará seu lugar além da largura da Estrada encuberta.

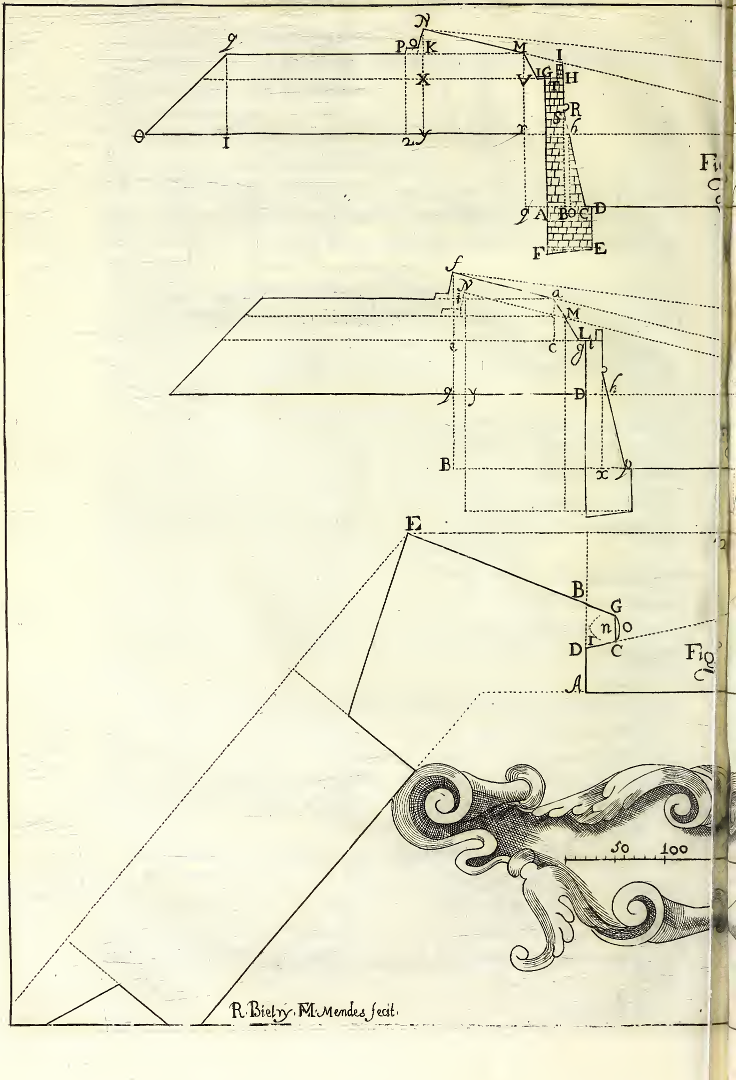
Mas com advertencia que quando a altura do Parapeito da Estrada encuberta houver de ser de 8. ou 10. pés, se cortaráõ 4. delles porbaixo do livel da campanha atè a linha de pontinhos t S a qual entaõ fica representando o livel da ditta estrada encuberta.

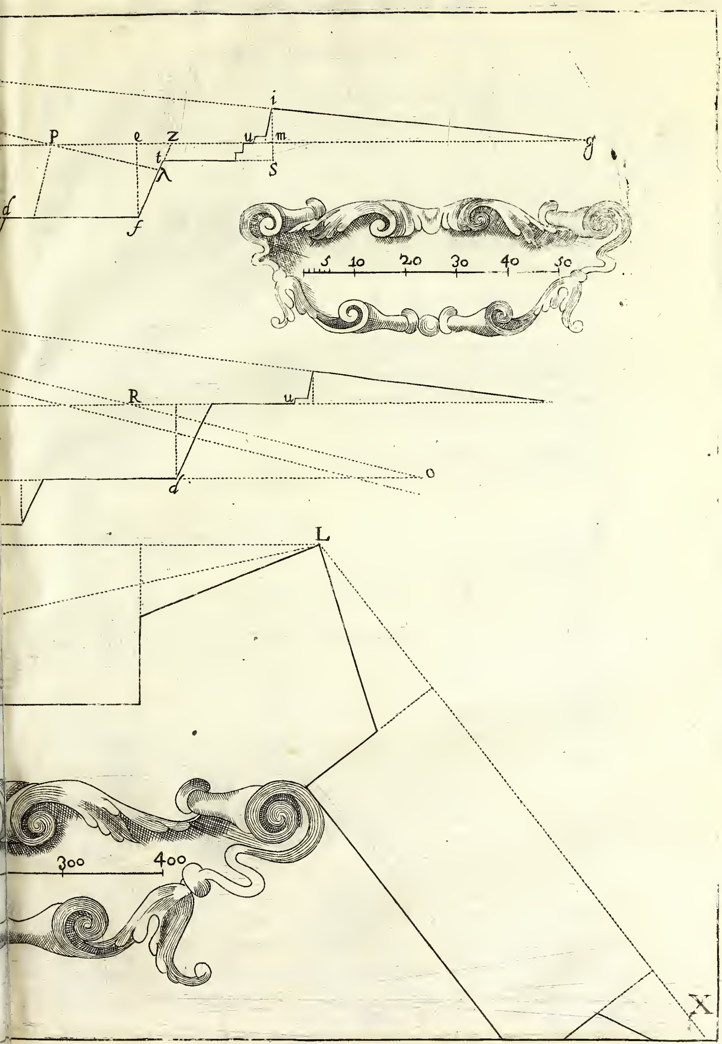
Porèm se a Praça for pequeña em que não haja de assistir cavalleria,serà a altura do Parapeito i m de $5\frac{3}{5}$ atè 6.pès: ou se quizerem, podem abater a Estrada encuberta 2. pés porbaixo do terreno natural,& $3\frac{3}{5}$ ou 4. ficar o Parapeito mais alto q̃ aquelle o que tudo se entende em campanha raza, como se dirà no ditto Cap.33.

O Arcen, ou Explanada và a fenecer no livel da campanha a 50. 60. 70. ou mais pés. Porèm com regra mais ajustada se lançarà do ponto N alto do Parapeito do Reparo pello ponto i alto do Parapeito da Estrada encuberta hũa linha visual N i g atè morrer no livel da campanha, a qual determinarâ o Arcen i g.

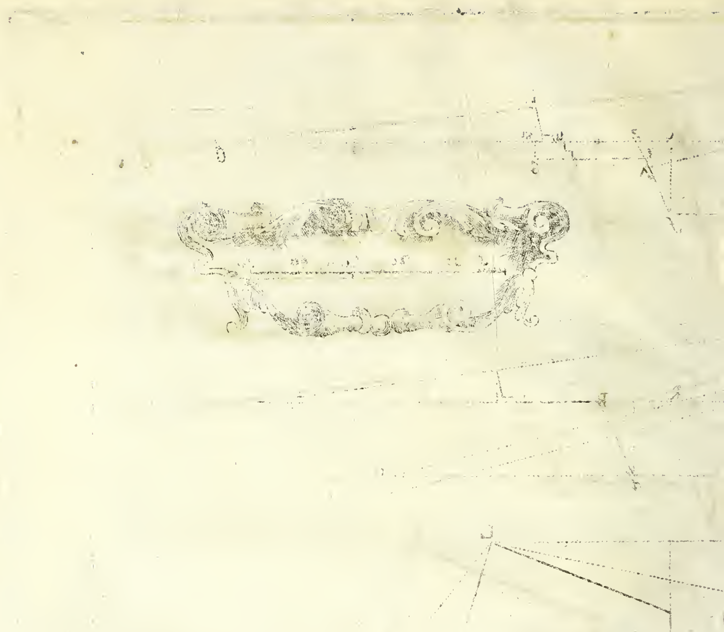
Arcen quãto se deve estender.

SCHOLIO.


Fi
Fig
50 100
R. Bietry. M. Mendes fecit.



i
P
e
z
u
m
g
t
S
λ
d
f
5
10
20
30
40
50
R
u
o
d
L
300
400
X



SCHOLIO.

POR este modo de Perfil podemos fazer a altura exterior V M sobre o plano da Estrada das Rondas T L não sò de 6. atè 8. pès como havemos ditto; mas acrescentala atè 12. com o Talud V L igual à ametade da altura V M, & a altura K N dos mesmos $5\frac{1}{2}$ de modo que X N fique $17\frac{1}{2}$. A exterior do Reparo, ou Terrapleno r V M sobre o livel da Campanha de 25. pès, a interior y X K N de $30\frac{1}{2}$ a respeito de se for necessario cubrir melhor os edificios da Praça, ou por outra causa, porque ainda assim irà a linha visual do Parapeito N M a descubrir a Estrada encuberta, supponodo o Fosso de 81. de largo pouco distante de defronte do meyo da Face do Baluarte segundo a nossa fabrica do Fosso obliquo descripta no Cap. 16. os quaes 81. pés vem a ser tanto como o comprimento do Flãco na figura quadrada, & supposiçaõ de 864. pès de lado de Polygono exterior: por onde se este for mayor de que resulte conforme nossa fabrica mayor Flãco, & mais largo Fosso, melhor se descubrirá a ditta Estrada encuberta.

Fig. 46. Que se explica no §. 11. da seg. part. Qualificativa cõ o n. 47.

E se todavia houver hum Forte pequeno cujo Terrapleno, & Parapeito seja necessario levantarse atè os dittos 25. pès pello sobreditto respeito, & esta altura juntamente com a estreiteza do Fosso occasionarem que senaõ possa descubrir a estrada encuberta do Parapeito da Face do Baluarte, ordenese que descubrã se quer algũa parte de sua largura o mais que puder ser sem escarpar o Parapeito demasiadamente por cima, mas quando finalmẽte assim não possa ser; ao menos se deve ver a Explanada, indo a linha superior que atravessa o Parapeito a continuarse em direito com a que fòrma a ditta Explanada, porque ainda que delle se não descubra a Estrada encuberta, todavia se consegue isto do Flãco, & de algũa parte da Cortina, em cuja fórma dispoem muitos Autores modernos os Perfis de algũas Praças de muitos lados, sendo que a elles lhe fica o Parapeito da Face muito mais distante da Estrada encuberta a respeito de se entremetter entre o Reparo, & Fosso a Falsabraga de que usaõ, seu Parapeito & lizira, o que lhe dava mais commodidade para se poder flanquear do Parapeito da Face do que quando as muralhas sahem de dentro do Fosso.

Devese tambem advertir que quãdo os Parapeitos forem mais delgados como de 14. ou 12. pès(por senão poderem fazer mais grossos nas Praças pequenas a respeito do que comem dos Flancos,& da capacidade do Baluarte) em tal caso sempre a linha N M irá com a mesma inclinaçaõ, como que se imaginarmos que a linha K N altura interior do Parapeito se muda do sitio em que na figura està para mais perto do ponto M sem se alterar a inclinaçaõ da linha N M de que resultará ficar mayor a altura exterior V M por quasi 2|4. pés sendo K M de 12. do que quando esta era de 21.& por tanto se pòde fazer mais baixa a parte r V do Reparo,& muralha que lhe corresponde atè a Estrada das Rondas pellos dittos 2|4. pés, ou por mais, por quanto havemos ditto que admittimos a altura do ditto Reparo de 12.atè 18.ou 20. pès,& ainda atè 25. sobre o livel da campanha entendendose atè o ponto M segundo a qualidade, grandeza, & sitio da Praça. Vejase o §.11. da seg. part. Qualificativa sobre os Perfis, & a figura n.47.que allí explico,& tambem o §.12.

CAP. XXVIII.

Da fabrica dos Orelhoens, Espaldas, & Flancos cubertos.

LArgamente hei discorrido na minha Hercotectonica dos Flancos cubertos com Orelhoens,ou Espaldas,como tambẽ das Praças baixas, apurando a doutrina dos Autores,& desfazendo as objecçoens em contrario.Aqui trattarei sòmente da que escolhí, & apurei.

Fig.48. Repartase o Flanco A B do Baluarte em tres partes quando for grande, em cinco quando for mediano, ou em duas quando mais pequeno. Repartindose em tres se tome hũa A D para o Flanco cuberto (assim se chama por ficar emparado com o Orelhaõ D C O G B,ou Espalda D C n G B) mas repartindose em cinco se tomem duas para o ditto Flanco cuberto A D; & se em duas,se tome hũa.

Flanco cuberto q̃ parte deve occupar do total.

Do ponto D se tire a linha D L atè a ponta do Baluarte opposto: nesta se tome D C igual sempre com a terça parte de A B, & produzida a Face E B, nella se tome B G igual com D C. Fi-

nalmente

nalmente dos pontos G, C com o mesmo intervallo D C, ou B G se descrevaõ com o compasso no papel, ou com dous cordeis na campanha dos pontos G, & C dous arcos que se cruzem em I, cẽtro de que se descreverá com hum cordel a redondeza C O G para o Orelhaõ.

Orelhão como se delenha.

Mas não se fazendo senão Espalda, não há mais que despois de tomadas as linhas D C, B G lançar a linha recta C G que formará a Espalda D C n G B escusando a redondeza C O G, que forma o Orelhaõ.

Espalda.

O intento de se fazer o Flanco cuberto com o Orelhaõ, ou Espalda he para não ficar taõ exposta a artilheria aos tiros do inimigo, nem poder ser batido taõ facilmente, & sempre encuberto hum Canhaõ a que por este respeito chamaõ os Italianos Traditore.

No Flanco se devem accõmodar tres, ou quatro Peças grossas para se desfazerem as Gallerias, Travessas, & outras Obras do inimigo atravessando o Fosso.

Algũas vezes não se poderá fazer o Flanco cuberto capaz de tres Peças de artilheria em razaõ de não ter tal comprimento o Flanco total que em sua terça parte, dous quintos, ou ametade (que he o mais que se deve tomar para o cuberto) se possaõ alojar tres canhoens, pello que em tal caso se accõmodem dous; porèm sempre será bom que sejaõ tres, & melhor que sejaõ quatro, ou cinco, dando lugar a isso o comprimento do Flanco total.

Por tanto se terá a regra seguinte, a saber que entre Peça, & Peça, ou entre o meyo de hũa Canhoneira, & o meyo da outra haja ao menos 12. pès que a experiencia há mostrado [r] bastaõ para se poder laborar com ellas a hum mesmo tempo sem embaraço, & que nunqua o Orelhaõ, ou Espalda assente em menos que a ametade do Flanco total, nem o cuberto seja mais da ametade, & nesta fórma se verá que Peças podem caber no cubetto segundo o comprimento de que ficar.

Espaço entre as Canhoneiras.

[r] Goldm. lib. 4 propos. 31. D. Diogo Hẽriquez lib. 2. c. 11. §. 2.

Bem podemos permittir 11. pès Portuguezes entre Canhoneira, & Canhoneira por serem mayores que os Rinthlandicos fazendo 12. destes 11|267. Portuguezes que vem a ser $11\frac{1}{4}$ pello que desprezando o quarto de pè, podemos permittir os ditos 11 pois esta materia não procede por pontos indivisiveis como a Geometria. Suppondo pois q̃ temos hum Flanco de 90. pès, & q̃

 este

este seja de hum Heptagono regular, responderlhehà segundo nosso Methodo a Demigolla de 102. o lado do Polygono exterior de 720. a Cortina de 360. proporcionando pella Taboada 8. ou vendoo os Practicos por petipè.

Tomese pois a ametade do Flanco total que saõ 45. pès para o cuberto A D: neste se podem accõmodar tres Canhoens bem largamente, ou quatro com bastante largueza como se verá do Capitulo 29.

Se o Flanco fora de 108. pès como nos sahio no mesmo Heptagono supponto o lado do Polygono exterior de 864. pès, se podiaõ tomar dous quintos para o cuberto q̃ saõ 43|2. & os tres quintos para a base da Espalda, ou Orelhaõ, podendose accommodar naquelle tres Canhoens bem largamente, ou tomarse ametade do Flanco total para o cuberto que saõ 54. pés para quatro Canhoens.

Mas quando o Flanco for mayor por ser mayor o lado do Polygono exterior se póde tomar a terça parte para tres Canhoens, ou os $\frac{2}{5}$ ou $\frac{1}{2}$ para quatro, attendendo aos 12. pès, ou ao menos 11. necessarios entre hũa, & outra Canhoneira, & se ficarem mais de 12. mais largo, & desembaraçado ficarà o espaço.

Em conclusaõ sendo o Flanco de 80. pès, que he o mais pequeno que admittimos para se poder formar nelle Flanco cuberto capaz de tres peças de artilheria, se tome sua ametade: sendo de 100. os seus $\frac{2}{5}$ sendo de 120. ou de mais, o seu terço, aos quaes quebrados respondem sempre 40. pès para o ditto Flanco cuberto.

Mas sendo o Flanco total de algum numero intermedio entre os dittos 80. 100. & 120. se tome, ou ametade, ou dous quintos, com tanto que passem de 40. pés, sem embargo de havermos ditto que se podem permittir 11. pès Portuguezes entre Canhoneira, & Canhoneira, porque nos não devemos restringir aos mais apertados termos sem necessidade urgente, & tambem porque cõvem deixar algũ pedaço de Merlaõ da parte da Cortina por não ficar a Canhoneira taõ sujeita a ser embocada, como quando ficar contigua com a muralha da mesma Cortina, sobre que todavia se veja a seguinte nota.

NOTA.

NOTA.

HE de notar que tambem ſe póde fazer Flanco cuberto em menor Flanco total que de 80. pès ainda que o cuberto na ametade do total fique ſómente capaz de duas Peças, como por exemplo ſe o total for de 66. pès que recebemos por ultimo termo menor para eſte intento, ſerà ſua ametade 33. para o cuberto em que ſe podem accõmodar tres Peças, ou duas mais folgadamẽte: porém neſte caſo não ſe deve fazer a ſerventia para o Foſſo (de que ſe trattarà no Capitulo 29.) por junto do Orelhaõ, ou Eſpalda encoſtada á linha directiva, porq̃ ſe enfraqueceria muito: mas deveſe fazer no meyo da Cortina na fórma que ſe dirá no ditto Capitulo. Vejaſe ſobre o deſenho dos Orelhoens, ou eſpaldas, o que dizemos no §. 31. da ſeg. part. Qualificativa.

CAP. XXIX.

Da fabrìca das Praças baixas.

NAõ admittimos o poderſe formar Praça baixa com boa largueza para tres Canhoens em menor flanco que de 80. pès, & mayor a Demigolla para que aquella poſſa ficar com a largueza neceſſaria, baſtante Orelhaõ, ou Eſpalda, & Parapeito para reſiſtir á bateria inimiga na fòrma que ſe apontou no Capitulo 28. por eſte reſpeito ſe fazem ſò nas Fortificaçoens Reaes em q̃ hà baſtante largueza, ſalvo ſe por neceſſidade a quizermos fazer em Flanco total de 66 pès ſómente para duas Peças mais folgadamente que para tres como advertimos na nota antecedente, & quanto mais largueza houver de Flanco dos 66. pès para cima, tanto mais commodo darà para a Praça baixa atè ſer o Flanco de 80. pés, & daqui para cima; ſuppondo pois que queremos formar Praças baixas nos Flancos de hum Heptagono regular, proponhamos que ſeja eſte o que tem hum Flanco de 90. pès a que reſpondem conforme o ditto no Capitulo 28. o lado do Polygono exterior de 720. pès: a Cortina de 360. a Demigolla de 102. Formatura das Praças baixas nos Flancos.

Neſte Flanco pois de 90. pès, & Demigolla de 102. queremos formar hũa Praça baixa. Dividaſe o ditto Flãco A E pello meyo no ponto B. Na ametade B E de 45. pès ſe forme o Orelhaõ, ou Fig. 49.

Fabrica das Praças baixas.

Espalda pella regra do Capitulo antecedente. A outra ametade A B de outros 45. pès servirá para o Flanco cuberto sobre que se hà de formar a Praça baixa.

Da linha A B (que he a fundamẽtal) para dentro vaõ os 4. pès de grosso da muralha, & a base da Escarpa para fòra significada no espaço entre a ditta linha fundamental, ou Ichnographica, & a de pontinhos, a qual será quanta responder à somma das alturas do Fosso principal [por na deste haver de ficar commũmente o plano da Praça baixa] & de outro particular que se faz ao pé daquella do plano do principal para baixo de que se fará mençaõ no Capitulo 30.

Sobre a grossura da muralha A B & detraz della assentará o Parapeito de taipa de 20. atè 24. pès de grosso na sua base com tres Canhoneiras que se deixaráõ formadas para tres Canhoẽs.

Quando houver mayor Flanco se pòde formar a Praça baixa para quatro, & se a necessidade obrigar a metter mais artilheria, já neste Flanco cuberto de 45. pés se pôdẽ accõmodar os quatro Canhoens, pois bastaõ entre meyo, & meyo de Canhoneira 11. pès Portuguezes, ou 11¼ que tantos sahem repàrtidos os 45. por 4. & vem a fazer aquelles 11¼ quasi 12. pès Rinthlandicos.

Detraz do Parapeito se deixe o espaço F G, ou C D de 30. ou 35. pés, que será o fundo da Praça baixa: mas porque se este espaço fosse sòmente o que se inclue entre as linhas F G, C D, naõ poderia a artilheria laborar com a largueza necessaria por quanto as muralhas collateraes causariaõ algum impedimento; por tãto se alargarà a ditta Praça baixa assim para a parte da Cortina como da Face do Baluarte, a saber junto do Parapeito do Flãco cuberto 6. ou 8. pés de C atè I: mas da parte do angulo do Flanco, & Cortina 9. ou 10. pès de F atè O; & no fundo da Praça baixa os mesmos 9. ou 10. de D até V; & 12. ou 14. de G atè X, de modo que a linha O I serà de 60. atè 63. pès, & a linha X V de 66. atè 69. Mas o fundo da Praça baixa entrando a grossura da muralha, & Parapeito a saber a distancia A G, ou B D virá a ficar de 50. atè 59. pès segundo as medidas sobredittas.

Seguese logo a muralha da Praça alta que corre pello espaço X V, & deve vir o seu alicerse do firme, a que se darà sua Escarpa conveniente conforme a altura, a que houver de subir sobre o plano da Praça baixa, & a que já trouxer desde o fundo, ou desde

o firme.

o firme. Ou pòde ser sem escarpa a parte da muralha da Praça alta que ficar enterrada porbaixo do plano da baixa, & dalli para cima com Escarpa.

E porque suppondo que o plano da Praça baixa fica a livel com o da Estrada encuberta como deve ser no caso de Fortificaçaõ regular, & campanha raza. (Alguns o abatem 2. ou 4. pès quando o Fosso he fundo) poderá subir a muralha da Praça alta 12. atè 18. pès [quanto serà a da baixa sobre o plano do Fosso, ainda que atraz hajamos admittido este até 17. de profundo, porque não encontramos o poderse fazer de 18. & mais] darsehà por tanto a Escarpa conveniente ao quinto attendendo a que a muralha deve acabar no alto em 4. de grosso: serà pois a base da Escarpa considerada no plano da Praça baixa de $2\frac{2}{5}$ até $3\frac{3}{5}$ segundo for a altura de 12. atè 18. pès sobre o ditto plano.

Irá ultimamente sobre a muralha X V outro Parapeito tambem de 20. ou 24. pès como o da Praça baixa, de que quatro assentaõ sobre a grossura da ditta muralha, & os 16. ou 20. restantes sobre o plano da Praça alta.

Formada a Praça baixa deve ser cercada de muros para sustẽto dos terrenos superiores, a saber da parte da Cortina o muro O X de 4. pès de grosso com sua Escarpa conveniente conforme a sua altura na fórma sobreditta. Da parte de X V se tem jà ditto: da de I V basta que seja o muro de 3. pés de grosso com Escarpa a respeito da altura, advertindo que estes muros devem vir do firme para ficarem seguros, & não assentarem em terra conduzida.

Antonio [c] de Ville quer que no lanço X V do fundo da Praça baixa se não faça muro de pedra, & cal por evitar as lascas, & pedaços causados pella bateria inimiga que ferem, & mataõ a gente; mas que se levante allí de terra com sua Escarpa revestida de cespedes, ou adobes. Fazendose assim não ficarà peor, mas necessita de Escarpa conveniente conforme a elevaçaõ da Praça alta, & deve ser quando a Demigolla for bastante para admittir a base desta Escarpa que deve ser mayor que a de muralha de pedra, & cal, & isto alem das medidas acima referidas que todas occupaõ grande parte da ditta Demigolla.

[c] Lib. I. part. 2. c. 27. pag. 60.

Serventia da Praça baixa para o Fosso com a porta falsa na linha directiva.

Ordenada a Praça baixa se deixa no lanço do muro I V hũa porta R capaz de sahir artilheria, & cavalleria por onde se sahe ao recebimento K de 14. ou 16. pès em quadro (sendo mayor o

Flanco

Flanco se poderá fazer atè 18. em quadro) donde começa hũa descida de 12. atè 14. pés de largo atè o taboleiro H semelhante com K, que por outra porta Z feita no muro da linha directiva (assim chamo a linha B N que produzida imaginariamente vai á ponta do Baluarte opposto) desemboca no alto da cava particular ao pé da Praça baixa, de que se trattará no Cap. 30. & por tanto se armará [r] hũa ponte levadissa, que descanse em hum pào atravessado na largura da cava para facilitar o transito ao Fosso principal.

[r] Vilhegas na Acad. da Fort. lib. 2. c. 11. §. 1. pag. 254.

E porque todavia esta cava particular hà de ser guarnecida na margem com sua estacada, nesta se deixará hũa porta de cancella forte da altura da mesma estacada que se abra, & feche, & fechada fique incorporada com a estacada.

Mas porque esta ponte causa a serventia atravessada, pois aquella correrá segundo o comprimento da cava, & para se entrar no Fosso se deve fazer volta atravessando a ponte de ilharga, por isso quando o Flanco for tanto mayor, que a sua terça parte (que assinamos para a linha directiva) seja capaz de nella se fazer a porta fóra da cava particular para se sahir logo ao Fosso principal sem ser necessario fazelo por pōte, em tal caso se escusarà, abrindo a porta para o Fosso fóra da cava alguns pés apartado della na continuaçaõ da linha directiva, com advertencia que não se chegue tanto para o extremo do Orelhaõ, ou Espalda que não fique bastante Terrapleno entre a porta, & aquelle extremo, pois entaõ se deixará mais chegada para a cava particular por quanto sua estacada segura a quem sahir pella porta para o Fosso principal de não cahir na ditta cava.

A tal porta na linha directiva sinalada com a letra Z terà 6. pès de largo para que por ella possaõ passar dous, ou tres homens emparelhados, & de alto 8. Em cada Baluarte de Praça Real haverá ao menos hũa.

Mas sendo a Praça pequena bastarà fazer hũa, ou duas segundo o recinto, & porque entaõ pòde succeder serem os Flancos pequenos, & não haver lugar de se fazer Praça baixa, ou quando se faça, não o haver para se accōmodar a serventia para o Fosso no Orelhaõ, ou Espalda pella pouca capacidade, & pella fraqueza que nelles resultará, faltandolhe aquella parte do Terrapleno que occuparia a serventia, em tal caso se façaõ estas portas falsas,

Quando se devem fazer as portas falsas para o Fosso no meyo das Cortinas.

ou

ou a que sòmente se fizer, no meyo da Cortina, vindo a serventia em ladeira porbaixo do Terrapleno a desembocar no plano do Fosso, como pouco tempo hà ordenei hũa que se fez em certo Forte pentagonico de pedra, & cal que tracei em sitio bem importante, & se està fabricando jà em boa altura.

Estas portas falsas, ou estejaõ na linha directiva, ou no meyo da Cortina estaõ fechadas no tempo da paz de pedra, & cal, ou tijolo por fòra das de madeira para que senão vejaõ, nem saibaõ os inimigos dellas: abrese sòmente no tempo do sitio aquella que he necessaria para algum uso militar.

Antonio [r] de Ville tem por melhor que a sobreditta descida K H comece do plano superior do Baluarte do lugar M que vá atè o recibimento K, & dalli continuando atè H a desembocar no Fosso, ou os dous, ou quatro pès mais acima de seu plano, tudo em hũa ladeira continuada, para que do Baluarte haja tambem communicação com a Praça baixa, & mais promptamẽte acuda a gente do Baluarte ao Fosso, que me não parece mal pellas razoẽs que tenho apontado na Hercotectonica. Quem quizer o póde assim fazer se houver cabedal para tanta despeza.

[r] Lib i. part. 1. c. 25.

Nos recibimentos K, H no principio, & fim da descida se devẽ fazer suas portas de Cancellas fortes alèm das duas portas R na sahida da Praça baixa, & a porta Z na entrada do Fosso.

A altura desta descida serà de 10. ou 12. pès, ou o que baste para poder descer gente a cavallo ao Fosso, cuberta por cima de abobada que sostenha a parte superior do Terrapleno.

Pòde tambem ser aberta por cima entre as paredes collateraes, escusando a abobada, & no fundo da descida dar sahida por cano á agua da chuva para o Fosso. Assim a tenho por melhor porque pòde ser defendida (se acaso o inimigo alli entrar) com granadas, & bombas do alto do Terrapleno accostado a hum de seus muros Collateraes.

Advirto que senão repare em fallar descer cavalleria ao Fosso que não he impracticavel. Podemse ver os Autores allegados Tensini, [r] Ville, [a] & outros. Haverà mais hũa serventia notada cõ a letra S do interior da Fortaleza, ou Praça porbaixo do Terrapleno atè a Praça baixa, que tambem (se quizerem) pòde ficar por cima descuberta, encostado o Terrapleno aos muros que a formão de hũa, & outra parte. Serà larga 12. ou 14. pès [podese

[r] Lib. 3. c. 31. pag. 94.

[a] Lib. 1. part. 1. c. 25. pag. 75.

alargar atè 16.] Serve para se poder conduzir commodamente a artilheria à Praça baixa, retirar as carretas mal trattadas, soccorrer com infanteria, & ainda com cavalleria, & por tanto terà a altura necessaria para este intento quãdo passe porbaixo do Terrapleno, a saber de 8. até 12. pès com sua porta na entrada da Praça baixa de 7. ou 8. pès de largo, & alta quanto possa passar gente a cavallo.

A quem não quizer conceder que a Praça baixa possa tambem ser soccorrida com cavalleria, não o encontrarei muito, porque a mim se me representa difficuldade neste particular, ou ao menos incommodo, & como o naõ hei visto em execuçaõ o deixo á resoluçaõ dos soldados experimẽtados em mayor numero de cercos. Eu entendo que o caso he methaphysico atègora, & que senão veria algum em que entrando o inimigo na Praça baixa fosse esta soccorrida com cavalleria por me parecer muito mais natural, & commodo naquelle lugar fazelo com infanteria.

Serventia de hũa, para outra Praça baixa.

Para melhor commodidade, & uso se deve tambem fazer a serventia P em volta de hũa para outra Praça baixa porbaixo do Terrapleno do Baluarte (no caso que seja cheyo) a qual será de 12. ou 14. pés de largo, alta 8. ou 10. Serve para de hũa a outra Praça se poder soccorrer, & acudirem os artilheiros promptamẽte, & para por ella se dar serventia ás Minas que se devem fazer no corpo do Baluarte para o voar em caso que o inimigo o ganhe, & tambem para nella se ter a artilheria (quando não há suspeita de inimigo) por respeito das inclemencias do tempo que destroem as carretas, ou as cubertas de taboado que se fazem para reservar aquellas.

Antonio [a] de Ville faz no lanço X V hũas abobadas de 15. pès geometricos de largo sobre arcos armados em seus pedestaes, & tambem no lanço I V: neste as admittimos por ficarem reservadas da bateria inimiga, naquelle não por expostas, como o mesmo Ville [e] apontou despois retratandose. Seraõ de 6. pés de largo junto ao Parapeito, & no fim da Praça baixa junto ao muro da alta, de 9. armadas as dittas abobadas em dous arcos com seu pedestal, & pilar no meyo, ficando como Alpendre. Servem tambem para se resguardar nellas a artilheria das inclemencias do tẽpo, como a polvora, & muniçoens no da peleja por não correr tanto risco cõ as buxas, & estopins da q̃ se dispara da Praça alta.

[a] Lib. 1. part. 1. c. 25.

[e] Lib. 1. part. 1. c. 27. pag. 80.

Porèm

Porèm para mayor ſegurança ſerá bom fazer o payol, ou camara T com porta para a ſerventia P, a qual camara fica entre a ditta ſerventia, & a que vay do plano do Baluarte a deſembocar no Foſſo, que ſerà çuberta de abobada porbaixo do Terrapleno, para que allí poſſa eſtar a mayor parte da polvora, & muniçoens do ſerviço da Praça baixa com melhor ſegurança na occaſiaõ da peleja, donde ſe póde ir provendo a neceſſaria para debaixo das abobadas, que admittimosno lanço I V.

A largura deſta camara T reſulta da conſtrucçaõ ſobreditta, & ſua altura pòde ſer de 8. atè 10. pès ajuſtando com a da ſerventia P: Alguns eſcuſaõ eſta, & a camara T por reſpeito dos gaſtos, mas a ſerventia S, & a outra M K H do alto do Baluarte, ou ao menos K H não ſe póde eſcuſar, ao menos hũa em cada Praça baixa das duas de hum Baluarte, ſalvo quando o Flanco for pequeno, porque entaõ ſe farâ a porta falſa para o Foſſo no meyo da Cortina, hũa, duas, ou mais ſegundo o recinto da Praça por ſerem neceſſarias para muitos uſos militares, que não aponto aqui por ſer eſte Trattado hum Compendio.

Outros fazem a porta falſa na Cortina fronteira á linha directiva, ou ala do Orelhão, & que vá a ſerventia porbaixo do Terrapleno a ſahir no Foſſo, porèm convem que eſta porta falſa não fique muito junto do Flanco, porque arruinado eſte não cegue aquella.

NOTA.

TEmos ditto que o plano da Praça baixa fica commũmente no livel da altura do Foſſo, mas cõ tudo tenho por melhor que quando eſte chegar a ter 18. pès de fundo fique o plano da Praça baixa elevado ſobre o daquelle ſòmente 14. pès, & por tãto 4. mais abaixo que o da Eſtrada encuberta, & emparado com Merloens de 8. ou 10. ou mais pès de alto, com duas ou tres banquetas ſegundo a neceſſidade pedir para ſe poderem os ſoldados aſomar a dar as cargas por cima delles. Saõ os Merloens aquellas partes do Parapeito que ficaõ entre Canhoneira, & Canhoneira, & dizemos que ſe faraõ da ſobreditta altura quando o plano da Praça baixa ficar porbaixo do livel da Eſtrada encuberta, a reſpeito de que levantandoſe o inimigo na Contraſcarpa, ou ſeu Arcen com bateria o não deſcubra.

CAP. XXX.

Da Cava particular que se faz ao pé da Praça baixa para sua mayor segurança.

SEgurase mais a Praça baixa com hũa cava particular que se lhe faz ao pè, a qual vai profundando do fundo do Fosso principal para baixo; & por tanto deve vir a muralha que a sustenta do fundo desta particu lar cava, cuja largura faz excessiva o Capitaõ Dom Diogo Henriquez de Vilhegas a saber de 50. pès geometricos, a que lhe dà lugar a grãde sahida que assina ao Orelhaõ, ou Espalda na sua fabrica que havemos impugnado na segũda parte §.31. se bem nesta circũstancia da largura da cava parece teve a quem se acostar, pois Bonajuto [c] Lorini diz que será larga quanto tem o espaço do Flanco, & profunda quanto quizerẽ.

[c] Lib.1. jornada 4. pag. 90.

Antonio [r] de Ville que a ditta cava seja honestamente larga, & profunda; porém torna a acrescentar que por quanto as Praças baixas saõ pouco elevadas sobre o plano do Fosso, & as mais batidas, fará a ruina subida, por cuja causa he necessario profundar bem os Fossos naquella parte, como tambem por embaraçar as entrepresas, & escaladas que se podem fazer por estes lugares q̃ saõ os mais baixos da Fortaleza, ou Praça. Assim saõ os Fossos seccos da Citadella de Turin mais profũdos ao pè das Praças baixas.

[r] Lib.1. part.2. c.37. pag.118.

Christovaõ [a] de Rojas quer que esta cava particular ao pè da Praça baixa se faça taõ larga que chegue ao Orelhaõ, de modo q̃ virà a ser taõ larga quasi como o comprimento da linha directiva, & profunda 15. pès geometricos mais abaixo do plano do Fosso principal, a que já tinha assinado outros 15. pès geometricos de profundo, com que a ditta Praça baixa fica em 30. geometricos de altura sobre o fundo da sua particular cava.

[a] Segũda parte c.4. fol.37. vers.

Francisco [e] Tensini a faz larga 15. pés Venezianos, & 15. de profundo porbaixo do plano do Fosso principal, correndo pello lanço do Flanco cuberto A B atè entestar na linha directiva, como tambem se entende dos mais Autores allegados.

[e] Lib.1. cap.14. pag.32.

Largura, & profundidade da cava particular ao pè da Praça baixa.

Accommodamonos cõ Tensini tomando os nossos pés em lugar dos Venezianos por nos parecer bastante a cava de 15. pès de largo, & 12. atè 15. de profundo porbaixo do plano do Fosso prin-

principal, que não custará pequeno trabalho a profundar, porque sendo o terreno montuoso se poderá dar em rocha, & se for plano, em agua, ou outros inconvenientes: fallamos se puder ser, & quando não, façase a tal cava da profundidade possivel atè os 15. pès, donde hà de começar a subir a muralha da Praça baixa, ou ainda de mais abaixo por razaõ do alicerse, se allí não houver firme em que assente.

NOTA.

DEvese advertir o que dissemos no Cap. 29. de que quando a linha directiva B N for taõ capaz que a porta para o Fosso se possa fazer q̃ desemboque fòra da cava particular, serà melhor por escusar ponte, & sempre a cava deve ser assegurada com sua estacada assim por melhor defensa, como porque quem sahir pella porta não caya por descuido, ou pressa dentro nella, principalmente se a porta ficar junto à cava.

CAP. XXXI.

Dos Pentens com que mais se asseguraõ as Praças baixas.

SEguraõ alguns mais a Praça baixa com huns pàos de carvalho, ou outra madeira forte de 6. pès de comprido, mettendo estes pella banda de fòra perpendiculares ao meyo do Parapeito, entrando 3. pès por dentro delle, ficando outros 3. de fòra com as pontas agudas, ou ferradas: tẽ de grossura a quinta, quarta, ou terça parte de hum pè, & entraõ de ordinario 15. no espaço de 12. pès, que vem a ser hum a cada quatro quintos de pè. A esta multidaõ de páos chamaõ Pentem pella semelhança. Pentem q̃ cousa seja.

Porém muito melhor me parece accommodalos (como o Capitaõ Dom Diogo [r] Henriquez de Vilhegas) perpendiculares, & metidos na muralha sobre que se levanta a Praça baixa, onde ficaráõ mais seguros que no Parapeito de terra batida, ou taipa ainda que seja revestido de adobes, & se devem accõmodar porbaixo da raiz do Parapeito tanto que não impidaõ poder a artilheria descubrir o Fosso. Este Autor os faz mais compridos a saber de 16. palmos, mas pareceme que bastaõ de 8. pès que saõ 12. palmos,

[r] Na Academ. da Fortif. lib. 2 cap. 11. §. 2. pag. 254.

mos, dos quaes, 6. entrem na muralha, outros 6. palmos fiquem de fóra,& a meyo pé, ou tres quartos de distancia hũs dos outros. Seraõ quadrados ficando com hũa das quinas para cima, & agudos nas pontas. Se forem ferrados com pontas agudas de ferro de comprimento de hum pè,& cintas de dous dedos de largo cravadas nelles para não poderem ser cortados ficaraõ mais seguros. As mais circunstancias que diz o ditto Autor posto que as apontei na Hercotectonica tenho por escusadas.

Com esta palissada,ou pentem a demais da cava particular que havemos ditto se seguraõ grandemente as Praças baixas de poderem ser escaladas, sem as quaes defensas,ficava mais facil por sua pouca altura sobre o fundo do Fosso principal.

CAP. XXXII.

Dos Reparos, & obras annexas.

§ I.

Dos Terraplenos, Parapeitos, & Banquetas.

Terraplenos de que largura.

OS Terraplenos para Praça Real devem ter no plano superior de trinta atè trinta & cinco pès de largo a fòra o q̃ occupa a base do Parapeito para que possa estar a artilheria,recuar, & sobejarem alguns pès para a gente passar por detraz della despois de recuada. Serve tambem esta largura para outros usos militares.O Parapeito de 20.atè 24.ou 25.pès de largo em sua base para Praça Real,com que vem a ser necessarios 50. atè 59.ou 60. pès no plano superior. Daqui para cima se o Terrapleno for mais largo,ou por accommodar a terra do Fosso,& Refossete, ou para mais capacidade, & lugar para cortaduras, melhor serà. Sendo a Praça pequena he força accommodar cõ menores Terraplenos, pois não haverá tanta terra na que sahe do Fosso, & Refossete,& tambem por não incapacitar seu sitio interior, que he necessario largo para os alojamentos,armazens,hospital,praças para exercicio da gente,mercado,& outros usos: assim mesmo he força serem menos grossos os Parapeitos, pello que estes comem dos Flancos.

Parapeitos em Praça Real de que largura.

Quando

Quando o lado do Polygono exterior for de 200. pés que he o mais pequeno que havemos admittido para se fortificar cõ Baluartes inteiros, sahirá segundo nosso Methodo declarado no Cap. 14. o Flanco do Hexagono (por exemplo) de 24. pès, ainda mayor que pello primeiro modo de Fritach, & terceiro de Dogen por 4|1. pés.

Neste caso pois o que se dá de grossura de Parapeito saõ 6. pés por não diminuir o Flanco, se bem não fica capaz de resistir a bateria, & assim estes Fortes taõ pequenos não saõ para sustentar sitio, salvo ficando em tal parte que se lhe não possa pór bateria, como a quasi todos os Redentes, & meyos Baluartes do Castello de Monte-mòr o novo.

Grossura dos Parapeitos em Fortes pequenos.

Com tudo nestes casos, eu fizera o Parapeito do Flanco mais grosso, & neste em particular em q̃ o Flãco fica de 24. pés, o fizera de 12. mas por não diminuir o Flanco pello que o Parapeito lhe come, deixàra este da parte da Face junto do angulo da Espalda mais delgado, a saber sómente de 6. pés, ainda que todo o mais da Face fosse de mayor grossura, abrindo, ou deixando allí como hũa entrada, ou entalho na grossura do Parapeito da Face de 4. ou 5. pès de largo para poderem entrar mais mosqueteiros no do Flãco, pois o inimigo nem pòde reconhecer a menor grossura do Parapeito da Face naquelle entalho, nem que se lhe dè noticia pòde fazer bateria certa por estimaçaõ a taõ pequena parte como de 4. ou 5. pés de distancia, em que sòmente fica mais delgado o Parapeito da Face, & quando assim succedera, a todo o tempo se pòde engrossar naquella parte, ou em qualquer outra a que faça a bateria com terra que se suppoem deve haver dentro nas Praças para os usos militares, ou cavandoa do Fosso, pois muitas vezes convirà não ser em hum Baluarte taõ pequeno grosso o Parapeito do Flanco, & juntamente o da Face por não incapacitar sua praça, & neste caso se deve reforçar o Parapeito sòmente naquella, ou naquellas partes a que o inimigo dirigir a bateria, deixando as mais com o moderado que se lhe houver feito, por causa da largueza que convem nos Baluartes.

Admittimos pois o Parapeito de 6. atè 24. ou 25. pès, fazendose quanto grosso puder ser atè o ditto termo segundo a grandeza dos Baluartes, & consideraçaõ á largueza que he necessaria em suas áreas, & valendonos quando o Flanco for pequeno do entalho,

Parapeitos admittidos de 6. atè 24. ou 25. pès de grosso cõforme a grãdeza dos Baluartes.

entalho, ou entrada sobreditta no da Face junto do angulo da Espalda para que no Flanco se possaõ accõmodar mais mosqueteiros.

A altura dos Parapeitos se deve fazer tal que subidos os soldados na Banqueta do da Face do Baluarte possaõ flanquear com os mosquetes a Estrada encuberta fronteira, ou ao menos sua Explanada, porèm como isto penda da diversa altura da muralha, ou Terrapleno, grossura do Parapeito, & de sua altura exterior, he necessario dispolo de modo que se consiga o intento.

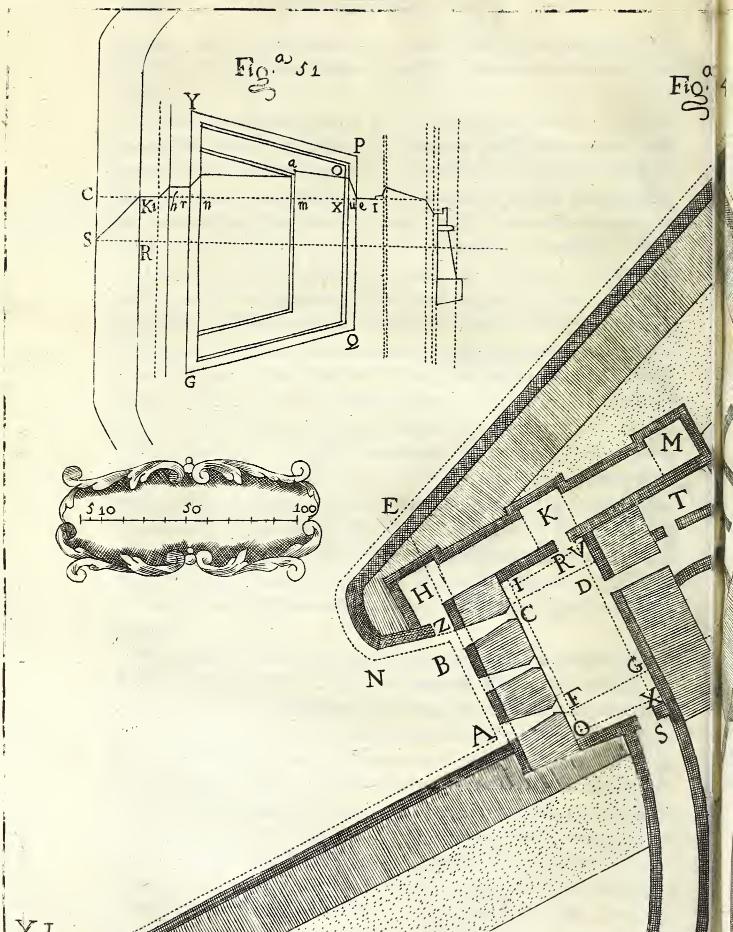
Marolois, Fritach, Dogen, Cellario, & outros que fazem Falsas bragas assinaõ á altura interior do Parapeito 6. pès: à exterior 4. Goldman assina a mesma interior, mas a exterior de $4\frac{1}{2}$. Porèm ainda que conforme as medidas dos Autores primeiro nomeados se descobre em algũas figuras a Estrada encuberta desde o Parapeito da Face; todavia em outras de mayor numero de lados, não se descobre mais que o Arcen, (o que se entende com a linha visual que por cima atravessa o Parapeito em cuja supposiçaõ he q̃ vamos fallando) a respeito que nestas fazem o ditto Parapeito mais grosso, & conforme Goldman porque faz mayor por meyo pè a altura exterior do Parapeito, não descobre a linha visual q̃ por cima o atravessa mais que o Arcen, assim nas Praças quadrantaes (assim lhe chama) já grandes fabricadas segundo os $\frac{3}{4}$ do alcance vehemente de mosquete, como nas Reaes segundo todo o alcance.

Mas como nòs não façamos Falsabraga, de cuja largura, & da de seu Parapeito, & lizira entre o Fosso, & Terrapleno resulta ficar este muito mais distante da Estrada encuberta, & por tanto dando lugar a que esta (ou ao menos seu Arcen) possa ser descuberta pella linha visual do Parapeito, ainda que este tenha os 4. pés de altura exterior, he necessario que procedamos cõ differẽte circunstancia para podermos conseguir o mesmo intento, pois por quanto as muralhas sahem de dentro do Fosso quando se fazem de pedra, & cal, ou quando sómente Terraplenos sem muralha se levantaõ estes segundo o estilo entre nós practicado, não deixando mais que hũa lizira de 4. atè 6. pès entre elles, & o Fosso, de que resulta ficar o Parapeito da Face muito mais perto da Estrada encuberta, & por tanto não se poder esta descubrir pella linha visual daquelle se tiver a altura exterior de $4\frac{1}{2}$ ou 4. pès;

prin-

Fig.ª 51

Fig.ª 4



XI

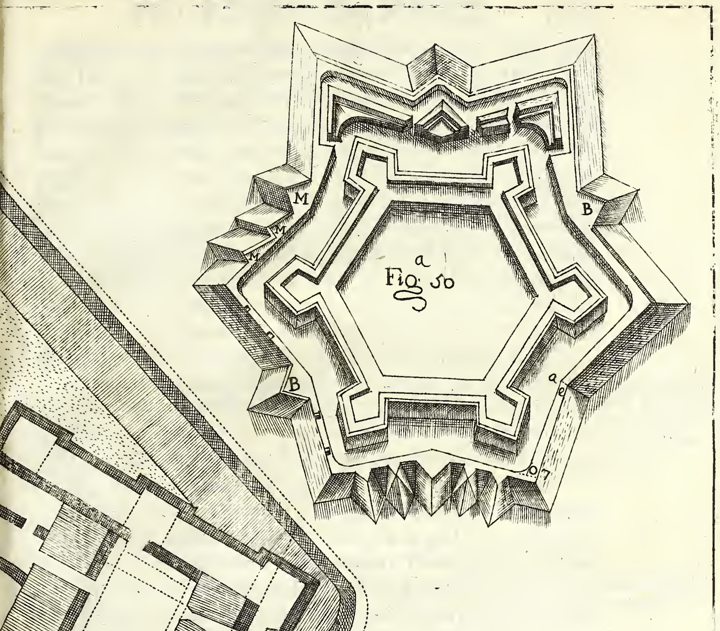
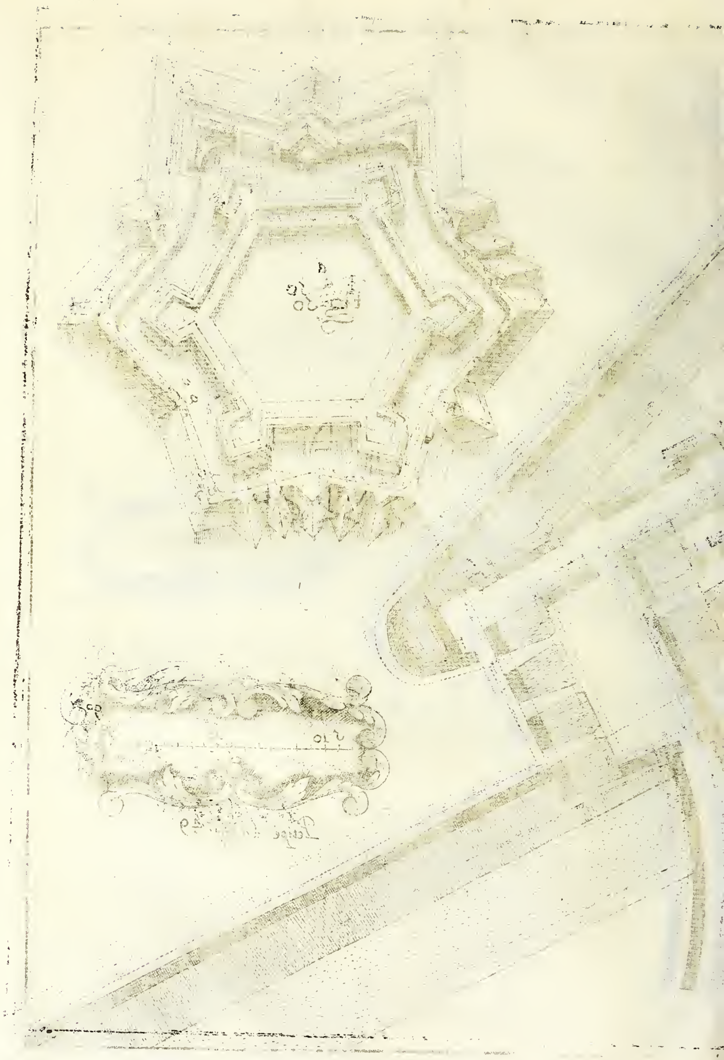


Fig.a 50
M
M
M
B
B
a
e
o 7
5 10
50
90
Petipé da Fig.a 49



principalmenre ſendo os Parapeitos groſſos, por tanto neſte caſo de o Parapeito aſſentar logo ſobre a muralha, & Terrapleno, ou ſòmente ſobre eſte (não havendo muralha de pedra, & cal) ſem preceder Falſabraga, ſeu Parapeito, & lizira, não determinamos de certo algũa altura exterior determinada: a interiòr ſim de $5\frac{1}{2}$ pès, & que a exterior ſeja tal que a linha viſual (aſſim lhe chamamos) que por cima atraveſſa o Parapeito và a deſcubrir a Eſtrada encuberta, com tanto que aquelle não fique por cima com demaſiada declividade que o enfraqueça, porque neſte caſo, ou ſendo o Foſſo eſtreito, que não dè lugar ao intento, baſtarà que a linha viſual ſe và a contìnuar com a da Explanada, & nunqua deve ſer mais por cima deſta, antes melhor della para baixo que và a topar cõ a Eſtrada encuberta deſcubrindoa o mais q̃ puder ſer.

Por eſta razaõ não puz os Perfis dos Parapeitos nos das muralhas de pedra, & cal deſcriptos no Cap. 25. pois lhe não podia determinar certa a altura exterior pendẽdo da da muralha, ou Terrapleno, da diverſa groſſura do Parapeito, & da diſtancia em que elle fica da Eſtrada encuberta, para ſe conſeguir o intento. Razão porque não ſe poem neſte Trattado Perfis dos Parapeitos.

Deve ter o Parapeito pella Face de fòra Eſcarpa conveniente para melhor ſe ſuſtentar, pois não deve ſer de pedra, & cal, & muito menos de cantaria como barbaramente ſe fez em algũa parte, ainda que ſeja aſſim guarnecido ſómente pella parte de fóra. Sua materia ſerá taypa, ou terra batìda com algum formigaõ como couſa de hum, dous, ou mais pès pella Face exterior, & por cima. Materia dos Parapeitos.

He coſtume, & neceſſario darſelhe de Talud pella parte interior hum pè em 6. de alto (o meſmo ſerá nos $5\frac{1}{2}$ que lhe damos de altura) & pella exterior a quarta, ou terça parte, ou ametade da que tiver o que fique advertido para todos os Parapeitos melhor ſe ſuſtentarem. Baſes das Eſcarpas dos Parapeitos.

A Banqueta, ou degrao junto ao Parapeito para ſe ſubirem os ſoldados a diſparar por cima he de $1\frac{1}{2}$ de alto, & 3. de largo q̃ tantos ſe affinaõ dos Rinthlandicos, & vem a ſer quaſi os meſmos que os noſſos. Em ſuſtancia iſto vẽ a ſer que ſeja a Banqueta de tal altura que ſubidos nella os ſoldados poſſaõ atirar com os moſquetes folgadamẽte por cima do Parapeito, & de tal largura que nella ſe poſſaõ firmar na acçaõ do diſparar, a que tambem daõ de Talud o ſexto de ſua altura que vem a ſer $\frac{1}{4}$ de pè em $1\frac{1}{2}$ de alto. Banqueta do Parapeito de q̃ altura, & largura.

Talvez por cauſa de eminencias exteriores he neceſſario levã-

Parapeitos cõ duas, ou tres Bãquetas.

tar mais os Parapeitos fazendo duas, & tres Banquetas conforme a neceſſidade de ſe cubrirem, & de aſomar a dar a carga, ſe bem entaõ não he neceſſario que as primeiras duas baixas ſejaõ taõ largas como a terceira ſuperior, baſtando para cada hũa a largura de pè, & meyo, quanto ſerá tambem ſua altura.

SCHOLIO.

DISSE acima que quando ſe fazem Terraplenos ſem ſerem reveſtidos de muralha de pedra, & cal, ſe levantaõ ſegundo o eſtilo entre nós practicado não deixando mais que hũa lizira de 4. atè 6. pès entre elles, & o Foſſo: mas não ſe deve arguir daqui que os approvo neſta fòrma ſem Falſabraga, pois neſte caſo mais quero a fabrica Hollandeza; porque as Falſasbragas ſuprẽ grandemente a falta das Praças baixas, pello que quando os Terraplenos não forem reveſtidos com muralhas que venhaõ de dẽtro do Foſſo ſe ordenarãõ com Falſasbragas pello eſtilo Hollandez, & ainda para melhor aſſim houvera de ſer ſe ſenão fizeſſem Praças baixas poſto que os Reparos foſſem reveſtidos de muralha, indo com os aliceſes deſta a buſcar o firme, & deixando a Falſabraga, ſeu Parapeito, & lizira entre aquelles, & o Foſſo. Porèm as Praças baixas tenho por mais commodas, & melhor obra que as Falſasbragas; pello que ſeria incompetente fazer eſta, & deixar aquellas. No Cap. 41. diremos ſua fabrica ſegundo a practica Hollandeza accõmodada a noſſo deſenho. Advirto que na lingoajem com que fallei neſte Cap. & Scholio tomei indifferentemente Terrapleno, & Reparo pella meſma couſa, poſto que em eſpecial ſe tome Terrapleno por parte do Reparo como ſe vè do Cap. 7. das definiçoens, o que digo porque me não notem de me haver encontrado, pois tambem muitos Autores, ou os mais chamão Terrapleno a todo o Reparo.

Não ſe fazẽdo Praças baixas ſe devem fazer Falſasbragas.

Praças baixas melhor obra q̃ Falſasbragas.

§. 2.

Das Canhoneiras.

AS Canhoneiras tem variado na fórma em diverſos tempos por ſe remedearem os inconvenientes que a experiencia moſtrava.

Nós

Nós não as admittimos liberalmente mais que nas Praças baixas, & alta do Flanco cuberto do Baluarte, porque queremos que nas mais partes fique a artilheria á barba. Neste compendio as descrevemos no modo, & com as medidas que melhor nos parecem, se bem isto se deve accommodar conforme o genero da artilheria que houver, grossura do Parapeito, & pontos que se pertendem descubrir.

As dittas Canhoneiras tem tres partes, boca interior da parte do Terrapleno: a Golla na grossura do Parapeito, & boca exterior, ou sayda da parte da campanha. A Golla se faz para que as balas inimigas não entrem taõ facilmente pella Canhoneira, mas topando em hum, & outro lado se entretenhaõ, ou desviem de fazerem tanto danno.

Estas Gollas não devem ser iguaes em todas as Canhoneiras porque a que houver de servir para hum falcaõ, ou sacre deve ser mais estreita que para hũa colubrina, ou canhaõ, o que se farà judiciosamente conforme a grossura da pèça, & sitio dentro na do Parapeito segundo a quantidade que aquella avança fòra da carreta.

Na Hercotectonica militar apontei os dittos de varios Autores, & medidas de que fazem as Canhoneiras, aqui aponto as que mais ajustadas me parecem. Seja pois sua boca interior de $3\frac{1}{2}$ ou 4. pès de largo: a exterior de 6. ou $6\frac{1}{2}$ a Golla de 2. & outros 2. dentro na grossura do Parapeito.

Porèm não damos estas medidas por invariaveis pellas razoẽs que havemos apontado, devendose accõmodar segundo o genero da artilheria, & o que avança fóra das carretas entrando pella grossura do Parapeito, & pontos da campanha que se pertendem flanquear.

Na Golla se deve dar algum modo de redondeza para que as linhas collateraes não façaõ alli angulo, que he mais facil de romper. Os Merloens que saõ aquellas porçoens do Parapeito que ficaõ entre as Canhoneiras se podem fazer de 12. 15. 20. ou mais pès de comprimento exterior conforme quizerem abrir no Parapeito mayor, ou menor numero daquellas.

As Canhoneiras não devem ser revestidas de muro pellas ilhargas, de todo o comprimento que os Italianos chamaõ Tromba como alguns faziaõ a fim de melhor se sustentar a terra; porque

ficariaõ assim perigosas pello danno das lascas,& pedaços com as balas inimigas embocando a Canhoneira. Mas para melhor se sustentarem sem grande escarpa a fim de não ficarem muito abertas na parte superior, será bom revestilas de adobes, ou com hũa camisa de argamassa,ou taipa, que leva cal, & area como sabẽ obrar os Artifices de semelhantes obras.

Alguns as revestiaõ de tabooens liados,&fortificados com travessas,& estacadas unidas aos tabooens pella parte interior para mayor segurança como descreve Bonajuto [r] Lorini, que escuso referir,não estando em uso pello perigo de se queimarem,& por esta razaõ quando a artilheria laborava se tiravaõ fòra aquellas planchas que estavaõ expostas ao fogo como refere Antonio [a] de Ville.

r Lib.6.c.3.

a Lib.1.part.1. c.27.

Deixo de referir outras fórmas de Canhoneiras por não ser taõ largo,& por terem inconvenientes que Sardi aponta na pratica [c] da Corona onde se podem ver.

c Pag.26.& 27

De Canhoneiras com certo modo de cubertura em algũa parte do vaõ superior, & com algũas invençoens nesta materia para segurança da artilheria,ou para menos ser vista do inimigo, o que tem mais particular uso nas baterias, & contrabaterias se dirá no livro da Areotectonica, que cõ o divino favor sairà a luz despois deste,de que a mayor parte está jà escritta.

SCHOLIO.

O Capitaõ Vilhegas faz a Golla da Canhoneira a dous pès Geometricos dentro na grossura do Parapeito,& larga $1\frac{1}{2}$. A boca, & sayda determina conforme os pontos que se pertendẽ descubrir, imaginando duas linhas que se cruzaõ em hum ponto no meyo da Golla segundo os termos da campanha,ou partes da Fortaleza que toma por limites, & áquella abertura que estas linhas cruzadas causaõ na superficie interior do Parapeito acrescenta de hũa,& outra parte $\frac{3}{4}$ de pé para vir a formar toda a largura da boca, fazendo nisto hum discurso mais prolixo do que pede a importancia do negocio, intentando entre outras cousas provar que o apartamento da Golla a tres pés Regios da boca da Canhoneira para dentro do Parapeito assinado por Ville he demasiado em respeito de que quando se atira obliquamente naõ podem ajustar as rodas da carreta com o Parapeito, & por tanto

naõ

naõ alcançará a boca da peça a passar a garganta da Canhoneira.

Nisto não instarei em contrario, ainda que se podia averiguar por demonstraçaõ, pois diz Ville [c] que o canhaõ não pòde avançar despois das rodas da carreta atè a boca por dentro da Canhoneira mais que 4. ou 5. pés, & era necessario provarse demonstrativamente se a obliquidade com que a carreta se acostasse á Canhoneira causaria não poder a boca da peça passar a Golla: por tanto fazemos esta sòmente aos dittos dous pès Portuguezes dentro no Parapeito. Quem quizer fazela sòmente aos dous Geometricos como faz Vilhegas [a] seguindo a Sardi, [r] não o encontrarei, nem he cousa de importancia que a boca da peça avance fòra da Golla mais meyo, ou menos meyo pè como passe alem della.

[c] Lib. 1. part. 1. c. 27. pag. 78.

[a] Lib. 2. c. 11. §. 7. pag. 294. & 300.

[r] Na Practica da Corona pagina 29.

§. 3.

Dos pavimentos para jugar a artilheria chamados leitos, ou Explanadas.

OS leitos, ou Explanadas para jugar a artilheria se fazem, ou de lajedo que saõ melhores, & mais duraveis, ou de madeira em falta daquelles. Os de lajedo segundo Pedro Sardi a quem nisto seguimos, & á experiencia de os mandar, & ver obrar se façaõ na seguinte fòrma.

Disponhase hum fundamento, ou lastro de alvenaria de 2. ou $2\frac{1}{2}$ pès (fallo de Portuguezes porque Sardi [r] o faz de 3. mas Geometricos) assentado sobre estacas, ou grades como sabem os Mestres albanès; o qual começando do Parapeito se alargue 25. atè 27. pès (Sardi diz que 30. Geometricos) por dentro do Terrapleno das Cortinas, & Baluartes; mas 38. ou 40. nos dos Cavaleiros a que Sardi assina 45. Geometricos. A largura será de 8. pés junto do Parapeito se a Explanada for para canhaõ, ou de 7. se para meyo canhaõ, & dalli para traz irà alargando mais, salvo senão reparando em gastos a quizerem tambem mais larga junto do Parapeito.

[r] Na Practica da Corona pagina. 38.

Sobre este fundamento que deve ser embebido no Terrapleno se assentem as lajens de pedraria rija, grossas $1\frac{1}{2}$ ou $1\frac{1}{4}$ pès, & largas o mais que possa ser cõmodamente, unidas com cal de pedra picada, & da ordinaria a que chamaõ estuque, argamassa, ou

bitume como sabem,& obraõ os mestres pedreiros, & albanès,& adverte Vilhegas [c] & bem alivelladas ficãdo sua superficie igual; se bem o polimento não serà muito lizo; mas hum pouco aspero conforme Sardi, & de tal modo embebidas as lajens da pedraria que a terra dos claros entre Explanada,& Explanada fique à seu livel.

[c] Lib.2.c.11.§ 7.pag.290.

Alguns fazem estes pavimentos mais altos na parte interior hum pé, ou 1½ que junto do Parapeito à fim de que a artilheria não recue tanto,& possa mais facilmente ser outra vez abocada.

Outros os fazem mais abatidos com fundamento de que fique mais cuberta a artilheria despois de recuada, com o Parapeito. Este fundaméto he aereo no que toca para as Explanadas feitas no Terrapleno, por tanto não admitto nem convem este modo de que os practicos conheceràõ a razaõ.

A Explanada mais levantada no extremo interior hum pè,ou pouco mais se pòde permittir sem embargo de algũas objecçoẽs, mas por necessidade em Terraplenos pouco largos, onde he necessario valer daquella mayor elevaçaõ da Explanada por diminuir a retirada das peças.

Porèm sempre que possa ser havendo bastante largueza nos Terraplenos, o que mais convem he a Explanada disposta horizontalmente, que he o mesmo que a livel.

As Explanadas de madeira se fazem no seguinte modo. Assentaõse no Terrapleno algũs barrotes de carvalho, olmo,ou outra madeira forte,& duravel de meyo pè de grosso, & da largura que tiverem. (Firrufino [r] os faz grossos em quadro hum sexmo de vara Castelhana que vem a ser ⅔ de palmo) mas por mayor firmeza se devem primeiro cravar no Terrapleno estacas grossas,& compridas atè de todo ficarem nelle embebidas, sobre cujas cabeças se haõ de pregar os barrotes cõ entalhos nelles para se embeberem as cabeças dos prègos.

[r] No perf. Art. c.81.

Estes barrotes devem occupar no Terrapleno largura de 12. atè 15. pès para cada Explanada, & assentaremse distantes huns dos outros 3½ ou 4. pès,sem embargo que Fritach diga 8 ou 10.

O espaço entre barrote,& barrote se enche de terra bem batida, & unida (melhor he alvenaria, & por cima bitume) & pellas ilhargas devem ir para bem duas vigas de hũa, & outra parte que corraõ ao comprido atravessando por junto das cabeças das primeiras,

meiras,& enteſtando com ellas,ou porcima com ſeus encaxes em que ſejaõ cravadas.

Pòde tambem o primeiro barrote de junto ao Parapeito ſer de 8. pès de comprido para Explanada de canhaõ, mas de 7. para meyo canhaõ; indo cada vez accommodando barrotes mais compridos até que o ultimo no fim da Explanada ſeja de 15. 16. ou 17. pès,& cortados de modo que os dous comprimentos lateraes da Explanada fiquem em linha recta: mas iſto em falta de madeiras,porque havendoas baſtãtes ſeraõ melhores as Explanadas em fórma de Parallelogrammo rectangulo por razoens que os practicos podem facilmente reconhecer.

Sobre eſtes barrotes aſſentaõ, & cravaõ tabooens de groſſura de 4.dedos cõforme Ufano,[c] que Firrufino [r] quer ſejaõ mais groſſos a ſaber quaſi hũ ſexmo de vara Caſtelhana que ſaõ $\frac{2}{3}$ de palmo, & Sardi [a] de meyo pè geometrico; ſe bem parece ſe póde eſcuſar tanta groſſura, principalmente quando Sardi quer duas ordens de tabooens, huns atraveſſados ſobre os outros,& ſò com hũa ordem os hei viſto fazer,& ſervir, ſendo os tabooens,ou plãchas de 3.& 4. dedos de groſſo que he o que baſta quando os não haja mais groſſos como os querem Firrufino, & Sardi, porque não ſe podem achar ſempre como ſe deſejaõ, não duvidando que os groſſos como elles querem ſeriaõ mais ſeguros,&duraveis ſendo que Lechuga [i] os admitte de $2\frac{4}{10}$ dedos que tantos reſpondem a $1\frac{1}{2}$ onça que lhe attribue de groſſura por quãto o pé Geometrico contem em onças 10. em dedos 16.

[c] No Trattado da artilheria queſtaõ 5. pag. 24.

[r] No perfeito artilheiro c. 81

[a] Na artilheria lib. 3. c. 10.

[i] No diſcurſo da artilheria pag. 209.

Em reſoluçaõ tudo iſto vem a montar que ou aſſim, ou aſſim ſe fação as Explanadas para a artilheria jugar (quando forem de madeira) fortes,& ſeguras,& de tal comprimento que não ſayaõ as rodas das carretas fòra dellas: de largura conveniente como de 10. ou 12. pès,& bem aliveladas. A melhor fòrma ſerâ de Parellelogrammo rectangulo de 12. atè 15. de largo, 25. atè 27. de comprido.

Bonajuto [r] Lorini faz hũas Explanadas moveis ſobre rodas para ſe tranſportarem de hum a outro lugar: parece tem ſuas conveniencias, mas tambem ſe me repreſentaõ nellas incommodos; por iſſo não as refiro. Quem quizer as póde ver no ditto Autor. Entre nòs naõ vi que ſe hajaõ poſto em practica.

[r] Lib. 6. pag. 289.

CAP.

CAP. XXXIII.

Da Estrada encuberta.

A Estrada encuberta (epitheto mais appropriado que cuberta; como vulgarmente lhe chamaõ com os Autores, significando a palavra cuberto algũa cousa mais que encuberto) cuja definiçaõ havemos ditto, [r] he muito necessaria [c] & util pellas razoens que dissemos na Hercotectonica. Sua largura he determinada variamente pellos Autores. Fritach, & Dogen a variaõ conforme o numero dos lados da Praça fortificada, assinandolhe de largura na figura quadrada 12. pès Rinthlandicos; no Pentagono, & no Hexagono 15. no Heptagono 17. no Octogono, & Enneagono 21. termo em que paraõ, tomando esta ultima quantidade para todas as Praças de mayor numero de lados, segundo se vè da sua Taboa dos Perfis.

[r] Cap. 7. def. 7. [c] Ville lib. 1. part. seg. c. 40. Tensini lib. 1. cap. 25.

Naõ me accõmodo com este estilo de dispor a mayor, ou menor largura da Estrada encuberta conforme o numero dos lados da figura, mas conforme a grandeza delles, & da Praça, seja qual for a figura segundo tambem diremos no §. 6. da seg. parte Qualificativa acerca de outros pontos.

Fortes Quadrãtaes, dimidiatos, dodrantaes.

Por isto me parece melhor o estilo de Goldman que assim o fez assinando 6. pès Rinthlandicos á largura da Estrada encuberta nos Fortes quadrantaes (saõ estes os que tem a defensa curta a saber segundo a quarta parte do alcance de mosquete:) 7. nos dimidiatos, que a tem segundo a ametade: 9. nos dodrantaes que a tem conforme os tres quartos: 12. nos castellos Regios, ou fortalezas, que já merecem o nome de Reaes mas pequenas, & assim como estas vaõ crescendo na grandeza, lhe vai acrescentando a largura da Estrada encuberta atè 27. pés.

Outros assinaõ varias larguras, vindo tudo a resumir que a fazem de 6. atè 30. conforme a grandeza da praça; se bem entre estes termos, huns daõ mayor, outros menor largura á ditta Estrada encuberta.

De que largura se faraõ as Estradas encubertas.

Seja por tanto nossa resoluçaõ que por quanto havemos tomado o menor lado de Polygono exrerior de 200. pès: o mayor de 1100. para se fortificar com Baluartes se faça a largura da Estrada encuberta proporcionada à grandeza do lado do Polygono exterior, a saber.

Sendo

Sendo o lado do Polygono exterior de 200. pés se faça a Estrada encuberta de 6. pés de largo, & nunqua menor, ainda que seja em Coroas, Hornaveques, Tenalhas, Fortins de meyos Baluartes, ou qualquer outra obra.

Sendo de 300. se faça de 8. & assim por diante na conformidade da Taboa aqui junta.

Comprimentos dos lados dos Polygonos exteriores.	Largura da Estrada encuberta, que lhe deve responder.
200	6
300	8
400	10
500	12
600	14
700	16
800	18
900	20
1000	22
1100	24

Quando o lado do Polygono exterior estiver no meyo entre alguns dos numeros da coluna esquerda se tome a largura da Estrada encuberta que proporcionalmente lhe responder, como por exemplo se for de 250 pés que ficaõ no meyo entre 200. & 300. se tomem 7. pès que he o meyo da somma de 6. & 8. que respondem aos dittos numeros.

Mas quando se chegar mais a hum dos dittos numeros que a outro se tome a que responde ao mais proximo, como sendo o ditto lado do Polygono exterior de 260. ou 270. pés, numero que se approxíma mais a 300. que a 200. se tomem para a largura da Estrada encuberta os 8. pès que na Taboa respondem ao numero 300.

Esta largura se entenderá a fòra o que occupa a Banqueta de 3. pès, ou $2\frac{4}{5}$ dos nossos, ou o que occupaõ duas, & tres Banquetas que algũas vezes se fazem segundo a altura do Parapeito, como logo diremos; salvo se a Estrada encuberta for já taõ larga q̃ em sua largura possa entrar hũa, ou duas das tres Banquetas sem lhe occasionar estreiteza.

Tambem se deve advertir que a ditta largura pòde ter sua variedade conforme o sitio, porque tal vez cahirá tanto por hũa ladeira abaixo que não possa ser assim, ou será necessario acrescentala por occupar algũ sitio que vai subindo. Entendese o sobreditto em termos habeis, & para mayor perfeiçaõ; pois ainda que hũa Estrada encuberta que houvesse de ter 9. pès de largo por exemplo se fizesse na practica de 8. ou 10. nem por isso mereceria censura de importancia: com tudo no escrever se deve ensinar,

& na execuçaõ obrar o que parecer mais perfeito.

Parapeitos em Praça Real.

A altura do Parapeito da Estrada encuberta se faz em Praça Real de 8. ou 10. pès para que possa cubrir hum homem a cavallo,& por tanto a cavalleria que por allí andar:pello que neste caso serà necessario que tenha duas, ou tres Banquetas para se asomar a gente a dar a carga por cima do Parapeito,das quaes as duas primeiras como não saõ mais que para subir à terceira , basta que tenha cada hũa $1\frac{1}{2}$ pè de largo quanto he commũmente sua altura, mas a superior terà a largura ordinaria de 3 . pés, ou $2\frac{4}{5}$ para que os soldados se possaõ dispor nella em postura de atirar com os mosquetes.

Estrada encuberta cortada em parte do terreno natural.

Porèm desta altura dos 8. ou 10. pés convem que 4. se cortem da Contrascarpa para que outros tantos fique o plano da Estrada encuberta porbaixo do livel do terreno natural, & os 4.ou 6. restantes dallí para cima,pois deste modo se poderá dos Parapeitos dos Revelins, & Meyas-luas descubrir,& flanquear a campanha por cima do da Estrada encuberta, por quanto o plano do Revelin,& Meya lua se levanta ordinariamente 4 ou 6. sobre o da campanha, & o seu Parapeito 5. ou $5\frac{1}{2}$ mais alto pella parte interior , 3.ou $3\frac{1}{2}$ pella exterior segundo se dirá no Cap.5.§.1.da Secçaõ segunda.

Quando a Praça for pequena em que não haja de assistir cavalleria basta que o Parapeito da Estrada encuberta seja de $5\frac{3}{5}$ atè 6. pès de alto, & aquella no livel do terreno , ou sòmente 2. pès mais baixa.

Nos sitios irregulares he necessario muitas vezes que em hũas partes se corte a Estrada encuberta do mesmo terreno natural ficando este servindo de Parapeito:em outras que toda a Contrascarpa,Estrada encuberta, & seu Parapeito se levante de terra cõduzida para allí de outra parte:isto em mais,ou menos quantidade segundo a disposiçaõ do terreno.

Finalmente se advirta que aos Parapeitos (os quaes devem ser de taipa com camisa de formigaõ por fóra , & por cima incorporando tudo na mesma fabrica a respeito da duraçaõ , & das inclemencias do tempo , cousa que bem obraõ os taipeiros por ser officio seu) se costuma dar de Talud pella parte interior 1.pè em 6.de alto(o mesmo seja em 5.ou $5\frac{1}{2}$)& pella exterior a quinta,ou a quarta parte, ou atè ametade de sua altura, o que fique advertido

advertido para todos os Parapeitos melhor se sustentarem, exceptuando os da Estrada encuberta que só pella parte interior teraõ a mesma Escarpa de hum pè, & seraõ por alli revestidos de formigaõ para melhor se sustentarem; por quanto por cima, & por fòra vem a ser a Explanada de terra allí lançada, escusandose o formigaõ,& ainda á Banqueta se dà $\frac{1}{4}$ de pè de Talud de mais de sua largura superior de 3. ou $2\frac{4}{5}$ pès, que vem a ser o sexto de $1\frac{1}{2}$ que he sua altura, se bem esta he taõ pouca que senão deve reparar em que tenha, ou não tenha Escarpa, mayormente se se fizer a Banqueta de pedra,& barro,ou pedra,&cal como em algũas Fortificaçoẽs nossas.

O Capitaõ Vilhegas faz a Estrada encuberta de modo que do angulo reintrante vá cada vez alargando mais para o da Contrascarpa fronteira ao do Baluarte. Naõ me desagrada este modo assim por suprir com esta mayor largura em algũa parte a mayor estreiteza do Fosso naquelle lugar,como por se avançar mais, defēder a campanha,& reter o inimigo mais apartado da Praça, a que se póde acrescentar que como sobre os angulos da Contrascarpa se costumaõ pòr alguns corpos de guarda,& de ordinario ajuntar allí a gente para mais promptamente fazer as sahidas,bem he que seja naquelle sitio mais larga,se bem não instarei muito nisto porque as razoens sobredittas saõ mais metaphysicas do que urgentes na practica: com tudo não ficarà peor,& quem assim o quizer fazer tome junto do angulo da Contrascarpa na linha perpendicular o 7. ametade mais do que houver de ter sua largura na perpendicular a e.

Estrada encuberta que alarga para o angulo da Contrascarpa.

Fig.50.

Tambem, ou a Estrada encuberta seja de igual largura,ou mais larga junto do angulo sahido, serà conveniēte que quando senão fizer Revelin no Reintrante, se faça ao menos o meyo Baluarte B a modo de ponta de diamante, cujos lados em Praça Real tenhaõ de 60. pès para cima, & a Golla mayor, como de 70. 80. ou 90. pès para que seu angulo exterior resulte de mais de 60.gr.

Meyo Reducto no angulo reintrante da Contrascarpa não havendo Revelin.

Outros fazem a Estrada encuberta em fòrma de Redentes(esta he palavra Franceza,val o mesmo que dentes de serra) como se vè no lanço M. Isto serà bom quando a distancia for grande para melhor se flanquearem os lanços,& mais necessario quando a ditta Estrada encuberta ficar enfiada de algum sitio exterior para que com os Redentes se cubra, fazendose mayor, ou menor nu-

mero delles segundo a necessidade obrigar.

Fig. 50. Na figura se vem varias fórmas de se dispor a Estrada encuberta, ou seja havendo Revelins, ou tambem Meyas-luas, ou com Redentes sem Revelin nem Meya-lua, ou simplezmente seguindo sô a fòrma da Contrascarpa, ou tambem com pontas de diamante, & tambem outro lanço com travessas para cubrir a gente se ficar enfiada, & descuberta de algũa parte da campanha.

A Explanada, que os Francezes chamaõ Pente, os Italianos Spalto, ou Spianata, os Castelhanos Arcen, se faz de modo que do alto do Parapeito da Estrada encuberta vá a terra declinando insensivelmente para a parte de fora atè que a 50. 60. 70. 80. ou mais pès vâ a fenecer no livel da campanha.

Outros a dispoem de modo que a linha superior que atravessa o Parapeito da Face do Baluarte produzida imaginariamente vá a formar a ditta Explanada atè se extinguir no ditto livel.

Na fabrica Hollandeza he este modo mais practicado: na nossa não venho nisto (podendo ser) porque quero que do alto do Parapeito da Face se descubra a Estrada encuberta que lhe fica defronte ao menos nas Praças Reaes em que o Fosso por sua largura dà commodo para este effeito, como tenho declarado particularmente na Hercotectonica, & adverti jà no fim do Cap. 77.

Estacada na Explanada jũto do Parapeito da Estrada encuberta.

Por fóra da Estrada encuberta como cousa de 3. pès apartado do Parapeito em cima do Arcen, ou Explanada se mete hũa estacada para estorvar a facil entrada naquella. Terá suas portas em fôrma de cancella com ferrolhos, & chaves para as entradas, & sahidas.

Naõ se faz mais apartada que os dittos 3. pès, ou $3\frac{1}{2}$ para que os soldados alcancem com os mosquetes a disparar por entre as estacas, & a possaõ defender com dardos, ou outras armas se o inimigo a quizer desfazer.

Os paos da estacada se accommodaõ distantes huns dos outros cousa de $\frac{2}{3}$ de pè, & melhores seraõ ferrados com suas pontas agudas de ferro como na do Forte de Saõ Luis diante da Rochella, & em outras partes. Sahirào ao mais 4. pès por cima da superficie da terra do Arcen, (porque de ser mais alta a estacada resultaõ incommodos) & afincados no terreno dous, ou tres pès, ou o que for necessario para ficarem seguros.

SCHOLIO.

SCHOLIO.

AINDA que a ſobreditta eſtacada he couſa que ordinariamente ſe practica poſto que não ſeja mais alta que dos 4. pés ſobredittos,ou de menos ſobre a ſuperficie da terra do Arcen, não ceſſaõ de todo os incommodos de ſe poder cubrir com ella o inimigo (principalmente acoſtandolhe faxina,& terra como fez o Marques de Caracena no ſitio que poz ao Caſtello de Villa-Viçoza, no anno de 1665.)contra a moſquetaria da Praça, & tambem de poder ſer arruinada com a bateria da campanha em danno dos defenſores da Eſtrada encuberta,pello que me parece bem a traça que de alguns refere [r] o Capitaõ Pietro Ruggiero Engenheiro dos Exercitos delRey Catholico no livro da Architectura Militar cõ que ſahio no anno de 1661. impreſſo em Milaõ;ſe bem com muito mao eſtilo, muitos erros da doutrina, & muitos da impreſſaõ, devendo ſer mais apurada hũa Obra dedicada ao Senhor Dom Joaõ de Auſtria, taõ bizarro, & experimẽtado ſoldado,& taõ applicado à Architectura Militar, quanto achei por larga noticia deſpois de recuperarmos Evora, & deixo de referir por me não apartar do aſſumpto.

He pois a traça que na meſma Eſtrada encuberta ſe faça a eſtacada apartada do Parapeito quaſi tres braços (vem a ſer 6.pès) avançando ſòmente com ſuas pontas por cima daquelle, & com hũa cinta ou traveſſa na parte interior para a moſquetaria. Eſtacada no meſmo plano da Eſtrada encuberta.

Eſta eſtacada poſto que diminue a livre largura da Eſtrada encuberta, não pòde ſer batida por não ſer viſta da campanha, nem o inimigo encubrirſe com ella, entre a qual, & o Parapeito podem primeiro eſtar os defenſores naquella largura de cinco, ou ſeis pès, & a todo o tempo retiraremſe para dentro da eſtacada,que para eſte effeito deve ter a eſpaços ſuas portas como de cancella, pellas quaes ſe retirem, & fechem com ferrolhos. Dallí poderàõ pelejar contra o inimigo ſe entrar naquelle eſpaço entre o Parapeito,& eſtacada, onde ficarà com menos commodidadade pello aperto do ſitio.

Tambem o defenſor póde no ditto eſpaço alargandoſe pello Arcen tomar poſtos enterrados como Capoeiras para flanquear o Arcen,& vendoſe em aperto formar com faxina, & com a terra daquelle, & do Parapeito hũa meya luneta com Flancos para a

hũa,& outra mão defender a Estrada encuberta. Isto he o que diz Ruggiero.

Mas devese advertir que neste caso he necessario ser a Estrada encuberta larga, como de 16. 20. ou 24. pès para não ficar estreita pello que della cortar esta estacada.

CAP. XXXIV.

Dos Cavalleiros.

POSTO que quando fallamos dos Terraplenos parece deviamos logo fallar dos Cavalleiros por serem corpos que se levantaõ sobre a quelles, ou sobre os dos Baluartes, todavia porque muitos os não fazem salvo em caso de necessidade por respeito de algũa altura exterior, contra a qual he necessario oppor o Cavalleiro, deixamos de trattar allí delles; porèm aqui o fazemos pellos termos por uteis.

Na Hercotectonica havemos trattado largamente delles mostrando sua utilidade sem embargo das objecçoens de alguns Autores, a que havemos respondido. Dissemos suas fórmas varias, grandeza, & altura, sitios em que se costumavaõ accõmodar pondoos huns Autores nos Baluartes, o que havemos impugnado, salvo obrigando a necessidade de os oppor a algũ padrasto; sem embargo de serem nos Baluartes os da Citadella de Turin; mas diz Ville [r] que se fizeraõ para dominarem a Cidade, & não declara sua fòrma. Em Elvas se fez hum no Baluarte da Cruz por haver este sahido muito baixo.

[r] Lib. 1. part. 1. c. 33. pag. 109.

Outros os accõmodaõ nos Flancos secundarios entre os pontos em que as linhas razante, & fixante cortaõ a Cortina, accommodando dous em cada hũa com fundamẽto de que dalli se multiplicaõ as defensas do Baluarte opposto, seu Fosso, & Contrascarpa.

Nestes sitios saõ os de Palma nova Fortaleza moderna da Senhoria de Veneza em hum Enneagono regular, & aqui se podem admittir.

Porèm ainda assim lhe consideramos inconvenientes porque se os Cavalleiros se situaõ junto do Parapeito (o q̃ não deve ser) fica aquella parte do Flanco secundario privada de se lhe poder

aceſtar

asseſtar artilheria para defenſa da Face do Baluarte; & ſe os retirarem para dentro, não poderaõ bem defender a raiz daquella, & ſempre ſerà melhor que o Flanco ſecundario fique livre para que dalli cõ a artilheria á barba ſe poſſa executar, pois por ficar mais baixa que no Cavalleiro, fará muito melhor defenſa. Acreſcentaſe que ſendo ſituado neſte ſitio ſaõ neceſſarios dous Cavalleiros em ca da Cortina que he hũa obra, & gaſto immenſo.

O ſitio pois que ſeguimos he o do meyo da Cortina com hum ſò Cavalleiro em cada hũa como faz Sardi, & Errard de Barleduc, por quanto não admittimos que o intento de ſe fabricar o Cavalleiro ſeja para delle ſe flanquear a Face do Baluarte, porque iſto ſe faz do Flanco primario, & ſecundario, mas para outros effeitos de deſcubrir, & offender com as colubrinas, & meyas colubrinas ao inimigo de mais longe obrigandoo a acamparſe mais diſtante, & a começar os Approxes com mayor trabalho, & diſpendio de tempo; ſendolhe neceſſario fazelos mais profundos; & as Trincheiras, Reduttos, Baterias, & outras obras, mais altas para ſe poder cubrir.

Sitio aprovado para o Cavalleiro.

Effeitos do Cavalleiro.

Acreſcentaſe que não poderá o inimigo ſem grandiſſima difficuldade levantar algũa obra que iguale, ou ſobrepuje os Cavalleiros.

Servem tambem para cubrir alguns lugares enfiados: defendẽ grandemente as praças dos Baluartes que lhe ficaõ de hum, & outro lado, quando o Cavalleiro he ſituado no meyo da Cortina, como muitas vezes hà ſuccedido, ſendo o inimigo deſalojado do poſto que em algum dos dittos Baluartes havia ganhado com a offenſa que lhe fazia o Cavalleiro.

Saõ razoens de Carlos [i] Teti, Bonajuto [r] Lorini, Sardi, [n] Ville, [o] Fournier [c] Villhegas, [e] & outros.

Para os effeitos ſobredittos baſta hum Cavalleiro no meyo da Cortina, & deſte ſitio defende muito melhor as áreas de hum, & outro Baluarte collateraes por ficar em diſtancia mais proporcionada para a defenſa.

Iſto ſuppoſto diſpomos o Cavalleiro na ſeguinte fórma em Praça Real, cujo lado do Polygono exterior ſeja ao menos de 600. pès, & dahi para cima até 1000. ou em caſo de neceſſidade 1100.

Primeiramente conforme o que larguiſſimamente havemos referido

[i] Lib. 1. c. 21.
[r] Lib. 1. jornat 4. pag. 94. & lib. 6. c. 2. pag. 258.
[n] Na Corona pag. 254.
[o] Lib. 1. part. 1 cap. 33.
[c] Na Architect. Milit. cap. 24.
[e] Lib. 2, c. 14. §. 2.

ferido, & discursado na Hercotectonica determinamos a linha exterior P Q na raiz do Cavalleiro de 100. atè 150. pès, a saber sendo o lado do Polygono exterior da Praça de 600. pès se tome a ditta linha exterior P Q do Cavalleiro de 100. pès, & por cada 100. pès que mais crescer o lado do Polygono exterior se tomem mais 10. para a frente do Cavalleiro, de modo que quando o lado do Polygono exterior chegar a ser de 1100. pès (que he o mayor que tomamos em caso de necessidade porque sem ella não queremos passar de 900. atè 1000.) seja o mayor comprimento da linha sobreditta P Q de 150.

E porque o Cavalleiro deve ser mais comprido na parte interior Y G que na exterior P Q conforme a opiniaõ de Sardi que nesta parte seguimos, & fazendo o calculo segundo os seus suppostos achei que cada hũ dos angulos Y P Q, G Q P dos Cavalleiros que forma no meyo das Cortinas de hũa Fortaleza hexagonica era quasi de 115. gr. 36. min. 56. seg. parece se deve tomar nisto hum meyo commodo, por quãto sendo a figura de mais lados, será necessario ir acrescentando os dittos angulos para que os lados Y P, G Q fiquem mais bem dispostos para a defensa das áreas dos Baluartes, segundo melhor se conhecera das plantas em figuras de varios lados em que se situem Cavalleiros; pello que damos a seguinte resoluçaõ.

Se a Fortaleza for de quatro lados, façase cada hum dos angulos Y P Q, G Q P de 112. gr: se for pentagonica de 113: se hexagonica de 114. & assim por diante acrescentando mais hum grao por cada figura seguinte atè o Duodecagono em que o angulo Y P Q do Cavalleiro ficarà de 120. gr. em que se pararâ, servindo para todas as mais figuras seguintes.

Nesta supposiçaõ de o angulo Y P Q ser de 112. gr. por menor termo, & de 113. 114. atè 120. por mayor termo havemos demonstrado na Hercotectonica quanto a linha interior Y G excederà a exterior P Q feito o calculo conforme a diversa supposiçaõ de se tomar o Talud do Cavalleiro de 8. ou 10. pès, de que aqui he escusado trattar, passandonos a explicaçaõ do Perfil do Cavalleiro que he o necessario, a saber.

Entre o Parapeito do Reparo, & o pé do Cavalleiro se deixa-
Fig. 51. rá hũa estrada de 10. ou 12. pès de largo representada no espaço i e. O espaço e u mostra o Talud exterior do Cavalleiro da ametade,

metade, ou dos $\frac{2}{3}$ de sua altura, & por esta haver de ser ordinariamente de 10. 12. ou 14. pès, serà aquelle 5. 6. ou 7. se for conforme a ametade; mas 6 $\frac{2}{3}$ ou 8. ou 9 $\frac{1}{3}$ se for cõforme os dous terços da altura.

u x lizira de 2. ou 3. pès de largo que deixo antes do Parapeito do Cavalleiro para melhor o segurar, mas quem quizer a póde escusar continuando a Escarpa do Cavalleiro com a de seu Parapeito.

X m base do Parapeito do Cavalleiro de 24. de largo, o qual se fará com o Talud exterior igual à ametade de sua altura, & o interior de hum pè. Sua altura interior será de 3 $\frac{1}{2}$ pès: a exterior tanta que a linha superior, ou Visual do Parapeito và a descubrir a Estrada encuberta fronteira ao meyo da Cortina, onde se interpoem a mayor largura do Fosso, ou vá a descubrir todo o plano do Revelin se allí o houver. E melhor será ficar o Parapeito sem altura exterior, fenecendo sua linha superior a O no extremo interior da lizira.

m n largura superior do Cavalleiro de 24. pès que se igualaõ quasi com os 50. Geometricos assinados por Sardi, [r] sem embargo de que Bonajuto [n] Lorini lhe assine mayor largura, a saber 12. passos, ou 60. pès Venezianos, a que respondem 67. dos nossos Portuguezes, como se verà feita a conta pellas proporçoẽs da Taboada das medidas.

[r] Na pract. pag. 16. & na Archi- tect. lib. 2. c. 4.
[n] Lib. 1. c. 13.

r h largura de sua subida collateralmente encostada ao Cavalleiro, de 10. ou 12. pès de largo que Sardi [a] faz de 15. ou 16. Geometricos.

[a] Na practica pag. 16. & na Architect. lib. 2. c. 4.

h t Talud exterior desta subida de 5. ou 6.

t K serventia entre a subida do Cavalleiro, & Escarpa interior do Reparo, de 10. ou 12. pés de largo.

R S ou K C Talud interior igual ao menos com a altura do Reparo como se este for de 18. pés, será aquelle ao menos de outro tanto.

Sommadas pois estas medidas montaõ de 130. atè 142. pés segundo se tomarem hũas, ou outras das acima referidas, a que se devem acrescentar sómente 20. de grossura do Parapeito do Reparo (ainda que o façamos de 24. na base porque os 4. assentaõ sobre a grossura da muralha) & vem a montar tudo de 150. atè 162. pés.

Mas porque a largura superior do Terrapleno basta de 28. a 30. pès nossos: a da Banqueta $2\frac{1}{2}$ ou 3: a do Parapeito na base 24, & 2. ou $2\frac{1}{2}$ mais que entraõ na Estrada das Rondas (quando esta se faça porque a demasia de sua largura entra sobre o grosso da muralha de pedra, & cal) montaõ estas medidas de $56\frac{1}{2}$ atè $59\frac{1}{2}$ a que acrescentando mais 17. atè 19 . pès de Talud interior do Reparo igual com sua altura(pois suppomos o mais alto em campanha raza de 19 . pès, posto que o admittimos atè 25.) vem a montar de $73\frac{1}{2}$ atè $78\frac{1}{2}$ & ainda se lhe dermos mais 4. ou 5. pès na largura superior do Terrapleno para mayor largueza, & passagem por detraz da artilheria despois de recuar, virá a ser a mayor base do Reparo de $77\frac{1}{2}$ atè $83\frac{1}{2}$ pès.

Base mayor do Reparo segundo o nosso Perfil.

E porque entrando o Cavalleiro acima descripto montavaõ as medidas 150. atè 162. pès, se entenda que sò nesta parte da Cortina em que entra o Cavalleiro basta que se engrosse o Reparo atè os dittos 150. pès, ou 162. para nelle se poder accommodar como parece na figura, ainda que a Estrada que dentro da Praça Real deve haver de 20. 30. ou mais pès de largo entre as casas, ou quarteis, & o Terrapleno fique em volta por tanto espaço, quanto responde ao que o Terrapleno entra mais no sitio da Praça a respeito do Cavalleiro, sendo que tambem (se o cabedal o permittir) se pòde fazer contramuro por dentro naquella parte que responde ao Cavalleiro para sustento do Terrapleno, escusando tomar tanto sitio da Praça com o seu Talud interior.

Cõtramuro na parte que responde ao Cavalleiro.

CAP. XXXV.

Dos Portaes, & entradas da Fortaleza, ou Praça fortificada.

POSTO que havemos de tornar a trattar de varias obras que se fazem no Fosso; todavia pello havermos jà descripto, & a Estrada encuberta, parece conveniente dizermos dos Portaes da Praça fortificada, & das Pontes para a serventia, & despois tornaremos a trattar das obras do Fosso, pois não saõ de sua essencia, mas accidentaes ainda que necessarias para seus fins particulares.

Naõ hà em hũa Praça lugar que cõ mais cuidado deva ser fortificado que as entradas pello muito que estaõ sugeitas a entre-

Entradas para a Praça bẽ asseguradas.

prezas;

prezas; por tanto seraõ as menos [r] que puder ser conforme a capacidade da Praça, & serventias necessarias, ou caminhos principaes que a ella tendem.

r Ville lib. 1. part 4. c. 65.

O uso moderno veyo a introduzir quasi a cada tres Cortinas hũa Porta, como em hũa Praça de 9. ou 10. Baluartes, tres.

Uso de quasi a cada tres Cortinas hũa Porta.

Tantas hà [r] em Palma nova Fortaleza da Senhoria de Veneza em hum Enneagono regular. Em Bremen que sò de hũa banda do Rio Weser, que a atravessa, tem oito Baluartes, há sòmẽte duas daquella parte no meyo de duas Cortinas. Em Crevecœur de 6. Baluartes, & hum meyo Baluarte só duas. Em Hamburgo cinco no espaço de 13: outras cinco em Groeningen no de 16.

r Dogen na figur. pag. 28.

Em algũas Praças ha Portas nas Faces de Baluartes, em outras, nos Flancos; mas saõ lugares incommodos, & defectuosos para este effeito: fizeraõse por necessidade.

Faces & Flancos lugares defectuosos para as Portas.

O lugar proprio he no meyo da Cortina, ou mais chegado para hum que para outro Flanco, obrigando a necessidade da serventia da rua da Praça por não derribar casas, & fazer outra nova; porèm sempre convem que seja defendida de ambos os Flancos. De outro modo he necessario fazer nova rua para serventia da Porta ainda que se derribem algũas casas que bastem para vir a dar em outra da Praça por onde se faça a serventia.

Portas na Cortina.

No que toca à fábrica dos Portaes deve [r] ser no aspecto exterior algum tanto rude para que represente austeridade, & horror significando assim ser a Praça invencivel, & formidavel a seus inimigos.

r Delich. part. 2 lib. 1. c. 7. pag. 96. Fournier c. 15. pag. 89.

Daqui veyo que nos Portaes de algũas antigas Cidades se punhaõ Estatuas armadas, & esculpiaõ as bandeiras, & despojos dos inimigos vencidos, ou outros sinaes significativos de emprezas grandes representando [a] a Cidade inexpugnavel, antiga, & triumphal.

a Goldm lib 3. propos. 19.

Por esta razaõ convem que sua fábrica seja da ordem Toscana ou da Dorica das cinco a que a Architectura Civil está reduzida: da Toscana por ter muito de forte, & robusta apta a sustẽtar todo o peso grave (diz Vincenzo [o] Scammozzi) & que por tanto semelha o modo agigantado: da Dorica por ser de corpo, partes, & membros fortes, & galhardos representãdo muito do modo Herculeo, por cuja causa foi pellos antigos Architectos dedicada a Hercules.

Portaes da ordem Toscana, ou Dorica.

o Part. 2. lib. 6. cap. 1. pag. 3.

Portaes de que largura, & altura segũdo alguns Autores.

r Lib. 1. c. 14. pag. 50.

c Lib. 2. cap. 14. pag. 381.

t Cap. 15.

o Seg. part. c. 17 pag. 73.

m No exame da Fortif. pag. 47. & 119.

a Lib. 3. propos. 19. fig. n. 121.

A largura do vaõ dos Portaes para Praça Real faz Fritach [r] de 10. ou 12. pès; a altura de 14. ou 15: Dogen [c] de 12. de largo, outro tanto de alto: Fournier [t] & Rojas [o] o mesmo q̃ Fritach; mas aquelles fallaõ de Geometricos, este de Rinthlandicos. Medina [m] Barba de 10. Geometricos de largo, 13½ de alto, entendẽdose que na altura assinada por estes Autores se inclue o vaõ atè o arco que vai sobre o Portal.

Goldman [a] lhe assina largura de 13. pès Rinthlandicos, & sua altura em proporçaõ sexquialtera para a largura a saber de 19½ entrando o vaõ atè o arco, porém não reparou em que não se podiaõ accommodar estes Portaes em hum Reparo de 18. pès de altura a mayor por elle assinada em Fortificaçaõ Real, pois naõ faz o liminar do Portal abatido do livel da campanha (como nòs armandoo na Escarpa segundo adiante se dirá) com que seria necessario muito mayor altura que os 18. pès que assina ao Reparo para se poder accommodar o vaõ do Portal de 19½ de alto, sem fallar na que de mais embebem o arco, chapiteis das colunas collateraes, architrave, friso, cornija, & sobre arco, ou outro ornato variado deste, ou daquelle modo conforme a Architectura Civil.

Largura, & altura do vão dos Portaes.

Serâ pois a largura do vaõ dos Portaes de oito atè 10. ou 11. pés Portuguezes: a altura de 12. atè 14. segundo a grandeza da Praça, & altura das muralhas, & como nòs abatemos o liminar do Portal mais abaixo que o plano da campanha, sempre a porta ficarà cuberta, principalmente pondoselhe Revelin diante.

r Part. 2. lib. 1. c. 95. pag. 97.

Esta largura se entende na entrada, & sahida da abobada da serventia por tãto espaço, & hum pouco mais, quanto baste para o que occupaõ as portas de madeira abertas; porq̃ no entremeyo se deve fazer a serventia mais larga, a saber de 16. ou 18. pès, ainda que os Autores sobredittos o não apontem; opiniaõ que sigo com Dilichio [r] se bem moderando mais a largura por elle assinada de 22. pès.

Vão dos Portaes mais abatido que o plano da campanha.

Sobre o sitio em que deve ficar o livel dos Portaes ha variedade de opiníoens: os mais o fazem ajustado com o da campanha sendo a Praça situada em plano: outros approvaõ os Portaes, ou seu liminar mais alto: alguns que sejaõ abatidos porque não possaõ ser vistos da bãda de fóra de alem da Estrada encuberta, abaixandoos tanto por este respeito que todo seu vaõ, ou a mayor parte fique porbaixo do plano da campanha juntamente com a

parte

parte intima da Ponte, que irà ſubindo do liminar do Portal na Eſcarpa da muralha, até o Revelin, ou Eſtrada encuberta.

Eſta terceira opiniaõ ſeguimos com as limitaçoens que adiãte diremos: a ſegunda rejeitamos, porque não he bem que o liminar do Portal ſeja mais alto que o livel da campanha a reſpeito de não ficar a porta deſcuberta, & expoſta aos tiros inimigos, alem de que ſeria forçado que o principio da Ponte ficaſſe neſte caſo por alto impedindo que os tiros da Praça baixa do Flanco deſcubriſsẽ a raiz do oppoſto, & ainda os da alta não ficariaõ taõ livres como convem ſegundo facilmente ſe poderá demonſtrar por figura, ou calculo.

Eſta he a cauſa por onde Bonajuto [r] Lorini diz que a Ponte com ſua altura não deve cubrir o Flanco, & que por tanto ſe deve fazer a mais baixa que puder ſer ſobre pilares de alvenaria, ou pedraria; mas como não determina ſua altura, nem a do liminar do Portal ſobre o livel do Foſſo, nòs o fazemos aqui.

[r] Lib. 2. cap. 7.

Será ſituado o ditto liminar conforme noſſa opiniaõ na quarta, ou terça parte, & ao mais na ametade da altura do Foſſo, como por exemplo ſe eſte tiver 18. pès de fundo ſe aſſentarà aos $4\frac{1}{2}$ ou aos 6. ou quando mais aos 9. de altura do plano do Foſſo para cima; donde reſultará ficar em ladeira a ſerventia, ou tranſito das portas porbaixo do Reparo, indoſe deſcendo de dentro da Praça até a parte da Eſcarpa da muralha onde ficar o liminar do Portal, & principio interior da Ponte; a qual irá entaõ ſubindo atè o Revelin ou (ſenão ha eſte) até a Eſtrada encuberta, mas havendo Revelin, correrá outra Ponte delle para a ditta Eſtrada encuberta, que o rodea por fòra de ſeu Foſſo.

Liminares em que altura deſde o fundo do Foſſo.

Se todavia o principio da Ponte não impedir que os tiros da Praça baixa deſcubraõ as raizes do Flanco, & Face do Baluarte oppoſto, não ſe faça o liminar taõ abatido, mas mais elevado ſobre o plano do Foſſo que ametade de ſua altura, com tanto que fique algum tanto mais baixo que o livel da Eſtrada encuberta, ou campanha para melhor ſe cubrir a porta. Iſto pende do diverſo comprimento da Cortina.

Liminar mais elevado que ametade da altura do Foſſo.

Eſta elevaçaõ tem ainda mais lugar ſe houver Revelin diante da porta, & a Cortina for baſtantemente comprida, porque como o Revelin nas Praças ſituadas em campanha raza deve ter 4. ou 6. pès ſobre o livel da Eſtrada encuberta, & ſeu Parapeito $5\frac{1}{2}$ de

alto já assim cobre a Porta aos tiros da campanha, ainda que o inimigo levante algũa bateria, principalmente se o liminar ficar alguns pès abatido por baixo do ditto livel, & sendo a Cortina de bastante comprimento dará lugar a que por cima da Ponte se possa descubrir da Praça baixa a raiz do Flãco,& Face oppostos.

O sobreditto he para cautela,& perfeiçaõ da obra,porque talvez se chega na expugnaçaõ de hũa Praça a taes termos que he necessario desfazer a Ponte naquella parte, por onde o inimigo ataca, recolhendo a madeira para dentro da Praça, ou derribandoa no Fosso com os pilares, ou queimandoa segundo o aperto obrigar,porque não sirva de estorvo para a boa defensa contra as Gallerias, Travessas,ou quaesquer outras obras q̃ nelle faça para se cubrir,& passar, nem a mesma Ponte lhe sirva de emparo, & talvez chega o aperto a termos que obriga a entulhar o mesmo transito das Portas,como largamente trattamos na Antipoliorcetica: val o mesmo que parte repugnatoria da Architectura Militar,ou Defensa das Praças.

Fig.52. Resta finalmente pormos aqui algũas figuras de Portaes exteriores que trazem Wilhelmo Dilichio,Nicolao Goldman, Sebastiano Serlio,& Vincenzo Scamozzi para cada hum escolher a fabrica que mais lhe agradar, ou de outro Autor, ou de invençaõ propria.

Nos interiores se permitte a fabrica menos horrida,& mais polida em ornamentos architectonicos artificiosamẽte applicados.

CAP. XXXVI.

Dos Corpos de guarda, & outros mèyos com que se assegura o transito das Portas por baixo do Reparo.

OS Corpos de guarda devem ser proporcionados à grandeza da Praça pois na pequena,onde assiste pouca guarniçaõ he escusado fazeremse grandes. Nòs os descrevemos aqui para hũa Praça Real: cada hum os podéra moderar por seu juizo conforme a capacidade de que se fabríca a Praça, & guarniçaõ que deve ter.

Transito das Portas em volta mais approvado. O transito se faz, ou direito, ou em volta que mais approvamos por evitar o risco de o Petardo acostado à Porta exterior poder

der tambem levar a interior. De hum, & outro modo os descrevemos, que cada hum poderà variar nas circunstancias que dissermos conforme seu capricho, & melhor ajuizar.

Na figura se vem dous quadradinhos sinalados com a letra o que representaõ as bases das ombreiras collateraes de pè direito em que estribará o arco do Portal segundo as regras da Architectura Civil, ficando de 8. atè 11. pès de vaõ entre os dittos quadradinhos, que será o do Portal segundo a capacidade da Praça, & se disse no Cap. 35. Fig. 53.

Daqui resulta mais largo o vaõ entre as paredes collateraes da entrada que os dittos 8. atè 11. pès por tanto espaço, quãto despois, & antes dos dittos quadradinhos corre a grossura da muralha naquelle sitio, representada na linha I L, ou H G, & os espaços H A, I B representaõ hũa parte do Talud, ou base da Escarpa naquelle sitio da entrada; a qual parte do Talud será pequena porque não convem que fechada a Porta, & levantada a Ponte levadissa se possa encubrir allì algũa pessoa, por cuja causa as ombreiras do Portal ficaõ cada vez mais sahidas da Escarpa para fóra assim como vaõ subindo; pois estas sobem a plumo, & a Escarpa se vai recolhendo para dentro.

No fim das grossuras H G, I L se deixaõ huns relexos de hũa, & outra banda continuandose mais retirados os muros tambem collateraes da serventia que formaõ os corredores, & Corpos de guarda que diremos, de tal maneira que a largura do trãsito porbaixo do Reparo fique de 14. até 16. ou 18. pès, posto que Dilichio [r] a faça de 22.

A ditta servẽtia porbaixo do Reparo póde correr direita por espaço de 9. até 15. pès de comprido parallela à distancia m r; onde ficarà o corredor V de 8. até 12. pès de largo, & por detraz delle o espaço F entulhado, & acostado à muralha principal. [r] Part. 2. lib. 1. c. 7. pag. 97.

Da correspondencia do ponto r vai continuando em volta a parede do Corpo de guarda da parte do transito parallela á distancia r t que pòde ter 30. ou 40. pès, & de largo em proporçaõ subsexquialtera, a saber 20. atè 26. pès para ficarem em boa proporçaõ; em que se podem pòr colunas no meyo para melhor segurança das abobadas, com sua porta B, & janellas z para o transito K, & do mesmo Corpo de guarda C outra serventia com entrada pella porta t que suba atè o alto do Terrapleno pella outra N. Corpos de guarda com a serventia para o transito entre as Portas exterior, & interior.

Final-

Finalmente ſendo o Terrapleno taõ largo que obrigue a ſer o tranſito K mais comprido, ſe façaõ os outros corredores Q Q dos meſmos 8. até 12. pés de largo com as entradas da parte da Praça,& ſuas torneiras para o ditto tranſito K: mas os outros V V teraõ ſuas entradas por dentro dos Corpos de guarda nos pōtos r, r; & as abobadas que cobrem huns,& outros mais abatidas que a da paſſagem K.

E porque todo eſte eſpaço fique melhor flanqueado em algũ caſo accidental que o inimigo allí entre, ſe podem tambem abrir nas frontarias dos Corpos de guarda por entre as janellas, & portas as meſmas ſéteiras, as quaes pella parte interior teraõ ſuas taboas,& machafemeas a modo de portinhas de freſtas.

Sèteiras para os trãſitos entre as Portas exterior,& interior.

As ſèteiras de hũa banda ſeraõ deſencontradas das da outra, eſtreitas da parte de dentro, mais largas da do tranſito, para melhor ſe flanquear com os bacamartes,& outras armas de fogo.

Quem não quizer fazer mais que hum ſò Corpo de guarda de hũa das bandas da ſervẽtia K por eſcuſar gaſtos, ſe lhe pòde permittir; mas ſempre ſerà bom que da outra fique continuado hum dos corredores por todo o eſpaço m r t, ou pella mayor parte; pois as portas,& ſeus tranſitos devem ſempre ſer bem aſſeguradas, por cuja cauſa ſe fazem varios Corpos de guarda como em Strasbourg (diz Ville [r]) onde há hũa longa abobada que ſuſtenta o Reparo, & nella muitos Corpos de guarda. O meſmo em Nancy na porta da Annunciada,& em outros lugares que refere.

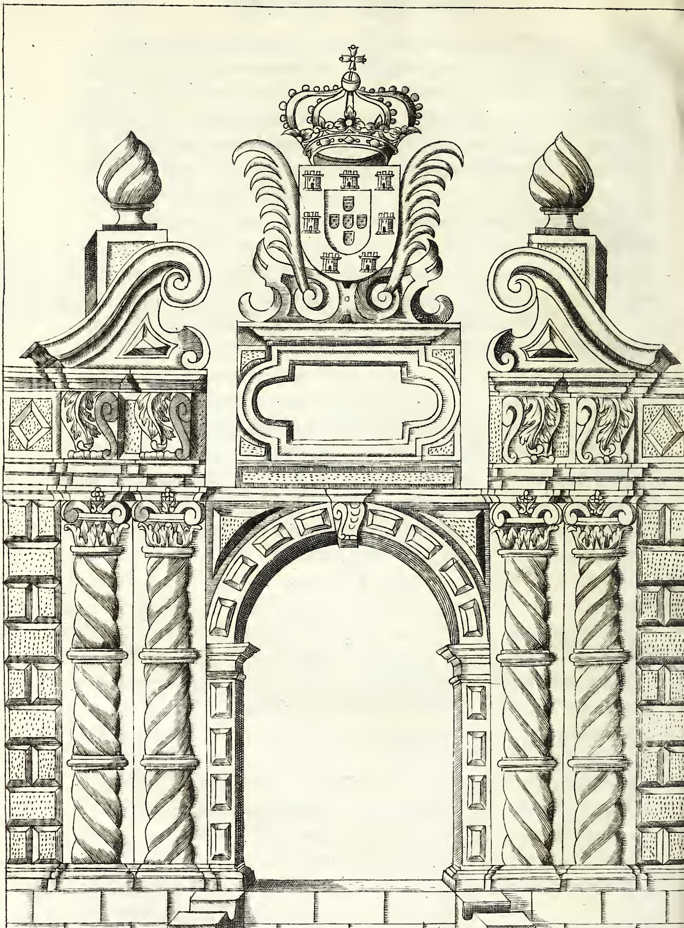
[r] Lib.1.part.4. c 55.

Mas porque eſtes Corpos de guarda ficaõ ſujeitos á humidade cauſando doenças nos que allí aſſiſtem, he neceſſario que daquella parte,ou partes donde ſe lhe acoſta o Terrapleno ſe façaõ duas paredes repréſentadas nos eſpaços negros, deixando entre ellas os vãos repreſentados nos brancos como ſe vè no Corpo de guarda C em dous lanços, a que fica acoſtado Terrapleno: no outro D em hum,porque da parte da ſubida E M não ha miſter paredes dobradas. Tambem ſe lhe devem deixar ſuas luzes no alto da abobada a modo de trepeiras,ou por outra traça para claridade,chaminès,almarios,& cantareiras,que tambem ſe faraõ nos Corpos de guarda ſeguintes.

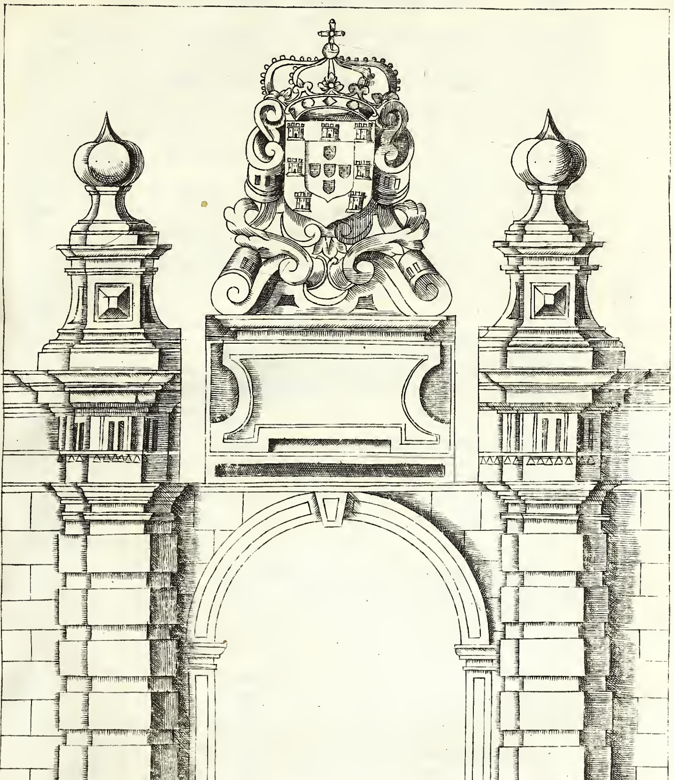
Quando o tranſito de entre as portas ſe fizer direito, pòde ſer na fórma que os deſcreve Bonajuto [r] Lorini; de quem Antonio [c] de Ville diz que fallára bem ſobre os Corpos de guarda.

[r] Lib. 2.cap.7. pag.129.
[c] Lib.1.part.4 c.65.
Fig.54.

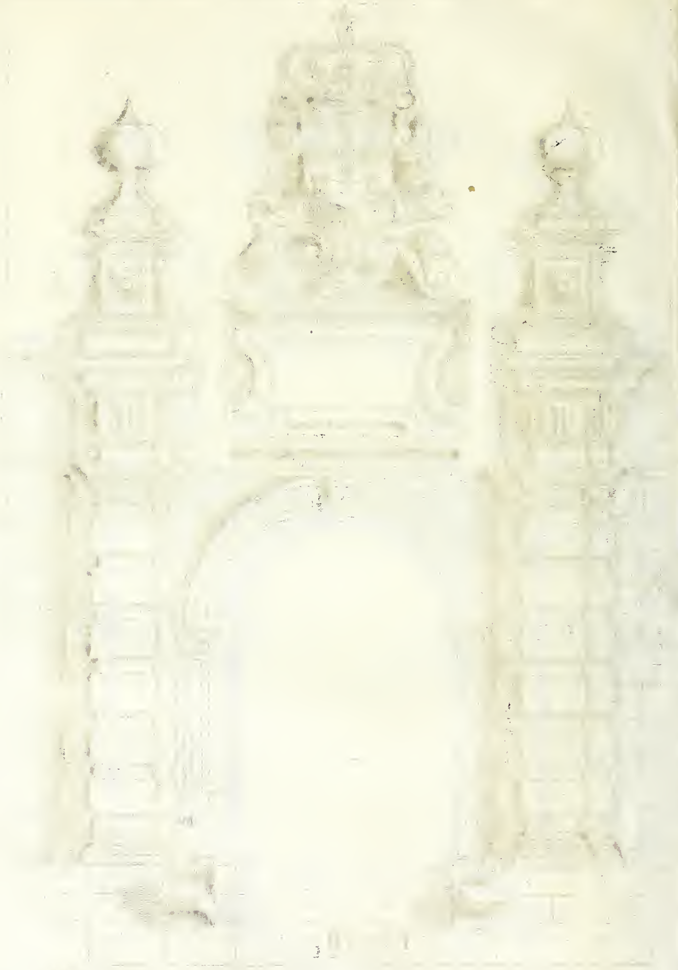
A ſer-



M Mendes fecit



XII



A ſerventia K porbaixo do Reparo ſerà dos 14. atè 18. pés de largo: & a ſerventia C de 30. de comprido, & 15. de largo ſegundo a grandeza da Praça para allí aſſiſtirem os ſoldados em guarda & defenſa da Porta exterior ſinalada com a letra A larga, & alta quanto havemos ditto. Os dous eſpaços D D ſeraõ para denoite ſe recolherem, dormirem os ſoldados, & ſervirem de Corpos de guarda, cujas Portas ſeraõ nos pontos i i da grandeza ordinaria para o tranſito C janellas, & ſèteiras como as acima deſcriptas entre os pontos R O, & mais couſas ſobredittas.

Eſta he a fabrica de Lorinì que ampliei em algũas circunſtancias: nella ſe podem tambem diſpor os corredores como os ſinalados com as letras V V da figura 53. accommodandoos entre as paredes collateraes do tranſito C; teraõ de largura 8. atè 12. pès & ſua ſerventia ſerá pellos Corpos de guarda D D. Tambem ſe póde accommodar eſta fabrica correndo o tranſito em volta como diſſemos da primeira.

Seguraõſe mais os tranſitos com huns buracos que ſe deixaõ no alto da abobada quando ſe fabríca, pellos quaes ſe poſſaõ lançar pedras, fachos de materiaes de fogo, panellas de polvora, granadas, bombas, & outros artificios de fogo contra o inimigo que por algum accidente allí entrar. Luzes no alto da abobada do tranſito para q̃ effeitos.

Deſtes buracos, ou luzes alguns ſe fazem redondos com diametro de 2½ pès, outros angulares; cuja largura inferior ſeja de hum pé; o comprimento de 3. mas em cima largos 2. pès, compridos 5 ſegundo Dilichio refere: ſe bem não he preciſo que eſtas medidas ſenão poſſaõ alterar, com tanto que fiquem os buracos commodos para o intento, & mais largos na parte ſuperior; a que dá lugar a groſſura da abobada, que deve ſer de 2. ou 3. pès para ſuſtentar o peſo, & melhor ſopportar a violencia da artilheria.

Seguraõſe ainda mais eſtes tranſitos com outra obra de grande conſequencia, a ſaber com hũas covas ſemelhantes aos fojos em que ſe tomaõ as fèras, & no fundo daquellas ſe cravaõ eſtacas ferradas com agudas pontas de ferro, ou outras com tres pontas que chamaõ lirios em que ſe eſpetem os inimigos que cega, & furioſamente entrarem, ou incautos allí cahirem, os quaes fojos ſe fechaõ com ſuas Portas levadiſſas a modo das de alçapaõ accommodadas entre as Portas da Praça no tranſito K ou C logo junto da exterior, levantandoſe de noite, & quando a neceſſidade, ou Fojos nas entradas dos tranſitos entre as Portas.

perigo o poder, as quaes Portas se fazem de varias fórmas, & saõ commũas com estas covas,ou fojos em muitas Cidades, & Praças fortificadas de Flandres, cuja traça poderá cada hum dispor como melhor ajuizar sem embargo do que dissermos.

Fournier diz que as duas meyas Portas em fòrma das de alçapaõ com que se tapa o fojo, ficaõ quando se levantaõ cada hũa encostada a cada parede das collateraes do transito, aonde he necessario que seja presa por algũas argolas, & asegurada allí cõ seus cadeados, as quaes quando se abaxaõ se vem a ajuntar sobre hum ou dous pilares no meyo do fojo,ou sobre hum pao assentado sobre elles, louvando este modo de ponte interna por não ser sujeita ao Petardo, pois ainda que leve a Porta exterior, não pòde encontrar com estas meyas Portas por ficarem de noite encostadas ás paredes collateraes do transito K, & aberto o fojo.

Esta descripçaõ parece tomou Fournier de Antonio [c] de Ville,o qual acrescenta que estas meyas Portas A B representadas na figura 55. descidas servem de ponte apoyandose em hũ, ou dous pilares como o notado com a letra C, & levantadas fazem parapeito de hũa,& outra parte, para o que devẽ ter abertas suas torneiras: mas neste caso senão deviaõ fazer taõ juntas das paredes collateraes que não caibaõ os soldados detraz dellas para este effeito,& se poderáõ amarrar pellas argolas em hũs pàos que sayaõ das dittas paredes, ou por outro algum artificio para que fique bastante espaço, ainda que seja dar mayor fuga na serventia para o intento.

[c] Lib.1.part.4. c.66.pag.204. Fig 55.

Com tudo não me accommodo em haverem de ficar as meyas Portas com torneiras servindo de Parapeitos,porque lhe considero inconvenientes,& me parece ficariaõ allí os poucos soldados q̃ couberem como em hũa ratoeira.

Corpo de guarda despois da porta interior jà no plano da Praça.

He mais de advertir que despois da Porta interior já no plano da Praça se deve fazer hum Corpo de guarda com sua estacada forte diante,& nella sua Porta da mesma estacada para segurança dos soldados a respeito de algũa treiçaõ dos moradores para que a não possaõ occupar taõ facilmente, & por allí os Corpos de guarda de entre as Portas, & tambem os exteriores que se poem nas Pontes,& Revelins.

Este Corpo de guarda interior será capaz de 25. homens para sustentar qualquer intento dos moradores até acudirem mais soldados;

dados, o que ſe entende em tempo de ſuſpeita, porque no outro baſtará que aſſiſtaõ nelle dez, ou quinze ſoldados.

E não pareça que iſto he eſcuſado da parte da Praça porque ſe tem viſto muitos caſos, em que por treiçaõ os moradores foraõ cauſa de ſe perder.

Naquella que he ſujeita por força não ha duvida ſe deve fazer, & por iſto havendo os Caſtelhanos rendido Evora fizeraõ hũa Trincheira junto â porta de S. Bras que eſtá porbaixo de S. Franciſco contra hũa rua larga que para ella vem do interior da Praça, para dalli ſe defenderem da invaſaõ dos moradores em caſo accidental ſegundo vi, & notei deſpois que recuperamos a Cidade. Nas outras não reparei porque não tive lugar para o ver com outras occupaçoens.

CAP. XXXVII.

Dos Raſtrilhos, & Orgaõs.

OS Raſtrilhos, cuja invençaõ, & uſo he antiquiſſimo [r] (a que os Caſtelhanos chamaõ Compuerta de la Ciudad, abreviado de Contrapuerta, os Franceſes Herſe, ou Gril, os Italianos Saracineſſa, Saracineſcha, Raſtrello, os Latinos Cataracta, ou Catarracta de hum verbo Grego) ſaõ hũas portas feitas a modo de grades pendentes por cordas, ou cadeas, pellas quaes ſe podẽ levantar, & abaixar abrindo, ou fechando o tranſito porbaixo do Reparo entre as portas exterior, & interior.

r Tit. Livio lib. 27. Vegecio lib. 4.

Servem principalmente para mais o aſſegurar contra as entrepreſas deixando cahir com impeto os Raſtrilhos, & defendendo por eſte meyo a entrada ao inimigo que houveſſe ganhado a porta, como tambem cortando, & colhendo dẽtro os que houveſſem entrado ſegundo conſta de muitos ſucceſſos.

Raſtrilhos para que ſervem.

A fòrma do Raſtrilho he a modo de cancellas cruzadas como grades ſegundo moſtra a figura [t] que trazem Ville, Fournier, & outros muitos: alguns o fazem ſómente com paos [r] atraveſſados como ſe vè na fig. 56. B que não he taõ bom modo.

Fórma dos Raſtrilhos.

t Fig. 56. A
r Fig. 56. B

A groſſura dos paos que formaõ o Raſtrilho ſerá de meyo pè, ou pouco menos, os vãos de outro tanto em quadro. Wilhelmo Dilichio quer que ſejaõ chapeados com laminas de ferro, & groſſos

Raſtrilhos chapeados.

ſos prègos aſſim por evitar o perigo do incendio, como por melhor reſiſtir ao impeto do inimigo,& os pés dos paos que no Raſtrilho ficaõ perpendiculares ferrados com pontas de ferro cravadas que encaxem em buracos abertos no chaõ, ou no alto da parede interior que fòrma o fojo de que fallamos no Capitulo antecedente.

Lugar para o Raſtrilho.

Naõ havendo fojo he o melhor lugar para o Raſtrilho logo detraz da porta exterior na entrada do tranſito, & ſómente taõ afaſtado della que cahindo não poſſa encontrar com as portas de madeira pouco,ou muito abertas,nem ſer por ellas ſoſtido,& impedido de cahir abaixo deixando de ſerrar todo o paſſo: mas por reſpeito do fojo (ſe eſte ſe fizer como para melhor deve ſer) ſe accommode oRaſtrilho em lugar que fique reſpondendo à parede interior do ditto fojo, para que cahindo aſſente ſobre ella como acima ſe diz, a qual parede deve ſer lageada pellà parte ſuperior por ſe não desfazer.

Portas dos Corpos de guarda do Raſtrilho para dentro.

As portas dos Corpos de guarda devem ſempre ſer do ſitio do Raſtrilho para dentro,& ſe algũa janella do Corpo de guarda ficar delle para fòra ſerà gradada com boas grades de ferro.

Iſto ſe entende quando houver hum ſò Raſtrilho (ou Orgãos de que adiante fallaremos) mas quando ſe fizerem dous como ſerà melhor, entaõ póde ficar o ſegundo no cabo do tranſito junto da porta interior como quer Bonajuto [r] Lorini, & a porta do Corpo de guarda entre elles,porque ainda que o inimigo rompa o primeiro, já no entre-tanto hà tempo para acudir a gente neceſſaria á defenſa da porta,& a reforçar os Corpos de guarda,como tambem aos Terraplenos,& ſerventias que para elles ſobem dos meſmos Corpos de guarda (ſe eſtas ſe fizerem na fórma que havemos ditto)com o que lhe ficarà fruſtrada a entrepreſa.

[r] Lib.2.cap.7. pag.129.

Nem poderia bem ſer que às portas dos Corpos de guarda ficaſſem tambem da parte interior do ſegundo Raſtrilho por duas razoens; a primeira porque he neceſſario apartar hum do outro baſtantemente em razão de que ſe o inimigo por aſtucia, ou força pudeſſe accommodar algum ſuſtentaculo que retiveſſe o primeiro, não colheſſe tambem o ſegundo como ſuccedeo na [a] entrepreſa de Amiens, ſem embargo que o ſegundo Raſtrilho a fũdou em parte o ſuſtentaculo que era hum carro: porèm não baſtou para que com o ſocorro q̃ chegou ſenão ganhaſſe a Cidade.

[a] Davila na hiſtor. das guerras civ. de França liv.15.

A ſe-

A ſegunda razaõ por não embaraçar com a caſa para o ſegundo Raſtrilho, a ſerventia do Terrapleno, ou ſer neceſſario fazer a primeira taõ larga que recebeſſe ambos os engenhos, & aſſim occupar tanto ſitio que cauſaſſe o meſmo embaraço.

Neſta parte de retirar o ſegundo Raſtrilho para o cabo do Terrapleno ſe póde ſeguir a opiniaõ de Bonajuto Lorini q̃ aſſim o faz querendoo junto da porta interior da Praça.

Porèm ſe o Corpo de guarda ſe fizer na parte interior do Terrapleno como em algũa Praça noſſa hei viſto ſerà melhor ficar a porta do ditto Corpo de guarda tambem pella parte de dentro do ſegundo Raſtrilho pella meſma razaõ pella qual deve ficar dẽtro do primeiro exterior que havemos apontado, pois quando admittimos poder ficar a porta entre elles, he quando o Corpo de guarda ſe faz mais no meyo do tranſito, & não tanto para o fim interior como hei viſto na ditta Praça.

Para jugar o Raſtrilho ſubindo, & baxando ſe devem fazer nas paredes collateraes (quando o ſitio naquelle tranſito for largo) dous pègoens, & nelles de pedraria aquella parte por onde houver de correr com ſeu encaxe para o intento, & vazado o alto da abobada quanto diz a largura, & groſſura do Raſtrilho folgadamente, com dous arcos de pedra de hũa, & outra parte deſte vaõ por onde baxa, & ſobe para que mediante o engenho que ſe arma emcima da abobada ſe levante, & ſolte.

O ſobreditto he em quanto à fòrma dos Raſtrilhos, & ſitio em que ſe devem accommodar, porèm os modernos acharaõ nelles dous inconvenientes, o primeiro que ſe o inimigo lhe puder por debaixo algũ ſuſtẽtaculo para q̃ de todo não caya, deixando paſſagem aberta, ſe fica ſoſtendo o Raſtrilho ainda que o ſuſtentaculo o não colha de todo, mas ſò por qualquer parte. O ſegundo que ſe o Petardo rompe o Raſtrilho, & dos lados fica algũa couſa por romper, ſe ſoſtem toda a outra parte ſuperior, & ſe pòde entrar pella rotura ſegundo adverte Ville; [r] por cuja cauſa os não tem por taõ bons como os Orgãos, valendoſe antes deſtes que daquelles. O meſmo faz Dogen, [a] Floriani [c] de Macerata, Fournier [e] & outros.

[r] Lib. 1. part. 4. c. 67.

[a] Lib. 2. pag. 387.

[c] Lib. 1. c. 13.

[e] Lib. 2. c. 15.

Orgãos q̃ couſa ſejaõ.

Saõ os Orgãos hũas groſſas, & longas vigas de carvalho, ou outra madeira forte, as quaes deſcem por buracos abertos na abobada, diſtantes as vigas entre ſi por meyo pè chapeadas com barras

de ferro,& pontas nos pés que encaxaõ em buracos no chaõ, ou na parede interior do Fojo quando se largaõ de cima.

Orgãos mélhor invenção que os Rastrilhos.

Reputaõse por melhor invençaõ que o Rastrilho porque cortadas,ou quebradas, cahe abaixo o resto superior, & tapa a abertura por ser cada hũa solta de per-si, & de tal comprimento que não se aparta do buraco superior da abobada. Levantaõse com hum engenho mediante dous molinettes encaxados em hum pao redondo,& este que jogue como exo mettido em duas traves furadas no alto cravadas a plumo em pedestaes feitos de pedra, & cal emcima da abobada,como se vè na figura, [r] ou por outro artificio que facilite sua subida.

[r] Fig.57. A & 57. B

Para segurar os Orgãos, que o inimigo os não levante aponta Ville [e] hum modo fazendo no alto das traves huns entalhos em diversas partes em que peguem hũas barretas de ferro,metidas,& apertadas em hũa corda entesada, & bem torcida segundo se vé na fig. [r] em que tambem se mostraõ duas traves, as quaes se devẽ pôr atravessadas no alto da serventia, & encaxadas nas paredes collateraes, taõ distãtes entre si, que por entre ellas caibaõ as traves perpendiculares,que descem pellos buracos da abobada para assim cahirem mais direitas, & seguras.

[e] Liv.1. p. 4.c. 67.

[r] Fig.57. B

Se se fizer casa para o engenho no alto da abobada,pòde o pao que servir de exo, jugar em entalhos de pedra feitos nas paredes collateraes.

O Rastrilho póde ser levantado sò por hũa corda forte pello mesmo engenho, ou por roldana,ou dobrar as cordas,& roldanas & tambem multiplicar estas em outro pao atravessado no pè dos perpendiculares,ou hum pouco mais afastado,para mais facilitar a subida, pois não reprovamos os Rastrilhos sem embargo de se terem por melhores os Orgãos.

Fig. 57. Rastrilhos admittidos.

C A P. XXXVIII.

Das Portas de madeira para se fecharem as entradas, ou Portaes da Praça fortificada, ou Fortaleza.

AS Portas devem ser de grossas planchas de carvalho,ou outra madeira forte accommodadas em duas, ou tres ordens segundo sua grossura,& chapeadas por fóra com barras de ferro, &

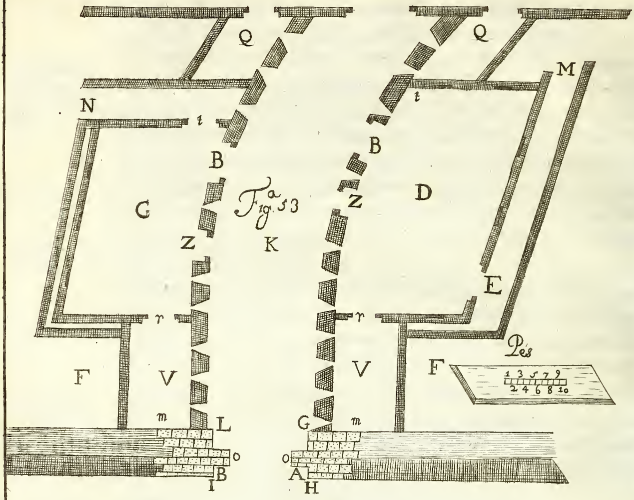
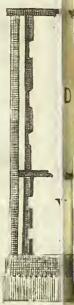
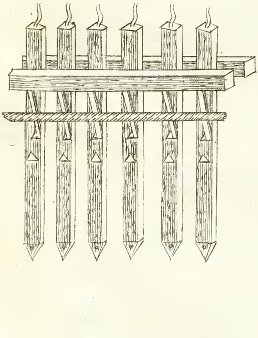
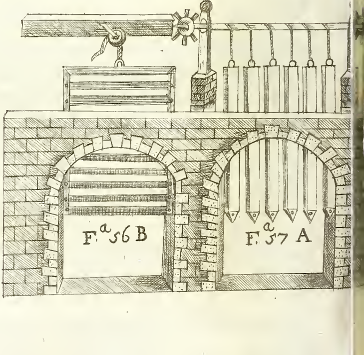


Fig.ª 53



F.ª 57 B

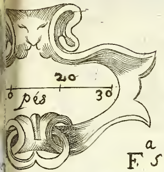




F.ª 56 B

F.ª 57 A

XIII



F.ª 54

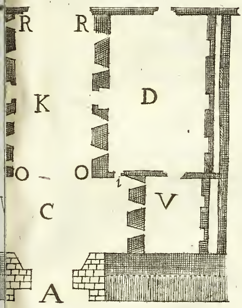
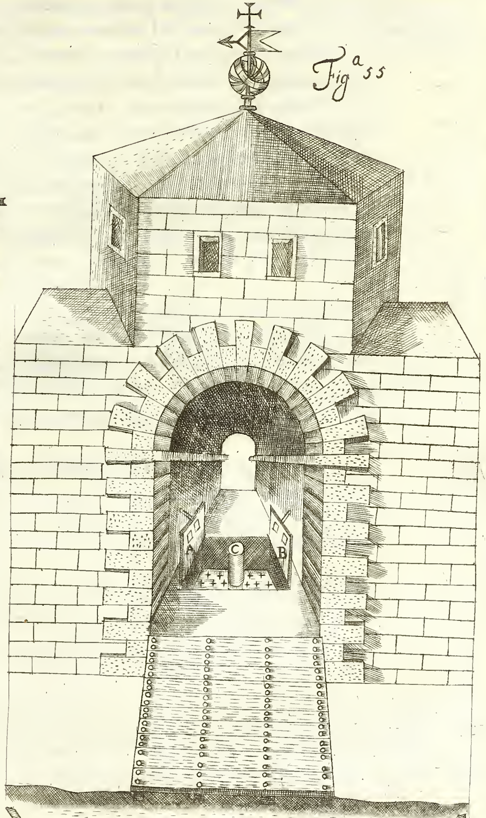
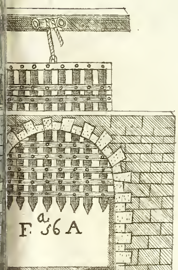


Fig.ª 55





F.ª 56 A

& prègos grandes com cabeças, para que fiquem a prova de mosquete, & se lhe não possaõ accomodar taõ facilmente os Petardos por meyo de parafusos, como às vezes se faz quando as Portas de madeira daõ este commodo por falta de serem chapeadas: assim tambem por evitar os incendios cõ que o inimigo as podia queimar mediante coxins de fogo, ou outro semelhante artificio, por cuja causa encõmendava Vegecio [r] já naquelle tempo antigo se revestissem as Portas de couros, ou laminas de ferro.

Portas de madeira com que circunstancias.

[r] Lib 4. c. 4.

Em hũa das meyas Portas se faz o postigo A pello qual de noite, & quando assim convem se entra, & sahe, & commũmente as Rondas, Centinelas, & correyos por se escusar abrir as Portas grandes que he mais perigoso.

O ditto postigo terá no seu vaõ 3. pés de alto, & 2 $\frac{1}{2}$ de largo. Começará a hum pè de alto em hũa das meyas Portas grandes desde o liminar, ou cousoeira, com que desta atè o alto do postigo seraõ 4. pès segundo se vè da fig. & a pequena porta com que este vaõ se fecha será da mesma grossura, & do mesmo modo chapeada, & fortalecida.

Fig 58.

Meyo pé mais acima do postigo se deixa em cada hũa das meyas Portas hũa abertura longa 4. ou 5. pès, & larga hum pè, ou pé & meyo; a qual se fechará com sua pequena Porta da mesma feiçaõ bem ferrada segundo mostraõ as letras B B, de tal maneira que se possa abrir, & fechar.

Serve esta abertura para por ella descubrir, & offender com armas de fogo os Petardeiros, & impedir seus intentos, não se podendo isto fazer taõ commodamente do Terrapleno, nem deste serem sentidos de noite taõ facilmente como das dittas aberturas por mais proximas, & mais a livel.

Esta descripçaõ das portas he de Fritach; [r] a quem segue Fournier [c] & Dogen; [o] mas devemse fazer as dittas portas de madeira accommodadas aos arcos dos Portaes, & não direitas por cima como elle as pinta, porque tratta das que se fazem quando a serventia não he cuberta de abobada, mas estribãdo os Terraplenos sobre grossas vigas de pao, como ordinariamente se faz nas Fortificaçoens de terra que não saõ revestidas de muralha; sendo que ainda neste caso seria muito melhor obra, & mais duravel cõ os Portaes de pedra, & cal, quanto bastasse para elles se assentarẽ; como ordenei na Estrella irregular de S. Joaõ de Setuval que se

[r] Lib. 1. cap. 14. pag. 51.

[c] Lib. 2. c. 15.

[o] Lib. 2. pag. 383.

obrou

obrou de terra quasi como area (por não haver outra) Salchichas de faxina cravadas com estacaria com tençaõ de ao despois se revestir, & entaõ disporse em mayor, & melhor fórma com seus Flācos, porque entaõ se fez apressadissimamente segundo o tempo, necessidade, & guarniçaõ que para ella podia haver com a occasiaõ de o inimigo estar sobre Villa-Viçosa com o exercito governado pello Marques de Caracena que despois foi vencido pello nosso governado pello Marques de Marialva no sitio de Montes Claros entre Estremoz, & Villa-Viçosa, indose ao soccorro desta Praça.

CAP. XXXIX.

Das Pontes principaes que atravessaõ o Fosso, & mais cousas a ellas pertencentes.

DIvidimos este Capitulo em paragraphos por ser largo.

§. 1.

Do comprimento, largura, altura, & materia das Pontes.

AS Pontes saõ necessarias para a serventia da Praça. O lugar em que se devem fazer [r] he defronte das Portas atravessando o Fosso em sua mayor largura, & tanto fica o comprimento daquellas; pois se disse [c] que o proprio lugar para as Portas era no meyo da Cortina, onde o Fosso he mais largo.

[r] Dogen lib. 2. c. 14.

[c] No cap. 35.

Largura das Pōtes principaes.

A largura das Pontes principaes (que alguns chamaõ Dormētes) determinou Fritach [a] de 12. ou 14. pès; Fournier [i] de 14. ou 15; porém Dogen [e] lhe assina quasi verga, & meya que saõ perto de 18. pès Rinthlandicos, ou 15. decimaes. Ville, [r] Lorini [c] & Fournier [o] a fazem larga quanto possaõ passar duas carretas livremente sem se encōtrarem ao entrar, & sahir, por isso nos parece bastaõ 14. ou 15. pès dos nossos, ou se tome a medida da largura de hum carro dos que servem nas nossas Provincias a qual se dobre, & 2. ou 4. pès mais, & de tanta largura se faça a Ponte.

[a] Lib. 1. cap 14. pag. 51.

[i] Lib. 2. c. 5.

[e] Lib. 2. pagin. 387.

[r] Lib. 1. part 4. c. 66.

[c] Lib. 2. c. 8. pag 13.

[o] Cap. 20.

Devem ser as Pontes feitas de madeira [u] com grossos taboēs estri-

[u] Dogen lib. 2. c. 14. pag. 387.

eſtribados ſobre vigas, & eſteyos [u] de pao, ou em lugar deſtes, hũs pilares de pedra [r] tijolo, ou alvenaria, ainda que não ſaõ taõ uteis para a defenſa por cuſtarem mais tempo, & trabalho a derribar quando a neceſſidade obrigue para ficar o Foſſo livre, & deſembaraçado naquella parte.

[u] Fourn. c. 20.
[r] Dilichio parte 2. lib. 1. c. 18.

Seraõ bem fortificadas para que por cima poſſa paſſar artilheria, & qualquer outro peſo: mas os tabooens ſe aſſentem de tal modo que em caſo de neceſſidade ſe poſſaõ tirar [r] facilmente, (ainda que por cima ſejaõ calçadas de pedra miuda como quer Dilichio; [a] o que não me parece bem por alguns inconveniẽtes) & lançar abaixo, ou recolheremſe para dentro da Praça, romper, [e] ou queimar ſegundo o aperto, como tambem toda a mais madeira da ponte.

[r] Fritach. lib. 1. c. 14. pag. 51.
[a] Part. 2. lib. 1. c. 18.
[e] Jeronymo Cataneo lib. 1. c. 2. fol. 50. ✠.

As de pedra que em algũas Cidades, & Praças ſe fizeraõ ſaõ reprovadas dos modernos por cuſtoſas, [a] & dannoſas; pois encobrem o inimigo, & derribadas entulhaõ o Foſſo com perigo da Praça. Impedem tambem que dos Flancos ſe deſcubraõ as raizes das Faces dos Baluartes oppoſtos no plano do Foſſo, como Ville nota por defeito na Cidade de Luca, onde hũa Ponte deſta ſorte na porta que olha para Piza impede a defenſa do Foſſo, & ainda da Contraſcarpa: mas iſto ſe póde attribuir ao defeito da fabrica, mais que à materia da Ponte.

[a] Dogen. lib. 2. c. 14. pag. 387. Fritach. lib. 1. c. 14. pag. 51.

Pontes de pedra nos Foſſos dannoſas.

Mas nem por iſſo ſe pòde em contrario reſponder a eſte incõveniente apontado por Ville [r] o que diſſemos no Cap. 35. de q̃ o liminar do Portal ſegundo noſſa opiniaõ deve ficar na quarta, terça parte, ou ao mais na ametade da altura do Foſſo deſde ſeu plano para que por cima da Ponte ſe poſſa deſcubrìr a raiz do Flanco oppoſto; pois ainda que aſſim ſeja, nunqua ſerà bom que a Ponte ſeja de pedra, ou alvenaria, porque ſempre cauſará impedimento mayormente indo ſubindo do Portal atè o Revelin, ou Eſtrada encuberta, & muito mais ſe o Portal, & Ponte ſe fizer a livel daquella, ou da campanha, & não he bem que entrado o inimigo no Foſſo haja obſtaculo algum que impida a livre defenſa: nem no caſo que por cima da Ponte ſe poſſa bem deſcubrir a raiz do Flanco, & Face do Baluarte oppoſto, vaõ os tiros taõ certos que a não poſſaõ topar, principalmente os da Praça baixa, ainda que a Pōte comece taõ abatida como havemos ditto. Acreſcentaſe que ſe o inimigo com ſua bateria deſmantelar hum dos

[r] Lib. 1. part. 4. c. 66. pag. 204.

Flancos, logo se poderà anteparar com a Ponte, & por allí approximarse à Cortina.

Por estas razoens não devem ser as Pontes de pedra,ou alvenaria,mas de madeira para que em caso de necessidade se possaõ facilmente desarmar,desfazer,ou queimar ficando a defensa sem impedimento.

Fig. 59. Pôtes obliquas

Alguns não fazem estas Pontes atravessando o Fosso direitamente; mas hum pouco obliquas por não poderem ser enfiadas, opiniaõ que cõ outros seguem Ville, [r] & Fournier, [e] representando-a este na fig.59. com seus Corpos de guarda collateraes,de que adiante trattaremos.

r Lib.1. part.4. c.66.pag. 204.
e Lib.2. cap.15. pag.174.

Havendo Revelin se devem fazer as pontes direitas.

Porèm como nós com quasi todos os modernos pomos Revelin no fim da Ponte sitio em que se costumaõ accommodar,se póde escusar sua obliquidade,& seguiremse as Pontes direitamente.

Nem naquelle modo se me offerece conveniencia importante, pois a não he o não se enfiar a Ponte, podendo o inimigo levantado em suas baterias descubrila ainda que por lado em qualquer parte,& flenqueala,como tem succedido algũas vezes, de que em particular refiro a do sitio de Amiens posto por Henrique Quarto Rey de França; onde sahindo o Governador Fernaõ Tello Porto Carreiro pella Ponte para o Revelin foi morto de hũa bála de mosquete das que o inimigo continuamente disparava,conhecendo que por ella passava gẽte em serviço do ditto Revelin encuberta com teas de panno estendidas nos lados da ditta Ponte por não ser vista do inimigo, nem saber quando passava,como refere Dom Carlos Coloma na historia de Flandres. Henrique Caterino Davila na das guerras civís de França liv. 15. & eu repito por ser o proprio Governador o que foy morto.

§. 2.

Das Pontes levadissas que se incorporaõ nas principaes,ou dormentes para segurança das Praças.

AS Pontes levadissas se fazem incorporadas nas principaes, accommodandose [r] hũa, duas, tres, ou quatro em diversos lugares conforme a largura do Fosso: se bem ainda que este seja largo pareceme (com Fritach [a]) que bastaõ duas, com as quaes nos

r Dogen lib. 2. c. 14.pag.388.
a Lib.1. cap.14. pag. 51.

nos lados se acrescentaõ outras pontesinhas tambem levadissas,ou versateis de largura de 2 ½ palmos destinadas para os usos clandestinos,& nocturnos segundo adiante mostraremos por figuras.

Põtes levadissas incorporadas nas principaes.

O uso destas Pontes he muito necessario, porque com ellas levantadas se corta o passo ao inimigo pella principal, o que naõ será se esta for toda seguida sem as abertas interpoladas que ficaõ quando se levantaõ as levadissas, ou quando por descuido estas se deixarem de noite abatidas, como se vio em Javarino Praça de Hungria,que sendo tomada no anno de 1594. por Sinan General do Gram-Turco Amurates terceiro, em grande prejuizo da Christandade, foy [a] despois de 4. annos restaurada pellos Christãos por descuido dos Turcos, porque sahindo de noite algũas companhias a roubar,ou armar ciladas se descuidaraõ de fechar a porta da estacada,& levantar a ponte levadissa dando lugar aos Hungaros de chegarem sem embaraço à Porta principal que abriraõ com hum Petardo,& entrando ganhàraõ a Cidade.

[a] Reidan. annal.lib.15. Agost.Campana no supplemẽto da historia de Cesar Campana liv. 12.pag.232.

A fabrica destas Pontes he varia segundo varios Autores. Aqui trattamos das que havemos elegido, & algũa a que dèmos nova traça no modo das frechas por não ficar taõ facil ao inimigo o podellas romper.

Comêço pois pellas levadissas que tapaõ a Porta principal,& ainda que as de frechas saõ mais faceis de levantar,com tudo apõtaremos tambem as de cadeas com roldanas,& com a circunstancia da facilidade em subirem.

Fig.60. Põtes levadissas por Cadeas.

He a seguinte invenção de Bonajuto Lorini. Nas letras E F C D se represẽta a Põte levadissa,& o modo de se levantar se mostra em perfil de hũa parte,entendendose o mesmo da outra. A H he a grossura da muralha;& a linha C A se imagine ser sua altura perpendicular sobre o braço C F da Ponte. G H he hum buraco na muralha feito ao viez, mas com tal inclinaçaõ que fique estendida em linha recta a cadea F G H; para o que será necessario que o põto G principio do buraco seja ao menos taõ distante do ponto C quanto o ponto F argola em que se prende a cadea no fim da ponte,formandose o triangulo rectangulo G C F de lados iguaes G C, C F; & ainda ficarà melhor,& mais facilmente se levantará a Ponte se o ponto G for mais distante do ponto C do q̃ o ponto F, & conseguintemente o ponto H mais alto, porque como dissemos devem ficar em linha recta continuada os pontos

 F, G,H;

F, G ,H; resultando daqui mayor facilidade em subir a Ponte.

Disse acima que se formava o triangulo rectangulo G C F como mostra a fabrica de Lorini; porque segundo o nosso modo o tal triangulo he acutangulo com o angulo C tambem agudo em razaõ de que o braço C F da Ponte não fica a livel,mas vai subindo de C para F como toda a Ponte principal, da Escarpa da muralha onde fazemos o liminar do Portal atè o Revelin,ou Estrada encuberta conforme o ditto no Cap.35.

O ditto buraco enviezado G H faz Lorini á roda de meyo pè Veneziano de largura,& hum pè de altura (em cujo lugar se pòde tomar outro tanto dos nossos,ou pouco mais) para que por elle possaõ passar duas cadeas, que amarra em duas argolas differentes junto do ponto F.

No ponto H arma hum cadernal de duas rodas separadas, & parallelas, accommodado em huns caens de pedra bem fortes que sahem de dentro da muralha para este effeito,ou por outro semelhante artificio, & por hũa das rodas passa hũa cadea em que se poem o contrapezo K de ferro,ou chumbo, & nelle outro pedaço de cadea inferior para se puxar, & mais facilmente se levantar a Ponte.

Mas porque a porçaõ F G H da cadea he mais comprida que a distancia do cadernal V até o chaõ he necessario abrir em baixo na terra o buraco R revestido de muro em fòrma de poço para por elle ir descendo o contrapezo K; porque de outro modo, tanto que chegasse ao chaõ, não serviria mais de ajuda para se facilitar a subida da Ponte.

A segunda cadea que he mais curta passa pella outra roda do mesmo cadernal V, & prende por duas pontas de cadea annexas a ella nos extremos do eixo de ferro da roldana I; por cuja roda passa a corda T I S, que se amarra no ponto P em hũa argola cravada seguramente na parede do fundo da serventia,ou transito de entre as Portas, ficando a corda T I estendida no ar horizontalmente;com que puxando da parte de S com as mãos,ou cõ hum molinete, irà a rodalna I correndo pello espaço I T atè se erguer a Ponte levadissa.

As rodas do cadernal, & Roldana para melhor devem ser de metal: a pequena I de meyo pè de diametro, & as grandes no cadernal de 2. pès. Podem tambem ser de madeira forte bem chapeadas,& cubertas de ferrajem.

Deste

Deste modo se levantarà a Ponte com grande facilidade; porq̃ puxando hum ou mais soldados pella corda S I T, & outro pella cadea do contrapezo K se multiplica a força grandemente, sendo assim que mediante o ditto contrapezo K se poderá levantar sem mais ajuda: mas acrescentase a outra roldana I em que prende a segunda cadea mais curta, & a corda S I T para com summa facilidade subir a Ponte por meyo da força multiplicada.

§. 3.

Das Pontes levadissas com frechas direitas.

AS Pontes levadissas de frechas saõ commũmente com estas direitas por serem de menos fabrica, & custo; com tudo tẽ alguns inconvenientes apontados por Ville, [r] Lorini [t] & outros, mas sem embargo disto se pòde usar dellas por ficarem galantes, & faceis, podendose muito bem accommodar porbaixo da abobada com a circunstancia que apontaremos; porque hei visto algũas frechas que não levantaõ a Ponte de todo, deixandoa inclinada para fóra da muralha, por lhe não saberem accommodar o exo em fórma que de todo as levantem.

Pōtes levadissas de frechas.

[r] Liv. 1. part. 4. c. 66.

[t] Livr. 2. cap. 9.

Fabriquemse pois na fòrma seguinte. A letra A representa o vaõ do Portal: B C, E V o Perfil da parede collateral em que deve jugar a frecha H D; a qual deve ser assentada em hũ exo que jogue no caõ de pedra I, metido na face interior da parede q̃ saya tanto della para fòra que o exo possa livremente voltarse no ditto caõ de pedra, & no outro que se considere semelhante do outro lado da Porta. A frecha H D serà unida com a sua semelhante da outra parte da Porta mediante a eixo que vai atravessado nos caens de pedra, & além disso por outra trave atravessada pello extremo interior H, & pello da outra frecha; na qual trave se accommoda o contrapezo de ferro para facilitar a subida da Ponte, cujo exo joga nos pontos V V em entalhos feitos nas paredes collateraes da entrada, ou em caens de pedra sahidos da parte de fóra nas superficies exteriores das paredes de hũa, & outra parte da Porta.

Fig. 61.

Fabrica das Pōtes levadissas com frechas.

Desta maneira poderá a Ponte ajustar bem com a Porta. O lugar em que deve começar a abertura na parede a modo de gateira para entrar a frecha deve ser sobre a altura V M, a qual altura

he tanta como o comprimento da Ponte levadiſſa V R, a qual quando ſe vai levantando ſobe pello quadrante de circulo R M ſobre o exo V V: mas a frecha H I D ſobe com a parte I D pello quadrante de circulo D F ſobre o exo I atè ſe pôr no ſitio I F, & a outra parte da frecha I H deſce pello quadrante H G atè ſe pòr no ſitio I G; ficando a meſma frecha H I D tranſportada ao ſitio G I F; & por tanto o vão K na parede collateral deve ter tanta altura como a porçaõ I D da frecha, & hum pouco mais para entrar folgadamente,ou ficar por cima de todo aberta ſe a muralha não ſubir taõ alto. No ſitio interior I G da parede ſerá bom abrir hum entalho da altura da porçaõ da frecha I H ou I G hum pouco mais largo para ella entrar,& dentro no ditto entalho accommodar a eſcapula em que ha de prender a argola da cadea que vai poſta junto ao ponto H no extremo da frecha , porque aſſim ſe ajuſtará a Ponte levantada bem com a Porta,ou parede em que vem a topar,ficando á võtade de a apertarem mais,ou menos conforme quizerem por meyo de argolas accommodadas na cadea pellas quaes ſe prenda na eſcapula.

Finalmente ſe adverte que a cadea D S deve prender no extremo S do barrote S T que he o derradeyro daquelles em que aſſentaõ os tabooens da Ponte levadiſſa; o qual barrote deve ſer hum pouco mais comprido que a largura da ditta Ponte quanto baſte para a ditta cadea prender nelle a plumo , a qual ſerá hum pouco mais comprida que a diſtancia repreſentada com a meſma diſtancia D S; de modo que aſſentada a Ponte levadiſſa fiquem alguns fuzis froxos, & aſſentados tambem nella,& para ſe ſaber o juſto comprimento que terá, deve ſer tanto como a linha diagonal M F que atraveſſa de angulo a angulo hũa das gateiras , ou freſtas da parede por onde entra a frecha deſde o ponto M inferior,& externo ao ponto F ſuperior , & interno , porque com a ditta diagonal hà de coincidir , & ſer do meſmo comprimento a ditta cadea D S quando a Ponte ficar levantada ; pois ſendo mais curta, não poderia o ponto D exterior da frecha chegar ao ponto F em que ſe há de vir a ajuſtar.

Se todavia ſe quizer, ou convier pór a frecha H D em mayor altura que V M igual ao comprimento da ponte levadiſſa V R a ſaber na altura V P & ſitio Z P L; ſe obre tudo do meſmo modo; Fig.62.
ſò com advertẽcia que entaõ he neceſſario que a cadea L S tenha

tal

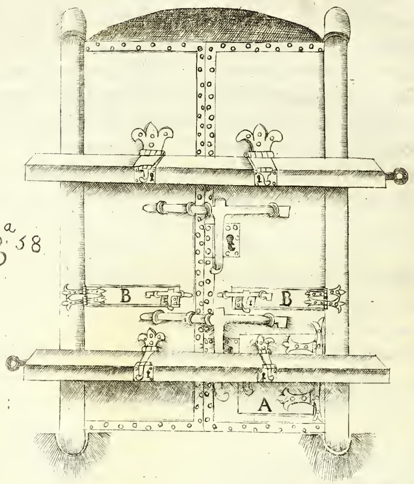


Fig.a 58

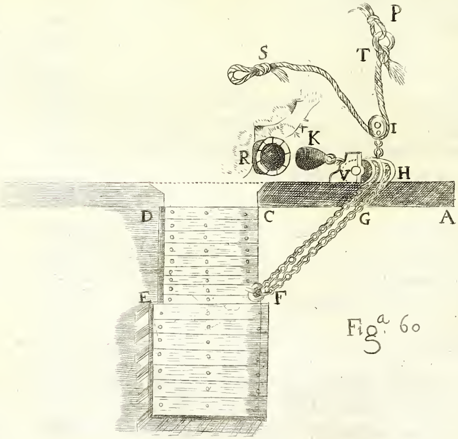
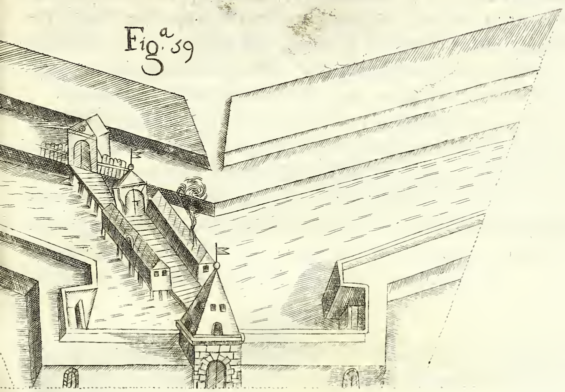
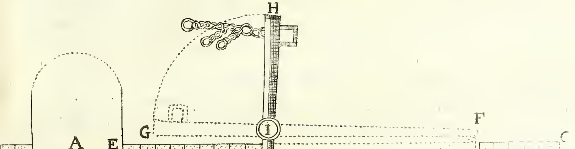


Fig.a 60

XIV



Figª 59



Figª 61 A

M Mendes fecit

tal comprimento, quanto for a ſomma de M P, & da diagonal P O X para que o ponto L ſe poſſa transferir ao ponto X; & farſe-hâ hum roſo na porçaõ da parede M P quanto baſte para ſe imbutir a parte da cadea que allí fica quando ſe levanta a Ponte.

Antonio de Ville, & Fournier que o ſegue repreſentaõ eſtas Pontes levadiſſas de frechas na fig. 61. B: porém he de advertir q̃ a parte interna das frechas deve ficar porbaixo da abobada. Na figura lhe tirei hũa traveſſa que nella ſe moſtrava pella parte de fòra junto á parede da caſa que allí ſe vè ſobre a muralha, & lhe abri hũa freſta atraveſſada da parte ſuperior para que pudeſſem entrar as porçoens exteriores das frechas livremente, o que naõ póde ſer pello modo que elles demoſtraõ na ſua figura. Fig. 61. B

NOTA.

HA outros modos de Pontes levadiſſas ſem frechas que chamaõ de balança a modo de alçapaõ de ratoeira que jogaõ ſobre hum exo accommodado no meyo, ou na terça parte de ſeu comprimento começando da parte de dentro, aſſentado eſte exo no liminar do Portal, & hũa parte da Ponte interior deſce para baixo no vão do fojo aberto no tranſito dẽtro da Porta exterior da Praça, & a outra parte ſobe a tapar a Porta. Põtes levadiſſas de balança.

Outros o fazem as aveſſas ſubindo a parte interior da Ponte (que entaõ deve ſer mais eſtreita que o vaõ do Portal para ſahir por elle fóra) & baixando a exterior; ſe bem eſte ſegundo modo não he taõ bom; conforme o qual diz Ville [r] eſtar feita hũa Ponte levadiſſa na Porta de Genes da banda de Lazareto. Na Hercotectonica deſcrevemos a fabrica deſtas Pontes de balanca: baſtem aqui as ſobredittas por faceis, & mais commũas.

[r] Lib. 1. part. 4. cap. 66.

§. 4.

De outras Pontes levadiſſas com frechas de invençaõ propria.

TRAGO eſta fabrica por evitar os inconvenientes que Ville, [r] Lorini [c] & outros conſideraõ nas de frechas ordinarias; & ſe bem pello modo que as temos ditto de entrarem as frechas por toda a groſſura da parede ceſſaõ os inconvenientes; com tudo

[r] Lib. 1. part. 4 cap. 66.
[c] Lib. 2. cap. 9

tudo descrevo estas por terem algũa galanteria.

Fig.63. A livel do ponto medio superior do arco se imagine hũa linha horizontal que vá correndo pella superficie da muralha de hũa, & outra banda do Portal,& nella imaginada em angulos rectos á linha I T grossura da ditta muralha, cuja ametade seja I K. Tomese I O, assim mesmo I r igual cada hũa com I K & tambem T v, T X. Lancese a linha v r pello ponto K,& do ponto r a linha r F comprimento da frecha exterior de 14. ou 16. pès segundo o comprimento da Ponte levadissa, a qual linha r F ficará em si horizontal(he o mesmo que a livel) quando a Ponte estiver abatida,& perpendicular á muralha no ponto r se esta se imaginar sem escarpa. Do ponto v se lance a linha v H tambem horizontal,& perpendicular à mesma muralha pella parte interior; a qual seja tanto como ametade de r F que temos por bastante. Quem quizer a poderà fazer mais comprida.

Ponte de frechas por nosso modo.

De hũa, & outra parte das linhas v r, X O se lancem parallelas que representaõ toda a largura, & grossura de hum pé, ou pouco menos que terà o braço v r, o qual deve jugar sobre hum exo de ferro no centro K accommodado no grosso da muralha, & que entre nella por huns encaxes a modo dos que se fazem para as trancas das portas,ou janellas.

Logo do centro K se descreva hum circulo pellos pontos C,D que corte o grosso da muralha por cima, & porbaixo,como na figura parece, ficando aberta da parte de I & T para que possa jugar o braço C D livremente, ficando aberta na muralha hũa fresta que poderá ter de largo pé,& meyo.

Sobre o extremo H se porá hum contrapeso de chumbo, ou ferro que assente sobre outra trave,a qual deve unir a frecha C H com a correspondente da outra parte da Porta que senão desenhou na figura por se escusar, entendendose o mesmo de hũa que de outra banda.

Semelhantemente serà unida a exterior D F com a sua correspondente mediante hum barrote que atravesse de hũa a outra.

No ponto H se accommodará hũa cadea,puxandose pella qual descerà o ponto C pello arco C M P atè o ponto P de modo que o braço C D se transporte ao sitio P L,& a frecha C H ao sitio P E acostandose à muralha pella parte interior entre as Portas. A exterior D F subirà ao sitio L N unindose com a muralha pella

pella parte de fòra, & levantãdo pella cadea F S a Ponte levadiſſa Z para que tape o Portal.

A cadea pendurada do ponto H deve ter hum argolaõ Q em parte conveniente para que tanto que a frecha C H vier ao ſitio P E ſe prenda a cadea por elle na eſcàpula G metida fortemente na parede, & ſuſtentarſe aſſim levantada a Ponte.

Deveſe advertir que o barrote S B em que remata a Ponte levadiſſa Z he mais comprido q̃ a largura da ditta Ponte, mas igual, ou quaſi com a da dormente que ſe vai ſeguindo, porque como a frecha D F ſahe da muralha algum tanto deſviada do vaõ do Portal a ſaber quanto diz a largura da ombreira, & mais pè, & meyo ou dous pès atè o vaõ da freſta em que joga o braço, he neceſſario que debaixo do extremo da ditta frecha venha a correſponder perpendicularmente o extremo S do barrote B S para que a cadea F S fique em boa diſpoſiçaõ para melhor jugar o engenho das frechas, & ſe levantar a Ponte mais facilmente, advertindo que neſta fabrica deve a cadea F S ſer mais comprida que a frecha D F (que he a meſma que L N) tanto como a linha D I O para que o ponto F poſſa ſubir ao ponto N.

Advirto tambem que a frecha D F, pòde ir adelgaçando para a ponta F acabando em groſſura de $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$, ſendo a do braço v r de hum palmo, ou pouco menos, ou de hum palmo, & pouco mais ſegundo a qualidade, & bondade da madeira, & ſerá conveniente que aquella diminuiçaõ da groſſura ſe lhe faça pella parte debaixo: mas a frecha interior C H ſerá groſſa no extremo H, $1\frac{1}{4}$ ou $1\frac{1}{3}$ palmo, & o quarto, ou terço que de mais terá alèm de hum palmo ſe lhe deixe da parte de cima, para que hũa, & outra bem ſe poſſaõ ajuſtar com a muralha, & para melhor que ſe abra neſta hũa entrada da feiçaõ da frecha em que ella entre, tanto que chegar ao ſitio L N; para o que ſe deve fazer outra ſemelhante no ſitio E P dentro na qual ſe meta a eſcàpula G; com que ficaràõ as frechas encaxadas na parede; & ainda que eſtas miudezas não ſaõ eſſenciaes, parece a perfeiçoaõ a obra, como tambem outras de brear, ou alcatroar as frechas, & cayalas por cima ficando da meſma cór da parede para durarem mais, & para que o inimigo não as diviſe, & lhes faça pontaria.

Será tambem conveniente brear a Ponte de madeira, & laſtrala com hũa muito tenue cama de area.

Este engenho das frechas se pòde tambem accommodar não no grosso da muralha como havemos ditto; mas na grossura das ombreiras, ou sobre o arco de hũa, & outra banda; como cada hum mais a proposito achar com bom discurso. Eu tenhoo por melhor na grossura da muralha,& fórma apontada.

Finalmente se adverte que o braço C D, & frechas D F, C H devem ser fortificadas nos angulos v, r com fortes, & compridas barras de ferro da mesma feiçaõ bem cravadas para segurança segundo pede a Arte mecanica; como tambem no exo K, & pontas F, H. As barras de ferro devem ser forjadas à feiçaõ dos angulos H v r, F r v; cada hum dos quaes será de 135. gr. vem isto a ser para os mecanicos de esquadria,& meya.

§. 5.

De outras Pontes levadissas q̃ se accõmodaõ no meyo da dormente para mais segurança das Praças.

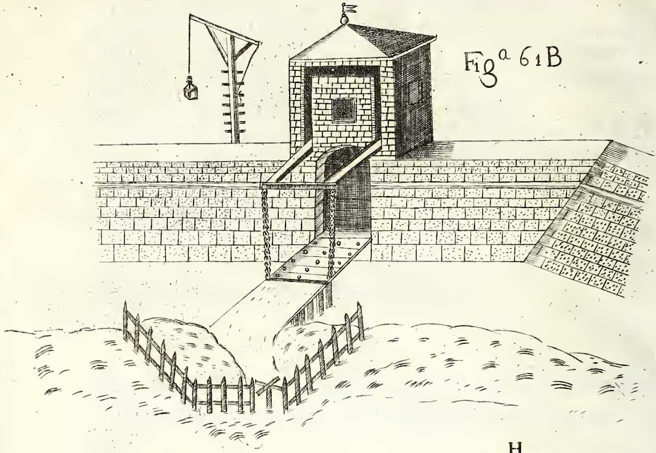
NO §. 2. dissemos se accõmodavaõ [r] duas, tres, & quatro Pontes levadissas na dormente conforme o comprimento desta; mas que parecia bastavaõ duas seguindo a Fritach: [c] & pois havemos já descripto varias fòrmas da que deve ficar junto á Porta, digamos agora da outra que segũdo nos parece terà o melhor lugar no meyo da dormente sobre o Refossete que havemos ditto correrà pello meyo do Fosso principal.

[r] Dogen lib.2. cap.14.pag.388.
[c] Lib.1.cap.14. pag.51.

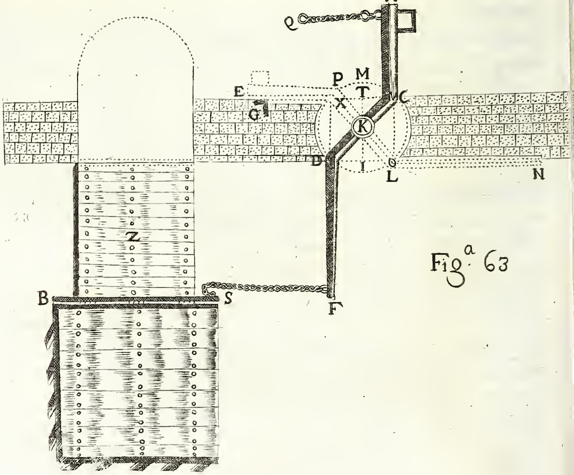
Sua fabrica será da seguinte fórma conforme Fritach, a quem nesta seguimos por nos parecer boa. A C, B D saõ os braços cada hum de 12. 14. atè 16. pès conforme o comprimento da Põte levadissa; grossos $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$ de pè. Junto de A & B vai hũa trave da mesma grossura, & largura que os une; a qual tem 12. pés de comprido, quanto vem a ser a largura da Ponte. O exo E F serà redondo ao menos onde joga, & seu diametro de $1\frac{1}{6}$ ou $1\frac{1}{3}$ pès; dentro do qual remataõ,& entraõ os braços A C, B D. Tambem jũto de E,& de F entrará hũa cavilha de ferro grossa duas, ou tres polegadas, & de comprido hum pè, sobre a qual se suspende, & tem seu movimento a Ponte: mas o tal exo (ou trave redõda) deve primeiro ser ferrado, & fechado apertadamente com circulos de ferro bem fortes a modo dos que se poem nos exos das rodas dos coches.

Ponte levadissa no meyo da dormente. Fig.64.

Sobre



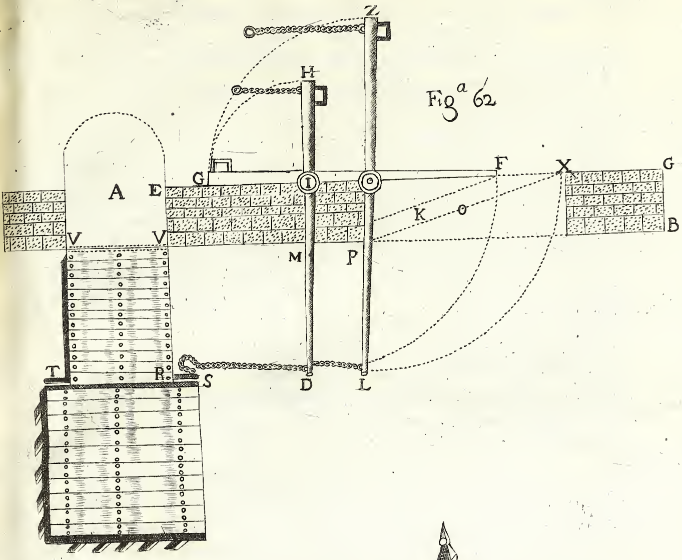
Figª 61B



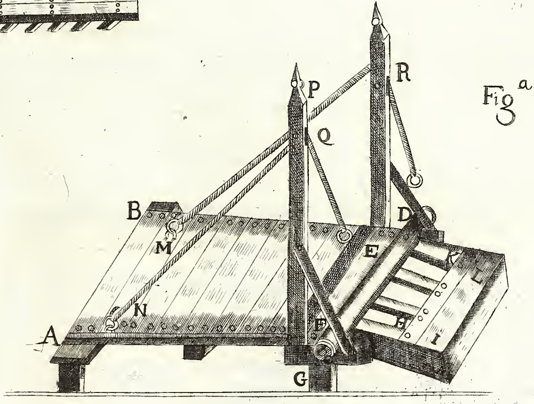
Figª 63

XV

Figª 62



Figª 64



M-Mendes f.

Sobre a trave da parte dos pontos C, D se crava hũa cinta de ferro G voltada, dentro da qual se movaõ as cavilhas E, F.

Acrescenta Fritach a esta Ponte (que tambem traz Fournier) hum contrapeso para mais facilmente se levantar, o qual faz na seguinte fórma. Ao exo de pao, ou trave roliça se accõmodaõ outras quatro encaxadas; duas das quaes estaõ sinaladas com as letras K L, H I, cujo comprimento será de 6. ou 7. pès, mas no fim junto de I, & L seraõ hum pouco mais grossas, onde se lhe accõmodaõ planchas fortes em fòrma de hũa caxa; cujo comprimento I L fica de 4. pès, que se enche de chumbo, ferro, ou pedras bẽ pesadas para ficar a Ponte quasi em equilibrio, & se poder levantar mais facilmente.

Accõmodaõse mais sobre as traves inferiores em que joga o exo, ou trave roliça os dous esteyos P, & R de 14. 15. ou 16. pès de comprido bem chapeados de barras de ferro; no alto dos quaes junto de Q & R se metem duas roldanas por onde passaõ cordas, ou melhor cadeas redondas, que amarradas nas duas argolas de ferro junto de M & N servem de a levantar, mais facilmente mediante o contrapeso sobreditto.

Esta he a descripçaõ de Fritach traduzida quasi ao pé da letra: mas devese advertir que o contrapeso não há de ficar a livel com a Ponte; mas hum pouco mais abatido para que por cima se possa continuar a Ponte dormente que se vai seguindo despois da levadissa para a parte da Praça: assim mesmo que o exo, ou trave roliça em que joga deve ser accõmodado de modo que fique por baixo do livel das planchas por não embaraçar a passagem da artilheria, cavalleria, & qualquer outra cousa, nem haver o empecilho que causaria seu tumor se ficasse elevado sobre o plano da Ponte levadissa, que se deve continuar com o da dormente.

NOTA.

A ESTA Ponte levadissa no meyo da dormente acrescentaõ alguns collateralmente hũa ponticula estreita para os usos nocturnos abaixando sò esta para passar hum homem, em que não há tanto perigo como em abaixar aquella de noite por onde cabe mais gente: assim que quem quizer a pôde accommodar, & tomar á semelhança da que diremos no §. seguinte. Ponticula para os usos nocturnos no §. seguinte.

§. 6.

De outro modo de Ponte levadissa com frechas para o meyo da dormente.

r Lib.2.cap.14. pag.389. Fig. 65. Outro modo de ponte levadissa para o meyo da dormente.

ESTA Ponte serà mais facil de levantar. Dogen [r] a descreve na seguinte fórma. O comprimento se representa no braço E F que faz de 18. pès (basta com Fritach de 14. atè 16.) A largura F G de 12. & porque determina que a dormente seja mais larga que a levadissa 3. ou 4. pès, será na sua opiniaõ aquella de 15. ou 16. de largo (ainda que em outra parte diz que de verga, & meya pouco mais, ou menos que fazem 18. pès Rinthlandicos. Dilichio [r] assina tambem ao comprimento da levadissa 16.ou 18 pés,& os mesmos 12. de largura.

r Lib.1.cap.18. pag.137.

Os braços C G, E F, & o barrote F G diz que seraõ de hum pè de grosso,que Fritach faz de $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$ de pè,& he bastãte grossura. Os barrotes intermedios que sustentaõ as planchas podem ser hũ pouco mais delgados.

A trave transversaria E C que vai por baixo das planchas faz redonda por mais commodo uso para se erguer,& abaixar a Ponte. Os esteyos perpendiculares C D,N E,A R faz de 18.pès, mas basta que sejaõ hum pouco mais compridos que a Ponte levadissa; sobre os quaes atravessa a viga D A (que chama sobreliminar) formando com os esteyos hum Portal de madeira.

I H, K L saõ as frechas por onde se levanta a Ponte ; as quaes lhe ficaõ parallelas quando aquella està baixa ; a cujo comprimento se igualaõ as porçoens M L, N H das frechas da mesma grossura, ou pouco menos que os esteyos quadrangulares D C, N E, A R: mas as porçoens posteriores M K, N I das frechas,& assim atravessa K I seraõ mais grossas tãto que possaõ fazer contrapeso para mais facilmente se levantar a Ponte.

Finalmente nos pontos M N do sobreliminar D A se guarnecem as frechas com huns fortes ferros,largos hum palmo,& de hũ dedo, ou pouco mais de grosso com seus engonsos, ou machafemeas accõmodados na quina interior da superficie de cima para que possaõ jugar as frechas,& levantar a Ponte,de que se vem retratados juntamẽte com a figura os petrechos de ferro; dos quaes o feito a modo de gancho he para se pregar em cada hum dos esteyos

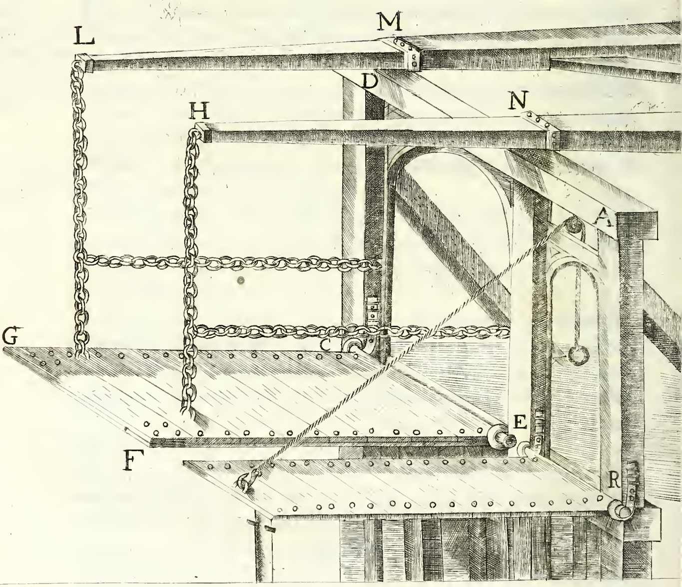


Figura .65.

XVI

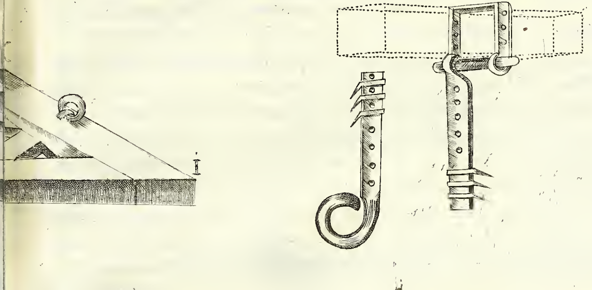
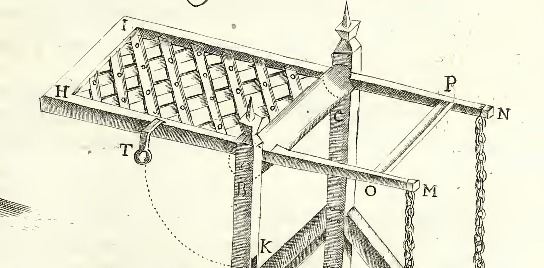


Figura 66



M. Mendes fecit

teyos para nelles jugar o exo da Põte levadiſſa, ou por outra traça que cada hum poderà diſpor conforme ſeu capricho para facilidade de ſe levantar, & abaixar a Ponte.

As cadeas collateraes ſaõ para reſguardo de cahir no Foſſo por deſcuido, ou preſſa a gente, ou cavalleria.

Mas deveſe reparar que como eſta Ponte levadiſſa não he taõ larga como a dormente; ſe aquella ſe abaixa, fica de hum, & outro lado, hum vaõ, ou cortadura de hũa, & outra parte da levadiſſa. Em hum deſtes vãos ſe accõmoda collateralmente outra ponticula; que baſta de 2½ ou 3. pès de largo que erguida por hũas cordas em roldanas, ou por hũa ſò, fecha em outra particular portinha ſegundo ſe vè na figura. Terà ſeu exo particular, ou machafemeas em que jogue; porque deve ſer muito leve como não he mais q̃ para paſſar algum, ou alguns ſoldados de noite ſem que ſeja neceſſario baixar a levadiſſa grande em ſemelhante occaſiaõ por mayor cautela.

Ponticula parà ſervir de noite.

§. 7.

Das Portas levadiſſas que tambem ſe accommodaõ na Ponte dormente para mayor ſegurança.

AS Portas levadiſſas (que os Franceſes chamaõ Baſſecules) & ſegundo Fritach [r] ſe fabricaõ no fim exterior da Põte dormente deſcreve eſte Autor na ſeguinte fòrma que delle tambem tomou Fournier, [c] & trazem outros.

r Lib. 1. cap. 14. pag. 52.

c Na eſtampa H 7. Fig. 1.

Os dous eſteyos groſſos A B, C D tem 15. ou 16. pès de comprido; largos, & groſſos hum pé bem encaxados na trave tranſverſal em A, & D, & apoyados com os arrimos de pao que os fortificaõ conforme moſtra a figura; [a] junto de B, & C ſe fazem dous buracos dentro dos quaes ſe poſſa mover o barrote, ou pao roliço B C; por cujo meyo atraveſſaõ as frechas H M, I N talhadas por tal modo que os ſegmentos H B, I C ſejaõ o dobro mais groſſos que os outros B M, C N: aquelles podem ſer de ¾ ou hũ pé de groſſo: eſtes começar em meyo pè junto dos pontos B, C acabando no meſmo meyo pè ou ⅜ nos pontos M, N; por cima dos quaes ſegmentos atraveſſa o barrote O P aſſim para os unir, & ſegurar como para ſe lhe accõmodar em cima algum contrapeſo: ſe

Portas levadiſſas na ponte dormente.

a Fig. 66.

bem as medidas sobredittas não saõ taõ precisas que senão possaõ alterar conforme na obra parecer melhor cõsiderando a qualidade da madeira,& sua fortaleza.

A Porta se costuma fazer de grades como rede por ficar mais leve com os paos que a formão de conveniente grossura forrados de folha de Flandres. Nas pontas M, N das frechas vaõ as cadeas que passaõ pellas azelhas de ferro Q, R pregadas na ponte,& se amarraõ em hũas escapulas.

Pregaõse tambem na Porta dous ferros de hũa, & outra banda como o sinalado com a letra T,que entra pello buraco K passando toda a grossura do esteyo B A, onde se lhe lança hum cadeado, que he o modo com que esta Porta se fecha, & devem para bem os buracos ser guarnecidos com chapas de ferro.

Costumaõ alguns cravar tambem hũas pontas de ferro agudas por fòra nestas grades por mais difficultar o accesso.

E porque as Portas,& Pontes nas Fortalezas,ou Praças saõ de grande importancia se fazem ainda outras Portas na fórma ordinaria que ficaõ por fóra das levadissas de grades acima descriptas, & ainda estas se seguraõ da parte exterior com certo genero de estacadas que chamão Barreiras,& Palissadas de que adiante trattaremos.

Fig.67.A & Fig.67.B

Nas figuras se vem em Perspectiva as Pontes com todas as peças de que havemos trattado ; em que tambem se mostraõ as grades collateraes para segurança da gente, & cavalleria naõ cahir por descuido,ou pressa no Fosso;& em hũa dellas se mostra que vai subindo desde a Porta para o Revelin, ou Contrascarpa segundo nossa opiniaõ de ficar o liminar do Portal mais abatido que o livel da Estrada encuberta,ou campanha.

§.8.

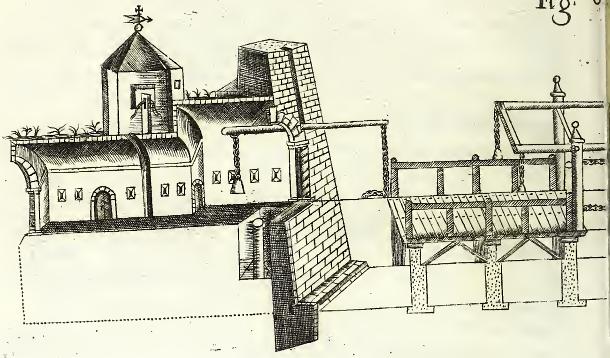
Dos Corpos de guarda que se fazem nas Pontes, ou junto dellas.

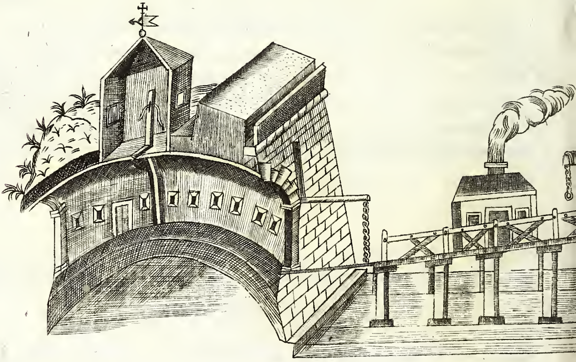
[r] Lib.1.part.4 cap.65.

Corpos de guarda nas Põtes, ou junto dellas.

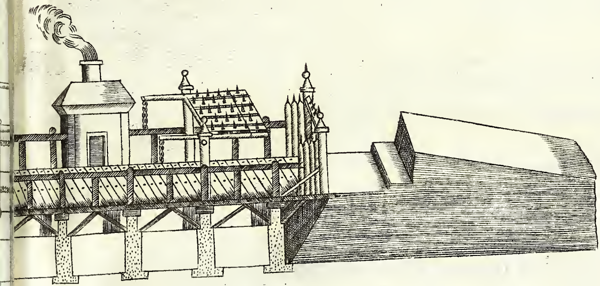
ANTONIO [r] de Ville fallando succintamente destes Corpos de guarda pertencentes ás Pontes diz que entaõ se fazem quando não há Revelin diante da Porta,no qual vai a acabar a Ponte,& nelle he que mais cõvem o Corpo de guarda: mas havendo

Fig.ª 6

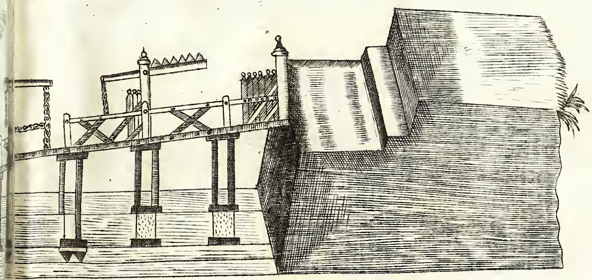




XVII



67B



M Mendes fecit

vendo de ser na Ponte,ou pegado por falta do Revelin;quer seja hum pouco afastado della collateralmente correspondente ao meyo da principal : mas será melhor que lhe corresponda hum pouco apartado da levadissa (que allí vai) para a parte da Praça, porq̃ se for necessario acudirem os soldados a aquella,não achem esta levantada,& o não possaõ fazer.

O ditto Corpo de guarda serà armado sobre esteyos de pao communicandose por hũa pequena pōte levadissa segundo mostra a figura ; em cuja conformidade havia hum na Rochella na porta que olhava para a parte de Parìs. Fig.68.

Nicolao [a] Goldman falla mais particular,& distinctamente referindo que em Alemanha se costuma pella mayor parte situar estes Corpos de guarda fóra da Ponte:quer dizer no fim della jũto da Estrada encuberta; ou nella mesmo , & parece que arrimados a hum lado; ficando assim melhor dispostos por não embaraçarem a serventia da Ponte, ou ser necessario passar por dentro delles. Mas em Flandres diz que se fazem sobre a mesma Ponte, ou ao lado della approvando por melhor este sitio;porque os exteriores podem servir de com elles se encubrir o inimigo. [a] Lib. 3. prop 22.

Sobre o sitio approvamos o sobreditto de Ville; mas na fabrica,& medidas (que elle não refere) seguimos a Goldman na fòrma seguinte. Sitio dos Corpos de guarda das pontes.

O fundamento do Corpo de guarda se faz de paos de hum pè de grosso;que sejaõ 20.em numero,& seu intervallo de 2. pés como se vé na figura. Fig.69.A

O comprimento desta caseta, ou Corpo de guarda pella banda de fóra serà de 13. pès; a largura de 10. as paredes de taboado para que sendo necessario se possaõ logo desmāchar,ou queimar.

Representa tambem este Autor o mesmo Corpo de guarda pella parte interior na figura [r] junta que se imagina ser hũa secçaõ orthographica,ou perfil que ficaria descripto em hum plano que o cortasse. [r] Fig.69.B

A altura da Porta diz que será de 6. pès : a largura de 3. mas nas janellas aquella de 3. esta de 2. A coluna interior que nesta se vé representa hũa das duas em que se arma a chaminè,ou fogaõ aberto pellas ilhargas por dar mais expediente ao serviço,ou poderem lograr do calor no inverno mayor numero de soldados; cujo lar deve ser ladrilhado. A coluna apōta Goldman com mais miudeza

miudeza do necessario para esta fabrica de taõ pouco porte na materia, pois diz que com sua cornija serà da obra Toscana, & a grossura no pè tanto como a settima parte de seu comprimento.

A altura interior no meyo deste Corpo de guarda do pavimẽto atè a summidade do arco faz de dez pès, & meyo, & a chaminè armada sobre as colunas serà de hum leve panno de tijolo, que facilmente se possa arruinar sendo necessario.

Finalmente se adverte que de tal modo se há de dispor esta caseta, ou Corpo de guarda que a linha A B concorra com a planicie da Ponte.

As grades que na figura 69. B se mostraõ, servem para sobre ellas se armarem as tarimas em que dormem os soldados.

§. 9.

Das Barreiras, & Palissadas, ou Estacadas.

Barreiras que cousa sejaõ.

AS Barreiras saõ propriamente aquellas teas de madeira, ou estacadas que se fazem collateraes a hũa carreira para justas de cavallo. Em Francez se chamão Barrieres, em Italiano Lizze segundo Jeronymo [c] Victor. Tomaõse na Architectura militar por hum certo modo de reparo feito quasi na mesma fòrma que aquellas teas.

[c] No thesouro trilingue.

Antonio [r] de Ville diz que estas saõ as derradeiras, & mais apartadas peças que se fazem em defensa, ou guarda das Praças; pondose por fòra das obras exteriores, & Revelins; porèm quando não ha estas se poem fòra da Ponte na Estrada encuberta entrando pello Arcen segundo diremos.

[r] Lib.1.part.4. cap.68.

Barreiras para que servem.

Fazemse de dous modos a saber, ou de paos bem altos, & fincados bem junto huns dos outros segurados com suas travessas como mostra a letra A na figura 68. se bem (ainda que alguns chamaõ tambem a esta fabrica Barreira) he mais propriamente a que se chama Palissada, & nós Estacada, que ordinariamente se accõmoda fòra das Portas, ou Pontes dos Castellos, & Citadellas, em que entra pouca gente (diz Ville) porém nas Villas, & Cidades grandes he mais commum fazeremse Barreiras.

Fig. 68.

Estas saõ a mesma fabrica de paos plantados apique mais distantes entre si, asaber por espaço de 6. ou 8. pès (Ville os aparta por 10. Regios) altos 4. da terra para cima com suas travessas

para os ſegurar ſegundo ſe repreſenta na fig. 70. com a letra B. Fig. 70.

No meyo ſe lhe faz hũa Porta que he parte da meſma Barreira para a paſſajem dos carros, artilheria, & gente de cavallo, & nos lados de hũa, & outra parte ſe poem huns Molinetes de que ſe dirà no §. ſeguinte; por onde paſſa de ordinario a gente de pè quando não he em quantidade, ou com preſſa; porque entaõ ſe abre a Porta da Barreira.

§. 10.

Dos Molinetes.

OS Molinetes ſervem de impedir que ſe poſſa entrar de tropel contra o riſco das entrepreſas. Vem a ſer hum Molinete dous paos atraveſſados em angulos rectos na fòrma de Cruz; que parallelos ao horizonte aſſentaõ, & jogaõ em outro perpendicularmente levantado no meyo de cada entrada das duas collateraes da Barreira onde ſe poem os Molinetes, os quaes nas põtas dos pàos ſaõ ferrados, & tem ſuas argolas para ſe ſegurarem nos paos collateraes da Barreira, ou por outro ſemelhante modo quando he neceſſario fecharſe a entrada ſegũdo ſe moſtra nas figuras 71. & com a letra C na fig. 70. Talvez ſe poem hum Molinete no meyo da Barreira, & a Porta para hum lado ſegundo o ſitio, & diſpoſiçaõ da Ponte, ou obras exteriores melhor commodo occaſionarem.

Molinetes que couſa ſejão, & para que ſervẽ.

Figuras 71. Fig. 70.

§. 11.

Dos Ouriços.

TAmbem conforme apõtaõ Fritach, [r] Fournier [c] & outros por deter, & impedir a cavalleria, ſe poem diante da Barreira na entrada hũa groſſa trave cheya de bicos de ferro em fòrma de Ouriço, como moſtra a figura; na qual A B repreſenta hũ pao de hum pè de groſſo, & quatro de alto do livel da terra para cima em que eſtá metido apique, & ſobre elle joga outro H G q̃ para as pontas irà adelgaçando algum tanto, ficando como em balança no primeiro A B mediante a peça de madeira, ou ferro I K. Os dous paos collateraes F E, C D ſaõ para nelles ſe fechar o Ouriço por meyo do ferro G em hum, & outro. Serà eſte Ouriço

[r] Lib. 1. cap. 14. pag. 52.

[c] Eſtampa H 4

Ouriços q̃ couſa ſejaõ, & para que ſervem.

Fig. 72. A

riço guarnecido de pontas agudas de ferro ſinaladas cõ a letra L.

Porèm o Ouriço neſta fórma me parece póde cauſar algum embaraço com ſuas pontas à cavalleria que apreſſadamente houver de entrar pella Barreira, porque como o eſteyo A B fica no meyo da entrada, ainda que ſe flanquee o paſſo voltádo a traveſſa H G de modo que fique eſtendida para fòra da Barreira; com tudo ſempre as pontas que ficarem para as ilhargas poderàõ cauſar algum danno quando a cavalleria ſahir, ou entrar com preſſa, ou o não fizer com cuidado.

Fig.72.B

Por onde ſerà melhor quando o Ouriço ſe fizer neſta fòrma, q̃ fique por tal modo diſpoſto na entrada da Barreira, que ſò a ametade R G ſeja a que defenda a entrada, para que quando ſe abrir fique toda deſembaraçada ſem aquelle obſtaculo do eſteyo A B no meyo della, ainda que o Ouriço haja de ſer mais comprido para ſe poder conſeguir eſte intento ſegundo moſtra a figura, na qual ſe vè ſó com pontas de ferro aquella ametade que ſerra a entrada, porq̃ na outra ſe eſcuſaõ em razaõ de ficar da Barreira para dentro.

Outro modo de Ouriço.

Porèm ainda me parece melhor modo o que traz Wilhelmo Dilichio na ſua eſtampa 39. que de hum lado prende em hũ paõ, & eſte em outro mais alto, ou com argolas, ou fortes machafemeas para o Ouriço poder jugar, & do outro lado corre ſobre hũa roda para que com facilidade ſe poſſa fechar, & abrir a entrada ſegundo moſtraõ as duas figuras juntas; hũa do Ouriço fechãdo; a outra abrindo a ditta entrada.

Figuras 73. A & 73.B

Neſte Ouriço em lugar das pontas de ferro poem o ditto Autor tres ſortes de haſtes de pao ferradas com ſemelhantes pontas, a ſaber hũa ſorte de haſtes, que o atraveſſaõ de alto abaixo, & as duas, que ficaõ viradas para fòra, contra os peitos dos cavallos; mas hũas mais altas que as outras em que cada hũ deve executar aquillo que melhor defenſa & reſiſtencia fizer, pois ſe não podẽ particularizar todos os penſamentos que andaõ eſcrittos & ſe podem formar de novo.

Ouriço de Cavallos de Friza.

Faz tambem Dilichio iſto por meyo de dous Cavallos de Friza unidos por duas argolas, & hum pedaço de cadea ſegundo ſe vé na fig. como tambem por meyo de hum ſò com ſua argola, & tres, ou quatro fuzís de cadea que entraõ por hum buraco em hũ paó collateral em que ſe prende para fechar a entrada, como moſtra a fig.

Fig.74. A

Fig.74.B.

Final-

Fig.a 68.

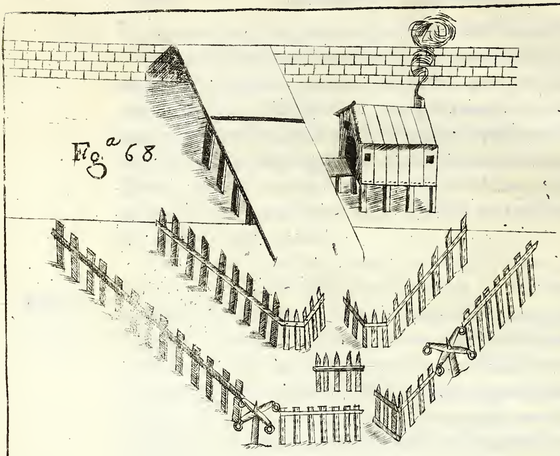
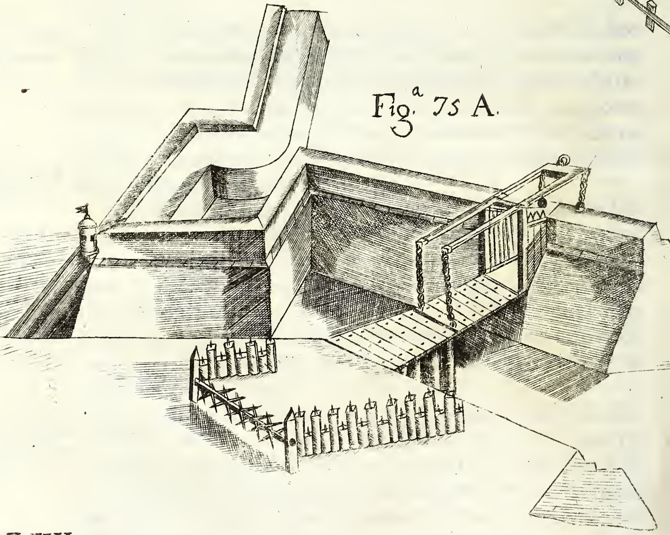
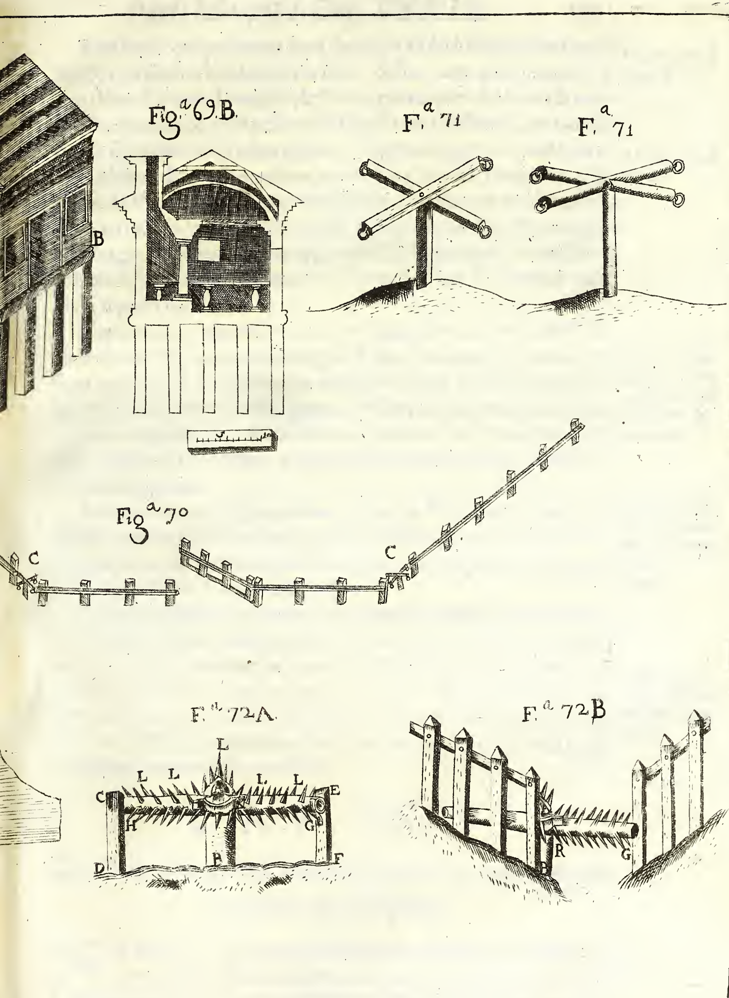


Fig.a 69 A

Fig.a 75 A.



XVIII


Figa 69.B
B
Fa 71
Fa 71
Figa 70
C
C
Fa 72A
L
L
L
L
L
C
E
H
G
D
P
F
Fa 72B
R
G
H
M. Mendes fecit

Finalmente represento aqui do ditto Dilichio duas perspectivas,& hũa planta das Barreiras hũa ⁊ dellas com seu Ouriço, & por dẽtro a Ponte levadissa,& Porta,posto que elle faz as Barreiras de estacada,& ainda esta não singela,mas dobrada, ou tresdobrada segundo mostraõ as figuras, * que não approvo pella razaõ que adiante direi: & tambem representa hũa só Ponte levadissa junto da Porta que mostra de madeira, sendo que na dormente deve ao menos haver hũa levadissa,afòra a de junto á Porta; salvo em Praças pequenas,ou nas que naõ saõ Reaes onde se costuma, & basta hũa sò levadissa junto da Porta; se bem se houver duas, mais seguro será. ⁊ Figuras 75. A & 75.B * Figuras 75.B & 76.

Tornando a trattar das Barreiras segundo a doutrina de Ville, se deve advertir que quando algũa dellas, ou estacada houver de ficar na Estrada encuberta he necessario que tenha Portas collateraes para poder passar gente, artilheria, & cavalleria de hũa para outra parte, & a Barreira, ou estacada vai entrando pello Arcen para allí se formar a entrada da serventia pella qual se entra da campanha. Quãdo saõ necessarias portas collateraes nas Barreiras, & Palissadas.

As vezes diante de hũa mesma porta na Estrada encuberta, & Arcen costumão alguns accõmodar Barreira,& mais Palissada: esta mais perto da Porta: aquella da parte da campanha, como representa o ditto Autor na fig.68. Barreira,& Palissada diante de hũa mesma Porta. Fig.68.

Outra Palissada traz tambem de paos, ou planchas que se cruzaõ cuja fig. deixo porque a não approva por tão boa em razaõ de que della se não faz taõ boa defensa; & principalmente porq̃ póde encubrir o inimigo, pella qual razaõ não approvo eu tãbem a dobre,ou tresdobre Palissada de Dilichio acima dibuxada para este effeito da Barreira,pois ficando espessa, & serrada pôde o inimigo encubrirse com ella. Dobre, outresdobre Palissada não se deve admittir.

CAP. XXXX.

Da Trincheira, ou Parapeito que se faz na margem interior do Refossete.

NO Cap.35. dissemos que haviamos de tornar a trattar de outras obras do Fosso que reservamos para este, & outros Capitulos seguintes por não serem de sua essencia, mas acciden-

taes para fins particulares de que agora trattaremos.

Trincheira na margem interior do Refossete.

Na margem interior do Refossete se faz hũa Trincheira para dallí se defender a desembocadura do inimigo no Fosso, ou sua entrada por qualquer outro modo: por tanto se costuma fazer sòmente no tempo em que se sitìa a Praça defronte daquella parte para onde caminha a desembocar o Approxe; & será bom que para melhor se conservar se deixe entre ella, & o Refossete hũa lizira de 3. pès de largo.

[c] Lib. 1. part. 2. c. 37. pag. 118.
[r] Na Pract. pag. 17. & na Architect. lib. 2. pag. 51.

Antonio [c] de Ville, & Pedro [r] Sardi fazem esta Trincheira, ou com Redentes, ou com Travessas a espaços pella parte interior a fim de que não seja enfiada da campanha; cuja fórma, & medidas he escusado referir aqui pella não approvarmos, dizẽdo só a fórma em que nos parece se faça em imitaçaõ de hũa das Falsasbragas que Antonio de Ville [r] aponta.

[r] Lib. 1. part. 2. cap. 38.

Trincheira na margem interior do Refossete com que medidas, & circunstancias.

Façase pois esta Trincheira na margem interior do Refossete quando & onde a occasiaõ o pedir, segundo a paragem a que o inimigo dirigir seu Approxe; a qual será grossa de 12. atè 20. pés conforme se reconhecer a força do inimigo, & capacidade que der a largura do Fosso; ou ainda mais grossa se necessario for, & alta 6. pès. Isto se ajusta quasi com as medidas que Sardi lhe assina na Practica da Corona, & na Architectura militar.

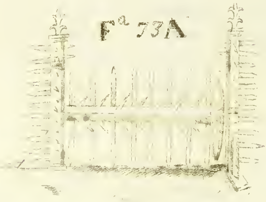
Porém como lhe não queremos Redentes, nem Travessas interiores para se cubrir da campanha, convem que para se poderem cubrir os defensores se faça mais alta defronte do angulo flãqueado por tanto espaço de hũa, & outra parte de seu angulo, quanta ficar a largura entre a ditta Trincheira, & Face do Baluarte, ou hũ pouco mais; porque deste modo levantandose em altura conveniente poderá cubrir os defensores escusando as Travessas; & naquella parte mais alta se lhe podem accõmodar duas, ou tres Banquetas cõforme pedir a necessidade para se poder atirar por cima segundo se mostra com a letra A na figur. em perspectiva que he hũa imitaçaõ do q̃ Antonio de Ville diz acerca das Falsasbragas.

Fig. 77.

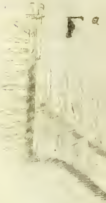
E quando seja necessario metter allí algũa, ou algũas peças de artilheria contra o portilho da Contrascarpa, por onde o inimigo quizer desembocar no Fosso, se podem abrir na Trincheira as Canhoneiras necessarias cubrindoas por cima com vigas atravessadas, faxina, & terra por tanto espaço quanto baste para cubrir as peças, & artilheiros, porque não convirà ser cuberta toda a Canhoneira a respeito do estrondo, & fumo.

CAP.

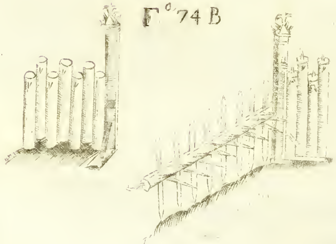
Fª 73A



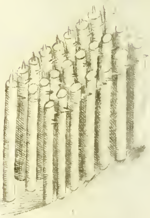
Fª



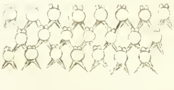
Fº 74 B

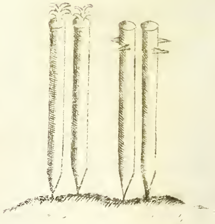


Fª 75B



Fª 76

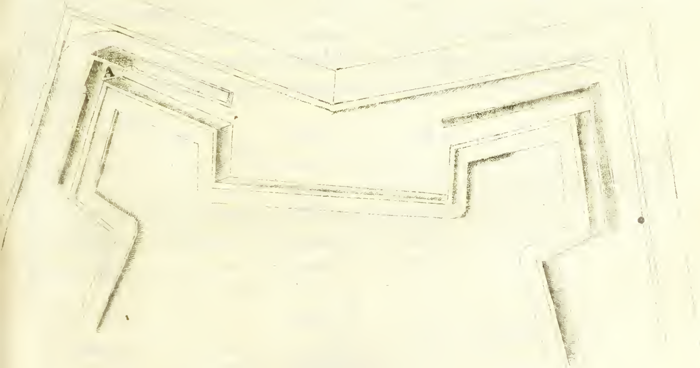




XIX

F.ª 74A

Fig.ª 77



M. Mendes fecit

CAP. XXXXI.

Das Falsasbragas.

DIzemos aqui ás obras que se costumão fazer no Fosso secco de mais da Trincheira ditta no Cap. antecedente. No seguinte Scholio diremos ás que se fazem no Fosso aquatico.

Advertimos primeiro que fazendose Falsabraga em todo o circuito das Cortinas, & Baluartes, não tem entaõ lugar a Trincheira do Cap. antecedente: mas porq̃ nòs a não queremos mais que quanto corresponde á Cortina (no caso que se queira fazer) & a Trincheira sòmente na correspondencia das Faces dos Baluartes, pòde hũa, & outra cousa ter lugar, ou sòmente a Falsabraga; & para mais defensa fazerse a Trincheira na occasiaõ por fòra daquella Face do Baluarte a que o inimigo dirigir seu Approxe para desembocar no Fosso.

Saõ as Falsasbragas semelhantes ás antigas Barbacans que antes da invençaõ da artilheria se costumavaõ ao pé das muralhas, & torres (quaes ainda hoje se vem em muitas Praças de Europa, & no nosso Portugal) para resistir aos Arietes, & Catapultas maquinas antigas, com que batiaõ os muros, porque se enchia de terra aquelle espaço entre o muro da Barbacam, & a muralha para que recebendose allí os golpes das maquinas se preservassem os muros principaes. Comparação das Falsasbragas.

Fazemse as Falsasbragas assim dentro no Fosso em mais, ou menos altura sobre seu plano; como tambem emcima de sua margem interior quando os Terraplenos senão levantaõ de dentro delle, mas retirados; ficando entaõ a Falsabraga no livel da campanha entre o Fosso, & o Reparo segundo a fabrica Hollandeza; de que largamente havemos trattado na Hercotectonica, & adiante diremos algũa cousa. Lugares das Falsasbragas practicados por diversos Autores.

Aqui trattamos das que ficaõ dentro no Fosso mais, ou menos elevadas sobre seu plano; porq̃ seguimos neste compendio mais a fabrica Hespanhola, Italiana, & Franceza em que as muralhas sahem de dentro do Fosso com Praças baixas nos Flancos dos Baluartes que havemos descripto no Cap. 29. não admittindo neste caso a Falsabraga Hollandeza entre o Fosso, & Reparo.

A fórma destas Falsasbragas he varia segundo o capricho de varios, como se pòde ver em Antonio [c] de Ville q̃ refere algũas feitas em Praças de Europa: porèm as Falsasbragas tem seus inconvenientes apontados pello mesmo Ville. Muito melhores, & mais necessarias saõ as obras exteriores como Revelins, Meyasluas, & outras obras; se bem diz que fazendose hũas, & outras será mayor a defensa; de que se não póde duvidar.

[c] Lib.1.part.2. cap.38.

Com tudo não sigo a opiniaõ de que se façaõ diante das Faces dos Baluartes, assim porque alli saõ quasi inuteis por opiniaõ do mesmo Ville (que nisto sigo) em razaõ de que daquella parte se não póde fazer tiro mais que para a Contrascarpa; & se se quizer flanquear a Face do outro Baluarte serà obliquissimamente por cima do Parapeito; como tambem (por nota minha) porque fazendose na occasiaõ a Trincheira que havemos ditto no Cap. antecedente, não resta bastante lugar no Fosso para se fazer a Falsabraga com seu Parapeito de tal modo que fique em bastante distancia da Face do Baluarte para evitarem os defensores o danno das lascas, & pedras quebradas que podẽ alli cahir causadas pella bateria inimiga.

Lugar da Falsabraga pella opiniaõ do Autor quando se queira fazer.

Por onde quando se queira fazer a Falsabraga será defronte da Cortina, & taõ apartada della que haja bastante espaço para a gẽte se livrar das lascas, & pedaços da muralha se por ventura o inimigo fizer contra ella algũa bateria; posto que não costuma fazela contra a Cortina; sem embargo de haver quẽ tenha para si por boas razoens ser mais conveniente dirigila contra aquella parte, que contra a Face do Baluarte, procurando abrir alli a brecha, & levar as defensas de ambos os Flancos, como diremos no livro da Expugnaçaõ que sahirà a luz despois deste com o divino favor.

Por tanto será o espaço entre o Parapeito da Falsabraga, & muralha da Cortina (quando esta for de pedra, & cal) ao menos de 25. atè 40. pès, bastando 18. atè 20. quando houver sòmente Terrapleno de terra batida, ou taipa sẽ ser revestido de muralha.

Circunstãcias na disposiçaõ da Falsabraga.

A grossura do Parapeito da Falsabraga será de 15. atè 20. pès & sendo necessario se pòde a todo tempo engrossar atè 24. Sua altura ordinaria de 6. pès com sua Banqueta interior. Tambem se pòde levantar a 8. & 10. com duas, ou tres Banquetas segundo a necessidade o pedir. Terá sua Escarpa exterior, & interior na fòrma da dos Parapeitos de que se trattou no Cap. 27.

Na

Na altura em que o plano da Falſabraga deve ficar fazemos differença; porque não havendo Praças baixas nos Flancos dos Baluartes, pòde ficar ſeu plano no meſmo terreno natural a livel da Eſtrada encuberta, ou atè 6. pès mais baixo ſegundo a diſpoſiçaõ do ſitio; & para iſſo ſe deve logo deixar por cavar (quando ſe abre o Foſſo) o terreno para a Falſabraga, & ſitio do Parapeito, & lizira; ou cavar ſòmente quanto for neceſſario atè os 6. pès em que permittimos poder ficar mais abatido o ſeu plano por baixo do limbo ſuperior interno do Foſſo, ou do plano da Eſtrada encuberta.

Porèm ſe houver Praças baixas nos Flancos dos Baluartes, ſe farà o plano da Falſabraga ao menos 10. pès mais abatido que o daquellas, para que poſſaõ executar a defenſa do Foſſo, principal fim para que ſaõ feitas, ſem lhe cauſar impedimento o Parapeito da Falſabraga. Iſto nos Foſſos ſeccos. Dos aquaticos diremos no Scholio ſeguinte.

Na fig. 78. ſe vè o laço A, & o laço B na fig. 80. em cuja fòrma ſe pòde fazer a Falſabraga eſcolhendo a q̃ mais quizerem; na qual ſe deve accõmodar hũa ſerventia, por onde ſe entre para ella deſcendo ao Foſſo (havendo Orelhoens, ou Eſpaldas) pella Porta falſa aberta na linha directiva da Golla do Flãco, q̃ diſſemos no Cap. 29. quando não fique a Falſabraga diante de algũa Porta principal, ou poſtigo da Cortina por onde entaõ ſerá a ſerventia, & no caſo que eſta ſeja pella Porta falſa da linha directiva, convirà fazer ſubida para a Falſabraga por planchas, ou outra traça, a reſpeito da cava particular que deve haver ao pè da Praça baixa como diſſemos no Cap. 30. ſalvo ſe a Porta falſa deſembocar fòra da tal cava, & dalli haja ſubida de terra para a Falſabraga a reſpeito de ſeu plano ficar mais elevado que o do Foſſo. Fig. 78. Serventia para a Falſabraga.

Acreſcentaõ alguns que ſe faça ao pè da Cortina T ou na occaſiaõ [r] ou antecedentemente [c] o Foſſette 3. plantandolhe ſobre ſua margem fortes paos a plumo, eſtendendoſe por algum eſpaço da Falſabraga quanto baſte para cubrir a gente; ſobre os quaes paos ſe pregaráõ fortes tabooens que façaõ a cubertura 4. com inclinaçaõ para o Foſſete como moſtra o Perfil [a] de Tenſini. [r] Tenſini lib. 1. c. 22. pag. 51. [c] Ville lib. 1. part. 2. cap. 38. pag 126. Foſſete na Falſabraga ao pè da Cortina da Praça.

Eſtes tabooens viráõ quaſi de todo a cubrir a artilheria, & bõbardeiros dos tiros da inimiga, ou das bombas, & granadas diſparadas do Trabuco Z como ſe vè pello tiro G; as quaes (diz Tenſini) [a] Fig. 79.

ſini) iraõ a cahir no Foſſete 3. ſem offenſa da gente:& ſe ſe puzer por objecçaõ que poderáõ cahir no eſpaço 7. reſponde que poderá ſucceder; mas que de 200. tiros, não cahira hum no ditto eſpaço,& que quando iſto aconteceſſe ſe poderá cubrir a artilheria com cavaletes de fortes tabooens.

Eſte deve ſer o motivo que obriga a Antonio de Ville a eſtender a cubertura dos tabooens quaſi por toda a largura da Falſabraga excepto o Foſſete ao pé da muralha como moſtra a figura para melhor ſe poder cubrir a gente,& artilheria quando recuar, fazendoſe para iſſo da altura convenienre.

Fig. 80.

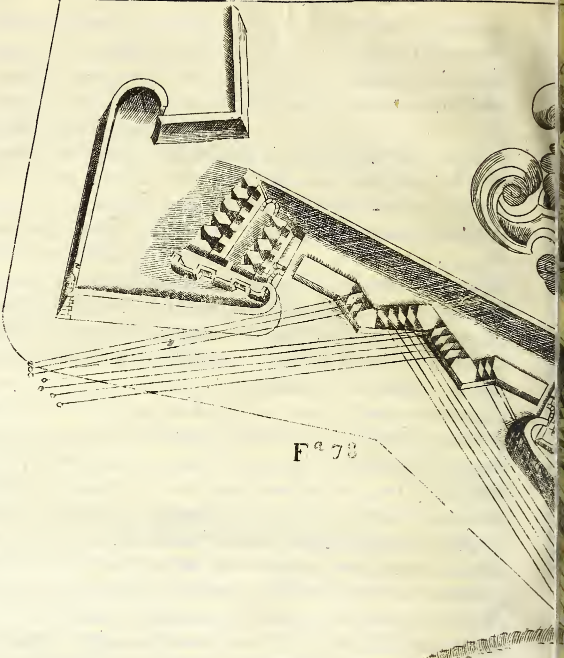
Porèm ainda que eſtes Autores digaõ iſto; o bom ſerà que as bombas cayaõ no Foſſete ſe dando na muralha eſcorregarem por ſua eſcarpa abaixo até entrarem nelle ; ou que paſſem dentro da Praça, ou cayaõ fòra da Falſabraga ; porque ſe cahirem ſobre a cubertura tenho para mim lhe não poderà reſiſtir, ainda que ſeja de fortes tabooens,& inclinados para o Foſſete ſem os quebrar,& penetrar dentro; pois ſaõ muito grandes, & peſadas as bombas q̃ hoje ſe uſaõ arrombando com ſeu peſo tudo onde topaõ ; como vi no ſitio de Elvas as que o inimigo nos lançava na Cidade que peſavaõ cinco arrobas, & mais; penetrando onde davaõ, dos telhados por caſas ladrilhadas até o chaõ, ſe no entretanto não arrebentavaõ como muitas vezes ſuccedia, ou por ſe torcer o canudo de ſua eſcorva,ou não continuar o fogo;ou por outras cauſas. E não ſò ladrilho,& taboado arrombavaõ, mas ainda que topaſſem com algũa viga a quebravaõ calando abaixo, & entre outros muitos acontecimentos vi que deu hũa obliquamente em hum telhado que penetrou topando com hum groſſo frechal ſobre hũa parede; ao qual quebrou, & deſpois de o quebrar penetrou os dous pannos de tijolo de hũa chaminè vindo a cahir na rua onde ficou ſem arrebentar: por onde me parece que não poderá a cuberta ainda que de groſſos tabooens reſiſtir a eſtas bombas : cõ tudo algum remedio ſerá ; & ſe a inclinaçaõ para o Foſſete for grande, ſerà o golpe menor, & eſcorregaràõ por ventura para elle as bombas . Sem a experiencia deſte ponto em particular naõ poſſo reſolver com certeza. Se a cubertura for por cima chapeada parece que mais reſiſtirá, & que farà mais facilmente eſcorregar as bombas para o Foſſete:porèm iſto ſerá impracticavel entre nós pello cuſto.

Effeitos das bombas só cõ o peſo.

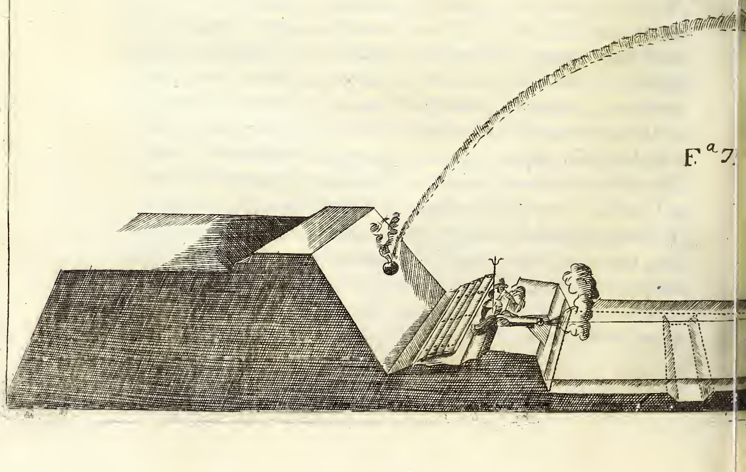
SCHOLIO.

XX

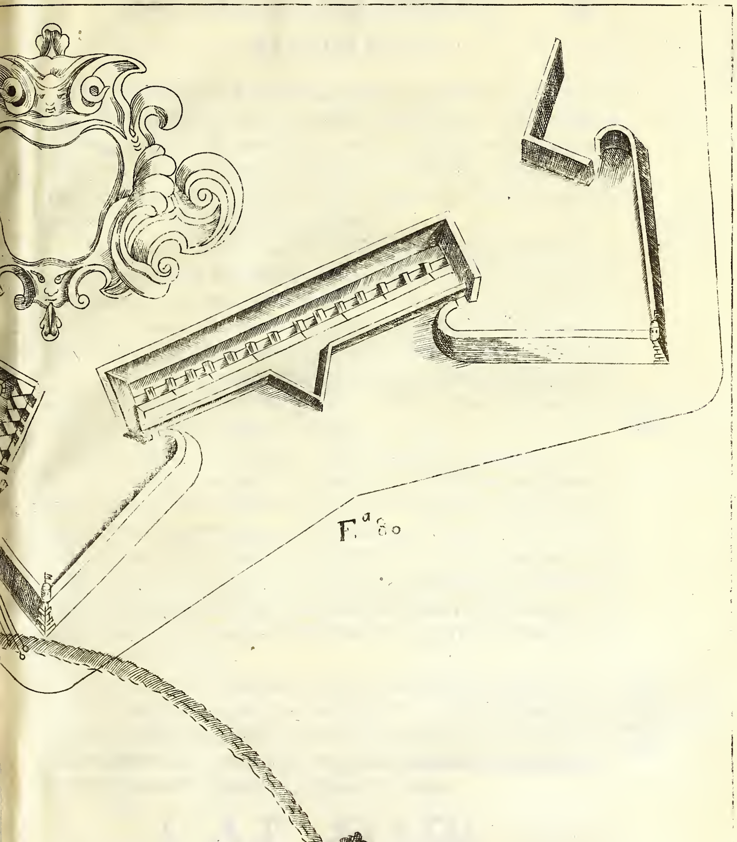
XX

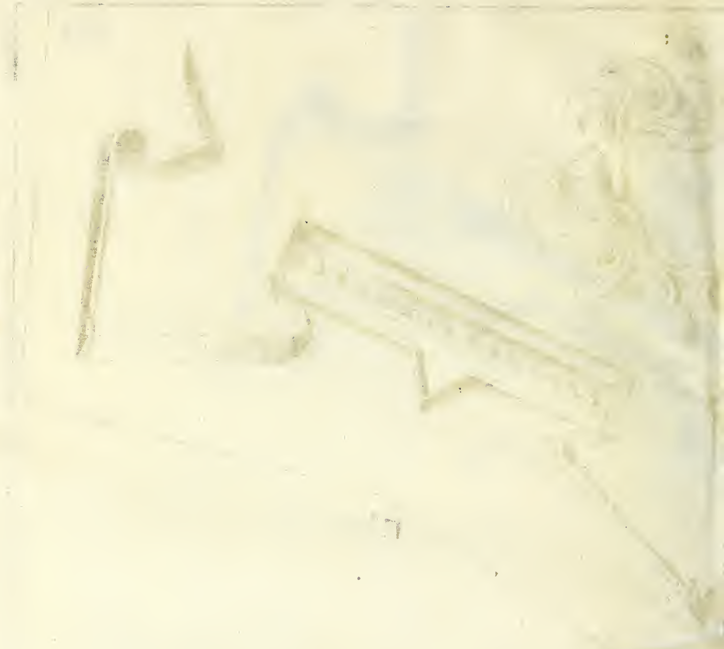


Fa 78



Fa 7


F.a 80
M.es f.



SCHOLIO.

QUANDO os Foſſos ſaõ aquaticos ſe pòde deixar o plano da Falſabraga no livel da Eſtrada encuberta não havendo Praças baixas nos Flãcos; pois não eſtaõ em practica neſte caſo;& o que mais commum he, ſaõ as Falſasbragas Hollandezas em roda de toda a Praça; não ſò nos lanços das Cortinas, & diſpoſtas entre o Foſſo, & Terrapleno.

Mas ſe todavia neſte caſo dos Foſſos aquaticos ſe fizerem Praças baixas,querem alguns que o plano da Falſabraga fique ſòmẽte 2. ou 3. pès elevado ſobre a ſuperficie da agua: porèm pareceme que aſſim impidirá o ſeu Parapeito o uſo das Praças baixas; cujo plano fica a livel da campanha,ou da Eſtrada encuberta,ou 2. ou 3. pès mais abaixo conforme o que ſe diſſe no Cap.41.ſem embargo de que Tenſini [r] acerrimo defenſor das Falſasbragas não queira ſeja de impedimento. r Lib. 1. c.22. pag.50.

Porém não me accõmodo com eſta opiniaõ, pois ficaõ as Praças baixas no meſmo livel, ou quaſi com a Falſabraga; ſalvo ſe o Foſſo não for todo cheyo de agua; dando por eſta cauſa lugar a que ſe poſſa abater o plano da Falſabraga 10.pès o menos(como diſſemos nos Foſſos ſeccos) por baixo do da Praça baixa para q̃ a agua ſuba pello Parapeito atè 2.ou 3.pès por baixo de ſeu cimo ſendo tal ſua groſſura que bem poſſa ſuſtentar o peſo da agua, & com algũa camiſa externa feita de tal formigaõ de cal,& area que a agua a não desfaça.

Em reſoluçaõ,iſto he trattar da fòrma das Falſasbragas na melhor diſpoſiçaõ que me parece ſeguindo a opiniaõ dos que as querem; que pella minha me não accõmodo com ellas, nem nos Foſſos ſeccos, nem nos aquaticos;principalmente havendo obras exteriores,ou Praças baixas,ou hũas,& outras. Naõ ſe accõmoda o Autor com as Falſasbragas.

CAP. XXXXII.

Das Capoeiras, & Cofres.

§. I.

Das Capoeiras.

AS Capoeiras,& Cofres ſaõ obras defenſivas quaſi da meſma eſpecie q̃ as Falſasbragas, com eſta differença que aquellas Capoeiras que couſa ſejaõ.

ficaõ enterradas no plano do Fosso com quasi todo seu vaõ; estas sobre elle.

Lugares das Capoeiras.

Fazemse tambem nas Gollas dos Baluartes: no meyo das Cortinas, & em todas as partes;em que a necessidade obriga á defensa; quando allí se podem situar cubertas da artilheria inimiga; como Giustiniano [r] refere que fizeraõ os de Ostende entretendo muitos dias, & embaraçando por este meyo o progresso dos Hespanhoes no attaque daquella Praça.

[r] Hist.lib.3.refere Floriani de Macerata pag.186.

Tensini faz estas Capoeiras no meyo do Fosso como mostra a letra A enterradas em seu plano subindo sò dous pès por cima delle, os quaes ficaõ por Parapeito com suas torneiras; indo do seu alto declinando a terra insensivelmente pella largura do Fosso semelhantemente como o Arcen da Estrada encuberta de que trattámos no fim do Cap.27.

Fig.81. Capoeiras de que medidas.

Diz o ditto Autor que teraõ 10. pès de largo:não assina o cõprimento F C; mas serà de 30. pès para bem caberem, & menearem as armas dez Mosqueteiros segundo Floriani. Sua altura no que toca ao vaõ pòde ser de cinco, ou seis pès com sua Banqueta no fundo para chegarem os Mosqueteiros ás torneiras.

Fazlhe a entrada C cuberta que saya de dentro da Praça; ou q̃ se sirvaõ para ella,como tambẽ para as outrasCapoeiras G,H pella Trincheira D E; que eu mais quizera fora cava aberta no plano do Fosso;indose a ella pellas Portas falsas dos Flancos, ou pellas feitas nas linhas directivas das Gollas dos Baluartes quãdo tem Orelhoens,ou Espaldas.

A razaõ de mais querer esta cava por onde vá a gente cuberta para as Capoeiras do que a Trincheira he,porque com esta senão embarace o uso das Praças baixas; o que aquella não faz.

Capoeiras no Fosso melhores que a Falsabraga pella opiniaõ do Autor.

As dittas Capoeiras A no meyo do Fosso, & as outras duas G, H no sitio, & fòrma que se vé,serão descubertas por cima segundo a opiniaõ de Tensini. Tenhoas por melhores que a Falsabraga naquelle mesmo sitio do Fosso,por não ficar embaraçado, & impedido cõ a Trincheira,ou Parapeito daquella ,o uso das Praças baixas,& poderse bem livremente dos Flancos varrer o Fosso sem impedimento algum;posto que do modo em que no Cap.antecedente dispuzemos o plano da Falsabraga, & seu Parapeito se remedea bastantemente este inconveniente. Adiante responderemos ás objecçoens que se podem pòr contra as Capoeiras.

Pedro

Pedro [r] Paulo Floriani as faz tambem enterradas avançando sómente fóra do plano do Fosso a grossura de hũa trave em que abre as torneiras, & cubertas por cima de grossos tabooens, como mostra a Figura com a letra I: não as tenho por peores cubertas por ficarem os mosqueteiros emparados das bombas, & granadas que o inimigo pòde lançar alli; & tambem porque não chegue a ellas armado a prova de mosquete a lançar granadas de mão; sem embargo que tem para si Tensini [c] ser dificillimo poder o inimigo conseguir o intento por meyo de Trabuco, & que de 100. tiros não acertarà a cahir hum dentro nellas, não tendo mais largura que 10. pès; nem lhe poderá chegar o inimigo ainda que armado a prova, por haverem de ser guarnecidas com mosquetes de cavallete que fazem mayor bateria; & ainda que sejaõ dos ordinarios, difficultosamente ficará em pé aquelle em que suas balas derem de perto.

r Lib. 3. cap. 35. pag. 187.

Fig. 82.

c Lib. 1. cap. 24. pag. 59.

Naõ me parecẽ mal as razoens; mas com tudo que melhores seraõ cubertas como Floriani as faz; & ainda em lugar dos tabooẽs, grossas vigas que possaõ sustentar o golpe, & peso das bombas se alli cahirem, & sendo necessario cubertas mais de terra por cima das vigas, deixandolhe pellas ilhargas alguns respiradouros para luz, & poder sahir o fumo da mosqueteria; ou pella parte de cima algũas luzes entre viga, & viga, ou entre algũas dellas, ou hũa, & outra cousa.

Estas Capoeiras se fazem [r] tambem nos angulos da Contrascarpa como se vè na fig. & estaõ feitas na Praça de Nancy em Lorena com a Estrada cuberta L, para se ir a ellas; porèm aquella será difficil de obrar se houver de sahir do angulo do Baluarte como mostra a fig. de Tensini, sendo necessario que na fábrica se lhe faça de firme abobada, resultando grandes inconvenientes da tal fabrica; pois seria cousa arriscada que porbaixo do Terrapleno do Baluarte, & seu angulo flanqueado houvesse serventia: portanto no Forte de Santa Luzia, que està fóra das muralhas de Elvas, se vai a estas Capoeiras pello mesmo plano do Fosso; mas toda a Contrascarpa he vaã por dentro com hum corredor em abobada para que senão se puder ir por hũa parte do Fosso, se vá por outra a outro angulo, entrandose por hũa das portinhas que alli se fazem, & por dẽtro do corredor se acudir aonde for necessario.

r Tensini lib. 1 cap. 24. pag. 59.

Fig. 83.

Outros lugares de Capoeiras.

Mas todavia Tensini reprova estas Capoeiras na Contrascar-

pa com fundaměto de que o inimigo não entra no Fosso sem haver ganhado a Estrada encuberta, havendo primeiro que nelle desemboque, aberto os Approxes, & chegado a aquellas. Com tudo não as reprovo, permittindo que se façaõ tambẽ allí; pois ainda que o inimigo chegue a hũa dellas, logo se poderà arruinar com a artilherìa do Flanco, Praça baixa, & de dẽtro do Fosso por se haver de fazer delgada a parede da Contrascarpa para que se não possa o inimigo com ella reparar. E se por outra parte entrar no Fosso que não seja pello sitio da Capoeira; serve esta para pellas costas, & lados o offender, & lhe fazer muito danno; & pello mesmo corredor feito de abobada dentro na Contrascarpa quando se queira fazer como no Forte de Santa Luzia, se pòde acudir á defensa; pois naquelle sitio fica igual o partido entre os defensores; por não terem mais huns que outros.

Capoeiras na Contrascarpa permittidas.

§. 2.

Dos Cofres.

OS Cofres que saõ obras defensivas se fazem de dous modos; hum com tabooens grossos a prova de mosquete; outro cõ taboas mais delgadas, mas dobradas, apartadas hũas das outras pè, & meyo, ou dous, enchendo de terra boa, ou greda bem batida o vaõ entre hũas, & outras; como tambem de varas de salgueiros, ou vimes; deixandolhe suas torneiras para a mosqueteria; quaes mostraõ as figuras sinaladas com a letra H. Podemse accommodar no meyo da Cortina, & angulos do Baluarte como se vè na fig. 84. D, no plano do Fosso, ou algum tanto enterrados para que fiquem mais cubertos da artilheria inimiga, fazendolhe seus caminhos cavados para se poder entrar, & sahir delles, & para mayor segurança dos dittos Cofres se lhe faz seu particular Fosso em redondo guarnecido de paos apique com pontas de ferro na fórma que na fig. parece para difficultar o accesso do inimigo se por algum esforço procurasse chegarlhe; & onde houver perigo de fogo se cubriràõ de couros de boy; que melhores seraõ crus que jà cortidos.

Cofres obras defensivas.

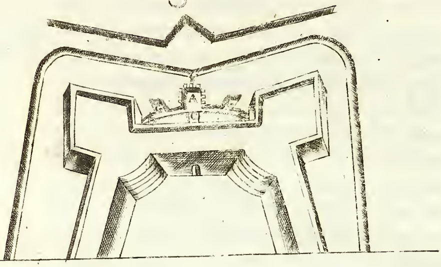
Figuras 84. A & 84. B.

Cofres em q̃ lugares, & cõ que circunstãcias.

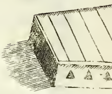
Estes Cofres se faraõ de grandeza que caibaõ 8. atè 12. mosqueteiros dandose tres pès de distancia entre hum, & outro. A este

Cofres de que capacidade.

Fig.ª 81



Fi



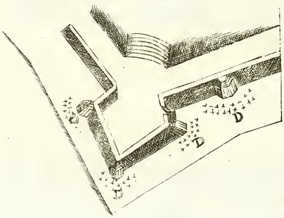
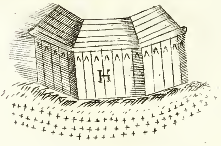


Fig.ª 84.D.

F.ª 84 B

F.ª 84A



F.ª 84 B

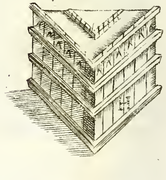
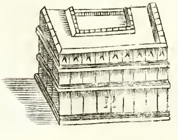
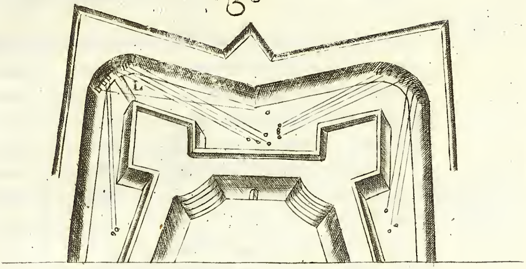


Fig.ª 84 A

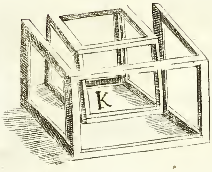


XXI

Fig.ª 83



F.ª 85 A



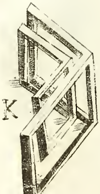
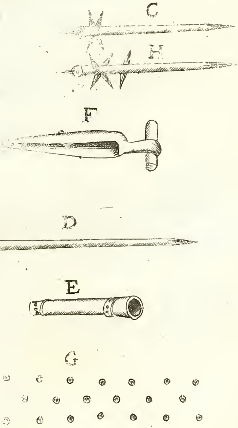


Fig.ª 85.B.



F.ª 86

M Mendes fecit

te respeito se abraõ as torneiras, & se tome a grandeza da Praça interior dos Cofres; cuja armaçaõ interior se mostra nas figuras K. K.

Figuras 85. A & 85 B

He de advertir que estes Cofres, & Capoeiras dittas no paragrapho antecedẽte se escusaõ fazer em quanto não hâ sitio; porque se podem obrar no tempo em que o inimigo o puzer segundo o lugar que cometter com o ataque, para o que se devem ter nos armazens da Praça a madeira, tijolo, pedra, cal, ferramentas necessarias, & haver nella Officiaes mecanicos para as obras.

Paos ferrados de reserva nos armazens.

Podem tambem estar feitos nos armazens os paos ferrados que dissemos para guarniçaõ dos Fossos dos Cofres: assim mesmo para segurar algum sitio do Fosso principal havendo o inimigo entrado nelle; & para os Parapeitos das cortaduras, & retiradas, onde tambem saõ de grande serviço; os quaes paos ferrados seraõ da fòrma que mostraõ as letras C, H, & outros sem ferros mas bem agudos, como o sinalado com a letra D, de oito, & meyo, ou nove pès de comprido para que entrem 4. na terra, ficando $4\frac{1}{2}$ ou 5. de fòra, & grossos ao menos $\frac{1}{5}$ de pè, & para que no fincar senão quebrem, ou amassem as pontas se podem servir do pao furado E com suas barras de ferro que encaxado no pao D sobrepujando algum tanto sobre sua ponta receberá em si os golpes do maço, & farà fincar o ditto pao D, havendose primeiro aberto na terra o buraco em que se houver de metter com o instrumento F; dispondose os paos taõ apartados huns dos outros que por entre elles não caiba hum homem como se vé na planta G, & refere Floriani [a] de Macerata.

Figuras 86.

[a] Lib. 3. cap. 15 pag. 186.

Tambem junto ao pè da muralha dos Baluartes, & Cortinas se costumaõ [r] plantar Estacadas por difficultar as entrepresas, como se vè no Forte de S. Carlos junto de Vercelli nos confins do estado de Milaõ. Isto terá mais lugar quando faltar a Falsabraga ditta no Cap. 41. por parecer se pòde escusar com aquella; se bem quanto mais defensas para a segurança, melhor serà se houver cabedal para os gastos.

[r] Ville lib. 1. part. 2. cap. 37. pag. 119.

Estacadas jũto do pè da muralha.

CAP. XXXXIII.

Das serventias que se fazem no Fosso secco para subir à Estrada encuberta.

Subidas do Fosso para a Estrada encuberta.

NO Fosso secco por aquellas partes em que não houver Ponte, ou ao menos por algũas se devem fazer nos angulos, & meyo da Contrascarpa subidas para entrar na Estrada encuberta, & obras exteriores como mostra Antonio [r] de Ville notadas com o num. 6. pois sobre o angulo da Contrascarpa se deixa a praça 4. para allí se juntar cuberta a gente que hà de fazer as sahidas; & para que allí haja a ditta praça se costuma reduzir a redondo o angulo da Contrascarpa na fórma que dissemos no Cap. 16.

Lib. 1. part. 2. c. 39. pag. 130. Estampa 19. Fig. 87.

Porèm he de notar que se no angulo da Contrascarpa, ou naquella sua redondeza se fizerem as Capoeiras de que trattàmos no Cap. antecedente, em tal caso se devem allí escusar as subidas, fazendoas sòmente junto ao angulo reintrante defrõte do meyo da Cortina, como mostra a fig. & entre as subidas notadas com o num. 6. neste lugar fazer a portinha, para pello corredor debaixo da Estrada encuberta se ir ás dittas Capoeiras na redondeza dos angulos da Contrascarpa.

Mas quando senão faça minada toda a Estrada encuberta com o ditto corredor, mas sòmente pello espaço das dittas Capoeiras, ou por algum pouco mais; & por tanto se haja allì mesmo de abrir a portinha para a entrada se armarào às subidas em abobada como na fig. parece com o num. 5. para que os mosqueteiros possaõ atirar por baixo dos arcos em que as subidas forem armadas, ou tambem ordenaremse estas hum pouco apartadas da redondeza do angulo da Contrascarpa para que allí fique livre a Capoeira, donde se possa flanquear o Fosso como se vè notada com o num. 3. na fig.

Estas subidas seraõ algũas de degraos; outras em ladeira para q̃ possa por ellas subir a cavalleria que houver na Praça; antes deste modo todas, se aquella for grande, em que haja de ficar a ditta cavalleria, ou parte no tempo do sitio, como mostraõ as subidas notadas com o num. 2.

E porque Antonio de Ville não aponta modo de as ſegurar,& noſſo intento he difficultar ao inimigo o deſcer ao Foſſo,faremos no alto dellas hũas portas de Eſtacada forte,armadas ſobre groſſos paos,as quaes ſe abraõ,& fechẽ com ſeus ferrolhos, & pella ilharga onde a ſubida fica contigua á Contraſcarpa ſe lhe farâ hũa Eſtacada de paos agudos nas pontas,ou ferrados, que ſobrepujem o neceſſario por cima da Eſtrada encuberta para que pello lado não poſſa entrar alguem na deſcida para o Foſſo como moſtraõ as letras K,L.

Subidas do Foſſo para a Eſtrada encuberta aſſeguradas.

CAP. XXXXIV.

De algũas obras, que ſe fazem no Foſſo aquatico.

NO meyo dos Foſſos aquaticos coſtumaõ alguns fazer hũa ſeparaçaõ [r] de terra que os divide em duas partes a fim q̃ o inimigo não poſſa paſſar livremente do primeiro movimento, mas iſto que Ville diz he melhor de ſaibro, & o meſmo que delle abaixo repito.

[r] Ville lib. 1. part. 2. c. 37. pag 119.

Em Amſterdaõ, & outras Praças de Hollanda ſe faz aquella ſeparaçaõ no Foſſo,de Eſtacada,que tenho por melhor q̃ de terra.

Alguns a fazem mediante hum muro de pedra,& cal diſpoſto ao comprido pello meyo do aquatico ſuſtentãdo a agua interior; para que ſe o inimigo o ſangrar não poſſa eſgotar a que ficar delle para dentro. Acaba em eſpigaõ de pedraria ſubindo atè a ſuperficie da agua,ou qualquer couſa mais alto para que vindo o inimigo em barcos pello Foſſo, topem eſtes naquelle;& não poſſaõ paſſar adiante com aquelle impedimento; que em quanto o desfaz dará mais lugar a ſe acudir à defenſa ficãdo no entretanto detido,& expoſto por mais tempo aos tiros dos defenſores.

Diverſas obras no Foſſo aquatico para impedir a paſſajem.

A Eſtacada de Amſterdaõ no meyo do Foſſo aquatico repreſenta Ville na ſeguinte fig. ſahindo os paos agudos algum tanto por cima da ſuperficie da agua.

Eſtacada no Foſſo aquatico. Fig 88.

Quando o Foſſo aquatico he bem largo lhe fazem outros no meyo hum marachaõ ao comprido feito de ſaibro que ſuba atè a flor da agua ſem aparecer; porque intentando o inimigo paſſar em bateis ſe acha encalhado à mercè dos defenſores. Diz Ville q̃ aſſim o ha viſto,& o repreſenta na fig. com o num. 7.

Marachaõ de ſaibro no Foſſo aquatico.

Em

Em muitos lugares de Hollanda(diz o mesmo Autor) se practíca outra fòrma de Estacada;a qual he de paos; cujos extremos superiores ficaõ espaço de quatro dedos porbaixo da superficie da agua;sobre os quaes se prega hũa trave; cuja largura he capaz de 4. ou 5.pontas de ferro,& nesta conformidade se dispoem por todo o comprimento;de modo que venhaõ as pontas a ficar à flor da agua.

Fazemse principalmente naquella parte por onde mais se teme ser comettida a Praça. O n.11. representa a ditta Estacada.

Fig.89.

Porèm estas Estacadas saõ de custo,& impedem as sahidas;como tambem a entrada dos soccorros em bateis; por onde melhor serà metter em muitas partes grossos paos ferrados com pontas agudas,lançando cadeas de huns a outros; porque estas impedem a passajem dos bateis, & quando he necessario se tira hũa dellas para se passar pello espaço entre dous destes paos quando se fizer sortida, ou metter soccorro, & fazendose por este modo tambem menos despeza. Mostrase esta sorte de Estacada com o num. 10.

Fig.90.

Na fòrma das da fig. 91. estaõ feitas as que dissemos no Cap. 42.§.2.que havia no Forte de S. Carlos junto de Vercelli (com ser o Fosso secco) bem perto do pè das Cortinas, & Baluartes como se vè no num.3. da fig. para se impedirẽ por este meyo as entreprezas, pois senão poderà trattar do assalto sem primeiro se romper esta Estacada.Na Cidade de Crema, & em Orsi-novo no estado de Veneza não sò ha a Palissada sobreditta ao pé das Cortinas,& Baluartes;mas tambem o Pentem que em Francez se chama(Fraise)semelhante áo de que havemos trattado no Cap.31.o qual Pentem se accommoda no meyo da altura das muralhas, como se vé representado no num.2.

Fig.91.

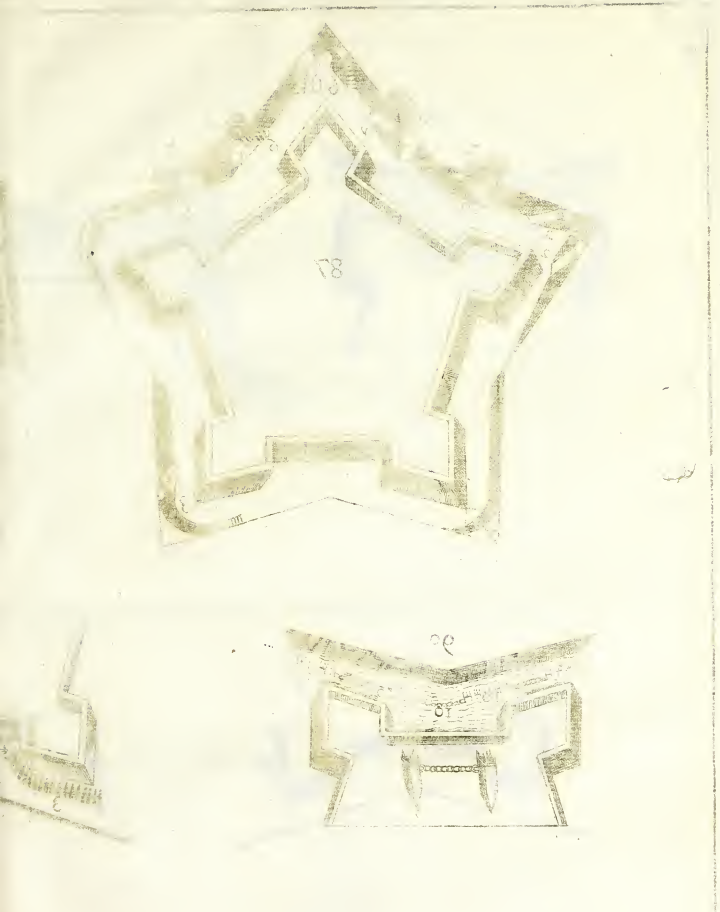
Fig.92.

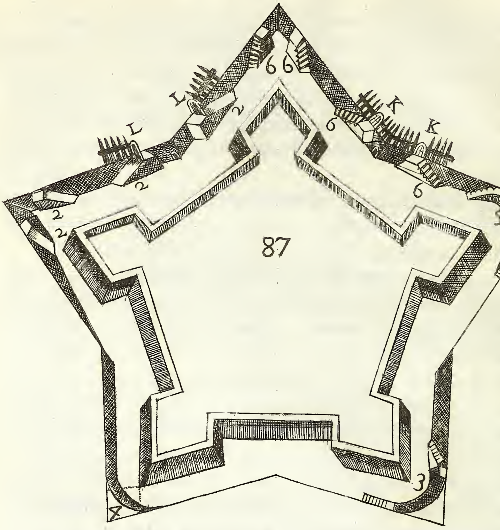
Pentens para difficultar as entrepresas, & fugida dos soldados da Praça.

Porém estes Pentens não servem mais que para difficultar hũa entrepreza; porque o inimigo não tratta de ordinario cometter declaradamente o Baluarte, ou Cortina sem primeiro os ter arruinados por bateria,ou mina, não servindo entaõ o Pentem por estar já desfeito.

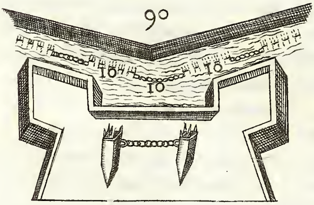
Servem tambem os Pentens para impedir a fugida dos soldados principalmente sendo a Praça sò de Terrapleno sem camisa de pedra,& cal; porque assim he a Escarpa muito mayor, dando algum commodo para se colarem por ella abaixo, ao menos com qualquer ajuda, ou artificio quando não ha Pentem, & o Fosso he secco,como nas sobredittas Praças.

CAP.





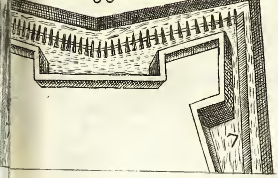
87



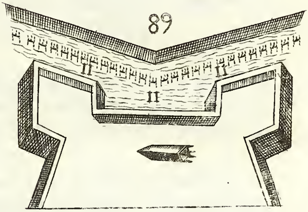
90

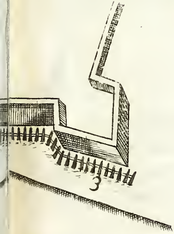
XXII

88

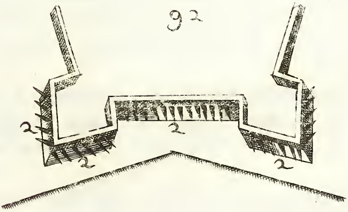


89





92



CAP. XXXXV.

Da segunda, & excellente proporçaõ applicada ao mesmo Methodo de desenhar do Polygono exterior para dentro descripto no Cap. 14.

POsto que tinha tres differentes proporçoens que applicar ao mesmo Methodo de desenhar do Polygono exterior para dentro puz atègora sòmente a primeira, & nella fundei os desenhos das Praças regulares, & irregulares.

Mas porque as outras duas segunda, & terceira me parecem tãbem excellentes as descreverei neste, & no seguinte Cap. 47. advertindo que a primeira já declarada no Cap. 14. se chega mais á doutrina de Goldman na proporçaõ da Face para a Cortina, mas hum pouco mayor, a saber aquella hum pouco mais que ametade desta nas primeiras fig. até o octogono inclusivè, porèm do Enneagono para cima a Face quasi os $\frac{4}{7}$ da Cortina até a fig. de 30. lados inclusivè, & dalli para cima pouco mais.

Esta que agora escrevo se chega mais á que os Engenheiros Jacobo Witsio, Pedro Persevallo, & Joaõ Bossio assentaraõ [r] que devia ter a Face para a Cortina, a saber aquella em Fortificaçaõ Real de 24. vergas, esta de 42. que vem a ser a Face $\frac{4}{7}$ da Cortina; em cuja proporçaõ proximamente fica aquella para esta do Enneagono inclusivé para cima atè a fig. de 30. lados, & nas figuras de menos, hum pouco mayor, como tambem nas de 31. lados inclusivè para cima.

[r] Dogen lib. 1. cap. 12. pag. 109.

A proporçaõ do Cap. 47. se chega mais à doutrina de Fritach do Quadrado atè o Octogono a saber que a Face fique á roda dos $\frac{2}{3}$ da Cortina; mas do Enneagono para cima he como nas outras do Cap. 14. & deste.

De todas estas proporçoens a saber a ditta no Cap. 14 neste & no 47. por meu voto escolhera antes a deste Cap. sendo que todas tres saõ excellentes, por quanto esta segue hũa mediania entre a doutrina de Fritach, Dogen, Cellario, & a de Goldman, & me parece fica em excellente proporçaõ assim na grandeza dos corpos, como na distancia das linhas defendentes, & em todas as mais circunstancias: mas devese advertir que conforme esta fabri-

ca senão tome lado de Polygono exterior menor que de 250.pès para se fortificar com Baluartes inteiros (posto que se póde tomar de 213 $\frac{1}{3}$ ou 214. de que resultarà a Cortina da mesma grandeza quasi como quando tomarmos 200. de Polygono exterior, & seguirmos o Methodo do Cap. 14.) & o mayor dos mesmos 1000. & em caso de necessidade de 1100. q̃ declarámos no Cap. 13. porque de se tomar de 1100. resultarà a mayor fixante da proporçaõ deste Cap. que he na fig.de 31. lados, & seguintes de 897|750. pès,& nòs a admittimos de 900. de que largamente havemos dado as razoens na Hercotectonica com algũas noticias nesta materia, sem embargo de os Hollandezes a não admittirem taõ grande: sempre porèm serâ melhor(podendo ser)não tomar taõ grande lado de Polygono exterior como 1100. pès para que a fixante resulte menor, porque se nós a havemos admittido de 900. pès, eraõ Rinthlandicos;& como agora fallamos de Portuguezes, os 900. destes fazem 958 $\frac{1}{2}$ daquelles; por quanto 100. dos Portuguezes fazem 106 $\frac{1}{2}$ dos de Rinthlanda. Mas com tudo porque estas cousas não saõ pontos indivisiveis se pòde admittir a fixante dos dittos 900.pès Portuguezes por não cortar a Praça, fazer mais corpos,ou por evitar outro inconveniente,&por tanto no ditto caso de necessidade urgente se póde admittir o lado do Polygono exterior de 1100. pès, de que resultarà a nossa fixante de 879|767. ou menor se a fig.for de menos lados que Enneagono,ainda que cada hum delles seja de 1100.

Linha fixante admittida de 900.pès Portuguezes.

No que toca aos angulos das figuras irregulares o mais pequeno que admittimos para se poder fortificar com Baluarte inteiro pellos Methodos deste Cap.& do 47.adiante, he de 87.gr. porq̃ ainda assim resultarà o angulo flanqueado de 60.gr. 00.prim.20. seg. & a Demigolla ventajosa ao Flanco,a saber aquella de 84|35 pès quando este de 82|62.na supposiçaõ de lado exterior de864 & se para o Methodo do Cap. 14. havemos admittido o angulo da fig.menor ainda por hum gr. a saber de 86.gr.he pellas razoẽs apontadas no Cap.13.

O menor angulo da fig. q̃ admittimos para se fortificar cõ Baluarte inteiro pello Methodo deste c. & do c.47.

He pois a proporçaõ na seguinte fòrma.

No Quadrado.

Fig.93.

A Sobreface A L $\frac{17}{64}$ do lado do Polygono exterior A B.
O Flanco prolongado L I $\frac{3}{2}$ da Sobreface A L.

A Extenſaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I.

No Pentagono.

Sobreface A L $\frac{17}{64}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{2}{3}$ da Sobreface A L.
Extenſaõ do Flanco L O $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado L I.

No Hexagono.

Sobreface A L $\frac{17}{64}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{4}{5}$ da Sobreface A L.
Extenſaõ do Flanco L O $\frac{9}{20}$ do Flanco prolongado L I.

No Heptagono.

Sobreface A L $\frac{17}{64}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{9}{10}$ da Sobreface A L.
Extenſaõ do Flanco L O $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado L I.

No Octogono.

Sobreface A L $\frac{17}{64}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I igual á Sobreface A L.
Extenſaõ do Flanco L O $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado L I.

No Enneagono, & mais Figuras até a de 30. lados incluſivé.

Sobreface A L $\frac{16}{64}$ ou $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{10}{9}$ da Sobreface A L.
Extenſaõ do Flanco L O $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado L I.

Na Fig. de 31. lados até a linha recta incluſivé.

Sobreface A L $\frac{16}{64}$ ou $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{5}{4}$ da Sobreface A L.
Extenſaõ do Flanco L O $\frac{5}{9}$ do Flanco prolongado L I.

NOTA I.

QUEM quizer póde guardar a proporçaõ do Octogono no Enneagono, Decagono, & Undecagono; & entaõ na fig. de 12. lados, & ſeguintes atè a de 30. incluſivè uſar da pro-

proporçaõ que acima se declara para o Enneagono; porque virâ entaõ a resultar o angulo flâqueado no Enneagono de 86.gr.52. min. 20. seg. & na fig. de 10. lados passará já de recto, a saber de 90.gr.52.min.20.seg. & na de 31. lados atè a linha recta inclusivé seguir a que acima se diz.

As medidas que resultaõ destas proporçoens supponde o lado do Polygono exterior de 864. pés se vejaõ na taboada num. 9. q̃ trago no §. 13. da segund. part. Qualificativa. Mas sendo mayor ou menor o ditto lado exterior se pòde achar a quantidade das linhas pella proporçaõ correspondente a cada hũa das figuras; ou pella regra aurea, valẽdose dos numeros da taboa. Do mesmo modo se póde buscar por qualquer linha das da taboa, outra semelhante; como por exemplo se tivermos em hum Pentagono hũa Face de 200. pés, & quizermos saber que Cortina lhe respõderà, buscaremos a Face debaxo do titulo do Pentagono notado com o num. Romano V. a qual se acha de 241|027. para o primeiro termo da regra aurea: para o segundo a Cortina de 405|000: para o terceiro a Face que temos de 200. pès, & obrando pello modo ordinario, sahirá a Cortina buscada de 336|062.

Regra aurea para achar a quantidade das linhas em diversas figuras mediante as proporçoens das Taboas.

NOTA II.

DEvese tambem notar que sobre me parecer melhor a proporçaõ sobreditta das tres que proponho no Cap. 14. neste, & no Cap. 47. he excellente para se usar della geralmente em todos os lados da fig. regular de qualquer grandeza que sejaõ de 250. pès (ou jà de 214.) pello menor termo atè 1000. ou em caso de necessidade até 1100. mas no q̃ toca a proporçaõ do Cap. 14. posto que tambem della se deve, & pòde usar gèralmente como havemos proposto; todavia serà com melhor qualidade quando os lados da ditta fig. regular forem de 750. pès, & daqui para cima atè 1000. ou 1100. porèm sendo os lados de 250. (ou jà de 228.) até 500. exclusivè se usará com a ditta melhor qualidade da proporçaõ do Cap. 47. seguinte; posto que tambem póde excellentemente servir para todos os mais lados de 500. pès para cima atè os dittos 1100. & nestes casos usára eu da deste Cap. nos lados de 500. atè 750. exclusivè.

Proporção do cap. 14. quando com melhor qualidade.

Proporção do cap. 47. quando cõ melhor qualidade, & quãdo a deste.

De modo que quando o lado for de 750. atè 1000. ou 1100. se use da proporçaõ do Cap. 14; quando for de 500. atè 750. exclusivè

clusivè da deste; finalmente quando de 250. (ou jà de 228.) até 500. exclusivé da do Cap. 47. seguinte; mas observando sempre as circunstancias declaradas no Cap. 15. de accõmodar o mayor angulo ao seu menor collateral, salvo se hum exceder ao outro com grãdissimo excesso na fórma que se apontou no Scholio terceiro do Cap. 15. porque entaõ se obrará como allí se diz. A razaõ do sobreditto se veja no §. 14. da segund. part. Qualificativa.

CAP. XXXXVI.

Da fabrica, & circunstancias com que se devem accõmodar os Revelins, & Meyas-luas nas Fortificaçoens descriptas pello Methodo do Cap. antecedente assim no regular como no irregular.

COM o Methodo do Cap. antecedente he necessario observar particulares circunstancias na descripçaõ dos Revelins, & das Meyas-luas; a saber acerca dos Revelins que se devem accõmodar á fig. quadrada se obre do seguinte modo.

Fig. 94.

Circunstancias particulares na descripção dos Revelins, & Meyas-luas applicados ao Methodo do cap. 45.

Despois de desenhar o Fosso obliquo na fórma ditta no Cap. 16. para o Quadrado se tire a Capital E F do Revelin igual aos $\frac{3}{4}$ da Sobreface A L, & dos pontos C, D tomados nos meyos dos Flancos se tirẽ as linhas C F, D F que determinaràõ as Faces G F, H F do Revelin.

Mas se a fig. for Pentagono, & dahi para cima, tomada a mesma Capital E F se tirem as Faces dos angulos das Espaldas O, M.

As Meyas-luas no Quadrado, & Pentagono se traçem na fòrma seguinte. Desenhado o mesmo Fosso se tome do ponto N no meyo da redondeza da Contrascarpa a Capital N P sempre igual aos $\frac{2}{3}$ da Sobreface A L [sem embargo que no Cap. 19. dissemos se tomasse dos $\frac{3}{4}$ para o Quadrado, & Pentagono porque isto era para o Methodo do Cap. 14.] & do ponto R tomado no meyo da Demigolla E H do Revelin ao ponto P se tire a linha R P; na qual se tome P T por Face da Meya-lua igual à Sobreface A L. Do ponto T se lance sobre a Face A O do Baluarte a perpendicular T X; na qual será a porçaõ T Z até a Contrascarpa o lado da Meya-lua que fica sem Parapeito.

Esta descripçaõ das Meyas-luas serve para o Quadrado,& Pẽtagono. Mas sendo a fig. Hexagono, & daqui para cima se deve em lugar da linha R P tomar outra mais interior tirada do ponto E angulo reintrante ao ponto P; na qual se deve tomar a Face P T da sobreditta grandeza,& tudo o mais na mesma fòrma.

Fig.95. Meyas luas cõ que circunstãcias nas figuras irregulares fortificadas pello Methodo do cap.45.

Se a fig. for irregular,& o seu angulo (em que se inclue o do Baluarte diante do qual se faz a Meya-lua) for de Quadrado, ou Pentagono, ou atè 114.gr.inclusivè se tome para a Capital N P da ditta Meya-lua $\frac{1}{3}$ da somma das duas Sobrefaces D B, C B do Baluarte;diante do qual aquella fica,& tirando do meyo das Demigollas dos Revelins collateraes mais apartadas do põto P, a saber dos pontos G, F as linhas G P; F P, seraõ estas as em que devem ficar as Faces das Meya-lua . Para se determinarem estas se tome em cada Face do Baluarte B H, B I a sua quinta parte B M de hũa, B O da outra: dos pontos M O se levantem perpendiculares;que cortaráõ as linhas G P, F P nos pontos V, X determinando as Faces V P,X P & os lados da Meya-lua R V, S X terminados pella Contrascarpa. Devese advertir que a Capital N P se deve tirar de modo q̃ se se produzira para dentro cortaria o angulo flanqueado H B I pello meyo, posto que divida a redondeza do angulo da Contrascarpa em partes desiguaes no ponto N na mesma fòrma que se advertio no Cap.20.

Mas se o angulo da fig. que inclue o Baluarte for de 114.graos inclusivè para cima,& de Hexagono,Heptagono, & mais figuras se obre do mesmo modo excepto que em lugar das linhas G P, F P se devem tirar outras dos angulos reintrantes T,Z,& nellas tomaremse as Faces da Meya-lua na fòrma sobreditta.A redondeza do angulo da Contrascarpa nestas Praças irregulares se desenha na fòrma que dissemos no Cap.17. & o Fosso das Meyas-luas como no Cap.19.

CAP. XXXXVII.

Da terceira proporçaõ applicada ao mesmo Methodo de desenhar escritto no Cap. 14.

PARA este Methodo senão tome menor lado de Polygono exterior que de 250. pès como no Methodo do Cap. 45. posto

posto que se podia tomar de 227$\frac{1}{5}$ ou 228. porque ainda assim resultaria a Cortina quasi da mesma grandeza, do que quando se tomão 200. pès por lado do Polygono exterior para o Methodo do Cap. 14. & o mayor seja de 1000. & não passe de 1100. ainda em caso de necessidade, como nos Methodos dos Capitulos 14. & 45. Nem se deve admittir angulo de fig. irregular de menos de 87. gr. para que o flanqueado resulte de 60. pois resulta de 60. gr. 00. prim. 20. seg. como pello Methodo do Cap. 45. & a Demigolla ventajosa ao Flanco. O menor angulo, que admittimos para se fortificar cõ Baluarte pello Methodo deste cap. & do cap. 45.

No Cap. 45. hei apontado por mayor algũas circunstancias desta proporçaõ, & assim escuso referilas aqui. He pois na seguinte fórma.

No Quadrado.

A Sobreface A L $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior A B. Fig. 96. A

O Flanco prolongado L I $\frac{3}{5}$ da Sobreface A L.

A Extensaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I.

No Pentagono.

Sobreface A L $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior A B.

Flanco prolongado L I $\frac{2}{3}$ da Sobreface A L.

Extensaõ do Flanco L O $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado L I.

No Hexagono.

Sobreface A L $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior A B.

Flanco prolongado L I $\frac{4}{5}$ da Sobreface A L.

Extensaõ do Flanco L O $\frac{9}{20}$ do Flanco prolongado L I.

No Heptagono.

Sobreface A L $\frac{27}{100}$ do lado do Polygono exterior A B.

Flanco prolongado L I $\frac{9}{10}$ da Sobreface A L.

Extensaõ do Flanco L O $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado L I.

No Octogono.

Sobreface A L $\frac{27}{100}$ do lado do Polygono exterior A B.

Flanco prolongado L I igual á Sobreface A L.

Extensaõ do Flanco L O ametade do Flanco prolongado L I.

No

No Enneagono, & mais Figuras até a de 30. lados inclusivé.

Sobreface A L $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{10}{9}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado L I.

Na Fig. de 31. lados até a linha recta inclusivé.

Sobreface A L $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior A B.
Flanco prolongado L I $\frac{5}{4}$ da Sobreface A L.
Extensaõ do Flanco L O $\frac{5}{9}$ do Flanco prolongado L I.

NOTA I.

POSTO que dizemos que a proporçaõ do Enneagono servirá para todas as mais figuras até a de 30. lados inclusivè; todavia quem quizer pòde guardar a proporçaõ do Octogono, no Enneagono, Decagono, & Undecagono; mas na fig. de 12. lados, & todas as mais seguintes até a de 30. lados inclusivè usar da proporçaõ do Enneagono; & na de 31. lados até a linha recta inclusivè seguir a mesma que acima se diz.

NOTA II.

OS Revelins, & Meyas-luas para esta terceira proporçaõ se descrevão na mesma fòrma que dissemos no Cap. 46. para a proporçaõ do Methodo do Cap. 45.

SCHOLIO.

POR quanto com este trattado iraõ juntos dous Appendices; o primeiro em que se resume, & examina a Fortificaçaõ do Conde de Pagan; o segundo em que se tratta da mesma, accõmodada à nossa descripçaõ Ichnographica conforme a terceira proporçaõ declarada neste Cap. convem advertir que na fig. quadrada em particular he necessario tomar a proporçaõ seguinte a respeito de termos mayor Demigolla, para nella poderem caber as tres Praças que accõmoda no Flanco, & ainda para melhor, lançar este, perpendicular á Razante B E D produzida, para que assim fique a Demigolla mais capaz. Nas outras figuras Pentagono, Hexagono,

xagono,&c. se usarà das proporçoens declaradas neste Cap. mas supponda sempre o lado do Polygono exterior de 960. pés o menos, como o mesmo Conde de Pagan para ficar o Flanco, & Demigolla capaz das tres Praças, sobre que daremos mais particular noticia no ditto segundo Appendiz.

Será pois a proporção do Quadrado para este intento das tres Praças no Flanco a que aqui se declara.

Desenho particular na fig. quadrada para tres Praças no Flanco como o Cõde de Pagan.

A Sobreface A L $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior A B.
O Flanco prolongado L I $\frac{56}{100}$ da Sobreface A L.
A Extensaõ do Flanco L O $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado L I.

Desta proporçaõ resultaõ as seguintes medidas supponda o lado do Polygono exterior de 864. pès, quãto havemos supposto para nossos calculos, & por ellas se poderà investigar por regra de tres qualquer das linhas semelhantes que se pertender na supposiçaõ do lado do Polygono exterior de 960. atè 1200. pès que Pagan toma para as suas Fortificaçoens Reaes em que accõmoda as dittas tres Praças no Flanco. Fig. 96. B

Saõ pois as linhas, & angulos que resultaõ na fig. quadrada, & supposiçaõ do lado do Polygono exterior de 864. pès as abaixo declaradas.

A Sobreface A L	241	92000.
O Flanco prolongado L I	135	47520.
A Extensaõ do Flanco L O	54	19008.
O Flanco O I	81	28512.
A Face A O	247	91500.
A Cortina I F	380	16000.
O complemento da Cortina I G	362	88000.
O Flanco secundario G F	17	28000.
A extensaõ da Face O G	371	87250.
A linha razante G A	619	78750.
A linha fixante F A	636	66086.
O lado do Polyg. interior K Y	593	04960.
A Demigolla I K	106	44480.
O semidiametro mayor X A	610	94026.
O semidiametro menor X K	419	34940.
A linha Capital K A	191	59086.
O Gossier, ou Golla legit. T I	150	53567.

Cc O an-

O angulo diminuto L A O 12. graos. 37. min.40. segund.
O angulo flanqueado N A O 64.graos 44 min.40.segund.
Os mais angulos se achaõ facilmente pello diametro.

C A P. XXXVIII.

Propoemse, & mostrase como se póde fortificar qualquer fig. irregular, não só por qualquer dos Methodos declarados nos Capitulos 14.45. & 47. mas valendonos de todos tres, ou de dous applicando cada hũ a seu lado differente da fig. ficando assim com melhor qualidade, & a este modo chamamos Methodo composto.

PARA a execuçaõ desta proposta se advirta que sempre será melhor accõmodar aos mayores, ou mayor lado da fig. o Methodo do Cap.14. em que se toma por Sobreface a quarta parte do lado do Polygono exterior. Para os lados, ou lado da media grandeza accõmodarse o Methodo do Cap. 45. em que se toma por Sobreface $\frac{17}{64}$ do lado do Polygono exterior. Para os lados, ou lado da menor grandeza o Methodo do Cap.47. em que se toma por Sobreface $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior.

EXEMPLO.

Fig.97.

SEJA hum Hexagono irregular; no qual o lado A B seja de 900.pès B C de 730.C D de 560.D E de 440.E F de 790. F A de 550. Os angulos A de 112.gr. B de 105. C de 122. D de 137. E de 125. F de 119. no qual Hexagono por ser o lado A B de 900. pés (que he jà de mais de 750.) se fortifique pello Methodo do Cap. 14. pella razaõ apontada na nota segunda no fim do Cap.45. observando o que dissemos no Cap. 15. que o angulo mayor A se deve accõmodar ao seu menor collateral B; & porque este se chega mais ao angulo de Pentagono se fortificará o lado A B como de tal fig. pella proporçaõ da *r* taboada n. 8. pertencente á doutrina do Cap.14.

Methodo de desenhar composto dos tres declarados nos Capitulos 14. 45.& 47.

r Taboada n.8

O lado B C por ser de 730. pès (que he mais de 500.& menos de 750.) se fortificarà pello Methodo do Cap. 45. & taboada *a* n.9.

a Taboada n.9

n. 9. pella razaõ assinada na ditta nota; observando assim mesmo que o angulo mayor C se hà de accõmodar ao menor collateral B, & por tanto fortificarse o ditto lado B C tambem como de Pentagono.

O lado C D por ser de 560. pés (que he mais de 500. & menos de 750.) se fortificarà tambem pello Methodo do Cap. 45. & taboada n. 9. accommodando o angulo mayor D ao menor C; o qual por ser de 122. gr. mais proximo ao Hexagono que de outra fig. se fortificarà o ditto lado C D como de Hexagono pella proporçaõ da ditta taboada n. 9.

O lado D E por ser de 440. (que he mais de 230. & menos de 500.) se deve fortificar pello Methodo do Cap. 47. & taboada ° n. 10. accõmodando o angulo mayor D ao menor E; o qual por ser de 125. gr. se chega mais ao de Heptagono, & por tanto fortificarsehá o ditto lado D E como desta fig. pella proporçaõ que lhe responde. Semelhantemente se proceda com os mais lados, & angulos. Vejase sobre este ponto o §. 14. da segund. part. Qualif. *° Taboada n. 10.*

SCHOLIO.

POsto que dizemos no titulo deste Cap. que fortificandose hũa Praça irregular conforme a doutrina nelle declarada ficarà com melhor qualidade pellas razoens que se podem ver no §. 14. da segund. part. todavia naõ haverà defeito em se seguir hum sò dos Methodos qual se quizer escolher, usando delle na fórma declarada no Cap. 15. porque por qualquer delles ficarà excellentemente fortificada. Porèm sempre terei por melhor usar na Fortificaçaõ irregular de todas as tres proporçoens na fórma declarada no Cap. acima.

CAP. XXXXIX.

Do modo de desenhar os Fortes de meyos Baluartès do lado do Polygono exterior para dentro segundo nosso Methodo.

HE esta proporçaõ apuradissima, & o Methodo facillimo para se desenharem não sò no papel, mas na campanha (ainda que o sitio seja bem desigual) os Fortes de meyos Baluartes regulares, ou irregulares.

Advirto porém que para Forte que houver de ter persistencia ainda que sò de meyos Baluartes naõ admitto lado de Polygono exterior de menos de 200.pès. Se todavia houver de ser sòmente temporario;como applicado ás Trincheiras de hum sitio, ou em algum passo,onde possa facilmēte ser soccorrido dos quarteis;ou para melhor guardar o Parque da artilheria, & polvora , ou para outro semelhante effeito sòmente por algum tempo , se póde admittir com Fritach o lado do Polygono exterior de 100. pès; se bem eu o naõ admittira de menos de 150. Nem Goldman que na minha opiniaõ ajustou bē as medidas o quer menor de $172\frac{1}{2}$pès; pois tantos resultaõ (feita a conta) da sua construcçaõ pello Polygono interior;cujo lado não quer que baixe de 120.pès segundo consta do ditto no Cap. 13.

Estes Fortes de meyos Baluartes naõ se costumaõ de mais que de quatro lados: nòs os fazemos tambem de cinco , & seis lados; porque pòde haver sitios que assim o peçaõ regular,ou irregularmente.

Fig. 98. A & 98. B

Desenho dos Fortes de meyos Baluartes do lado do Polygono exterior para dentro.

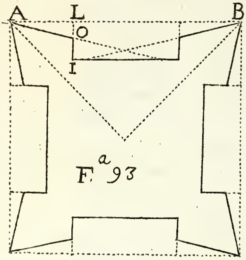
He pois a nossa construçaõ na seguinte fòrma. Tomese a Sobreface A C igual aos $\frac{28}{100}$ ou $\frac{29}{100}$ ou $\frac{30}{100}$ do lado exterior A B. Do ponto C se levante C D perpendicular sobre A B,que seja igual aos $\frac{3}{4}$ da Sobreface A C. Do ponto D atè B se lance a linha D B que servirá de Cortina menos a pequena parte D E. Da perpendicular C D se tome C O sua quarta parte, como se fora extensaõ do Flanco. Lancese a Face A O,& do ponto O se deite o Fláco O E perpendicular sobre D B; que limitarâ a Cortina E B.

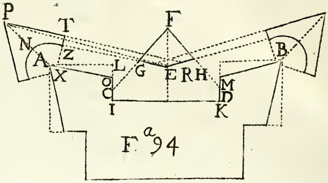
Por esta construcçaõ ficaõ os Fortes de meyos Baluartes ainda melhores que pellos modos que trazē os Autores,sobre a summa facilidade de se desenharem no terreno , & descreverem no papel;porque resultaõ mayores os Flancos, como verá quem fizer a combinaçaõ deste Methodo com os dos Autores. Os angulos flanqueados ficaõ de mais de 60. gr. Versehà seu valor nas taboas que trago no §. 15.da seg. part.

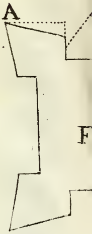
Fig. 98. B

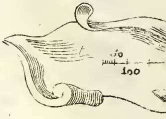
Se a fig. for hum Parallelogrammo rectangulo mais comprido que largo se devem fortificar os lados menores em sua proporçaõ na fòrma dos mayores,& Methodo sobreditto;como tambem deve ser nas figuras ainda mais irregulares de lados, & angulos desiguaes segundo adiante se dirà.

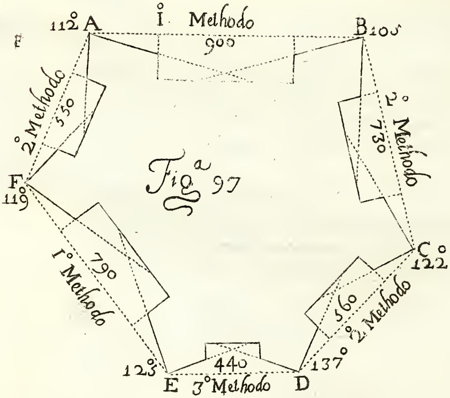
Os Fortes pentagonicos;& hexagonicos regulares, ou irregulares

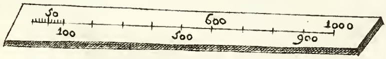

A L B
O
I
F.a 93

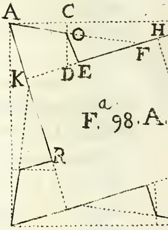

P T F
N Z B
A X L G E R H M
O C D
I K
F.a 94

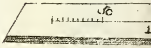

A
F



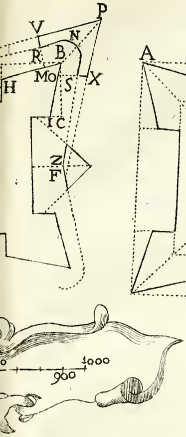

112° A
I° Methodo
900
B 105
2° Methodo
550
2° Methodo
730
Fig.a 97
F
119
1° Methodo
790
C 122°
560
2° Methodo
123°
440
137°
E 3° Methodo D

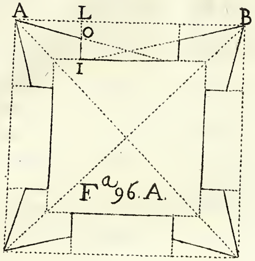

50
100
600
500
1000
900


A C
O H
F
K DE
F.a 98.A.
R

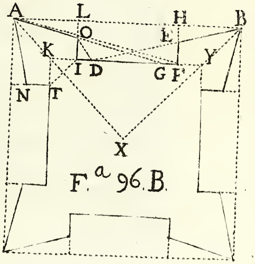


M. Mendes f.

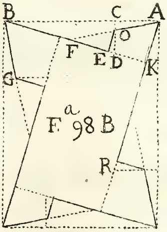




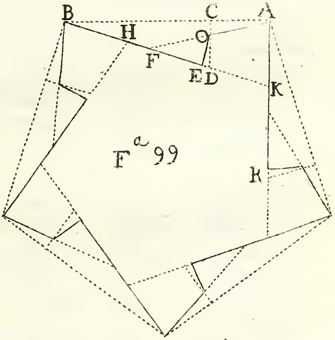
Fª 96. A.



F.ª 96. B.



Fª 98 B



Fª 99

lares de meyos Baluartes, que havemos ditto que tambem admittimos, se fortifiquem pella mesma regra dada para os Quadrilateros, porque sahiráõ muito ajustados, & bem proporcionados em linhas, & angulos, advertindo porèm que nenhum angulo assim do Quadrilatero, como do Pentagono, & Hexagono irregulares seja de menos de 87.gr. se usarmos da proporçaõ dos $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior para Sobreface, a respeito de que resulte o angulo flanqueado de 60. gr. ou alguns minutos mais, pois entaõ resultará de 60.gr.7.min. 10. seg. & se da de $\frac{20}{100}$ naõ seja o angulo da fig. irregular de menos de 88.gr. para que o Flanqueado seja de 60.gr. largos porque neste caso sahirá de 60. gr. 21. min. mas se usarmos da outra de $\frac{30}{100}$ por Sobreface se naõ admitta o angulo mais pequeno da fig. irregular de menos de 89. graos pello mesmo respeito, porque sahirá o Flanqueado de 60. gr. 33. min. 40. seg.

As figuras numeros 99. & 100. mostraõ hum Pentagono, & hum Hexagono regulares: as outras numeros 101. & 102. tambem hum Pentagono, & hum Hexagono irregulares, & todos fortificados pello Methodo sobreditto. Fig. 99. & 100. Fig. 101. & 102.

Devese advertir que estes Fortes de meyos Baluartes por pequenos, & imperfeitos, & porque ordinariamente saõ temporarios sòmente para algũa occasiaõ se fazem de terra sem serem revestidos de muralha de pedra, & cal; pello que seus terraplenos naõ sahem de dentro do Fosso; antes entre este, & aquelles se deixa hũa lizira (por outro nome berma, ou margem) de 3. pés de largo como se verá dos seus Perfis; de que trattaremos no Cap. 5. §. 2. da Secçaõ segunda.

Por onde como tambem o Talud da Escarpa do Reparo deve sahir da linha Ichnographica para fòra conforme dissemos no Cap. 6. acerca das muralhas de pedra, & cal, se segue que entre o ditto Reparo, & o Fosso se deve deixar espaço para o ditto Talud, & lizira, o qual Talud (ou base da Escarpa) pòde succeder muitas vezes que seja mayor em hũa parte que em outra a respeito da diversa altura do Reparo segundo a qualidade do sitio.

O Fosso se desenhe na seguinte fórma. Do angulo flanqueado A se levante sobre a Face A O a perpendicular A H igual ao Flãco O E, & do ponto B sobre a Cortina E B a perpendicular B R igual ao mesmo Flanco O E. Do ponto B por H se tire a linha B Fig. 103.

H P; do ponto O por R a outra O R G; as quaes se cruzaõ no ponto K; & as duas porçoens P K, G K formaõ a Contrascarpa. Semelhantemente se obre com os mais lados.

A redondeza R V X se formarà tomando na linha da Contrascarpa G I a porçaõ G n igual com G R (que tambem quasi se igualarà com G X) & do ponto n levantando sobre G I hũa perpendicular atè cortar a outra R B produzida, se necessario for, do ponto do concurso (que quasi coincidirà com o ponto B) se descreva por n R a redondeza n V R.

Quem quizer fazer o Fosso mais largo que conforme o comprimento do Flanco lho permittirei; se bem me parece bastante naquella fórma.

SCHOLIO.

Fortes triangulares de meyos Baluartes imperfeitissimos.

OS Fortes triangulares de meyos Baluartes saõ imperfeitissimos pella agudeza dos angulos flanqueados, & demasiada obtusidade dos flanqueantes exteriores; de que resulta a defensa muito obliqua, & imperfeita, & os meyos Baluartes muito estreitos, & por tanto fracos para se defenderem; como bem nota Antonio [r] de Ville; com tudo porque se podem practicar, & tem practicado em circunvallaçoens de sitios; & porque os Autores os descrevem, direi neste Scholio sua fabrica do lado do Polygono exterior para dentro por meu Methodo, & por continuar o estilo que sigo nesta primeira Secçaõ em descrever as Fortificaçoẽs dos lados do ditto Polygono exterior para dentro; posto que não me lembra haver visto Autor que assim descreva Fortes de meyos Baluartes: do Polygono interior para fòra, muitos, como nós tambem faremos acerca do desenho das Praças, segundo nosso Methodo: nos Fortes de meyos Baluartes pellos de Autores que melhor me parecem.

[r] Lib. 1. part. 4. cap. 55. pag. 180

Fig. 104. Fortes triangulares de meyos Baluartes do lado do Polygono exterior para dẽtro por nosso Methodo.

He pois a descripçaõ dos Fortes triangulares de meyos Baluartes conforme nosso Methodo do Polygono exterior para dentro na mesma fòrma que temos ditto neste Cap. para os quadrangulares, pentagonicos, & hexagonicos; mas com differente proporçaõ que he a seguinte.

Sobreface A C $\frac{3}{10}$ do lado do Polygono exterior A B.

Flanco prolongado imaginario C D $\frac{1}{2}$ da Sobreface A C.

Extensaõ do Flanco imaginario C O $\frac{1}{16}$ do Flanco prolongado imaginario C D.

Do

Do ponto D ſe lance a linha D B & do ponto O o Flanco O E perpendicular ſobre D B que determinarà a Cortina E B.

Deſta fabrica reſulta o angulo C A O de 4. gr. 45. min. 50. ſeg. o angulo C B D de 12. gr. 5. min. 40. ſeg. o Flanqueado O A R de 43. gr. 8. min. 30. ſeg. E poſto que por eſta fabrica reſulte menor que pella que trazem Fritach, & Dogen do Polygono interior para fóra (de que trattaremos na Secçaõ ſegund.) por 3. gr. 8. min. 43. ſeg. pois feito o calculo ſe acharà o ſeu Flanqueado de 46. gr. 17. min. 13. ſeg. todavia reſultaõ deſta minha fabrica mayores Flancos que pella de Fritach, & Dogen, & o angulo flãqueado mayor que pella de Antonio de Ville; pella qual lhe ſahe de 33. gr. 26. min. como elle meſmo diz [r] [porque o naõ calculei] cuja fabrica he mais imperfeita que a de Fritach, & Dogen porque ſem embargo de dar mayores Flancos, ſaõ as Demigollas muito eſtreitas, & a agudeza dos angulos flanqueados he inſofrivel; ſendo que nenhum deſtes Fortes triangulares deixa de ſer aſſaz imperfeito.

[r] Lib. 1. part. 4. c. 55. pag. 180.

Fortes triangulares muito imperfeitos.

SECCAÕ II.

EM QVE SE TRATTA DO desenho das Fortificaçoens dos lados dos Polygonos interiores para fóra, assim no regular, como no irregular.

CAP. I.

Do nosso Methodo de desenhar dos lados dos Polygonos interiores para fóra.

Methodo de desenhar do lado do Polygono exterior para dentro, proprio, & genuino.

POSTO que o Methodo de desenhar do Polygono exterior para dentro he o proprio, & genuino a respeito de se elegerẽ os lugares em q̃ se determina hajaõ de ficar as pontas dos Baluartes conforme a disposiçaõ do sitio, & assim obrarse cõ mais acerto no ajustamento da Fortificaçaõ; vendose tambem mais facilmente que terreno fica reservado para o Fosso, Estrada encuberta, & obras exteriores, a respeito q̃ talvez pella difficuldade de se formar a Estrada encuberta por ser o sitio muito pendurado, convẽ retirar mais para dentro a ponta do Baluarte; & talvez poderse escusar por aquella parte a ditta Estrada encuberta, formando sómente na Contrascarpa do Fosso hũa larga Banqueta, que faça o mesmo effeito, podendose pelejar della emparados com a borda do mesmo Fosso, como se fora de hũa Estrada encuberta, a respeito de ser o sitio por allí taõ aspero, & ingreme, q̃ seja inaccessivel por avãçada, & por outras muitas causas que a irregularidade traz consigo, reconhecendose todas as difficuldades muito melhor despois de haver conhecido onde haõ de ficar as pontas dos Baluartes, do que quando se desenha do Polygono interior para fòra; que pede muito mayor contemplaçaõ, & com muita mais difficuldade para se vir neste conhecimento.

Todavia porque succede muitas vezes valermonos de muralhas velhas para Cortinas por se temer o inimigo brevemente, ou por evitar a despeza, ou naõ haver cabedal; no qual caso convirá de-

desenhar do Polygono interior para fòra por nos ajustarmos cõ aquellas, proponho neste Cap. o Methodo, & proporçoens, que melhor me parecem de muitas que achei; advertindo que dar hũa regra gèral de dividir o lado do Polygono interior em certo numero de partes; tomar hũa para Demigolla, outra para Flanco, & outra da Cortina para Flanco secundario; ou certa parte para Face, ou para capital, como trazem alguns Autores, he erro em quanto à generalidade de hũa mesma proporçaõ para todas as figuras, & linha recta; pois assim como elles costumaõ trazer diversas para o Quadrado, Pentagono, & Hexagono; assim se deve seguir nas mais figuras, & naõ cuidarse que com a proporçaõ do Quadrado, Pentagono, ou Hexagono se hà de fortificar figura de mayor numero de lados com excesso; pois vaõ resultando dalli inconvenientes, que tanto mais avultaõ, quanto mayor he o numero dos lados da fig. como mostraremos no §. 22. da seg. part. Qualificativa.

Advirto finalmente que para se fortificar a fig. quadrada naõ se tome menor lado de Polygono interior que de 150. pés para que a Cortina seja ao menos de 100. pès conforme a proporçaõ que aqui assinaremos ão Quadrado. *Menores lados que se permittem para o desenho do Polygono interior para fòra no Quadrado, & Pentagono.*

No Pentagono se naõ tome o lado interior de menos de 160. pès pella mesma razaõ.

Nas mais figuras naõ fallo porque nunqua se pòde dar caso em que convenha fortificar hũa fig. regular de mais de cinco lados que sejaõ de taõ limitada quantidade.

Nas irregulares poderá ser necessario, & entaõ não se tome lado taõ pequeno que delle haja de resultar Cortina de menos de 100. pès; & isto se entende ainda em caso de necessidade taõ urgente que se não possa tomar mayor lado sem inconvenientes grandes, & ainda assim convirá mais (se puder ser) dar algũa volta ao desenho ainda q̃ se acrescẽte por hũa parte, & corte por outra.

O mayor lado de Polygono interior que admitto para a fabrica, & proporçaõ do meu primeiro Methodo de desenhar do Polygono interior para fòra proposto neste Cap. não deve ser sempre de hũa mesma grãdeza em todas as figuras; posto que a taboada n. 13. fabricada conforme as proporçoens deste Cap. seja na supposiçaõ do lado do Polygono interior sempre de 600. pès a qual vai accõmodada na parte Qualificat. para que nella se veja a *Mayor lado do Polygono interior de diversa grãdeza.*

proporçaõ em que ficaõ os angulos entre si, & linhas entre si em qualquer fig. regular; porque se tomarmos o ditto lado do Polygono interior sempre de hũa grandeza em todas as figuras, resultará a Cortina em hũas, mayor; em outras, menor, como se verá da ditta taboada; posto que sempre em boa proporçaõ com os Flancos, & Faces.

☞ Por tanto querendo nós que resulte sempre a mesma Cortina, he força que tomemos diverso lado de Polygono interior ao menos em algũas figuras, & porque o nosso intento he determinalo tal que delle resulte a Cortina de 500. pès, ou á roda delles, q̃ he a mayor, q̃ cõ bons fundamentos queremos para a Fortificaçaõ de grandes Praças Reaes, & Cidades grandes (se bem dispensamos ainda algũa mayoria como, & pellas causas que diremos na primeira Nota despois deste Cap.) determinaremos aqui o mayor lado que basta tomar em cada hũa das figuras para este intento.

Cortina de 500 pès, ou à roda delles para Fortificação Real.

Tomese pois para a Fortificaçaõ do Quadrado que queremos fortificar pellas regras deste Cap. o mayor lado do Polygono interior de 750. pés.

Para o Pentagono de 790.

Para o Hexagono, & mais figuras até a de 19. lados inclusivè de (833.

Para a fig. dè 20. atè 29. lados inclusivè de 857.

Para a fig. de 30. atè 59. lados inclusivè de 882.

Para a fig. de 60. lados até a linha recta inclusivè de 938.

Mas querendo saber que Polygono interior (o mesmo se entende do exterior) será necessario tomar em cada fig. para que a Cortina resulte de hum certo numero de pès que quizermos menor que o de 500. que attribuimos à da Fortificaçaõ Real bem grande, será necessario valermonos da regra aurea para o investigarmos pella taboada n. 13. na fòrma que adiante diremos.

Valhome para o desenho de tres linhas Demigolla, Flanco primario, & Flanco secundario, ou em lugar deste, do complemento da Cortina, que he cousa ordinaria; ainda que outros se valem da Capital em lugar do Flanco secundario, ou do complemento da Cortina, & as proporçoens que escolhi saõ as seguintes.

No Quadrado.

Fig. 105. A

Dividase o lado K O do Polygono interior em 6. partes iguaes: tomese hũa dellas para a Demigolla K A, ou O B.

Dos

Dos pontos A, B ſe levantem as perpendiculares A C, B D cada hũa igual a $\frac{3}{20}$ do meſmo lado K O. Tomeſe por Flanco ſecundario a porçaõ B F igual à vigeſſima parte da Cortina A B. Do ponto F por C ſe tire a linha razante indefinita F C H de longura eſtimada; que ſe póde promover quando aquella naõ baſte. Obreſe ſemelhantemente da parte do lado K S, tirando a Razante do ponto T da Cortina por R; que ſe virâ a cortar com a primeira Razante F C H no ponto H, formando as duas Faces C H, R H, & angulo flanqueado R H C. Iſto ſe executa na campanha bem facilmente por meyo de piques arvorados nos pontos F C, T R, & borneando por elles para ſe riſcar direito.

Deſenho das Praças regulares do lado do Polygono interior para fóra por noſſo Methodo.

Semelhantemente ſe obre em qualquer outra fig. regular com a proporçaõ que lhe reſponde das ſeguintes, em que torno a referir ſummariamente a do Quadrado por ir eſte reſumo em ordẽ. Para os calculos ſuppuz o lado do Polygono interior de 600. pès

No Quadrado.

Será a Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{3}{20}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{20}$ da Cortina.

No Pentagono.

Demigolla $\frac{11}{60}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{5}$ da Cortina.

No Hexagono.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{4}$ da Cortina.

No Heptagono.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado-
Flanco ſecundario $\frac{1}{3}$ da Cortina.

No Octogono.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{5}{12}$ da Cortina.

No Enneagono.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{11}{24}$ da Cortina.

No Decagono até a fig. de 14. lados incluſivé.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 15. lados até 19. incluſivé.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{11}{60}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 20. lados até 24. incluſivè.

Demigolla $\frac{5}{24}$ do lado do Polygono interior.
O Flanco $\frac{11}{60}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 25. lados até 29. incluſivè.

Demigolla $\frac{5}{24}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 30. lados até 59. incluſivé.

Demigolla $\frac{13}{60}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 60. lados até a linha recta incluſivé.

Demigolla $\frac{14}{60}$ do lado do Polyg. interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

As medidas dos angulos,& linhas que reſultaõ das proporçoẽs ſobredittas nas figuras regulares ſe vejaõ na taboada n. 13. que trago no §. 16. da ſeg. part. Qualificat.

NOTA I.

NOTA I.

SUpposto que havemos apontado no principio deste Cap. q̃ lado de Polygono interior serà necessario tomarse em cada fig. para que assinados nelle, as Demigollas, Flancos, & Flancos secundarios competentes à fig. se possa riscar a Planta, ou linha fundamental no terreno, & fique a Cortina de 500. pès, ou à roda delles; que he a mayor que queremos para Fortificaçaõ Real bem grande; todavia aponto aqui o modo de se poder fazer a Fortificaçaõ com Cortinas mayores que de 500. pés quando seja precisamente necessario por poupar gastos que causa a multiplicaçaõ dos Baluartes na Fortificaçaõ de hũa Cidade grande; ou por outra urgente causa; mas com tal condiçaõ que se me naõ possa notar de excessiva a distancia daquelles entre si, nem o augmento da Cortina a mais de 500. pés; porq̃ como nós admittimos a linha da defensa fixante de 900. pès Portuguezes, sem embargo da doutrina de Fritach, que faz a mayor Fixãte de $741\frac{36}{100}$ pès Rinthlandicos no Decagono da taboada do seu primeiro modo a saber de $61\frac{78}{100}$ vergas; de que cada hũa tem 12. pès Rinthlandicos, & fazem $696\frac{11268}{100000}$ pés Portuguezes; por quanto $106\frac{1}{2}$ daquelles se ajustaõ com 100. destes, & Marolois [r] de $61\frac{64}{100}$ vergas q̃ saõ $739\frac{68}{100}$ pès Rinthlandicos, ou quasi $694\frac{1}{2}$ Portuguezes; Goldman de $876\frac{38}{100}$ Rinthl. que tantos respondem aos $730\frac{317}{1000}$ decimaes q̃ traz pella mayor Fixãte, que de sua fabrica lhe resulta, a saber no Enneagono, como se vè das suas taboadas, que fazem $822\frac{80202}{100000}$ ou quasi 823. Portuguezes, & Mathias [r] Dogen atè 66. ou 67. vergas para as Fortificaçoẽs de Cidades grandes; que fazem 792. atè 804. pès Rinthl. a que respondem de quasi 744. atè quasi 755. Portuguezes; & na doutrina do Conde de Pagan, porque tira a Razante do angulo do Flanco, & Cortina, & este lhe he obtuso; a mayor linha que do Flanco se póde tirar atè a ponta do Baluarte opposto he a que sahe do angulo da Espalda, que representa a Fixante, & lhe resulta achada por calculo na mayor Fortificaçaõ Real, de $861\frac{42}{100}$ pès Regios, a que respondem $898\frac{837}{1000}$ Rinthl; ou quasi 844. Portuguezes, por quanto 1600. destes fazem 1633. dos Regios; accõmodamonos antes com Antonio [c] de Ville que faz a ditta linha Fixante de 150. até 180. passos de 5. pès Regios, respondendo ao mayor destes termos quasi 882. pès Portuguezes;

[r] Na sua taboa.

[r] Lib. 1. c. 12. pag. 112.

[c] Lib. 1. part. 1. c. 18. pag. 46.

zes; mas tomamos 900. que he pouco mais pella mayor Fixante pellas razoens, & provas experimentaes que largamente tenho apontado na Hercotectonica; & sempre a Cortina nos haverà de ficar menor que os 600. Regios, ou quasi 588 . Portuguezes que Ville lhe attribue na mayor Fortificaçaõ Real; não taõ grande como quer Vilhegas [r] de 740. Geometricos na sua Praça Real q̃ fazem 625 $\frac{25}{71}$ Portuguezes o que não admittimos, nem taõ grande Fixante como resulta da sua fabrica, sem embargo da multidaõ de razoens com que pertende provar a sua opiniaõ.

[r] Na Academia da Fortificaçaõ.

Supposto pois que a mayor Fixante que admitto he de 900. pès Portuguezes; se conforme a esta quizermos achar o lado do Polygono interior que devemos tomar em qualquer fig. como por exemplo em hum Octogono, nos valeremos da taboada n. 13 & da regra aurea, buscando naquella a Fixante que lhe responde debaixo do numero Romano VIII. a qual he de 590$\frac{5}{10}$ que se porâ em primeiro lugar na regra aurea: em segundo, o numero 600. que he o lado do Polygono interior, conforme ao qual foi fabricada a ditta taboada: em terceiro à nossa mayor Fixante de 900. pés, & executada a regra sahirà o lado do Polygono interior buscado de quasi 914$\frac{5}{10}$

Com este lado pois usaremos da proporçaõ pertencente ao Octogono a saber tomando para Demigolla $\frac{1}{5}$ do ditto lado que saõ 182$\frac{8}{10}$ quasi; cujo dobro 365$\frac{8}{10}$ tirado daquelles 914$\frac{5}{10}$ quantidade do lado investigado, restarà sabida a Cortina de 548$\frac{7}{10}$ que naõ chega aos 600. Regios, ou 588. Portuguezes que Ville lhe concede demasiadamẽte. O Flanco se tomará de $\frac{1}{6}$ do mesmo lado que saõ 152$\frac{4}{10}$, o Flanco secundario $\frac{5}{12}$ da Cortina, a saber 228$\frac{6}{10}$ como dispoem a regra do Octogono.

E se fizessemos semelhantemente a conta na linha recta, onde a Fixãte da taboada he de 512$\frac{1}{10}$ sahiria o lado do Polygono interior de 1054$\frac{5}{10}$ quasi; do qual numero tomando $\frac{14}{60}$ para Demigolla, como manda a regra da fig. de 60. lados atè a linha recta inclusivè, que saõ 246. quasi, & seu dobro 492. tirados dos 1054$\frac{5}{10}$ restaõ quasi 562$\frac{5}{10}$ quantidade da Cortina, & esta he a mayor que nos póde sahir na supposiçaõ dos 900. pès da Fixante.

Podese tambem obrar por regra de tres, hũa vez que for achado o lado do Polygono interior, investigando assim a Demigolla, como os Flancos primario, & secundario, & qualquer outra linha, com

com proporcionar pellos numeros da taboada, pódo em primeiro lugar os 600. pès do lado do Polygono interior da mesma taboada, em segundo a linha semelhante á q̃ pertendemos investigar; em terceiro o lado do Polygono interior que houvermos achado, a saber armando a regra na fórma seguinte.

Se 600. pès lado do Polygono interior da taboada daõ 320. de Cortina na linha recta da mesma taboada; $1054\frac{5}{10}$ lado do Polygono interior investigado a respeito da Fixáte de 900. pès que daraõ? & executada a regra pello modo ordinario sahiraõ $562\frac{4}{10}$ pella quantidade da Cortina que insensivelmente differe do numero acima achado $562\frac{5}{10}$ a saber sòmente por $\frac{1}{10}$ de pè, a respeito que se naõ fez a conta por hum, & outro modo com toda a precisaõ dos quebrados; que se assim se fizesse, nem este decimo de pé haveria de differença.

Semelhantemente se pòde buscar qualquer linha, supposto outro lado de Polygono interior menor que a respeito da Fixante de 900. pès.

Finalmente advirto que esta doutrina de alargar as Fortificaçoẽs segundo a Fixante de 900. pés; he porque tal a admitto; porèm sem urgentissima necessidade senão faça, & por mim, nunqua eu quizera Cortinas mayores que de 500. pès, ou a roda delles pello mayor extremo, ainda que se façaõ mayores gastos com mais algum, ou alguns Baluartes, salvo se a necessidade obrigar a valer de algũa Cortina velha, ou por outra muito urgente causa; mas nunqua que disto resulte a Fixante mayor de 900. pès.

NOTA II.

Pode haver algum escrupuloso; o qual me note; que pois pello meu Methodo do Cap. 14. fortificando do lado do Polygono exterior para dentro me resulta sempre a Cortina de hũa certa, & invariavel quantidade a respeito do lado exterior que se supposer, seja de qualquer fig. regular; devia tambem ser assim nas proporçoens do lado do Polygono interior para fóra; & não a desigualdade de resultar na fig. quadrada de 400; em outras, de menor numero; & na fig. de 60. lados, & nas mais até a linha recta inclusivé a minima Cortina de 320. pès a respeito do lado interior que suppuz de 600. para os calculos da taboada n. 13. como della se vè.

Res-

Respondo que assim se poderia fazer;mas que entaõ era necessario que ficassem tambem certas, & invariaveis as Demigollas a respeito de hũ mesmo lado em todas as figuras, & na linha recta, porque se a Cortina havia de ser sempre hũa, & hum mesmo o lado do Polygono interior,era forçado ficarem sempre as mesmas Demigollas em qualquer fig. regular:mas disto (segundo se verà no §. 22. da seg.part.Qualificat.)resultaõ inconvenientes muito mayores que minorarse a Cortina,quando ella sempre fica capaz a respeito do lado do Polygono,& bem proporcionada cõ as Faces dos Baluartes resultando estas menores que os $\frac{2}{3}$ & mayores q̃ ametade da Cortina, hora mais chegadas a hum,hora a outro termo;como havemos elegido para a mais perfeita Fortificaçaõ pellas razoens que em algũas partes deste compendio havemos apontado.

Acrescentase que isto não tira fazer cada hum a Cortina da grandeza que quizer(que sempre deve ser dentro dos termos apontados) tomando lado proporcionado, valendose da regra aurea na fórma declarada na primeira Nota deste Cap.de que, para mais clareza,ponhamos outro exemplo; a saber.

Por quanto a Cortina de hũa Fortificaçaõ Real pella primeira definiçaõ do livro 4. de Goldman não deve ser menor q̃ 300. nẽ mayor de 500. pès Rinthlandicos;que Sardi [r] no seu Hexagono toma de 500.Geometricos a que respõdem 450.dos sobredittos, & Ville [c] de 600. Regios que fazem 623$\frac{1}{3}$ dos mesmos Rinthlãdicos;supponhamos que a queremos de 400.de quantos nos sahe na fig. quadrada da taboada n. 13. na supposiçaõ que havemos tomado do lado interior de 600. & que a queremos em hũa fig. de 60. lados, onde,& atè a linha recta sahe a minima Cortina de 320.Armando pois a regra aurea, pondo por primeiro termo os 320. da Cortina;por segundo os 600. do lado interior; por terceiro os 400.da Cortina que queremos,& executada a regra,nos sahirà o lado do Polygono interior de 750. pès, que tantos nos será necessario tomar na fig. de 60. lados para que a Cortina resulte dos 400. pès que queremos.

[r] Na pract. da Corona.

[c] Lib.1.part.1. cap.9.

Com tudo fabriquei hũa taboada em imitaçaõ de Fritach,& Dogen sempre com as mesmas Cortinas, & as mesmas Faces em todas as figuras,mas as Cortinas em mayor proporçaõ para as Faces da que elles trazem,da qual, & seu uso trattarei no Cap. 2.§. 2.

2. desta secçaõ; & §. 26. da segunda parte Qualificativa.

CAP. II.

Em que se propoem outros modos de desenhar dos lados do Polygono interior para fóra.

§. 1.

De outra segunda proporçaõ para o mesmo Methodo de desenhar dos lados dos Polygonos interiores para fóra até o Enneagono, & daqui para cima pello mesmo Methodo do Cap. 1.

POsto que as proporçoés declaradas para se desenhar dos lados dos Polygonos interiores para fóra sejaõ muito ajustadas, havendoas buscado com assaz trabalho, & escolhido pellas melhores de muitas que achei; com tudo por naõ ir este Trattado com hũa sò proporçaõ do lado do Polygono interior para fòra, havendo eu na primeira Secçaõ dado três dò lado do Polygono exterior para dentro me pareceo dar outras differentes das do Cap. 1. ao menos atè a fig. de 9. lados para que cada hum use da que mais lhe agradar, & na fig. de 10. lados, seguintes, & linha recta das mesmas jà declaradas no Cap. 1.

Naõ as fiz tambem diversas para de 10. lados para cima porq̃ me parece que não as acharia melhores, & por ventura que naõ taõ boas; pois as que aqui proponho atè 9. lados não tenho por melhores que as do ditto Cap. 1. antes me inclino mais a aquellas; se bem hũas, & outras me parece ficaõ com todas as circũstancias muito mais ajustadas, que as de algũas proporçoés, que trazem os Autores para o Quadrado, Pentagono, & Hexagono, parando aqui sem darem regra para as outras figuras; porque querer usar (ponho por exemplo) da proporçaõ que trazem para o Pentagono na partiçaõ de seu lado, em hũa fig. de 8. 9. ou mais lados causaria incommodos, como apontei no Cap. 1. desta Secçaõ, & direi nos paragraphos 16. & 22. da seg. part. Qualificat.

Saõ pois as proporçoés as seguintes.

No Quadrado.

Fig. 105. B. Demigolla K A ou B O $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior K O.
Flanco A C ou B D $\frac{1}{7}$ do mesmo lado K O.
Flanco secundario F B $\frac{1}{12}$ da Cortina A B.

No Pentagono.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{2}{13}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{1}{5}$ da Cortina.

No Hexagono.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{1}{3}$ da Cortina.

No Heptagono.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.
Flanco secundario $\frac{5}{12}$ da Cortina.

No Octogono.

Demigolla $\frac{18}{100}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{5}{12}$ da Cortina.

No Enneagono.

Demigolla $\frac{18}{100}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.
Flanco secundario $\frac{11}{24}$ da Cortina.

NOTA.

NO Decagono, figuras regulares de mayor numero de lados, & na linha recta se siga a mesma proporçaõ do Cap. 1
Os angulos, & linhas que resultaõ destas proporçoens se vejaõ na taboada n. 14. que trago no §. 16. da seg. part. Qualificat.

§. 2.

De outro modo de desenhar do lado do Polygono interior para fòra por via de taboada nos Polygonos regulares.

SUpposto que do principio deste Trattado levei intento de ensinar a desenhar assim do Polygono exterior para dentro, como do interior para fòra, sem que nos fosse necessario valer de taboada algũa proporcionando por ella, como pellos Methodos de Marolois, Fritach, Dogen, Celario, Goldman, & outros, & assim o havemos atègora feito nos varios modos, & proporçoẽs de desenhar que havemos dado, assim nas Fortificaçoens regulares, como nas irregulares; todavia porque acerca do regular dei tres modos do Polygono exterior para dentro, & do interior para fòra sómente dous; quiz tambẽ dar terceiro do Polygono interior para fòra, posto que seja por via de taboada; porque não faltaõ muitos soldados practicos na regra de tres que he necessaria para se usar de taboada; & a que dou neste §. me parece ajustadissima na boa correspondencia das partes da Fortificaçaõ; a qual fabriquei em imitaçaõ de Marolois, Fritach, & Dogen; porèm com as Cortinas mais largas segundo refere Dogen que assentaraõ os Engenheiros Jacobo Witsio, Pedro Persevallo, & Joaõ Bossio, Engenheiros de opiniaõ nas guerras de Flandres, por serem curtas as Cortinas Hollãdezas de 36. vergas para Fortificaçaõ Real, estendendoas até 42. vergas que fazem 504. pés Rinthlandicos; a que respõdem 473$\frac{1}{5}$ quasi dos nossos; em lugar dos quaes todavia tomo os 500. que havemos ditto, pellas razoens apontadas neste Trattado, & nota primeira do Cap. 1.

As Faces dos Baluartes acrescentei pouco, porque no tocante a estas, não se achou serem pequenas as de 24. vergas, ou 288. pès Rinthlandicos que Marolois, Fritach, & Dogen lhe attribuẽ pello estilo Hollandez; & assim da proporçaõ que escolhi se segue serem as Faces de 300. pés Portuguezes, quãdo a Cortina de 500 para a mayor Fortificaçaõ Real, senão houver necessidade urgente que obrigue a alargala mais na forma, & pellas razoens que apontei na nota primeira do Cap. 1. desta Secçaõ.

A taboada he a que se vè sinalada com o num. 14. B que vai na

parte Qualificat.despois da numerada com o mesmo numero 14 sem letra adjunta ao numero,& esta he sòmente a que he necessaria para o terceiro modo de desenhar do lado do Polygono interior para fòra que declararei;posto que quem quizer pòde tambẽ usar de qualquer das outras que vaõ na parte Qualificativa pello mesmo estilo, & ainda não sòmente para desenhar do Polygono interior para fóra,mas do exterior para dẽtro;como tambem por esta sobre cuja construcçaõ se veja o §. 26. da segund.part. Qualificativa.

Vso da Taboada sinalada com o numero 14. & letra B.

SUpponhamos que temos hum Hexagono regular que he o Polygono interior da Praça q̃ queremos fortificar, do qual cada hum dos lados he de 760. pès,& queremos saber que Demigollas,Flancos,& Flancos secundarios lhe devemos assinar.Obraremos pella regra de tres semelhantemente como dissemos nas notas primeira,& segunda do Cap.primeiro, a saber.

Busquese debaixo do numero Romano VI. que numero responde ao lado do Polygono interior escritto na primeira coluna,& se acharà 797|6. que vem a ser $797\frac{6}{10}$ o qual deve ficar em primeiro lugar na regra de tres.

Vejase que Demigolla responde na taboa debaixo do mesmo numero Romano VI. a qual se acha de 148.8. prim. q̃ saõ $148\frac{8}{10}$ numero que deve ficar em segundo lugar, em terceiro se ponhaõ os 760. pès do lado do Hexagono que queremos fortificar; multiplicando pois o segundo numero pello terceiro na fòrma ordinaria, sahirà no quociente o numero $141\frac{78535}{100000}$ que saõ 141. pès; & quasi $\frac{8}{10}$ & tantos se tomaráõ para Demigolla do nosso Hexagono.

Semelhantemente se obrarà para se achar o Flanco que sahirà de 114. & quasi $\frac{3}{10}$ & tantos se tomaráõ para Flanco, & obrando do mesmo modo sahirà o Flanco secundario de $178\frac{5}{10}$ quasi que se tomem para o ditto Flanco secundario.

CAP.

CAP. III.

Do desenho das Praças irregulares dos Polygonos interiores para fóra.

NO §.2.do Cap.2. apontei o intento que tive do principio deste Trattado de desenhar todo o genero de Fortificaçoẽs, sem ser necessario valermonos de taboada algũa para mediante ella achar as linhas que quizessemos comparando o nosso Polygono com o da taboada, & applicando a regra aurea; posto que por esta via seja tambem cousa bem facil para os que sabem Arithmetica.

Mas porque no tocante ás Fortificaçoens irregulares naõ achei Methodo que me satisfizesse de as desenhar dos lados dos Polygonos interiores para fòra de modo que resultasse a Fortificaçaõ por cada fachada regular, a saber com iguaes Faces, iguaes Flancos, & iguaes Flancos secundarios sómente por certa partiçaõ do lado do Polygono, como hei feito dos exteriores para dẽtro, sem ser necessario valermonos de taboada; por tanto proporei neste Cap. o Methodo de as desenhar pello mesmo estilo da partiçaõ de cada lado, porque posto que não resulte a Fortificaçaõ com aquella galhardia de ficar com hũa irregularidade regular; quero dizer em cada fachada cõ iguaes Faces, Flancos, & Flãcos secundarios; todavia me parece que resulta mais proporcionada, & com melhor symmetria que pellos modos dos Autores; em alguns dos quaes se daõ inconvenientes, ou mais propriamente absurdos em quanto seguem as regras que trazem de proporcionar a Fortificaçaõ da fig. irregular pellas taboas das regulares, o que escuso apontar em particular; porque neste cõpendio naõ he meu intento mostrar os defeitos de algũas cousas que há na sua doutrina, havendo-o feito largamente na Hercotectonica.

E para que se possa fazer a combinaçaõ trago aqui a fig. 92. de Fritach com o numero 106. na nossa ordem, & a mesma com o n. Fig. 106.
107. fortificada pello nosso Methodo; da qual inqueri primeiro Fig. 107.
os angulos pello Panthometra para cada hum se fortificar segundo seu valor pellas regras do Cap. 1. desta Secçaõ, & na campanha se deviaõ investigar pella Fitta gradual, ou outro instrumento segundo dissemos no Cap. 6. da primeira Secçaõ.

Na fig. 107. como na de Fritach he o angulo A de 101. graos; B de 175: C de 92: D de 145: E de 122: F de 134: G de 131. q̃ inteiraõ os 900. gr. que devem sommar os angulos de hum Heptagono regular, ou irregular, conforme o ditto no Cap. 2. da ditta primeira Secçaõ.

Desenho exẽplificado de hũa Praça irregular do lado do Polygono interior para fòra por nosso Methodo.

Começando pois pello angulo A digo que por ser de 101. gr. se chega mais ao angulo do Pentagono que de outra fig. por tanto se fortificarà como de Pentagono pellas regras do Cap. 1. a saber tomando para a Demigolla A H $\frac{11}{60}$ do lado do Polygono interior A B; como por exemplo se este for de 600. pés, seraõ os seus $\frac{11}{60}$ a quantia de 110. pès, & de tantos se tomará a ditta Demigolla A H. O Flanco H L se tomará de $\frac{1}{6}$ do mesmo lado, a que respondem 100. pés.

Mas para se determinar o seu Flanco secundario M N, he necessario primeiro cortar do lado A B a Demigolla B N do Baluarte Collateral que assenta sobre o angulo B; por quanto o Flanco secundario nesta fabrica há de ser hũa, ou algũas partes aliquotas da Cortina livre; pello que se reconheça o angulo B; o qual por ser (pella supposição) de 175. gr. he precisamente da fig. de 72. lados conforme a doutrina do Cap. 2. da Secçaõ primeira: portanto se deve fortificar pella proporçaõ da de 60. lados proposta no Cap. 1. desta Secçaõ; pois daquella atè a linha recta se fortificaõ todas por hum mesmo modo. Cortarsehâ logo a Demigolla B N de $\frac{14}{60}$ do lado B A que vem a ser de 140. pès, & pois a outra Demigolla A H foi tomada de 110. pès, & todo o lado A B supposto de 600. ficará jà reconhecida a Cortina H N de 350.

Tomese pois para Flanco secundario do Baluarte A a porçaõ M N de $\frac{1}{5}$ da Cortina conforme a proporção pertencẽte ao angulo A proximo ao do Pentagono; o qual $\frac{1}{5}$ será de 70. pès. Lancese do ponto M por L extremo do Flanco H L (já determinado de 100. pès, & perpendicularmente levantado sobre o lado A B) hũa linha indefinita M L P.

Obrese semelhantemente cõ o lado A G no qual por ser igual com A B se tome a Demigolla A I da mesma grandeza que A H; a saber $\frac{11}{60}$ do lado A G; a qual será de 110. pés, & o Flanco I O de $\frac{1}{6}$ do mesmo lado A G, que saõ 100. pès. Se o lado A G fora mayor, ou menor que 600. pés, se tomariaõ os correspondentes à Demigolla, & Flanco em sua proporçaõ.

Para

Para determinar o Flanco fecundario R V he neceffario tomar primeiro a Demigolla G R do Baluarte collateral G. Para fe reconhecer efta, he neceffario ver de que figura feja o angulo G, ou ao de qual mais fe approxime, & fe acharà que ao do Heptagono, porque não chega ao meyo entre o defta fig. & do Octogono, que fe chegàra, fe devia já fuppor como de Octogono.

Bufcando pois a Demigolla G R pella regra pertencente ao Heptagono fe moftra que há de fer $\frac{1}{5}$ do lado G A; & por tanto de 120. pès; com a qual juntando a Demigolla A I de 110. pés, fommaõ ambas 230: eftes diminuidos de 600. conteudos em G A, reftaõ 370. pella Cortina livre R I. Defta fe tome o feu quinto R V que faõ 74. pès para o Flanco fecundario pertencente ao Baluarte A conforme a regra do Cap. 1. para o Pentagono por fer o angulo A de 101. gr. & por tanto o havemos de fortificar como fe fora defta fig. a que mais fe approxima.

Semelhantemente fe obre com os mais lados, & angulos da fig. fegundo o valor de cada hum, & refultará fortificada na fórma que nella fe vè; que me parece melhor proporcionada que a de Fritach.

Mas para mayor clareza, & para que fe veja como refultaõ as Praças fortificadas por efte eftilo do lado do Polygono interior para fòra, proponhamos a fig. 86. de Fritach com o numero 108. na noffa ordem; a qual he hum Parallelogrammo rectangulo; no qual affentaõ quatro Baluartes nos quatro angulos rectos, & dous no meyo das duas linhas lados mais compridos; porque eftes faõ os mayores extremos de differença que fe daõ na Fortificaçaõ de Baluartes inteiros, & vẽdofe que nefta fig. [r] refulta o defenho mais bem proporcionado que na de Fritach, fe conhecerà fer o mefmo nas outras em que não he tão grande a differença, quanto vai de angulo recto a 180. gr. que fe confideraõ de hũa banda da linha recta.

Fig. 108. Na noffa ordẽ.

r Fig. 109. Na noffa ordẽ.

Semelhantemente pòde obrar pellas proporçoens do §. 1. do Cap. 2. quem dellas quizer ufar.

Tambem quem quizer obrar por meyo da taboada 14. B, poderá fortificar pello mefmo eftilo bufcando pella regra de tres a Demigolla, & Flanco, competentes ao lado do Polygono, & Flãco fecundario pertencente á Cortina na mefma fòrma fobreditta, pofto que pella regra de tres feja mais trabalhofo.

NOTA.

NOTA.

OS Revelins, & Meyas-luas para estes Methodos dos Polygonos interiores para fòra assim no regular como no irregular declarados nos Capitulos antecedentes desta Secçaõ se podem desenhar pello modo declarado no Cap. 46. da Secçaõ primeira.

CAP. IV.

Do desenho dos Fortes de meyos Baluartes do lado do Polygono interior para fóra.

SAõ faceis, & em boa proporçaõ os desenhos de Fritach, Dogen, & Goldman, de que diremos no Scholio 2. deste Cap. porque proponho aqui em primeiro lugar a minha proporçaõ por me parecer algũa cousa ventajosa na mayoria dos Flancos: os angulos flanqueados iguaes com os de Fritach, & Dogen; mayores que os de Goldman.

Naõ tomo menor lado de Polygono interior que de 120. pès, sem embargo que Fritach admitta 6. vergas, que saõ 72. pès por ultimo termo menor; accõmodandome antes com Goldman, que o toma de 120. Rinthlandicos nos mais pequenos Fortins: (tantos tomo dos nossos pès de palmo, & meyo:) nos mediocres de 150. nos mayores de 180. & ainda os estendo a 220.

Fig. 110. Desenho dos Fortes de meyos Baluartes do lado do Polygono interior para fóra por nosso Methodo.

He pois a nossa construcçaõ na seguinte fòrma. Seja o lado B A do Polygono interior, do qual se tomem $\frac{3}{10}$ para a Golla B I. Do ponto I se levante o Flanco I L igual à quinta parte do mesmo lado B A. Tomese o complemento da Cortina I K igual aos $\frac{2}{5}$ do ditto lado.

Do ponto K por L se tire a Razante K L F que se corte com o outro lado C B produzido atè F, & resultarà formado o meyo Baluarte I L F B. Semelhantemente se obre com os mais lados.

SCHOLIO I.

DESTA fabrica resultaõ as seguintes medidas na supposiçaõ do lado do Polygono interior de 120. pès que tomei para este calculo.

B A

B A	lado do Polygono interior, ſuppoſto de	1200.
B I	Golla $\frac{3}{10}$ de A B	360.
I L	$\frac{1}{5}$ de B A	240.
I K	complemento da Cortina $\frac{2}{5}$ de B A	480.
K A	$\frac{3}{10}$ de B A	360.
B F	Capital $\frac{7}{20}$ de B A	420.
Flanco ſecundario	K T $\frac{13}{20}$ de B A	780.
O angulo flanqueante	L K I	26.gr.33.min. 50.ſeg.
O angulo flanqueado	L F B	63.gr. 26.min. 10.ſeg.

Por regra de tres ſe podem buſcar ſemelhantes linhas em outro quadrado mayor, ou menor proporcionando pellas ſobredittas, quando ſenão faça conforme a conſtrucção declarada.

Uſo da regra aurea apontado.

SCHOLIO II.

FRitach, & Dogen tomão a Golla B I $\frac{1}{3}$ do lado interior B A: a Capital B F outro $\frac{1}{3}$: o complemẽto da Cortina I K o meſmo $\frac{1}{3}$. Lanção a Razante K F, & do ponto I levantão o Flanco I L; o qual ſahe de $\frac{1}{6}$ de B A mais pequeno que o noſſo; mas o angulo flanqueado L F B dos meſmos 63.gr. 26.min. 10. ſeg. como pella noſſa fabrica.

Goldman toma a meſma Golla B I, & cõplemento da Cortina I K, & tira a Razante K F, formando o angulo F K B de 30.gr. atè topar com o lado C B produzido no ponto F. Melhor modo me parece eſte que o dos Autores ſobredittos, porque ainda que o angulo flanqueado ſahe menor, cõ tudo reſulta o Flanco quaſi ametade mais. No noſſo Methodo aventejamos o angulo flanqueado ao de Goldman, & o Flanco ao de Fritach, & Dogen.

O Foſſo ſe faça na fórma que diſſemos no Cap. 49. da Secção I. Em alguns deſtes Fortes de meyos Baluartes, quando jà ſão de lados de baſtante grandeza, como de 150. pès para cima de lado de Polygono interior, ſe pòde fazer ſua Eſtrada encuberta de 6. atè 8. pés de largo cõ ſeu Parapeito alto 6; Banqueta larga 3; alta 1 $\frac{1}{2}$ & ſua Eſtacada por fòra. Hũa ſemelhãte ordenei; & ſe fez no Forte irregular de S. Miguel que ganhamos no ſitio de Badajoz o anno de 1658.

Eſtrada encuberta nos Fortes de meyos Baluartes quãdo.

NOTA.

SE a figura em que ſe houver de fazer o Fortim for Parallelogrammo rectangulo prolongado, não deve o lado pequeno

ser menor que de 6. vergas; que saõ 72. pès (será bom que seja mayor) & deve obrarse cõ cada hum dos lados na fórma seguinte. Obrese em primeiro lugar com o lado mayor D C, tomando a Golla, Flanco,& complemento da Cortina, das medidas que se disseraõ neste Cap.

Fig.111.

Mas para se obrar a respeito do lado menor H D,se tome ametade da differença entre H D, D C, a qual se acrescente ao lado H D a saber de D até A; & imaginando que o lado menor he H A se obre como se tem ditto, a saber tomando para a Golla H B $\frac{3}{10}$ de H A: o Flanco B L $\frac{1}{5}$: o complemento da Cortina B O $\frac{2}{5}$ do mesmo lado acrescentado H A.

Porèm neste caso naõ seja o lado pequeno menor que ametade do mayor, porque irá jà resultando desformidade.

SCHOLIO III.

OS Fortins triangulares do Polygono interior para fòra se podem descrever na seguinte fòrma.

Fig.112. Desenho dos Fortins triangulares do lado do Polygono interior para fòra por nosso Methodo.

No Triangulo equilatero A B C se tome para Golla a porçaõ A D $\frac{3}{10}$ de A C. Do ponto D se levante o Flanco D F igual à quinta parte do mesmo lado A C. Do ponto C por F se tire a Razante C F E atè cortar o lado B A produzido no ponto E. Semelhantemente se obre com os outros lados. Por esta fabrica resulta o angulo flanqueado E de 44.gr.3.min.20.seg.

Fritach, & Dogen tomaõ a Golla A D a terça-parte de A C, & de outro tanto a Capital A E: mas o Flanco D F ametade de A D ou A E; & lançaõ a Face E F. Daqui resulta mayor o angulo flanqueado, a saber de 46.gr.17.min. 10. seg. porèm o Flanco D F menor; que vem a ser a sexta parte de A C quando pella nossa fabrica he a quinta parte.

Fortins triangulares muito imperfeitos.

De qualquer modo saõ estes Fortins triangulares muito imperfeitos pellas razoens que havemos apontado no Scholio do Cap.49. da Secçaõ I. Permittemse applicados a trincheiras em hum sitio.

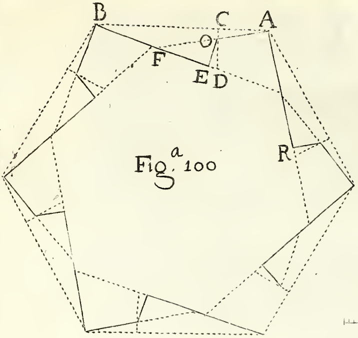


Fig.a 100

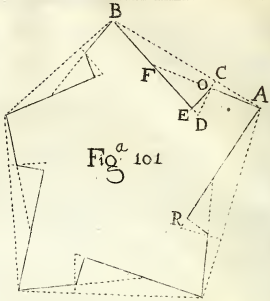
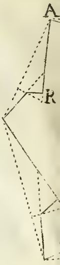
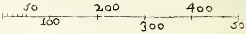


Fig.a 101





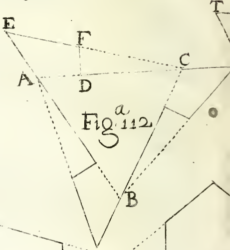


Fig.a 112

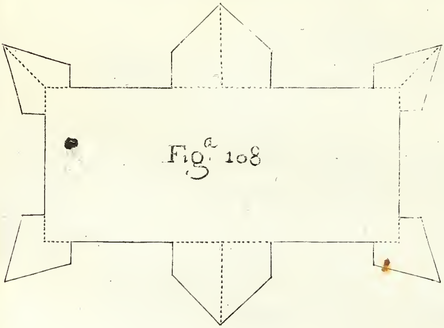


Fig.a 108

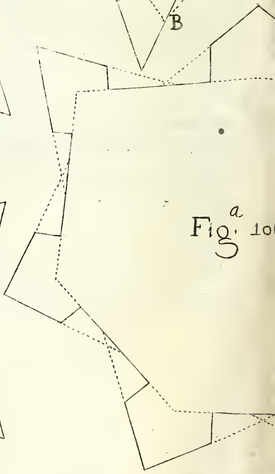


Fig.a 10

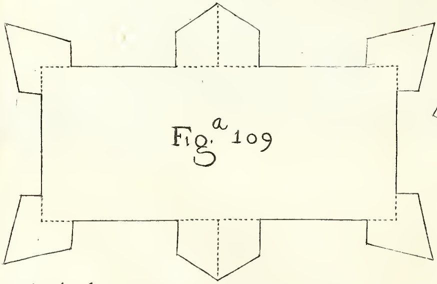
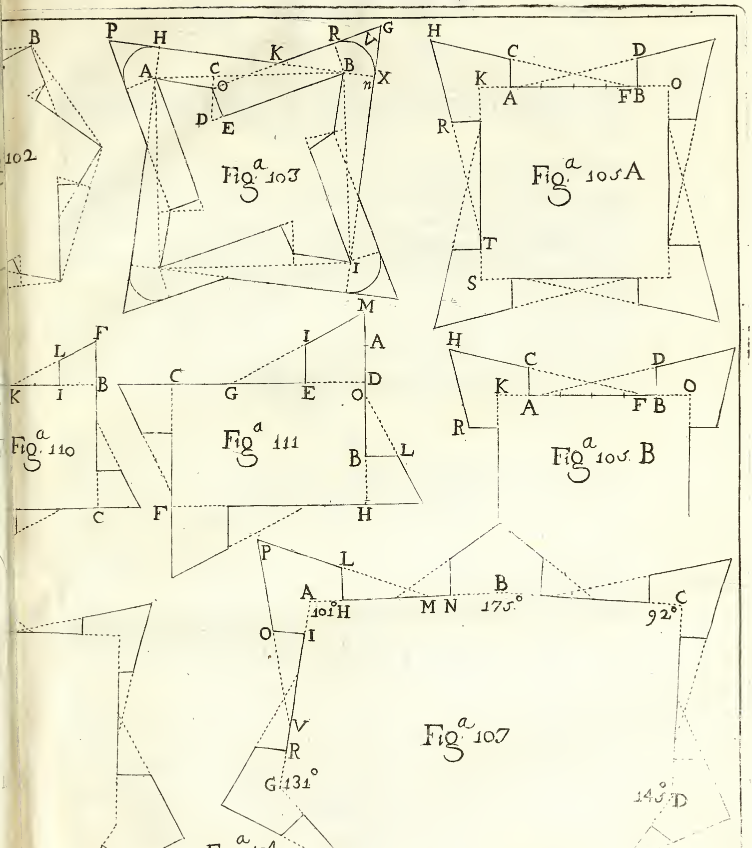


Fig.a 109

M. Mendes f


Figa 102
Figa 103
Figa 105 A
Figa 105 B
Figa 110
Figa 111
Figa 107
Figa 104
101°
175°
92°
131°
145°
134
122°

XXIV

CAP. V.

De varios Perfis de diversas obras externas da Fortificaçaõ.

SUpposto que logo no Capit. 18. da primeira Secçaõ parece deviamos começar a trattar dos Perfis das obras externas; pois allí começamos a trattar dos Revelins, & que assim como fossemos continuando com as Meyas-luas, & outras, se fallasse de suas grossuras, & alturas, que se representaõ pellos dittos Perfis; todavia nos pareceo ajuntar em hum Cap. o que tinhamos que dizer sobre este ponto, sem embargo que das obras exteriores se tratte em diversos Capitulos da primeira, & segunda Secçaõ desta primeira parte. Este Cap. dividimos em dous §§.

§. 1.

Dos Perfis dos Revelins, Meyas-luas, Coroas, Hornaveques, & Tenalhas.

OS Perfis destas obras saõ diversos segundo a grandeza de cada hũa. Sempre que se lhe possaõ accõmodar Terraplenos bastantes, & grossos Parapeitos para resistir a artilheria, ficaràõ mais seguros [r] & de melhor defensa.

Pâra os Revelins, & Meyas-luas de Fortificaçoens Reaès traz Fritach [r] hũa taboada de dous Perfis, hũ delles pouco mais forte que outro em algũas das medidas; porèm como differençaõ pouco dos das figuras 121. & 122. da taboada n. 7. que delle trazemos adiante no Scholio I. do §. 2. deste Cap. para Fortes de meyos Baluartes, se pòde usar do da fig. 122. ou ao mesmo Perfil 122. applicar as medidas da sexta coluna da ditta taboa num. 7. que saõ tiradas de hum Perfil fig. 72 de Dogen.

Perfis de Revelins, & Meyas-luas.

Mas se os Revelins, & Meyas-luas forem mais pequenos que Reaes, & por tanto incapazes de taõ grossos Perfis se lhe póde accõmodar o da fig. 121 . ou 120. da mesma taboada n. 7. cõforme for sua capacidade, deixando-o â boa eleiçaõ do Engenheiro, que sempre deve procurar engrossalos quanto puder, & tambem seus Parapeitos sem diminuiçaõ de sua capacidade interna necessaria

[r] Fritach. lib. 2. c. 3. pag. 79.

ſaria para aſſiſtir a gente, & bom manejo da defenſa.

Perſis dos Hornaveques.

Os Hornaveques tambem ſe fazem de diverſos Perfis; pois algũas vezes ſe fabricaõ ſòmente em hũa occaſiaõ, da altura, & groſſura de hũa Trincheira de 6. pés de alto, & 6. de largo: Outras vezes para mais duraçaõ em ſitios que he neceſſario occuparemſe fòra das Praças, & entaõ ſe lhe faz ſeu Perfil tomado da meſma Taboada n. 7. & figuras 120. 121. & 122. ou ainda ſeguindo as groſſuras da coluna ſexta; conforme a grandeza do Hornaveque, importancia do ſitio, & neceſſidade de ſeu reforço; engroſſandolhe ainda mais o Terrapleno ſegundo a neceſſidade, ou conveniencia de ſe lhe plantar artilheria; ao menos naquellas partes em que iſto ſeja mais neceſſario.

Para as Coroas ſerviráõ os meſmos Perfis da ditta Taboada n. 7. com as meſmas conſideraçoẽs, & ainda engroſſando-os ſe parecer neceſſario.

Tambem para as Tenalhas ſe podem valer de algũas das outras Taboas que trazemos no ditto §. 2. adiante para os Fortes de meyos Baluartes; ſe bem aquellas como obras mais imperfeitas, & ſem reciproca defenſa, não permittem alturas de porte, nem grãdes groſſuras nos Parapeitos para menos difficilmente ſe poder defender quanto poſſa ſer o ſeu angulo reintrante.

§. 2.

Dos Perfis dos Fortes de Meyos Baluartes, & Eſtrellas.

O Perfil deſtes Fortes he vario ſegundo o intento de ſe fabricarem ſòmente por tempo limitado em algum ſitio, ainda que na campanha apartados das linhas; como hum que ſe fabricou em hum alto moderado ſobre a ponte de Caya para ſegurar os convoes ao noſſo exercito que ſitiava Badajoz: ou para ficarem permanentes; porque neſte caſo neceſſitaõ de mais forte Perfil; como tambem ſegundo a grandeza de que ſe houverem de fazer; pedindo mayor Perfil a mayor grandeza, mais pequeno, a menor.

Fig. 113. Perfis de Fortins de meyos Baluartes.

Porèm nunqua o Perfil deve ſer menor que conforme a ſeguinte taboada reſpondente à fig. 56. de Fritach; o que ſe entende quando o lado do Polygono interior deſtes Fortins for de 6. vergas

gas a ſaber 72. pès por ultimo termo menor; que ſervem entaõ para ſe applicarem ás Trincheiras, ainda que ſejaõ de Baluartes inteiros; porém ſerá muito melhor q̃ para eſte meſmo caſo ſejaõ de mayor lado de Polygono interior.

Taboada n. 4. do menor Perfil dos Fortins de meyos Baluartes. Fig. 113.

Baſe do Reparo	G C	15
Primeira Banqueta	M N	3
Altura da Banqueta	N O	$1\frac{1}{2}$
Segunda Banqueta	K L	3
Altura da ſegunda Banqueta	M L	$1\frac{1}{2}$
Altura perpendicular	I V	$4\frac{1}{2}$
Toda a altura	H P	$7\frac{1}{2}$
O Talud exterior de toda a altura.	G P	$3\frac{3}{4}$
Lizira	G D	3
Largura ſuperior do Foſſo	A D	16
Profundidade do Foſſo	F C, E L	5
Talud exterior, & interior do Foſſo ſeja ſomẽte nas linhas	A E, F D	$2\frac{1}{2}$
Largura inferior do Foſſo reſulta na linha	B C	11

O Perfil da taboada preſẽte he o menor que ſe permitte para eſtes Fortins como atraz ſe diz, & ainda quando forem applicados ás Trincheiras; porque quando houverem de ſituarſe de per-ſi ſós na campanha neceſſitaõ de mais forte Perfil; & que para iſſo ſejaõ tambem de mayores lados que de 6. vergas (q̃ ſaõ 72. pès) no lado do Quadrado; pois não admittimos os triangulares para eſte intento, mas ſòmente applicados às Trincheiras.

Porèm ainda ſerâ melhor uſar de algum dos Perfis da Taboada ſeguinte, & figuras numeros 114. & 115. que ſervem tambem para os Reduttos, & Eſtrellas; porque ſaõ mais commodos para eſtes Fortins applicados ás Trincheiras. Fig. 114. Fig. 115.

A ſeguinte taboada numero 5. he de Fritach; mas no Talud exterior, & interior do Foſſo lhe puz ſòmente ametade da profundidade, a reſpeito que não ſendo os Foſſos aquaticos, não cõvem darlho mayor, poſto que elle o faça igual a altura; porque entende de Foſſos aquaticos. Ficanos tambem mayor a largura inferior do Foſſo; quanto diminuimos hum, & outro Talud.

Taboada num. 5. de dous Perfis para Reduttos, & Estrellas que serve tambem para Fortins de meyos Baluartes.

		Fig. 114.	Fig. 115
Base do Reparo	C D	16	15
Talud exterior do Reparo	C K	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
Talud interior do Reparo.	Z D	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
Altura do Reparo.	KL, Z Q	3	$1\frac{1}{2}$
Largura superior.	L Q	14	13
Base do Parapeito.	L O	8	8
Talud exterior do Parapeito.	L M	2	3
Talud interior do Parapeito.	N O	1	1
Altura exterior do Parapeito.	M A	4	6
Altura interior do Parapeito.	N F	6	6
Largura superior do Parapeito.	A E	5	AF 4
Largura da Banqueta.	O P, B I	3	3
Altura da Banqueta.	O B, P I	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Terrapleno.	P Q	3	2
Largura da Banqueta detraz do Terrapleno.	D W, r u	3	0
Altura da Bãqueta detraz do Reparo.	D r, W u	$1\frac{1}{2}$	0
Lizira.	C R	3	1
Largura superior do Fosso.	R S	20	18
Talud exterior, & interior do Fos.	S X, Y R	3	$2\frac{1}{2}$
Profundidade do Fosso.	Y V, X T	6	5
Largura inferior do Fosso.	V T	14	13

Os Perfis se acrescentaõ tambem sendo mayor o risco, se a grãdeza do lado o permitte, como tambem o Perfil das Trincheiras; & porque no trattado da oppugnaçaõ tratto isto largamente; baste trazer de mais as taboas seguintes de varios Perfis para Fortins de meyos Baluartes mais reforçados, que se fizeraõ em sitios dos Payzes baixos; dos quaes se pòde tomar o que parecer mais conveniente, segundo a grandeza do lado do Polygono.

TABOADA.

Taboada n.6. de varios Perfis de Fortins de meyos Baluartes feitos em ſitios dos Paizes baixos ſegundo Adam Fritach.

	Figuras.	116	117	118	119
Baſe do Reparo	A B	18	24	27	24
Talud exterior do Reparo	BD	2	3	3	1 1/2
Talud interior do Reparo	C A	2	3	6	3
Altura do Reparo	FD,EC	4	6	6	3
Largura ſuperior do Reparo	F E	14	18	18	19 1/2
Baſe do Parapeito	G F	8	10	8	7 1/2
Talud exterior do Parapeito	H F	3	3	3	2 1/2
Talud interior do Parapeito	L G	1	1	1	0 3/4
Altura exterior do Parapeito	H K	6	6	6	6
Altura interior do Parapeito	I L	6	6	6	6
Largura ſuperior do Parapeito	K I	4	6	4	4 1/4
Largura da Banqueta	GO,MN	3	3	3	3
Altura da Banqueta	GN,OM	1 1/2	1 1/2	1 1/2	1 1/2
Terrapleno	O E	3	5	7	9
Lizira	BQ	2	3	3	3
Largura ſuperior do Foſſo	QR	18	24	30	16
Talud exterior,& interior do Foſſo	RX,VQ	3	3	3	3
Profundidade do Foſſo	XT, VS	6	6	6	6
Largura inferior do Foſſo	T S	12	18	24	10

No Talud exterior,& interior do Foſſo puz ſòmente ametade de ſua altura, que em Fritach era igual pello reſpeito que já diſſe de que os noſſos Foſſos naõ ſaõ aquaticos. Finalmẽte os Perfis ſe podem acreſcentar a mayores, ou diminuir a menores ſegundo a grandeza do lado do Polygono,& do Forte.

No Trattado da Oppugnaçaõ,& defenſa, que como o divino favor daremos deſpois deſte,fallaremos outra vez dos Perfis dos Reduttos,Baterias, Trincheiras,& Traveſſas, ſem embargo de q̃ eſtas obras para ſitios não ſe fazem com eſtas medidas taõ ajuſtadas, & certas, não dando lugar a iſſo a preſſa,& o perigo; trattandoſe ſòmente de ſe cubrirem ao principio, & deſpois engroſſar, & altear. Fallo com a experiencia de me haver achado obrando eſtas couſas muitas vezes entre as balas de artilheria, & moſqueteria inimiga.

SCHOLIO I.

SCHOLIO I.

TAmbem proponho a ſeguinte taboada de mais fortes Perfis conforme a grãdeza do Forte,& intento de ſua duraçaõ, ou ſegundo ſe receya o poder do inimigo : porèm iſto he para q̃ hajaõ de perſiſtìr per-ſi ſòs na campanha,& defenderemſe por algum tempo ſem ſoccorro taõ prõpto como o do exercito aquartelado allí proximo;& entaõ convem já q̃ ſejaõ de Baluartes inteiros;pois para obra de Perfis taõ groſſos não ſe deve fazer a plãta imperfeita, como ſaõ os Fortes de meyos Baluartes por lhe faltar a reciproca defenſa dos Flãcos;& que ſe fazem ſòmente a fim de poupar,ou por mais preſſa,ou por terẽ o ſocorro muito prõpto;ou porque ſe julgaõ por baſtantes para as correrias do inimigo ſem pè de exercito,nem aparelho para atacar,ou eſcalar.

Proponho pois a ſeguinte Taboada n.7. que tambem traz Fritach para os Fortes da ſobreditta qualidade.

Taboada num.7.

	Figuras.	120	121	122 A	122 B
Baſe do Reparo	A B	24	32	40	44
Talud exterior do Reparo	B D	2	3	4	6
Talud interior do Reparo.	C A	4	6	8	8
Altura do Reparo.	FD, E C	4	6	8	8
Largura ſuperior do Reparo.	F E	18	23	28	30
Baſe do Parapeito do Reparo.	G F	8	10	12	16 $\frac{3}{4}$
Talud exterior do Parapeito.	H F	2	2	2	3 $\frac{3}{4}$
Talud interior do Parapeito.	I G	1	1	1	1
Altura exterior do Parapeito.	H K	4	4	4	5
Altura interior do Parapeito.	I L	6	6	6	6
Largura ſuperior do Parapeito.	K P	5	7	9	12
Largura da Banqueta.	GO,MN	3	3	3	3
Altura da Banqueta.	GN,OM	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$
Terrapleno.	O E	7	10	13	10 $\frac{1}{4}$
Lizira.	B Q	3	3	3	6
Largura do Foſſo.	Q R	30	36	54	42
Talud exterior,&interior do Foſ. não ſeja mayor que	RX, VQ	3	3	4	3 $\frac{1}{2}$
Profundidade do Foſſo.	X T, V S	6	6	8	7
Largura inferior do Foſſo reſulta	T S	24	30	46	35

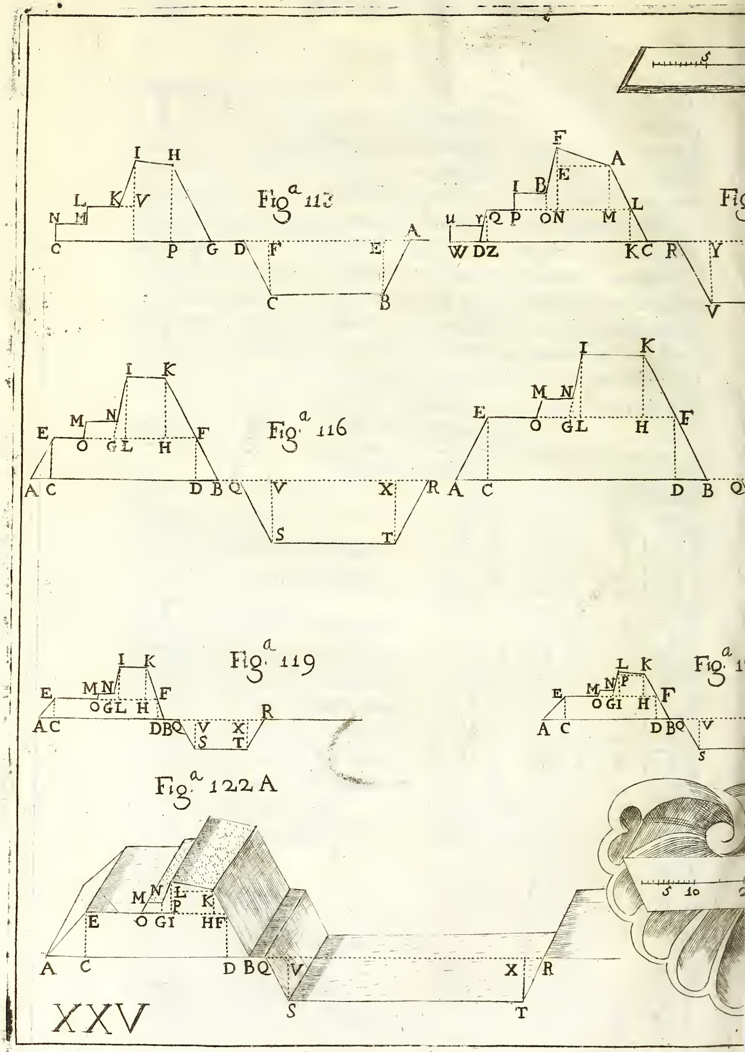
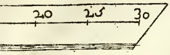


Fig.a 113
Fig.a 116
Fig.a 119
Fig.a 122 A
XXV



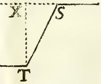


Fig.[a] 115

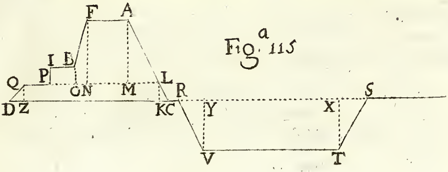


Fig.[a] 117

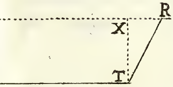


Fig.[a] 118.

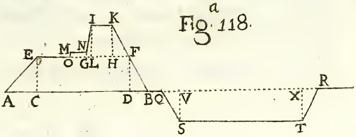
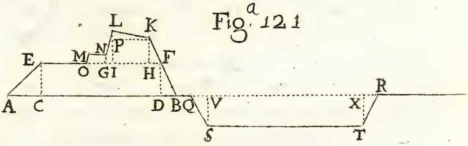


Fig.[a] 121



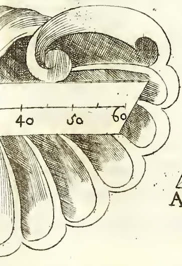
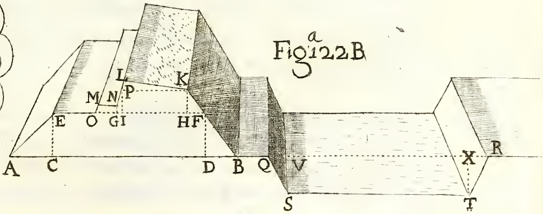


Fig.[a] 122 B



M. Mandes f.

Na altura interior do Parapeito baſtará tomar 5. ou $5\frac{1}{2}$ pés Portuguezes,& na exterior 3 ou $3\frac{1}{2}$ para os Revelins,& Meyas-luas.

A largura das Portas deſtes Fortins ſe faz em diverſas ſortes; porque quando ſe lhe ha de metter artilheria ſe fazem taõ largas, que poſſa entrar hũa carreta: mas quando a queiraõ eſcuſar, convem que ſejaõ ſòmente largas à roda de dous pès para que poſſa entrar, & ſahir hũa ſó peſſoa, porèm iſto ſe entende quando os Fortins forem pequenos applicados âs Trincheiras de hum ſitio; porque ſendo grandes ſempre a Porta ſerá ao menos taõ larga que poſſa entrar a carreta,& tres peſſoas emparelhadas. Portas dos Fortins de meyos Baluartes de q̃ largura.

Quando as entradas ſaõ eſtreitas para a paſſajem de hũa ſò peſſoa ſe coſtumaõ fechar cõ hũa Ponte levadiſſa de dous paos unidos por outros atraveſſados, & por cima aſoalhados de taboas groſſas de tal maneira,que baixa a Ponte ſerve de paſſajem, & levantada de tapar a entrada;para cujo apoyo (quando ſe abaxa) ſe afinca no meyo do Foſſo hũa trave em que ſe ſuſtente por ſe não romper com as paſſajens.

SCHOLIO II.

DEveſe tambem advertir que ainda que eſtes Fortins ſe fazem ſòmente de terra,por ſenão haver de empregar pedra, & cal em obras taõ pequenas (ſalvo na falta de bom terreno) todavia quando forem de baſtante grãdeza,ſe lhe pôde fazer o Portal,& entrada daquelles materiaes com hum pequeno lanço de parede de hũa,& outra parte do Portal, ſeguindo a meſma Eſcarpa do Reparo. Aſſim o diſpuz no Forte de S. Joaõ de Setuval em fórma de hũa Eſtrella irregular, que levantàmos apreſſadamente com a occaſiaõ de ter entrado o exercito Caſtelhano a cargo do Marques de Caracena em Villa-Viçoſa no anno de 1665. & eſtar batendo o Caſtello;quando ſahio o noſſo exercito a cargo do Marques de Marialva da Praça de Eſtremoz, venceo, & desbaratou o do inimigo na batalha de Montes-claros, junto â ditta Praça de Villa-Viçoſa.

Foi o ditto Forte de S. Joaõ feito em fòrma de Eſtrella irregular a reſpeito do ſitio,&da guarniçaõ que naquelle enſejo lhe podiamos metter,levantado ſòmente para a occaſiaõ com tençaõ de deſpois com mais vagar, & cõmodidade ſe fazer de pedra, & cal

em outra mayor,& melhor fórma com Flancos;pois por ser o terreno allí summamente areento foi entaõ feito com muitas Salchichas de faxina cravadas cõ estacaria no Terrapleno que se levantava, para melhor se sustentar; convindo muito terse occupado aquelle posto antes de o inimigo chegar, & por cautela do successo que podia haver em Villa-Viçosa,& na batalha.

Occupei tambem outro outeiro pedregoso com hum Forte (a que o Mestre de Campo General Gil Vaz Lobo poz o nome de S.Luis Gonzag a) pentagonico regular de pedra, & cal, capaz de 400. homens, cujos Terraplenos vaõ em parte sobre abobadas dos Quarteis,ou estas a livel com o plano daquelles formaõ a parte mais interna de sua largura superior, a respeito da estreiteza do sitio,para que resultasse mayor capacidade na Praça de armas;& ainda assim cahe a Estrada encuberta pello outeiro abaixo de modo que em algũas partes he necessario fazela artificial sem allí se abrir Fosso algum; havendo este de resultar da elevaçaõ que se der á ditta Estrada encuberta com terreno conduzido.

Em o cume prolongado de outro outeiro pouco mais inferior sobre hũa Quinta que chamaõ de Brancanes tracei outro Fortim de meyos Baluartes em sitio por hũa parte quasi inacessivel:pella outra flanqueado, & defendido do Forte de S. Luis, por ser necessario neste sitio a respeito de descubrir,&offender huns excellentes quarteis em que o inimigo se podia alojar intentando sitiar aquella Praça.

Em hum alto sobre o Castello de S. Felipe desenhei tambem hum Forte por ser necessario allí, assim para occupar o sitio que he Padrasto muito proximo ao Castello, como por defender por aquella parte a chegada á Praça.

Cõ estas obras ficará a Villa de Setuval mais segura que com a Fortificaçaõ grande que se lhe fez. A razaõ naõ convem apontar aqui. Serà bom que se obrem as que ficaraõ desenhadas,& dellas inteirado hum Engenheiro daquella Praça que me assistia por Ajudante;fechandose tambem pella marinha com o desenho q̃ fiz melhor ordenado com hum Baluarte em correspõdencia do caes, do que outro que se havia feito em planta.

Apontei estas circunstancias ainda que pareciaõ escusadas neste Trattado;porque como ao escrever deste Scholio estaõ as pazes ajustadas entre os Reys Catholico,& de Portugal;&seja ordinario

nario descuidaremse os homens, quando os não obriga a necessidade, fique ao menos por escritto a memoria q̃ o que senaõ vir obrado à roda de Setuval nas sobredittas eminencias, não foi falta de advertencia minha por remedear a Fortificaçaõ da Villa na eleiçaõ do sitio, & ainda na disposição da traça; pois tambem onde desenhei hum Hornaveque que se fez da parte que olha para S. Francisco, havia na planta hum Revelin, que nem se accõmodava ao sitio nem se flanqueava da Praça; deixando de apontar outras muitas circunstancias acerca do que achei feito.

Com as sobredittas obras ficará Setuval hũa forte Praça por se não poder estorvar o soccorro ao Forte de S. Luis Gonzaga, & ao que se fizer em lugar da Estrella de S Joaõ, que saõ os postos mais importantes, principalmente o de Saõ Luis, tirandose ao inimigo por meyo destas eminẽcias, & a de Brancanes occupadas, os quarteis de que se podia valer, obrigando-o a acampar distantissimo da Praça.

CAP. VI.

Do modo de relevar hũa Planta para que represente a Fortificaçaõ levantada sobre o terreno.

COnforme o que havemos ditto no Cap. 26. da Secçaõ primeira a nossa linha Ichnographica, ou fundamẽtal he aquella que nos serve de guia para as grossuras, a saber dando della para dentro as das muralhas em que no alto haõ de vir a acabar: della para fóra os Taludes, ou bases de suas Escarpas; pello que a ditta linha Ichnographica se entende assim riscada no terreno, como outra sobre ella imaginaria no alto da muralha (ou do Terrapleno quando aquella falta) onde fenece a Escarpa exterior.

Esta linha superior sobre a Ichnographica (ambas em hum plano imaginario que por ellas passa de alto abaixo) talvez seraõ parallelas; outras vezes não, segundo o sitio, & altura a que em hũas partes subirá a muralha mais, ou menos que em outras; mas sempre a de cima sobre posta à debaixo.

Isto supposto seja a linha Ichnographica de hũa Planta a b c d e f g, &c. Lancese da parte de que mais queremos mostrar o relevo hũa linha horizontal A B de qualquer modo que se lãce; pois sempre podemos imaginar que a representa. Fig. 123. A

Modo de relevar hũa Plãta.

De todos os angulos da fig. formados pella Ichnographica se deitem perpendiculares à ditta linha horizõtal (excepto daquelles, donde vindo as taes perpendiculares passaõ por cima dos Parapeitos, & Terraplenos) quaes se mostraõ pellas de pontinhos: nestas se tome hũa altura que se supponha ser a da muralha desde o plano do Fosso como b h, que supponhamos ser de 36. pès: outro tanto as alturas a l, y i, z m, x n, u o, t p, s q, r c &c. Lancemse as linhas h l, l i, m n, n o &c. & a distancia entre estas, & a linha Ichnographica representa a altura da muralha, ou Terrapleno.

Para se lançarem as sombras que fazem relevar mais a Planta, se deve imaginar o Sol K em hum ponto distante da linha horizontal A B, & elevado sobre o horizonte em qualquer altura, como de 30. 40. 50. ou mais graos. Serà sempre conveniente imaginalo em altura de mais de 45. gr. sobre o horizonte; porque nesta, causa as sombras sobre o plano horizontal iguaes à altura dos corpos illustrados: sendo menor a altura do Sol, causa mayores sombras; porèm menores, se a altura do Sol he mais de 45. gr. & parece mais conveniente representar as sombras menores que a altura dos Terraplenos, ou muralhas; se bem isto não importa, & quereràõ outros imaginar o Sol em 45. gr. de altura, para q̃ as sombras interiores dos Terraplenos onde o Sol illustrar resultẽ iguaes cõ a altura interior dos dittos Terraplenos; mostrando assim sua Escarpa interior, que se costuma fazer igual ao menos com a altura interior daquelles, por facilitar a subida por toda a parte.

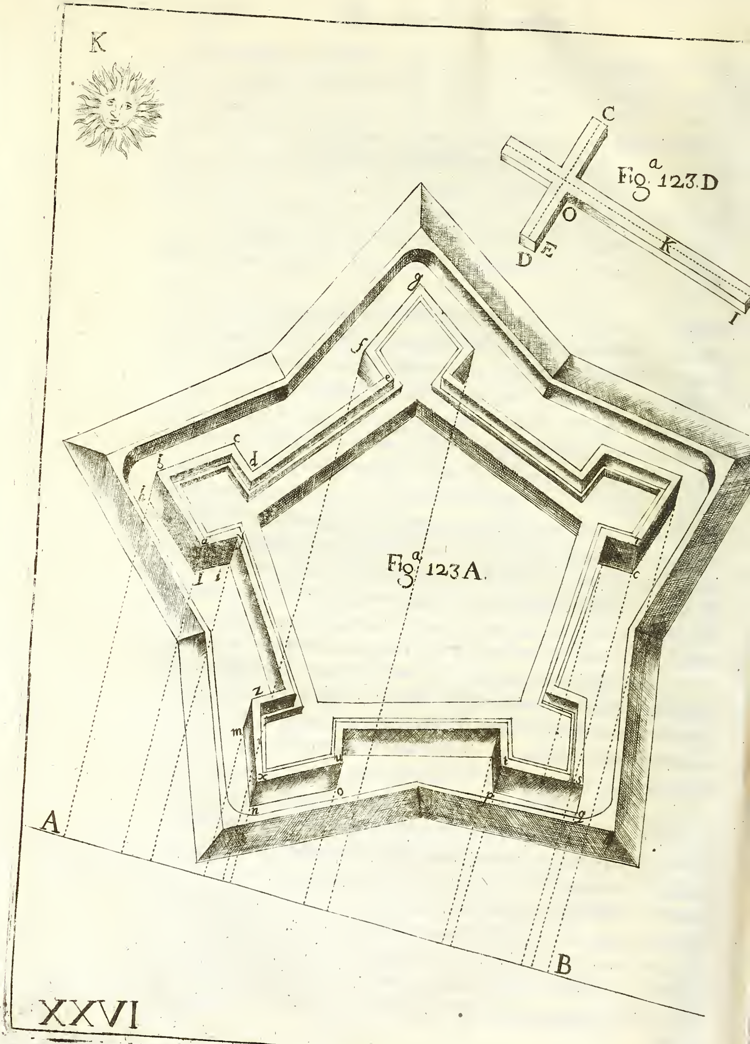
Se a Fortificaçaõ for irregular, & por tãto differentes as alturas, tomese em cada hũa das perpendiculares de pontinhos, a altura q̃ naquelle sitio tiver; para o que se deve suppor hũ petipé particular, que represente as dittas alturas, & outro para a planta; pois o desta por miudo representarà aquellas acanhadamente.

Outro modo de relevar hũa Planta.

Tambem se pòde representar este relevo com algũa Escarpa (demonstrada com moderaçaõ porq̃ fica a fig. mais engraçada.) Para isto em lugar das perpẽdiculares, que dos angulos da fig. formados pella linha Ichnographica dissemos se deitassem sobre a horizontal, se lancem outras que com ella formem angulos obliquos; por exemplo, de hũa parte da fig. angulos de 70. ou 75. gr. & semelhantemente da outra; como mostraõ as linhas de pontinhos, que não cahem perpendicularmente, mas em angulos obli-

Fig. 123. B

quos



XXVI

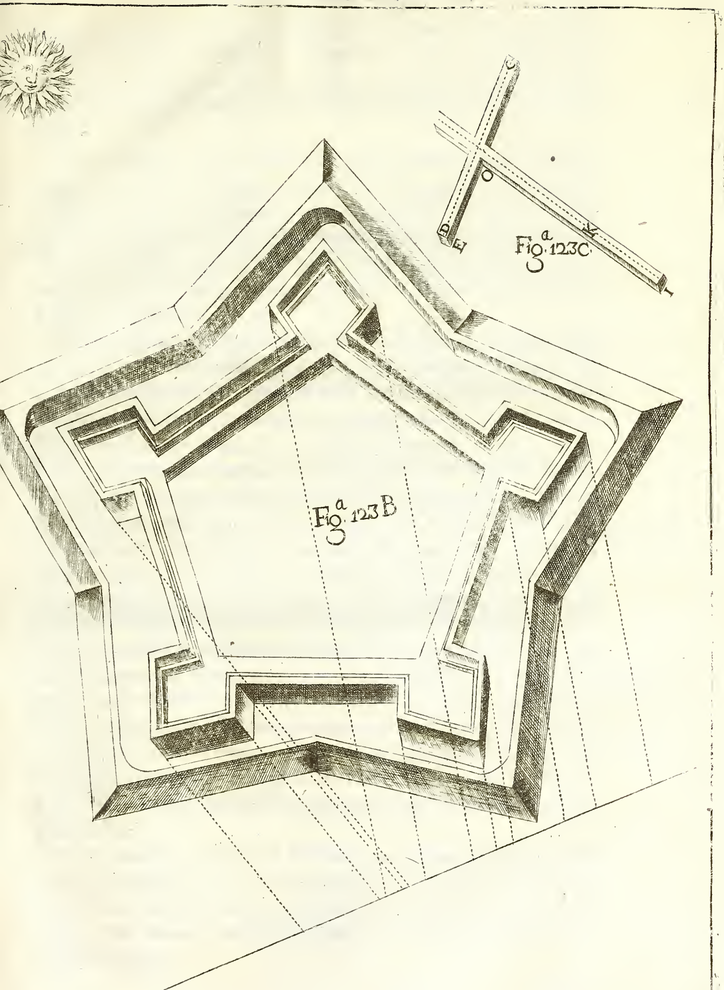


Fig.a 123 C
Fig.a 123 B
M. Mendes f.

quos ſobre a ditta horizontal,& neſtas ſe tomem as alturas, & lácem as parallelas, & ſombras na meſma fòrma que havemos ditto. Naõ he neceſſario lançar as linhas de modo que formem angulos de menos de 70.gr.por não repreſentar as Eſcarpas demaſiadas.

Para ſe deitarem eſtas linhas obliquas convem lançar primeiro as perpendiculares,& logo outras,que com aquellas formem angulos iguaes aos complemẽtos dos que haõ de formar com a horizontal;a ſaber ſe eſtes houverem de ſer de 70.gr. ſeraõ aquelles de 20. & ſe os primeiros de 75. os ſegundos de 15.por quanto o complemento de hum angulo agudo he o q̃ lhe falta para inteirar hum recto,que he de 90.gr.

Porèm mais facilmẽte ſe deitaràõ eſtas linhas em angulos obliquos ſobre a ditta horizontal,tirandoas dos angulos da fig. mediante hum inſtrumento que traz Ville a modo de hũa Eſquadra; no qual hum lado faça com o outro, angulo de 70. ou 75.gr. de hũa parte (que he o que havemos ſuppoſto que haõ de fazer as linhas de pontinhos com a horizontal) &da outra angulo de 110 ou 105.gr.[que ſaõ os complementos para dous rectos, ou 180. gr.] porque applicando a linha marginal E O da traveſſa C D ajuſtadamente com a linha horizontal, & a outra I O da regoa K com os angulos da fig. dos quaes ſe haõ de tirar as linhas em angulos obliquos ſobre a ditta horizontal,ſe podem lançar aquellas com mayor facilidade,ficando hũa ſuperficie do inſtrumento para cima quando ſe lançarem as linhas de hũa parte da fig.mas quãdo ſe lançarem da outra,ficará para cima a ſuperficie contraria da primeira;& tambem para lançar as perpendiculares, como parecẽ na fig.123.A, traz o meſmo inſtrumento com a traveſſa c em angulos rectos ſobre a regoa. Mas em hum,& outro inſtrumento baſta para o intento ametade da traveſſa C D a modo das Eſquadras, ſendo-o na realidade quando a regoa,& traveſſa formaõ angulo recto. Fig.123. C Fig.123. A c Fig.123.D

Deſte modo reſultarà hũa Planta bem relevada para repreſentar a obra futura;pois fica ſem alteraçaõ das medidas; o que não ſuccede na Perſpectiva rigoroſa que as altera, & torna a fig. disforme com menos intelligencia dos que não ſaõ practicos naquella ſciencia.

CAP. VII.

Da mediçaõ das muralhas de pedra, & cal, em braças, & dos Terraplenos, & Fossos em pés.

§. 1.

Como se achaõ practicamente as linhas da Planta das muralhas de hũa Praça fortificada, que correm por seu comprimento.

NA Hercotectonica hei trattado larguissimamente das mediçoens de todos os Terrenos, & Fossos de hũa Praça fortificada; seguindo na mayor parte a Dogen, que trattou a materia ampla, & excellentemente por diversas vias; assim pello modo geometrico; mediante o qual os Geometras colhem verdadeiramente a quantidade corporea dos membros da Fortificaçaõ em pès cubicos, ou qualquer outra medida; como pello architectonico, & pello mecanico, segundo os quaes os Architectos, & mecanicos colhem a quantidade com menos certeza em algũs corpos; de que pòde resultar erro importante contra a fazenda do Principe, & talvez dos empreiteiros.

Mathias Dogẽ trattou bem a Stereometria das obras da Fortificação.

Deve o Engenheiro saber bem a conta das mediçoens para q̃ não fique enganado o Principe a quem serve; & para que se for necessario fazer o computo de hũa nova Fortificaçaõ que intente, o não empenhe a que ou lhe falte o cabedal, ou se faça a Fortificaçaõ diminuta nas verdadeiras grossuras, & alturas que deve ter conforme a Planta, & o sitio.

Por esta causa o Principe da Architectura Vitruvio [r] dezejava que os Deoses inspirassem no povo Romano a introduzir a ley q̃ se observava em Epheso Cidade dos Gregos acerca dos Architectos. He o texto largo; por isso o naõ refiro em Latim; mas traduzido vem a montar.

[r] No proemio do livro 10.

Palavras de Vitruvio traduzidas.

" Diz-se que em Epheso nobre, & antigua Cidade dos Gregos
" há hũa antiga ley feita pellos antepassados com dura condiçaõ;
" porém não com iniquo direito. Porque quando hum Architecto
" toma à sua conta hũa obra publica promette com quanta despesa

se

ſe haja de fazer. Dada a eſtimaçaõ ſe obrigaõ ſeus bens ao Magiſ- "
trado atè ſe acabar a obra. Acabada eſta; quando a deſpeza cor- "
reſponde com a promeſſa he ornado com decretos, & honras. Tã- "
bem ſe na obra ſenão diſpende mais que a quarta parte alem do "
promettido, ſe ajunta com a eſtimaçaõ, & ſe prefaz do publico "
ſem o Architecto ſer obrigado a pena algũa: porèm ſe mais da "
quarta parte ſe diſpende, ſe tira dos ſeus bens o dinheiro para ſe "
acabar a obra. Oxalá fizeſſem os Deoſes immortaes que eſta ley "
foſſe obſervada pello povo Romano, não ſô para os publicos, "
mas para os particulares edificios, porque não procederiaõ os im- "
peritos atrevidamente ſem caſtigo. Atèqui Vitruvio. "

Trattarei o mais breve que puder o modo certo da mediçaõ das muralhas de pedra, & cal; dos Terraplenos, & tambem dos vãos dos Foſſos; porque do exemplo das couſas que apontar ſe pòde proceder na medida de quaeſquer corpos pertencentes à Fortificaçaõ.

Porèm he de advertir que ſe tem achado por experiencia nas Fortificaçoẽs de Alem-Tejo, que dous pés de terra tirada do terreno natural, quando ſe abrem os Foſſos, occupaõ lugar de tres pès nos Terraplenos, ainda deſpois de bem batida, & aſſentada a terra; pello que ſe algũa vez ſe medirem Terraplenos (que não he neceſſario porque ſe mede a terra q̃ ſahe dos Foſſos, ou ſe a carreta de outra parte para elles) em tal caſo, da ſomma dos pès que ſe acharem nos Terraplenos ſe deve abater a terça-parte; & as duas ſòmente pagaremſe aos empreiteiros ſegundo o preço que ſe der a cada pè de terra, cõforme o eſtilo da que ſe tira dos Foſſos; ou haverſe reſpeito no preço em ſe lhe orſar menos a terça-parte.

Para exemplo das mediçoens proponhamos a Face, & Flanco de hum Baluarte, & ametade da Cortina de hũa fig. pentagonica regular fortificada ſegundo o noſſo Methodo do Cap. 14. cujo lado do Polygono exterior ſeja de 864. pés. Conforme a proporçaõ que alli apontamos ſerà a Face A O de 223|5. pès. O Flanco O I de 86|4; & porque a Cortina era de 432. ſerà ſua ametade I H de 216. Conſideramos eſtas medidas na noſſa linha Ichnographica; não na exterior pella raiz da muralha, que outros com menos fundamento tem pella ditta Ichnographica. Fig. 124.

De modo q̃ toda a linha Ichnographica H I O A monta 525|9. pès

pès na decima parte desta Fortaleza pentagonica. Esta linha Ichnographica se entende no plano do Fosso; sobre a qual fica outra a ella igual, & parallela no alto da muralha, onde fenece a Escarpa quando a ditta muralha acaba em livel; porèm quando esta no alto corre a trainel, pòde ser, ou não ser a de cima parallela à debaixo segundo o sitio.

A de cima se pòde medir a todo o tempo quando não haja lẽbrança da quantidade da debaixo ao tempo que foi riscada no terreno; com advertencia que para as mediçoens se hà de suppor a linha Ichnographica horizontal, & para se achar sua verdadeira quantidade quando se medir pello alto da muralha que correr a trainel; se deve ter hũa regoa de 10. pés assinalados em hũa de suas faces, & na outra 15. palmos (que he o estilo usado entre nòs para se medir por pès, ou palmos; & hum dos pès repartido na regoa em 10. partes, como tambem hum palmo em outras 10.) Pòde a regoa ser mayor, ou menor; porèm a de 10. pès causa mais facil a conta para os que naõ saõ muito practicos na Arithmetica.

Esta regoa se deve ir dispondo ao comprido por cima da linha H I O A no alto da muralha, & medindo-a se esta corre a livel; porèm se corre a trainel, tocarà a regoa sòmente com hũa ponta na ditta linha, & a outra no ar, de modo que fique a livel; & da ponta que fica no ar se deixará cahir hum perpendiculo atè a ditta linha Ichnographica alta da muralha, & no ponto em que cahir se tornarà a pòr outra vez hum extremo da regoa horizontalmente disposta, deitando novamẽte o perpendiculo do outro extremo, & indo assim continuando se medirà a verdadeira linha Ichnographica por segmentos de linhas imaginarias a livel, igual cada segmento ao comprimento da regoa. Chamo linha Ichnographica não sò a que se imagina no plano do Fosso, mas no alto da muralha por esta responder a aquella.

Do mesmo modo se medirâ o ambito interior E R Q T: mas o exterior B D N P há de ser pella raiz da muralha; pois nella fica o ditto ambito exterior; advertindo que se o sitio correr a trainel a diversas partes, subindo, & baxando em differentes, ou a hũa mesma, se ha de ir accõmodando a regoa sempre a livel com hum extremo no chaõ, outro no ar, & deitando o perpendiculo na fòrma sobreditta.

Este he o modo mais facil, & mais practico de achar assim o ambito

bito da linha media Ichnographica H I O A; como o interior E R Q T, & exterior pella raiz da muralha B D N P.

Mas porque não escrevo sòmente para os puramente practicos, direi tambem o modo de se acharem as dittas linhas mais artificiosamente.

§. 2.

Como se achaõ as linhas de hũa Planta què correm segundo o comprimento das muralhas por meyo mais artificioso que o precedente, supposta a mediçaõ de hũa dellas.

MEdindose pello modo ditto no §. 1. ou suppondose sabida a quantidade de pès (ou palmos) conteudos na nossa linha Ichnographica, a saber o segmento H I de 216. pès. I O de 86|4: A O de 223|5; cujo aggregado monta 525|9, imaginemos o Perfil desta muralha; no qual a linha inclinada B C represênta sua Escarpa exterior; cuja base ou Talud mostra a linha H B de 5. pès (por suppormos a cada 5. de altura, hum de Talud, & que a muralha hà de subir 25. do plano do Fosso) A linha H E mostra a grossura da muralha considerada de per-si na fòrma em que no alto ha de acabar na grossura C G igual com H E, que suppomos de 4. pès; por tanta nos parecer bastante conforme o ditto no Cap. 25. §. 1. suba pouco ou muito a muralha, havendo bom terreno, & bons materiaes, variandose sòmente o Talud H B conforme a altura for mayor, ou menor. Fig. 124.

Isto supposto, vem entaõ a ser toda a grossura no pè da muralha a linha B E de 9. pés; a saber os 5. do Talud B H, & os 4. da grossura H E igual com C G.

E porque o ambito exterior B D N P he mayor que o da linha Ichnographica H I O A pello aggregado dos segmẽtos V N, N X, Z P menos o aggregado dos segmentos F I, I L; se aquelle se ajuntar à ditta linha Ichnographica, & da somma se restar este, será conhecido o ditto ambito exterior B D N P.

Os segmentos V N, N X, Z P se podem reconhecer por medida. Os outros F I, I L saõ jà sabidos cada hum de 5. pès igual com B H.

Mas como queremos aqui proceder mais artificiosamente, se devem buscar cada hum dos segmentos V N, N X, Z P por Trigonometria, reconhecendo primeiro o valor de cada hum dos angulos iguaes V O N, X O N dos Triangulos rectangulos O V N, O X N; a saber porque o angulo X N V igual ao da Espalda O se achará de 104. gr. 55. min. 50. seg. sera sua ametade O N V de 52. gr. 27. min. 55. seg. que tirados de 90. gr. (por ser recto o angulo N V O) restaõ 37. gr. 32. min. 5. seg. pello valor do angulo V O N. O mesmo se entende do angulo X O N seu igual. Desprezados pois os 5. seg. por cousa insensivel nesta practica, supponhamos cada hum dos dittos angulos de 37. gr. 32. min.

1 Daõse logo sabidos no Triangulo rectangulo O V N todos os angulos, & o lado O V de 5. pès igual com B H pella equi-distancia das parallelas: por onde pellos preceitos da Trigonometria se acharà o lado V N de 3|84

& outro tanto será o lado X N 3|84

2 O segmento Z P se achará pello Triangulo rectangulo A Z P; no qual se dá sabido o angulo A P Z de 39. gr. 4. min. 10. seg. que he ametade do Flanqueado; [o qual se achará de 78. gr. 8. min. 20. seg.] & dahi ? o angulo Z A P de 50. gr. 55. min. 50. seg. cõ o lado A Z de 5. pès; donde se acharà o segmento Z P de 6|159. idest 6|16

?32. do 1.

3 Achados os segmẽtos V N de 3|84: X N de outros 3|84: Z P de 6|16, cujo aggregado monta 13|84; & este junto cõ o da linha Ichnographica, que he 525|9; faz tudo somma de 539|74; da qual tirando o aggregado dos dous segmentos F I, I L; cada hum de 5. pès, que monta 10, restaõ 529|74. pello valor da linha exterior B D N P 529|74

4 A linha N D que nos ha de ser necessaria de per si he de 85|24; porque se do Flanco I O se tirar I L de 5, resta L O de 81|4. igual com D V; â qual acrescentando V N achada no num. 1. de 3|84. compoem D N de 85|24 85|24

Mas se pello contrario nos fosse dada a linha exterior B D N P, & por ella quizessemos investigar a Ichnographica H I O A; se deviaõ achar na fórma sobreditta os segmentos V N, X N, Z P; Cuja somma se devia diminuir da ditta linha B D N P, & ao resto acrescentar a somma dos segmentos L I, I F; porque

este ultimo aggregado seria o valor da Ichnographica.

Semelhantemente se pòde achar pella mesma linha Ichnographica H I O A a interior E R Q T se daquella se tirar o aggregado dos segmentos a O, O b, y A, & ao resto se ajuntar o aggregado dos segmentos c R, R d; porque esta ultima somma dará a ditta linha interior E R Q T que sahirà de 522|83

5 Para se acharem os segmentos a O, O b, y A; se pòde escusar Trigonometria hũa vez que saõ já achados os segmentos V N, N X, Z P; porque saõ proporcionaes os lados dos Triangulos semelhantes; & assim se há O V para V N, como Q a para a O &c. & tambem A Z para Z P, como T y para y A; pello que pella regra aurea se podem achar.

Mas se pello contrario nos fosse dada sabida a linha interior E R Q T, por ella poderiamos saber a Ichnographica H I O A se com a linha interior ajuntassemos o aggregado dos segmentos a O, O b, y A, & desta somma tirassemos o aggregado dos segmẽtos c R, R d, porque este ultimo resto mostraria a quantidade da ditta linha Ichnographica H I O A.

Consideremos agora de per-si a linha m t q Y taõ distante da exterior P N D B quanto he o Talud Y B respondente a altura da muralha do fundo do Fosso até o plano da campanha; a saber de 2|6. por suppormos o Fosso profundo 13. pès para este calculo (dando a cada 5. de altura hum de Talud na muralha de pedra, & cal) de modo que todo o Talud B H o consideramos repartido em duas partes, a saber hũa B Y de 2|6. respondentes aos 13. que a muralha sobe do fundo do Fosso atè o plano da campanha, representados na altura Y l: outra Y H ou sua igual l g de 2|4. respondentes aos 12. que mais suppomos sobe a muralha da campanha para cima representados na altura g C

Esta linha m t q Y, termo interior do Talud respõdente á muralha do fundo do Fosso até o plano da campanha, nos ha de servir de baliza para alguns calculos da terra que sahe do Fosso; como adiante se verá; pello que he necessario buscala por suas partes na fòrma seguinte.

6 O segmento m e se acha por regra de tres; a saber. Assim A Z de 5. pès para Z P jà achada no num. 2. de 6|159; como A e de 2|4 para e m; que sahirá de 2|95632; pellos quaes tomamos 3. Isto nasce da semelhança dos Triangulos A Z P, A e m.

7 A porçaõ e i he conhecida por ser igual com a Face A O supposta no principio deste §. de 223|5.

8 O segmento i t se sabe tambem pella regra aurea, pella semelhança dos Triangulos O X N, O i t, a saber O X de 5. pés para X N achada no num. 1. de 3|84; como O i de 2|4 para i t de 1|8432; pellos quaes tomaremos 1|84 — 1|84

Outro tanto he o segmento t h seu igual — 1|84

9 O segmento h q he igual com o Flanco O I menos a porçaõ f I; por onde se do Flanco O I de 86|4 se tirar f I de 2|4, resta h q de 84|0 — 84|0

10 A porçaõ h p se conhecerá se da linha h q achada no num. 9. de 84|0 se tirar a porçaõ p q de 2|6 por ser igual com o Talud B Y, & restará conhecido o segmento h p de 81|4 — 81|4

11 A linha q Y se conhece juntando em hũa somma a porçaõ q ♓ de 2|6 com ♓ Y igual a D B de 211. por ser D B igual com a linha I H (supposta no principio deste §. de 216.) menos a porçaõ I F de 5: por onde fica F H, ou sua igual ♓ Y de 211 — 211|0

Digo acima que a linha D B he igual cõ I H menos a porçaõ I F; o que se deve entender no caso que suppomos de ser a linha D B parallela com I H; porque sendo o Talud desigual a respeito do sitio, naõ ficaõ parallelas, & se deve buscar a linha q Y por outra via. O mesmo se entende a respeito das outras P N, N D que havemos supposto parallelas com a Face A O, & Flanco O I.

12 Busquemos mais a porçaõ P ♆ pella regra aurea a saber A e de 2|4 para e m achada no num. 6. de quasi 3. como m ♆ de 2|6 para ♆ P de — 3|25

13 O segmento ♌ N se acha, como O X de 5. para X N de 3|84 descuberta no num. 3. assim t ♌ de 2|6 para ♌ N de 1|9968, pellos quaes tomamos 2 — 2

14 O segmento N ♆ he igual com ♌ N a saber de — 2

15 A linha ♆ ♌ igual com m t se descobre se se ajuntarem em hũa somma o segmento m e achado no num. 6. de 2|95632, & o segmento i t descuberto no numer. 8. de 1|8432; cujo aggregado 4|79952. junto com e i igual á Face A O de 223|5. cõpoem a ditta linha m t de 228|29952; pellos quaes tomamos 228|3, & de tantos he a linha ♆ ♌ — 228|3

§ 3.

§. 3.

Como se acha a quantidade corporea conteuda na muralha E R Q T P N D B.

ACHADAS as linhas declaradas no §. antecedente devemos buscar separadamente os corpos pertencentes à Escarpa q̃ saõ os conteudos, & levantados no espaço H I O A P N D B na fòrma seguinte.

1 No Triangulo rectangulo P Z A se multiplique o lado P Z achado no §. 2. n. 2 de 6|16. por ametade do lado Z A supposto de 5. a saber por 2|5; cujo producto 15|4 será a àrea do ditto Triangulo P Z A; a qual multiplicada por 8|33. terça-parte de 25. pès; de que supposmos a altura da muralha do fundo do Fosso para cima, resulta no producto 128|282. pès cubicos conteudos na Pyramide que se levanta sobre o ditto Triangulo P Z A; sobre que se veja o §. 18. da seg. part. Qualificat. 128|282

2 Passemos á Pyramide que se levanta sobre o Triangulo rectangulo N X O. Multipliquese X N achada no §. 2. n. 1. de 3|84. por ametade do lado X O supposto de 5. a saber por 2|5, resultaõ 9|6. área do ditto Triangulo N X O; a qual multiplicada por 8|33. terça-parte de 25. altura da muralha, resultaõ 79|968. pello valor da Pyramide considerada de per-si sobre o Triangulo N X O 79|968

3 Outro tanto he a Pyramide q̃ se levanta sobre o Triãgulo rectangulo N V O; que junta com a sobreditta vem ambas a compôr hũa sò Pyramide que tẽ por base o Quadrangulo N X O V: Monta pois a ditta Pyramide N V O considerada de per-si 79|968; sobre que se veja o ditto §. 18. da seg. part. Qualificat. 79|968

4 Meçase agora a Pyramide jacente que tem por hũ lado o Triangulo rectangulo I L D no plano horizontal; da qual Pyramide he base hum Parallelogrammo levantado sobre a linha L I taõ alto como a muralha, & a altura da ditta Pyramide he a linha L D por estar deitada & a põta D no chaõ; pella qual razaõ lhe chamamos jacente segundo se póde ver no ditto §. 18. da seg. part.

O lado L I he de 5. pès por ser igual com B H; o qual multiplicado por 25. altura da muralha dá no producto 125. que he o Parallelogrammo base da Pyramide: este multiplicado pella terça-parte da altura L D a saber por 1|66. resulta o num. 207|5. valor da ditta Pyramide 207|5

5 Outro tanto he a Pyramide jacente; da qual hũ lado he a superficie triangular F I D, que jaz no plano horizontal, & a base o Parallelogrammo que se levanta sobre a linha F I taõ alto, como a muralha; as quaes duas Pyramides se cõsideraõ de per-si; posto que estejaõ unìdas hũa com a outra por hũa superficie considerada sobre a linha Diagonal D I; que lhe serve de uniaõ. 207|5
Vejase o mesmo §. 18. da seg. part. Qualificat.

6 Considerem se agora os Parallelogrammos A Z X O, O V D L, D F H B; que todos tem a mesma largura A Z, ou B H de 5. pés; & se imagine que todos tres se unem segũdo seu comprimento; a saber o lado A O, Face do Baluarte de 223|5: O L de 81|4. (por ser igual cõ h p achada de outros tantos no §. 2. n. 10.) F H achada no §. 2. n. 11. de 211; as quaes tres addiçoens dos comprimentos dos dittos tres Parallelogrammos sommaõ 515|9, & porque os corpos que se levantaõ sobre estes Parallelogrammos acabaõ no alto em hũa linha (pella qual razaõ lhe chama Dogen Prismas dimidiatos; sendo que na verdade saõ tambem Prismas, mas de bases triangulares segũdo Euclides os especifica na settima do duodecimo; sobre q̃ se veja o §. 20. da seg. part. Qualificat.) por tanto se multipliquem os 515|9. de todo o comprimento pellos 5. da largura H B; resultarâ a àrea dos dittos tres Parallelogrammos, ou de hũ sò composto de todos tres unidos segundo seu comprimento; a qual sahirà de 2579|5: esta multiplicada por ametade da altura da muralha a saber por 12|5, dará no producto ——— 32243|75

Ou tambem se podia achar a àrea do Triangulo rectangulo C H B, que termina o ditto Prisma (composto de todos tres) por hum lado, multiplicando ametade da altura H C, a saber 12|5. por 5. conteudos em H B; ou ametade desta por toda aquella, & o producto 62|5.

mul-

multiplicado pella ſomma do comprimento dos Parallelogrammos rectangulos acima achada de 515|9. darà no producto os ſobredittos 32243|75.

Sommadas pois as quantidades acima deſcubertas, a ſaber.

* A Pyramide levantada ſobre o Triangulo P Z A deſcuberta no num. 1. deſte §.	128|282
* A Pyramide ſobre o Triangulo N X O no num. 2.	79|968
* A Pyramide ſobre o Triangulo N V O no num. 3.	79|968
* A Pyramide jacente, de que hũa ſuperficie triangular jacente no plano horizontal, he o Triangulo I L D deſcuberta no num. 4.	207|500
* A Pyramide jacente; de que hũa ſuperficie jacente he o Triangulo rectangulo I F D achada no. n. 5.	207|500
* A ſomma dos Priſmas de baſe triangular conſiderada por hum lado; (a que Dogen chama dimidiatos; & nòs com Campano, Tartaglia, & outros chamaremos Serratiles) os quaes Priſmas ſe levantaõ ſobre os Parallelogrammos A Z X O, O V D L, D F H B; achada no num. 6.	32243|750
Daõ a ſomma.	32946|968

quantidade corporea incluſa na parte da muralha eſcarpada.

Reſta agora buſcarmos o corpo incluſo no eſpaço entre as linhas E R Q T, H I O A; & como o ditto eſpaço ſeja de igual groſſura em cima que em baixo, acabando no alto com outra ſuperficie ſemelhante à que ſe inclue entre as dittas linhas; não ha mais que inveſtigar a ditta ſuperficie; a qual multiplicada pella altura da muralha darà a quantidade corporea que ſobre ella ſe levanta.

7 Pello que ſe junte em hũa ſomma a linha Ichnographica H I O A achada no principio do §. 2. de 525|9. com a interior E R Q T deſcuberta no meſmo §. n. 4. de 522|83; que mõtaõ 1048|73 cuja ametade 524|365. multiplicada por 4. cõteudos na groſſura H E gera 2097|46. área ſuperficial incluida entre as linhas E R Q T, H I O A; a qual multiplicada por 25. altura da muralha, dá no producto 52436|5. pès cubicos pella quantidade corporea do

cor-

corpo levantado sobre a ditta área superficial. 52436|5

8 Esta junta com a somma da quantidade corporea inclusa na parte da muralha escarpada acima achada de ———————— 32946|968

compoem o aggregado ———————— 85383|468

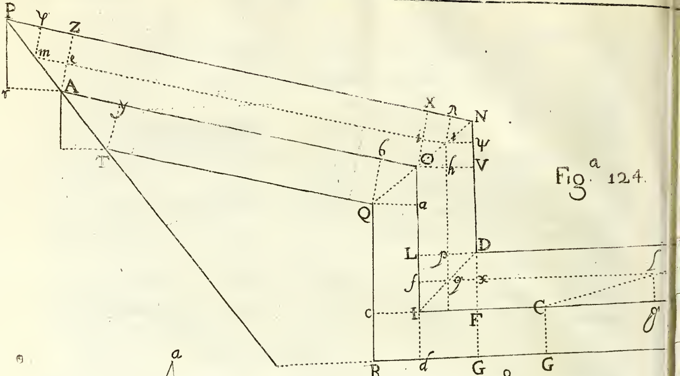
que he a decima parte da muralha da Fortaleza pentagonica que trattamos de investigar, sem fallar no alicerse, de que não havemos trattado por ser mais facil sua mediçaõ conforme as diversas alturas,& cada hũ a poderá fazer quando se executa a obra; pois he necessario irse logo fazendo a respeito da diversidade das alturas em diversas partes segundo o terreno, por evitar os enganos que ao despois se costumaõ fazer, ou ficarem as dittas alturas tomadas em lembrança com miudeza.

Mas porque nòs havemos investigado esta quantidade em pès cubicos, por quanto suppozemos as medidas das linhas, que descubrimos no §.2. em pés de comprimento, se deve advertir que para mais facilidade deviamos ao principio tomar as medidas das linhas do §.2. em palmos de comprimento; porque feita a conta no modo sobreditto, nos sahiria a quantidade corporea da muralha logo em palmos cubicos; cuja somma repartida por 250. que se contem em hũa braça de alvenaria, daria a quantidade das braças,& o q̃ sobejasse da repartiçaõ, seriaõ palmos cubicos; os quaes se todavia se quizessem reduzir a primos, segundos; &c. de braça, não haveria mais que ir acrescentando cifras ao numero da partiçaõ,& continuar em repartir pello mesmo partidor 250; porque iriaõ sahindo no quociente os primos, segundos, &c. de braça alem das inteiras da primeira repartiçaõ.

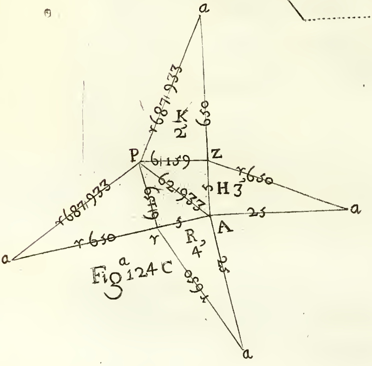
Palmos cubicos reduzidos a braças pello modo ordinario.

Com tudo não havemos perdido obra em fazer a cõta por pès de comprimento para que resultassem cubicos; porque por qualquer dos tres modos da terceira regra do Cap. 11. da Secçaõ primeira facillimamente se reduziráõ os pès cubicos a palmos cubicos: ou tambem se pòde reduzir com mayor facilidade o numero dos pès cubicos immediatamente a braças de 250. palmos cubicos, sem ser necessario reduzir primeiro os pès cubicos a palmos cubicos, pella sexta regra do ditto Cap. 11. multiplicando o numero dos pès por 13|5, & do producto cortando quatro letras numericas da parte direita; quando no numero dos pès não haja quebrado annexo; porque havendo-o se cortaráõ do producto tan-

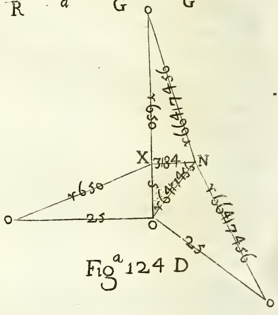
Reducçaõ de pès cubicos immediatamente a braças de 250 palmos cubicos.



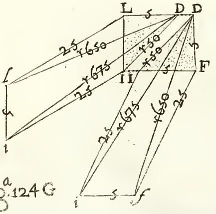
Figª 124.



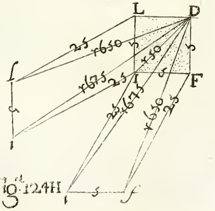
Figª 124 C



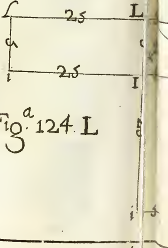
Figª 124 D



Figª 124 G

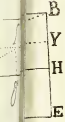


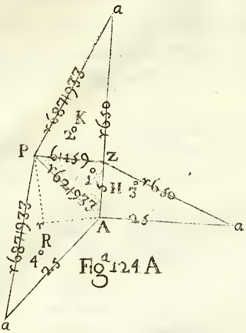
Figª 124 H



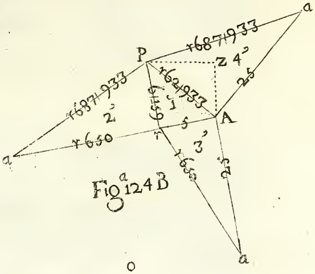
Figª 124 L

M. Mendes fecit

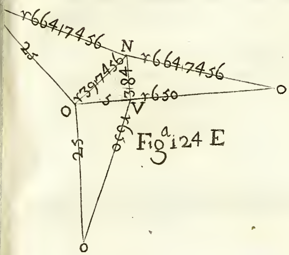




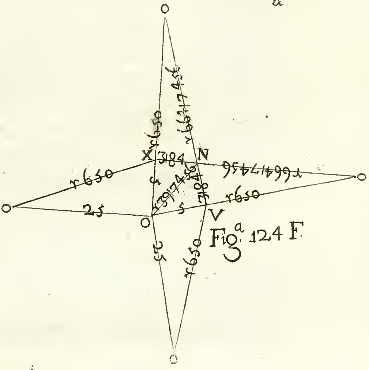
Figa 124 A



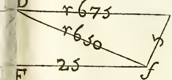
Figa 124 B

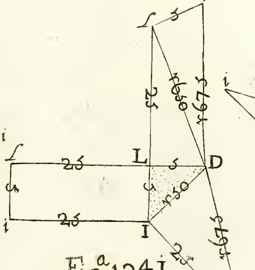


Figa 124 E

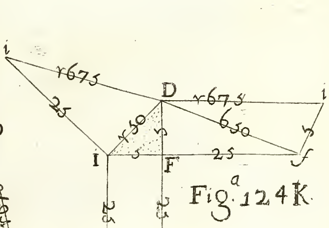


Figa 124 F





Figa 124 I



Figa 124 K

XXVIII

tantas letras mais que as quatro da parte direita, quantas letras tiver o numerador do quebrado; quero dizer quãtas estiverem da risca para a maõ direita no numero dos pès, conforme dissémos na ditta sexta regra.

EXEMPLO.

POR quanto o nosso numero dos pès 85383|468. contem tres letras da risca para a maõ direita, se o multiplicarmos por 135. sahe no producto 1152|6768180, do qual cortadas sette letras da maõ direita; a saber as quatro que se haviaõ de cortar pella regra geral, & as tres mais por respeito do quebrado|468 annexo ao numero dos pès; restaõ 1152. braças inteiras, & $\frac{6768180}{10000000}$; de que se corte a ultima cifra da maõ direita assim do numerador, como do denominador (porque as ultimas cifras da parte direita se podem deitar fóra.)

Achado pois o numero das braças 1152|676818; porque supposemos ser sómente de meya Cortina, hum Flanco, & hũa Face de hũa Praça pentagonica proposta, virà a ser aquelle numero de braças sómente a sua decima parte; pello que multiplicado por 10. darà no producto 11526|76818; que saõ 11526. braças, & $\frac{76818}{100000}$ de braça; do qual numero se deve fazer o desconto dos vãos das Portas, & postigos; salvo se se houverem de medir os vãos por cheyos conforme o contratto, & he estilo nas paredes delgadas a respeito do trabalho em assenrar os Portaes, & faces que se fazem na passajem delles.

Mas porque he escusado exemplificar agora este abatimento por ser facil, o deixamos, & imaginemos, que na realidade a muralha de toda a Praça (sem contar os alicerses) montava as dittas 11526|76818. braças.

Querendo pois reduzir a dinheiro sua estimaçaõ he facillimo. Supponhamos se contrattou com os Empreiteiros a 1300. reis a braça, preço commum em Estremoz para ir bem feita a muralha, & com a cal necessaria: multiplicando pois os 1300. pello sobreditto numero, resulta no producto 14984798|63400; que vem a ser 14984U798. reis, & $\frac{634}{1000}$ de real. Taõ ajustada sahe a conta pella Dizima. Calculos das mediçoens pella Dizima ajustadissimo para a practica.

Mas esta conta he sem fazer computo da pedraria dos angulos, dos Portaes, arcos, abobadas dos transitos das Portas, corpos de

Ii guarda,

guarda,& outras cousas,de que se faz computo de per-si; & tambem dos alicerses das muralhas conforme suas diversas alturas; & he supppondo igual altura, & escarpas nas muralhas do plano do Fosso para cima;porque havendo variedade nas alturas,& Escarpas se deve attender a isso.

Fica com tudo servindo esta conta de Roteiro para ver como se devem governar no fazer o calculo segundo as diversas supposiçoens das medidas.

O mais custo da Fortificaçaõ no tocante aos Parapeitos pertence à Stereometria por pès cubicos de taipa,ou formigaõ; porque se não devem fazer de pedra,& cal:sobre que se poderàõ governar no fazer a conta investigando os pès semelhantemẽte como fizemos nos das muralhas: considerando porèm que qualidades de Pyramides saõ as dos angulos.

Mas por dar mais algũa noticia (deixando a mediçaõ dos Parapeitos pella sobreditta razaõ) trattaremos da dos Fossos segundo nossa fabrica,apontando as Pyramides da Escarpa,&Contrascarpa,que se devem cõsiderar nos lugares da terra que dalli se tirou,pella qual razaõ lhe chamamos Pyramides aereas havendo succedido allì o Ar em lugar da terra; para o que será necessario buscar primeiro algũas linhas no Fosso; principalmente no da nossa fabrica por ser a Contrascarpa obliqua á Face do Baluarte.

§. 4.

Como se investiga a menor largura do Fosso defronte do angulo flanqueado, & tãbem do angulo da Espalda; assim em seu plano, como em sua boca segundo a nossa fabrica dos Fossos obliquos descripta no Cap. 16 & outras linhas convenientes para mediante ellas se descubrir a quantidade corporea da terra que sahe do Fosso.

O Intento de se buscar a menor largura do Fosso he para virmos a trattar da mediçaõ dos corpos de terra que delle se tiraõ; pois nôs o havemos disposto obliquo [r] á Face do Baluarte, que se fora parallelo,se escusara esta diligencia; conhecendose logo sua igual largura defronte das Faces dos Baluartes, ou pella

[r] No cap. 16.

que

que se lhe tivesse dado na fabrica, ou por medida.

O mais facil caminho, & melhor para a practica he medir esta menor largura do Fosso [que he de hũa, & outra parte do angulo flanqueado) por hum cordel que delle venha a topar em angulos rectos com a Contrascarpa, & posto horizontalmẽte no plano do Fosso se allí se medir sua largura, ou alivel da Estrada encuberta se se buscar em sua boca. Do mesmo modo por via de cordel he muito mais facil, breve, & expedito para a practica medir quaesquer distancias nas obras da Fortificaçaõ, & seus Fossos.

Porèm porque muitas vezes pòde ser necessaria a Trigonometria; & porque naõ devemos apontar sòmente o modo mecanico; pois escrevemos tambem para os que se deleitaõ de proceder por meyos mais engenhosos, &de mayor contemplaçaõ; trattamos aqui do modo Trigonometrico. Alem de que he certo q̃ nas mesmas mecanicas medidas por cordeis, se embaraça o que està totalmente destituido da Theorica, não sabendo a fòrma em que ha de lançar o cordel perpendicular, se sobre esta, ou aquella linha que deve considerar; segundo me consta por muitas experiencias de ver a alguns medir aereamente, colhendo (por não saberem formar os Triangulos a proposito nas perpendiculares que lançavaõ com o cordel) as quantidades muito erradas; como eu despois lhe mostrava. Isto supposto.

Para procedermos fundamentalmẽte, devemos assentar os principios que havemos tomado; a saber que para se descrever primeiro o Fosso parallelo, sobre o qual fundamos o obliquo segundo o ditto no Cap. 16. tomamos o parallelo taõ largo, quanto he o comprimento do Flanco; mas computando-o da nossa linha Ichnographica para fòra, qual mostra a linha A S de 86|4. igual com o Flanco O I; & porque o Talud A z he conhecido de 5. pès a respeito de pormos q̃ a muralha sobe 25. do plano do Fosso tirada A z 5. de A S 86|4, resta sabida z S 81|4. do ponto z no plano do Fosso atè o ponto S imaginado no mesmo plano porbaixo da Contrascarpa. Fig. 125. A

A porçaõ z e representa o Talud da muralha de 2|6. a respeito da altura do fundo do Fosso atè o plano da campanha por havermos supposto o ditto Fosso de 13. de profundo.

A porçaõ e A representa o Talud de 2|4. da mesma muralha do plano da cãpanha para cima por havermos supposto que dalli

sobe mais 12.pès dando a cada 5.de altura hum de Talud.

E porque as linhas z S, P a saõ iguaes em razaõ de serem perpendiculares [r] sobre as parallelas R S H, N z P, será P a tambem de 81|4.

r Pella oper.

Seja a Contrascarpa obliqua a linha β R u T segundo a havemos descritto no Cap.16.para o Pentagono. Do ponto P se lance sobre ella a perpendicular P u:Por tanto se investigarmos esta, & della tirarmos a porçaõ u r, Talud da Contrascarpa do Fosso obliquo, restará conhecida sua menor largura P r no plano do ditto Fosso.

Para acharmos a ditta linha P u,& o mais que pertendemos,& se verá do calculo,se proceda pello seguinte.

Processo para investigar a menor largura P r do Fosso obliquo em seu plano segundo nossa opiniaõ.

1. No Triangulo A S H [r] rectangulo se daõ sabidos

r Fig.125. A & 125.B

O lado A S 86|4. igual com o Flanco O I pella operaçaõ.

O angulo S recto pella operaçaõ.

O angulo A H S de 39.gr.4.min.10.seg.igual â ametade do Flãqueado(que se achará de 78. gr. 8. min. 20.seg.)em razaõ [r] das Parallelas μ R H, O A.

r 29. do 1. de Eucl.

O angulo S A H [a] de 50.gr.55.min.50.seg.

a 32. do 1.

Destes suppostos se investigarà a Hypothenusa A H de— 137|1

Junta a Hypothenusa A H 137|1. com a Capital A E achada conforme a doutrina do §.5.da seg.part.Qualificat. & declarada na taboada n.8.de ———— 178|0

E com o Semidiametro E K de ———— 557|0

Compoem toda a linha H K de———— 872|1

2. No Triangulo μ K H se daõ sabidos

Fig.125.B

O lado H K achado no num.1.de 872|1.

O angulo μ K H de 36.gr.ametade do angulo do centro do Pentagono.

O angulo K H μ jà dado no primeiro Triãgulo de 39. gr.4.min.10.seg.

O angulo K μ H de 104.gr. [r] 55.min.50.seg.

r 32.do 1.de Eucl.

Dos quaes suppostos se achará o lado μ H de ———— 530|5

E sua ametade R H ou μ R de ———— 265|25

3. No

3. No Triangulo M E H se daõ sabidos
O lado E H 315|1. cõposto da linha A H achada no num. 1. de 137|1, & da Capital E A supposta no mesmo n. de — 178|0
O angulo M E H de 126. gr. por ser complemẽto [r] do angulo M E K para dous rectos, & este de 54. gr. por ser ametade do angulo do Pentagono.

[r] 13. do 1. de Eucl.

O angulo E H M de 39. gr. 4. min. 10. seg. o mesmo que A H S supposto no num. 1.
O angulo E M H de [c] 14. gr. 55. min. 50. seg.

[c] 32. do 1.

Dos quaes suppostos se descubrirá o lado E M de — 770|8
Tirando do lado E M agora achado de 770|8. o segmento E ≷ 543/4. composto da Demigolla E I 111|4. & da Cortina I ≷ 432. descubertas no §. 5. da segund. part. Qualificat. & taboada n. 8. resta o segmento ≷ M de — 227|4
4. No mesmo Triangulo M E H com os mesmos suppostos se busca o lado M H:
E sahirà de — 989|4
5. No Triangulo rectangulo M ≷ Ω saõ conhecidos
O lado M ≷ achado no num. 3. de 227|4.
O angulo recto ≷ de 90. gr.
O angulo M de 14. gr. 55. min. 50. seg. o mesmo que o angulo E M H conhecido, & supposto no n. 3.
O angulo M Ω ≷ de 75. gr. [r] 4. min. 10. seg.

[r] 32. do 1.

Dos quaes suppostos se investigará a Hypothenusa M Ω de — 235|3
Tirãdo a Hypothenusa M Ω agora achada 235|3. do lado M H 989|4. investigado no n. 4. resta o segmento Ω H de 754|1; & deste tirando o segmento H R 265|25. descuberto no n. 2. resta a porçaõ R Ω de 488|85; pellos quaes tomamos 488|9. que se guardaráõ para servirem no calculo do Triangulo Ω Π R — 488|9
6. No mesmo Triangulo M ≷ Ω com os mesmos suppostos, se inquire
O lado ≷ Ω; o qual sahirà de — 60|6
Tirando do Flanco ≷ Π de 86|4. o segmento ≷ Ω de 60|6 agora descuberto, resta o segmento Ω Π de — 25|8
7. No Triangulo Ω Π R se daõ notos
O lado Ω Π investigado no num. 6. de 25|8.

O lado Ω R de 488|9. descuberto no num.5.

O angulo comprehẽdido π Ω R de 75.gr.4.min. 10.seg. igual com o seu (ad verticem) M Ω π supposto de outros tantos no n.5.

Dos quaes suppostos se investigarà o angulo Ω R π de 2. gr.57.min.30.seg. igual com o seu (adverticem) T R H

8. No Triangulo T R H saõ conhecidos

O lado R H de 265|25. investigado no num.2.

Fig. 125.B & 125.A O angulo T R H de 2.gr.57.min.30.seg. achado no n. 7.

O angulo T H R de 39.gr.4.min.10.seg.por ser o mesmo que o angulo A H S supposto no n.1.

O angulo R T H de 137.gr. r 58.min. 20. seg.

r 32.do 1. Dos quaes suppostos se alcançarà o lado H T de —— 20|5

Diminuindo o lado H T agora descuberto 20|5 . do lado H A 137|1. achado no n.1. fica a porçaõ T A —— 116|6

9. No mesmo Triangulo T R H com os mesmos suppostos

Se descubrirá o lado T R de —— 249|8

10. No Triangulo β R μ se daõ conhecidos

O lado μ R 265|25. idest 265|3. investigado no n.2.

O angulo μ R β de 2.gr.57.min. 30. seg. por ser o mesmo que o angulo Ω R π r descuberto no n. 7.

r Fig.125.B O angulo R μ β de 75.gr.4.min. 10. seg. por ser o complemento para dous rectos do angulo K μ H achado no n.2.de 104.gr.55.min.50.seg.

O angulo R β μ de 101.gr. r 58.min.20. seg.

r 32.do 1. Dos quaes suppostos se investigará o lado β R de —— 262|0

11. A linha β R T q̃ he a Contrascarpa legitima conforme nosso estilo se acha ajuntando em hũa somma o lado T R descuberto no n. 9. de 249|8. com o lado β R investigado no n. 10. de 262|0; cuja somma 511|8 . será a ditta linha β R T —— 511|8

12. No Triangulo rectangulo A z P se daõ conhecidos

O lado A z de 5. pès supposto no principio deste §.

Fig.125. A O angulo recto r A z P

r Pella oper. O angulo A P z de 39.gr.4.min.10.segund. por ser igual com

com o semiangulo flanqueado em razaõ das parallelas P z N, A O.

O angulo P A z de 50.gr.55.50.seg. o mesmo que o angulo S A H supposto no n.1.

Dos quaes suppostos se investigará a Hypothenusa A P de ——— 79|33

E tambem o lado P z de ——— 61|59

Tirando da linha T A achada no n.8. de 116|6. a linha A P agora investigada de 7|933. resta a porçaõ P T conhecida de 108|667; pellos quaes tomo ——— 108|67

13. No Triangulo rectangulo P u T se daõ sabidos A Hypothenusa P T achada no n.12. de 108|67.

O angulo recto P u T pella operaçaõ.

O angulo u T P de 42.gr.1.min.40.seg. por ser igual [r] cõ a somma dos dous angulos T H R (o mesmo que H S supposto no n.1. de 39.gr.4.min.10.seg.) & T R H achado no n.7. de 2.gr.57.min.30.seg. que inteiraõ os dittos 42. gr. 1.min.40.seg.

[r] 32. do 1

O angulo u P T [r] de 47.gr.58.min.20.seg.

Dos quaes suppostos se investigarà o lado P u de ——— 72|75

[r] 32. prim.

E o lado u T de ——— 80|72

Tirando do lado P u primeiro achado de 72|75. a porçaõ r u, Talud da Contrascarpa de 6|5. por havermos supposto o Fosso profundo 13. & o Talud da Contrascarpa a metade da profundidade, resta a porçaõ P r de 66|25. menor largura inferior do Fosso obliquo correspondente ao angulo flanqueado ——— 66|25

Mas para descubrirmos a menor largura superior se considere.

14. O Triangulo rectangulo m n T; no qual se daõ conhecidos

O lado T n de 83|97. composto do segmento T u investigado no n.13. de 80|72, & do segmento u n igual com P ψ achado no §.2.n.12. de 3|25; que compoem o ditto lado T n de 83|97.

O angulo recto m n T

O angulo n T m de 42.gr. 1.min. 40.seg. por ser o mesmo que o angulo u T P supposto no n.13.

O an-

O angulo n m T de 47.gr. 58. min.20. seg. igual com o angulo u P T em razaõ das parallelas n m, u P. Dos quaes suppostos se investigarà o lado m n de 75|68. menor largura superior do Fosso. ———— 75|68

De modo que a menor largura do Fosso em seu fundo vẽ a ser de 66|25.na linha P r, & a mesma menor em sua boca na linha m n de 75|68.

15. No Triangulo rectangulo P ȣ N se daõ sabidos A Hypothenusa P N de 233|50.por ser composta do segmento P z achado no §. 2. n. 2. de 6|16. & do segmento z X igual com a Face A O de 223|5.(conforme o §.5.da segund.part.Qualificat.& taboada n.8.) & do segmento X N achado no §.2.n.1.de 3|84.que cõpoem a ditta Hypothenusa P N dos dittos 233|5.

O angulo recto P ȣ N pella operaçaõ.

O angulo N P ȣ de 2.gr.57.min.30. seg. por ser igual cõ o angulo T R H achado de outros tantos no n.7.à respeito das parallelas P ȣ T R,& tambem P N, H R

a 32.do 1. O angulo P N ȣ de 87.gr.42.min.30.seg.

Dos quaes suppostos se acharà o lado P ȣ de ———— 233|2

E o lado N ȣ de ———— 12|1

Junta N ȣ agora achada de 12|1.com ȣ g de 66|25.(por ser igual com P r descuberta de outros tantos no n.13.em razaõ das parallelas d g, P ȣ,& perpendiculares P r ȣ g) compoem a linha N g de 78|35. largura inferior do Fosso correspondente ao angulo da Espalda ———— 78|35

E se lhe acrescentarmos tanto como a linha t ɲ de 2|6 por ser Talud da muralha correspondente aos 13. da altura do Fosso,& a linha Z F de 6|5. Talud da Contrascarpa compoem a linha t ɲ Z F largura superior do Fosso de 87|45.correspondente ao mesmo angulo da Espalda — 87|45

Do ponto N se lance a linha N △ parallela á linha D B raiz da Escarpa da Cortina, & do ponto △ a linha △ θ perpendicular sobre N g. Prosiguindo pois o calculo.

16. No Triangulo rectangulo △ θ N se daõ sabidos

A Hypothenusa N △ de 211.por ser igual com D B de

Fig.124. outros tantos segundo consta do §. 2.n.11. na fig. 124.

O an-

O angulo recto Δ θ N pella operaçaõ.
O angulo N Δ θ de 11.gr.58.min.20. seg. pois o angulo B Δ θ he igual ao angulo Δ β R em razaõ das parallelas Δ θ, β R: mas o angulo Δ β R he de 101.gr.58.min.20.seg. logo tambem o angulo B Δ θ será dos mesmos 101.gr.58.min.20.seg. do qual tirãdo o recto B Δ N; resta N Δ θ dos dittos 11.gr.58.min. 20. seg.
A menor se prova porque no Triãgulo μ β R o angulo externo Δ μ R he igual aos dous internos oppostos μ R β, μ β R; logo se do ãgulo externo Δ μ R achado no n.2. de 104. gr. 55. min.50.seg. por ser o mesmo que o angulo K μ H alli descuberto, se tirar o angulo μ R β investigado no n. 7. de 2. gr. 57. min.30.seg. por ser o mesmo, que o angulo Ω R Π [r] allí achado, resta o angulo μ β R de 101.gr.58.min.20.seg. & de outros tãtos o angulo B Δ θ [c] seu igual. [r] Fig.125. B
Dasse mais sabido o angulo Δ N θ de 78.gr.1.min.40. seg. [c] Fig 125. A

Dos quaes suppostos se descubrirà o lado Δ θ de —— 206|4
E o lado N θ de —————— 43|8
Tirando o lado N θ 43|8. acima achado do lado N g 78|35. descuberto no n. 15. resta a porçaõ θ g de —— 34|55

17. No Triangulo rectangulo Δ u ≤ se daõ sabidos
O lado ≤ u de 34|55. igual com θ g achada no n. 16. de outros tantos.
O angulo recto Δ u ≤
O angulo Δ ≤ u de 11.gr.58.min.20. seg. por quanto o angulo Δ ≤ g he igual cõ o angulo Δ β R por razaõ das parallelas β R, ≤ g; o qual se provou no num. 16. ser de 101.gr.58.min.20. seg. logo tirando do angulo Δ ≤ g de 101.gr.58.min. 20. seg. o angulo recto u ≤ g, resta o angulo Δ ≤ u dos dittos 11.gr.58.min.20.seg.
O angulo ≤ Δ u de 78. gr. [r] 1. min. 40.seg. [r] 32. do I.
Dos quaes suppostos se acharà a Hypothenusa ≤ Δ de — 35|32
E o lado Δ u de —————— 7|33
Este tirado de Δ θ achada no n. 16. de 206|4, resta u θ de — 199|07
De outros 199|07. he a linha ≤ g por ser igual [c] cõ u θ 199|07

18. No Triangulo rectangulo d G T se daõ conhecidos [r] 33 do I. de Euclides
O lado d G de 6|5. Talud da Contrascarpa.

O angulo recto d G T
O angulo d T G de 42.gr. 1.min.40.seg.por ser o mesmo que o angulo u T P supposto no n. 13.
O angulo G d T de 47. gr. c 58.min. 20. seg.
Dos quaes suppostos se acharà o lado G T de ——— 7|212
c 32.do 1. Este tirado de u T achado no n. 13.de 80|72 . resta sabido u G de ——— 73|508
E de outros tantos r d por ser igual com u G ——— 73|508
A linha d r g serà tambem sabida se se juntar em hũa somma a porçaõ d r agora manifesta de 73|508 . com r g de 233|2.por ser igual com P ȣ investigada de outros tantos no n. 15. cujo aggregado 306|708.he a ditta linha d r g 306|708
Mas a linha d r g y,ou sua igual G R β parte da nossa Cõtrascarpa obliqua,que nos será necessaria de per-si,se sabe tirando da Contrascarpa β R T achada no num. 11. de 511|8, a porçaõ G T inquirida neste n. 18.de 7|212; porque o resto 504|588.será a ditta linha d r g y,& da mesma quantidade a porçaõ da Contrascarpa G R β sua igual 504|588

19. No Triangulo rectãgulo β y ≨ saõ conhecidos
O lado β y de 6|5. Talud da Contrascarpa igual com G d no Triangulo acima.
O angulo recto β y ≨
O angulo ≨ β y de 11.gr.58.min.20.seg.igual com o angulo △ ≨ u (supposto no n. 17.) pella semelhança dos Triangulos β y ≨,≨ u △
O angulo ≨ de 78.gr. 1.min.40.seg.
Dos quaes suppostos se descubrirà o lado y ≨ de ——— 1|378

NOTA.

COM tanto artificio havemos achado a menor largura do Fosso em seu plano na linha P r de 66|25;& a mesma menor em sua boca na linha m n de 75|68. Mas a largura do plano do Fosso correspõdente ao angulo da Espalda na linha N g de 78|35 &em sua boca na linha t ɲ Z F de 87|45.do mesmo modo as mais linhas investigadas no calculo precedente,do qual trabalho com justa razaõ se podem rir os puramẽte Practicos(por lhe não chamar mecanicos) quando com hum cordel podiaõ medir estas me-

menor, & mayor largura do Fosso, segundo havemos apontado no principio deste §. escusando tantos calculos Trigonometricos; os quaes ainda que se possaõ reduzir a menos alguns, sempre seraõ muitos. Respondo que tem razaõ neste ponto: porèm que não fiquem por isso soberbos; porque em outras muitas cousas, não se escusaõ calculos para as achar ao certo, & naõ taõ erradas como elles costumaõ fazer por ignorancia em muitas, que eu sei, & experimentei com grande danno da fazenda do Principe, & ás vezes dos Empreiteiros. Calculos muitas vezes necessarios.

Acrescentase que o Sciente não deixa de reconhecer quando mais facil lhe será usar da medida mecanica, & escusar os calculos Trigonometricos, para tambem a tomar por supposiçaõ para as outras medidas da Stereometria, que pedem já mais alta contemplaçaõ; a que não chega a noticia dos mecanicos, usando de regras falsas em algũas partes da mediçaõ dos corpos.

Naõ cuidem alguns que eu fallo sò em abono da Theorica; porque me não falta o uso, & exercicio practico de muitos annos. Digo o que entendo, & experimētei vendo a miseria de suas mediçoens; de algũas das quaes lhe mandava rasgar as folhas das cōtas que haviaõ feito para os Empreiteiros haverem seus pagamentos, & fazer outras ajustadas. Nas faceis se sabiaõ haver. Em resoluçaõ nem sò a Theorica, nem sò o exercicio basta para formar hum Engenheiro, hũa, & outra cousa he necessaria, como judiciosamente aponta o Principe da Architectura civil, & militar de seu seculo Vitruvio no seguinte texto. r Theorica, & practica juntamente necessarias para formar hum Engenheiro.

Itaque Architecti, qui sine literis contenderunt, ut manibus essent exercitati non potuerunt efficere, ut haberent pro laboribus suis authoritatem. Qui autem ratiocinationibus & literis solis confisi fuerunt, umbram, non rem persequuti videntur. Atqui utrùmque perdidicerunt, uti omnibus armis ornati, citius cum authoritate quod fuit propositū, sunt assequuti. Cuja traducçaõ he a seguinte. r Lib. 1. in principio.

Finalmente os Architectos (nome generico para os Civis, & militares) que sem letras cōtenderaõ por ser exercitados com as mãos, naõ puderaõ conseguir que por seus trabalhos [isto he pellas obras] alcançassem reputaçaõ. Mas aquelles que nos discursos, & letras sòmente haõ cōfiado, parece que seguiraõ a sombra, não a cousa. Os que ambas aprenderaõ, como ornados de todas as armas, mais depressa conseguiraõ com reputaçaõ o que lhe foi proposto. Traducçaõ das palavras de Vitruvio.

Porèm parece que deste texto de Vitruvio se pòde voltar cõtra mim a lança,quando na primeira parte deste Trattado ensino hũa pura practica de desenhar sem affinar a razaõ da obra.

Respondo que a tençaõ he fazer a cousa com regra determinada; de que sortirá o bom effeito que havemos apontado, & he o que se pertende: mereça,ou naõ mereça o nome de Engenheiro o que a executou pellas regras dadas.

Nem Vitruvio nega que se possa executar a obra; mas nega q̃ por ella mereça o Executor authoridade, quando a faz só pello uso,ou por hũas regras practicas sem preceder a Theorica. Nas palavras.*Itaque Architecti qui sine literis contenderunt,ut manibus essent exercitati,*insinua claramẽte que ainda sem sciencia, ou Theorica póde haver execuçaõ da obra; a saber sem sciencia nas palavras. *Sine literis*: execuçaõ da obra nas outras. *Contenderunt, ut manibus essent exercitati.* Porèm que dahi não se segue que mereçaõ o nome de Engenheiro; o que significa nas palavras. *Non potuerunt efficere,ut haberent pro laboribus suis authoritatem.*

Pòde hum Cirurgiaõ Romancista curar hũa ferida pellas regras practicas da Arte: hum Musico cantar hum papel de Solfa: hum Piloto guiar a nao ao porto pertendido: não merecem com tudo aquelles nomes,nẽ authoridade por seu trabalho cego, sem a luz da Theorica; porque se o Cirurgiaõ tiver escrittos no seu cartapacio errados os preceitos: o Musico no papel que canta a valia das figuras: o Piloto nas taboas do Regimento, os numeros da declinaçaõ do Sol,& das Estrellas, da amplitud ortiva, & occidua,erraráõ a cura,canto,& navegaçaõ; cujos erros preveniriaõ se tivessem a luz da Theorica.

Esta he a causa por onde Vitruvio diz que o Architecto sem letras,*hoc est sem sciencia* não merece authoridade, ou reputaçaõ por seus trabalhos, a saber por suas obras.

Porèm não tira isto que quando todos tenhaõ certos os preceitos,& os saibaõ executar,se consiga a obra,mereça,ou não mereça authoridade o que a executa: por tanto nos basta para o intento de se conseguir o fim pertẽdido; q̃ saibaõ por esta primeira parte Operativa seguir os preceitos que aquí havemos dado; & todavia na segund.part.Qualificativa,havemos acudido á objecçaõ com darmos algũa noticia da Theorica; onde a pòde ver o Executor da primeira part. para que de todo não fique daquella destituido.

§. 5.

§. 5.

Da Stereometria, ou mediçaõ dos corpos de terra, que ſahem do Foſſo ſegundo as ſuppoſiçoẽs que havemos tomado neſte Cap. & linhas deſcubertas nos §§. antecedentes.

PARA medirmos a terra que ſe tirou do Foſſo, devemos ſuppor ſer o meſmo que medir os vãos, donde ella ſahio; & porque naquelles ſuccedeo o Ar; por iſſo lhe poderemos chamar corpos aereos; que ſuccederáõ nos lugares dos terreos; ou ſejaõ Priſmas, ou Pyramides, ou quaeſquer outros. Fig. 125. A

Querendoſe pois medir o corpo aereo, q̃ ſuccede no lugar da terra, q̃ ſe tirou de entre as linhas P N D B, m t q Y; ſe deve proceder por partes; porque huns dos corpos ſaõ Pyramides; outros Serratiles. Serratil he o meſmo que hum Priſma conteudo de cinco ſuperficies; das quaes tres ſaõ Parallelogrammos; mas as duas oppoſtas, Triangulos parallelos, iguaes, & ſemelhantes, ſegundo Campano na definiçaõ ſettima do undecimo; a quem injuſtamente reprova Clavio explicando a 13. do meſmo 11. ſegundo diremos no §. 20. da ſeg. part. Qualificat. Eſta fig. he tambem chamada Serratil por Tartaglia, & outros.

1 Conſidereſe pois a Pyramide aerea ſignificada com as letras P ♆ m; a qual tem por baſe hum Parallelogrammo rectangulo levantado perpendicularmente ſobre a linha P ♆, taõ alto como o Foſſo, que havemos ſuppoſto de 13. pès: mas a altura deſta Pyramide he a linha ♆ m, de 2|6. Talud da Eſcarpa da muralha correſpondente aos 13. pès da profundidade do Foſſo. Por tanto ſe multiplique a linha P ♆ achada no §. 2. n. 12. de 3|25. por 13. altura do Foſſo; & o producto 42|25. multiplicado por m ♆, de 2|6 gera 109|850. pés; cuja terça-parte 36|616. ſerà a quantidade corporea da ditta Pyramide P ♆ m — 36|616. O meſmo fora ſe ſe multiplicaſſem os 42|25. pella terça-parte de m ♆. Iſto he por ſer Pyramide o ditto corpo ſignificado com as letras P ♆ m; cuja baſe quadrangular ſe deve multiplicar pella terça-parte de ſua altura perpendicular ♆ m.

2 O corpo aereo ſignificado no eſpaço m ♆ ♌ t (que he o que

 Cam-

Campano, Tartaglia, & outros chamaõ Serratil, & Dogen Prisma-dimidiato) se acha se o Parallelogrammo m ♆ ♃ t se multiplicar por 6|5. ametade de sua altura (que he a mesma que do Fosso) ou se o Triangulo rectangulo collateral aereo (do qual hum lado he a perpendicular levantada do ponto ♆ inferior, a outro tal superior em altura de 13. pès sobre o inferior ♆: outro lado imaginado do ponto ♆ superior, atè o ponto m tambẽ superior, & a Hypothenusa hũa linha imaginada do ponto m superior ao ponto ♆ inferior) se multiplicar pella linha m t, ou ♆ ♃.

Pello que multiplicando m ♆ de 2|6. Talud da Contrascarpa, por m t achada no §. 2. n. 15. de 228|3. se gera o Parallelogrammo m ♆ ♃ t de 593|58; q̄ se imagine na parte superior do Fosso. o qual parallelogrammo multiplicado por 6|5. ametade da altura do mesmo Fosso, gera o Serratil aereo de ——— 3858|270

O mesmo serà se se multiplicar 6|5. ametade da altura do Fosso, por m ♆ de 2|6; cujo producto 16|90. area do Triangulo lateral multiplicado por m t de 228|3. gera o mesmo producto 3858|270. quantidade corporea do Serratil levãtado sobre o Parallelogrammo m ♆ ♃ t.

3 A Pyramide aerea ♃ N t se conhece multiplicando a linha ♃ N descuberta no §. 2. n. 13. de 1|9968. por 13. altura do Fosso, & o producto 25|9584. (que he hũ Parallelogrammo base da ditta Pyramide) multiplicado por ♃ t de 2|6. altura da Pyramide gera 67|49184; cuja terça-parte 22|49728. he o seu valor ——— 22|49728

4 Outro tanto he a Pyramide N κ t sua igual ——— 22|49728

5 O Serratil aereo t κ D p se inquirirà ajuntando em hũa somma a porçaõ de linha t h achada no §. 2. n. 8. de 1|84. com a porçaõ h p descuberta no num. 10. de 81|4; cujo aggregado compoem a linha t p de 83|24. Està multiplicada por t κ de 2|6. faz o Parallelogrammo t κ D p de 216|424; o qual multiplicado por 6|5 ametade da altura do Fosso, gera o Serratil aereo incluso debaixo do ditto Parallelogrammo imaginado no Ar a livel da campanha, de ——— 1406|75600

6 A Pyramide aerea que tem por base o Triangulo p D q cõsiderado a livel no alto do Fosso, se acha multiplicando

tiplicando D p de 2|6. por 1|3. ametade de p q, & o producto 3|38. (area do Triangulo D p q) multiplicado por 13. altura do Fosso dà no producto 43|94, cuja terça-parte será a ditta Pyramide aerea p D q ——— 14|64666

7 Outro tanto he a Pyramide aerea q D ⋊ ——— 14|64666

Estas duas se poderiaõ achar em sõma por hũa sò operaçaõ multiplicando D p por p q cada hũa de 2|6. & o producto 6|76. outra vez por 13. que produz 87|88; cuja terça-parte 29|29333. he a somma das dittas duas Pyramides aereas.

Puderase multiplicar logo o numero 6|76. pella terça-parte de 13. mas porque naõ tem terça-parte justa na Dizima, o multipliquei pellos 13, & tomei a terça-parte do producto, que he o mesmo.

8 O Serratil aereo D B Y ⋊ se conhece multiplicãdo D B descuberta no §. 2. n. 11. de 211. por B Y, ou D ⋊ de 2|6, & o producto 548|6. outra vez por 6|5. ametade da altura do Fosso; de que se gera o ditto Serratil de ——— 3565|90000

O mesmo resultaria da multiplicaçaõ do Triangulo lateral B I Y; cuja àrea he 16|9. por B D 211.

1. *Resumo dos corpos aereos conteudos debaixo do espaço P N D B Y q t m imaginado a livel no alto do Fosso.*

O corpo achado no num. 1.	36|61600
No num. 2.	3858|27000
No num. 3.	22|49728
No num. 4.	22|49728
No num. 5.	1406|75600
No num. 6.	14|64666
No num. 7.	14|64666
No num. 8.	3565|90000
Cuja somma. ———	8941|82988

Fique em lembrança para despois se fazer mençaõ della na dos mais corpos aereos do Fosso, que vamos medindo. Consideremos agora os corpos aereos que ficaõ contiguos com a Contrascarpa; a saber.

9 A Pyramide aerea conteuda debaixo do Triangulo T G d considerado a livel no alto do Fosso se manifesta multiplicando T G achada no §.4 n.18.de 7|212.por 3|25. ametade de G d; de que se gèra a àrea do Triangulo T d G de 23|439; a qual outra vez multiplicada por 13. altura do Fosso, dà no producto 304|707; cuja terça-parte 101|569. he a quantidade corporea da ditta Pyramide aerea, ou da terra que daquelle lugar se tirou ———————————— 101|569.

10 O Serratil conteudo debaixo do Parallelogrammo G d y ß considerado a livel no alto do Fosso se acha, multiplicando a linha G R ß porçaõ da nossa Contrascarpa obliqua achada no §. 4. num. 18. de 504|588. por ß y, ou d G de 6|5. Talud da Contrascarpa; que pomos igual a ametade da altura do Fosso; de que resultarà a área do Parallelogrammo G d y ß de 3279|8220. Esta multiplicada por 6|5. ametade da altura do Fosso produz o sobre ditto Serratil de ———————— 21318|843

11 A Pyramide aerea, que tem por base hum Parallelogrammo (levãtado sobre o lado y ≶) taõ alto como o Fosso, & pellos lados quatro Triangulos; dos quaes o da parte superior he igual ao Triangulo y ß ≶, & a altura desta Pyramide he a linha y ß considerada a livel no alto do Fosso, se acha multiplicando o lado y ≶ achado no §.4.n.19.de 1|378.por 13.altura do Fosso; cujo producto 17|914. multiplicado pella linha y ß gera 116|441; cuja terça-parte 38|81366.serà a quantidade corporea da ditta Pyramide aerea y ß ≶ ———————— 38|81366

2. *Resumo dos corpos aereos cõteudos debaixo do espaço T ß ≶ d imaginado a livel no alto do Fosso.*

O corpo achado no numero 9.	101|56900
No num. 10.	21318|84300
No num. 11.	38|81366
Resumo dos corpos achados nos num. 9, 10, 11.—	21459|22566

Passemos agora á mediçaõ dos corpos aereos em lugar da terra que se tirou do meyo do Fosso.

12 Jun-

12 Juntese em hũa somma a linha d r g achada no §.4. n. 18. de 306|708. com a linha P ℥ descuberta no mesmo §. n. 15. de 233|2; de cujo aggregado 539|908. se tome a ametade 269|954. Esta se multiplique por 66|25. conteudos na linha P r investigada no §.4. num. 13. de que se gera a àrea do Trapezio d g ℥ P 17884|4525. Esta multiplicada por 13. altura do Fosso, dà no producto 232497|8825; pella quantidade corporea da terra tirada do Fosso que assentava sobre o ditto Trapezio d g ℥ P ——— 232497|8825

13 O Serratil que se levanta sobre o Triangulo rectangulo P ℥ N se inquire do seguinte modo. Multipliquese 116|6. que he ametade da perpendicular P ℥ achada no §.4.n. 15. de 233|2. por ℥ N de 12|1. descuberta no mesmo numero; & o producto 1410|86. será a área do ditto Triangulo P ℥ N. Esta multiplicada por 13. altura do Fosso dá no producto 18341|18. quantidade corporea do ditto Serratil ——— 18341|18

14 O corpo que se levanta sobre o Trapezio g ⋦ △ ϴ se investiga do seguinte modo. Juntemse em hũa somma o lado g ⋦ descuberto no §.4.n.17 de 199|07. com o lado △ ϴ achado no n. 16. de 206|4; de cujo aggregado 405|47. se tome a ametade 202|735. Esta se multiplique pello lado perpendicular ϴ g de 34|55. investigado no num. 16. cujo producto 7004|49425. he a àrea do ditto Trapezio g ⋦ △ ϴ; a qual multiplicada por 13. altura do Fosso, gera no producto 91058|42525. quantidade corporea do corpo levantado sobre o ditto Trapezio g ⋦ △ ϴ ——— 91058|42525

15 O Serratil levantado sobre o Triangulo rectangulo △ ϴ N se inquire pello seguinte caminho.

Multipliquese a perpendicular △ ϴ de 206|4. achada no §.4.n. 16. por 21|9. ametade da base N ϴ descuberta no mesmo n. de 43|8; cujo producto 4520|16. he a área do ditto Triangulo △ ϴ N. Esta se multiplique por 13. altura do Fosso,

gera 58762/08. quantidade corporea do ditto Serratil △ θ N ———— 58762|08.

O Parallelepipedo levantado sobre o Parallelogrammo rectangulo D N △ B se investiga pella seguinte via.

O lado N △ de 211. proposto no §.4.num. 16.se multiplique por N D de 85/24. descuberta no §. 2. n. 4.cujo producto 17985|64.he a área do ditto Parallelogrammo D N △ B. ————

Esta se multiplique por 13.altura do Fosso de que se gera 23381 3/32. quantidade corporea do ditto Parallelepipedo D N △ B ———— 233813|32

3. *Resumo dos corpos aereos em lugar da terra q̃ se tirou do meyo do Fosso.*

O Corpo achado no numero 12.	232497|88250
No num. 13.	18341|18000
No num. 14.	91058|42525
No num. 15.	58762|08000
No num. 16.	233813|32000
	634472|88775

Ajuntemse em hum aggregado os tres Resumos q̃ havemos feito dos corpos aereos que succederaõ nos lugares dos terreos que se tiraraõ do Fosso.

O 1. Resumo dos corpos aereos conteudos debaixo do Espaço P N D B Y q t m, imaginado a livel no alto do Fosso do n.1.atè o n.8.montou ———— 8941|82988

O 2. Resumo dos corpos aereos conteudos debaixo do Espaço T β ≼ d, imaginado a livel no alto do Fosso, do n.9.atè o n.11. montou ———— 21459|22566

O 3. Resumo do num.12.atè o n.16. dos corpos aereos em lugar da terra que se tirou do meyo do Fosso montou ———— 634472|88775

664873|94329

10

6648739|43290

E porque este calculo foi sómente da decima parte desta Fortaleza pentagonica, q̃ vamos calculando, multiplicado o ditto aggregado

por

por 10, resulta a quantidade de 6648739/4329. pès cubicos; que tantos importou a terra que se tirou do Fosso.

As muralhas de pedra, & cal tinhamos achado no §.3. montarem em toda a Fortaleza 11526/76818. braças de 250. palmos cubicos a braça; sem fazer conta das dos alicerses; que mais se devem calcular, & ajuntaremse á sobreditta quantia: mas todavia se devem descontar della os vãos dos Portaes, & postigos (se senaõ houverem de medir por cheyos conforme o contratto) sobre que não trattamos porque pellas sobredittas consideraçoẽs selhe póde fazer a conta.

SCHOLIO.

POsto que havemos feito o calculo do §.5. com toda a precisaõ (como dos mais) cõ tudo he mais de contemplaçaõ metaphisica, que de acto exercitado em quanto ao todo do Fosso desta Praça; porque fallando moralmente, não se poderá achar sitio taõ regular onde os Fossos hajaõ de ser taõ uniformes na profundidade, & largura em toda a parte; pois em algũas pede o sitio que se profundem em toda a altura, que se lhe quer dar: em outras, menos, & que se levante a Estrada encuberta artificialmẽte. Em algũas corre o Fosso a trainel, com outras mil variedades que causa a disposiçaõ dos sitios, ainda naquellas campanhas que parecem planas; pois rara cousa será darse tal planicie para a fabrica de hũa Praça, que possaõ sahir os calculos tanto ao justo como havemos apontado.

Semelhantemente se deve entender acerca das muralhas; pois nunqua poderaõ ser taõ uniformes em toda a redondeza da Praça, quanto havemos supposto para o calculo; pello que o que havemos feito não he mais que para servir de Roteiro para as mediçoens dos corpos, que segundo o sitio se devem cõsiderar, & medir; porque da regularidade que allí suppozemos se toma a regra para o irregular.

Por esta mesma razaõ não trouxemos a mediçaõ dos Parapeitos, & suas Banquetas; pois das regras sobredittas se tira facilmente luz para se conseguir.

A mediçaõ das Guaritas (quando não se faz por avaliaçaõ) Portaes, arcos de pedraria de volta inteira, & dos abatidos (que chamaõ de volta de cordel, os quaes saõ semicircũferencias ellip-

ticas,& tambem dos meyos òvados) das abobadas de toda a ſorte do lajedo,enxelheria, ladrilho,& outras couſas,ſe reſerva para o trattado da Stereometria.

Finalmente advirto que a mediçaõ que fiz das muralhas, & Foſſos ſe póde executar em parte por outras vias conhecidas dos Geometras.Cada hum póde ſeguir a que melhor lhe parecer

CAP. VIII.

De hũa regra para ſe avaliarem as braças das muralhas de pedra, & cal das Fortificaçoens de Alem-Tejo,repartindo o preço proporcionalmente aos Empreiteiros ſegundo a altura em que cada hum houver trabalhado.

SUccede muitas vezes que tomando hum Empreiteiro as muralhas de hũa Fortificaçaõ, ou parte dellas, para as fazer por preço certo de hum tanto por cada braça, falta na continuaçaõ por fallecer,ou por outra cauſa,& ſe dà a obra a outro para a cõtinuar,& querendoſe pagar aos herdeiros do primeiro, ou a elle ſe o haõ deſpedido,ou há deixado a obra com conſentimento do Vèdor geral da artilheria,a quem toca olhar pellas deſpezas, & bondade da obra,mediante o avizo,& informaçaõ dos Engenheiros,ou ſe o General, ou Governador das armas deſpedio o Empreiteiro por algũa cauſa juſta,he neceſſario fazer o computo do preço que merece cada braça ſegundo a altura a que a obra tem ſubido;pois ſe lhe não deve pagar pello preço q̃ ſe aſſentou lhe dariaõ por ella,levantada atè toda ſua altura,merecendo, & valẽdo mais a braça na mayor que na menor: nem o Empreiteiro que entrar de novo quererá continuala pello primeiro preço que ſe aſſentou para toda em geral fazendolhe mayor cuſto, & valendo mais. Aſſim que he neceſſario dar hũa regra para iſto; pois de facto tem ſuccedido muitas vezes,& havido muitas duvidas ſobre a materia.Nem atègora topei cõ Engenheiro, ou peſſoa que o ſoubeſſe fazer;não ſendo couſa difficil na minha opiniaõ,tomandoſe primeiro as ſuppoſiçoens neceſſarias,& fundamentaes conforme a practica, & eſtilo do paiz. Alguns houve que fizeraõ a conta ſemelhantemente à reſoluçaõ de hũa queſtaõ, que traz Moya no

livro

livro 9.fol.*mihi* 338. de hum poço,que havia de ſer de 4.eſtadios de profundo;de que o Empreiteiro abrio ſòmente 2. com conſentimento do dono, & reſolve Moya o q̃ lhe devia pagar;couſa ridicula para a materia de que trattamos.E ainda tem q̃ auerigu-ar ſe a reſoluçaõ de Moyahe certa no caſo em q̃ elle falla,o q̃ dei-xo ao arbitrio dos Arithmeticos; pois nos não toca decidir aqui opõto. Pede a materia mais alta contemplaçaõ do que elle fez. Ficarà todavia inſinuado o ponto no que diſſermos no §. 21.em prova da regra que aqui trazemos para o preço de cada braça, ſegundo ſuas differentes alturas.

Supponhamos pois que a muralha de hũa Fortificaçaõ Real havia de ſubir cinco braças do fundo do Foſſo atè toda ſua altura que ſaõ 50. palmos;ſobre que havia de aſſentar o Parapeito de taipa, & que ſe dava ao Empreiteiro por cada braça de 250.palmos cubicos 1200.reis.

Tomemſe tantos numeros que creſçaõ de 5.a 5.começan- 105
do por 85.como quantas haviaõ de ſer as braças da altura, 100
à ſaber porque haviaõ de ſer 5. ſe tomem os cinco nume- 95
ros diſpoſtos em hũa ſerie debaixo a alto, como parece á 90
margem,os quaes repreſentaõ os preços das braças. 85

Deſtes ſe tome o do meyo que ſaõ 95. & ſe arme hũa regra de tres; dizendo ſe 95. numero medio me daõ 1200. reis preço gèral da braça; 85. primeiro numero ſuppoſto que me darà? & feita a operaçaõ,ſahirá no quociente 1073. reis & $\frac{684}{1000}$ de real; que tanto valerà a primeira braça.

Semelhantemente ſe obre pondo ſempre em primeiro lugar o numero medio 95. em ſegundo os 1200. reis: em terceiro o numero 90. ſegundo da ſerie marginal,& ſahirà no quociente 1136 reis,& $\frac{841}{1000}$ preço da ſegunda braça.

Do meſmo modo ſe obre com os mais numeros, excepto com o medio 95. que reſponde à terceira braça; por ſer eſcuſado, & lhe competem direitamẽte os 1200.reis,& à quarta ſahirà 1263| $\frac{158}{1000}$; à quinta 1326| $\frac{316}{1000}$. 110

Se a multidaõ dos numeros da ſerie for numero pàr na 105
fórma que ſe ve à margem em 6. addiçoens, ſomarſehaõ os 100
dous intermedios 95. & 100. que fazem 195; cuja ameta- 95
de 97½ ſervirà para o primeiro termo da regra aurea, & no 90
mais ſe obre como ſe tem ditto. 85

Tambem em lugar dos ſobredittos numeros da ſerie mar-
ginal ſe podem pór 17,18,19,20,21, 22, que ſaõ os mini- 22 21
mos na meſma proporçaõ,&obrar com elles na fòrma ſobre- 20
ditta. 19 18

A regra com os numeros ſobredittos não pòde ſer gèral 17
para todas as Provincias; nem ainda para diverſas Villas, & Cidades de hũa meſma Provincia; mas da theorica apontada no ditto §. 21.ſe podẽ buſcar os convenientes com q̃ ſe deve obrar.

SCHOLIO.

A Regra que dei neſte Cap.he para quãdo ſe houveſſe promettido hum preço gèral por cada braça de obra,ſuppondo que havia de ſubir a toda a altura determinada como nelle ſe declara. Porém deſpois de eſcritto o ditto Cap.ſuccedeo ir a Cezimbra,a mandar fazer hũa mediçaõ gèral das obras da Fortificaçaõ daquella Villa; deſpeſa bem eſcuſada em quanto a ſerem de pedra,& cal as que ſe fizeraõ pellas ribanceiras da marinha; que deſpois mais advertidos os Engenheiros fizeraõ em algũa parte do meſmo terreno natural com exceſſiva menoria na deſpeſa.

Neſta mediçaõ gèral achei hũas arremataçoens feitas por outro eſtilo, a ſaber nas obras da praya, & ribanceiras da marinha a braça de alvenaria atè 10.palmos de alto a 1350.reis, & que dos 10.palmos para cima ſe faria avaliaçaõ do que ſe merecia acreſcentar de mais no preço em cada braça. Acerca do Caſtello achei feita a arremataçaõ a 1900. reis a braça com a meſma circũſtancia atè 10.palmos de alto,& dalli para cima ſe avaliaria a mayoria do preço.Aſſim o ajuſtou Joaõ Nunes da Cunha que entaõ era Governador de Setuval, & deſpois falleceo Vice-Rey da India.

Mas na Fortaleza de S.Theodoſio (que aſſim lhe chamaõ) ſe arrematou a braça a 1100.reis atè 12.palmos de alto, & que dos 12.para cima ſe pagaria ao Empreiteiro mais hum toſtaõ por cada braça, não ſe eſpecificando o q̃ ſe lhe daria dos 24.para cima.

Neſtas ſuppoſiçoens he neceſſario apontar o modo da regra, para ſe fazer a conta nas obras da marinha, de quanto ſe deve acreſcentar ao preço dos 1350. reis em cada braça dos 10. palmos de alto para cima,& fazerſe bom de mais ao Empreiteiro ſobre o preço principal;advertindo que os primeiros 10.palmos em que

naõ

naõ há acreſcentamento de preço ſe entendem da ſuperficie da terra para cima,& em partes onde naõ neceſſitaſſe de andaimes; porque talvez o ſitio deu commodidade para ſe eſcuſarem, por ſer pella parte interior de terreno natural, aonde tãto que o muro ſubio a igualar aquelle livel,dallí para cima ſe podia trabalhar ſem elles em muitas partes,& nunqua os primeiros 10.palmos de alto ſe podiaõ entender entrando os alicerſes , em que hâ a mayor facilidade de obrar, & a mayor ganancia dos Albanès; pois os dittos alicerſes ſe abriraõ com gente de faxina (aſſim chamaõ à miliciana, ou infanteria paga, que entra a trabalhar ſem jornal nas occaſioens de preſſa, ou de perigo) & poſto q̃ o meſtre Empreiteiro os encordoou, & aperfeiçoou para fundar , ſe lhe pagá eſte trabalho de per-ſi por hũa avaliaçaõ racionavel que fiz tômando outros votos.

Mas porque na conta deſte Cap.8. ſuppunhamos que a obra havia de ſubir a 50.palmos de alto , & neſte Scholio vai com outra ſuppoſiçaõ,que he ſubindo ſòmente atè 10. palmos ; & dallí para cima ſeria por orſamento a mayoria do preço conforme o q̃ mais ſubiſſe, por tanto he neceſſaria a conta em outra fòrma , de que ſe veja a razaõ na nota do §.21.da ſeg. part. Qualificat.

Tomemſe tantos numeros começando por 19. como quantas vezes 10. palmos ſubio a obra do livel do terreno para cima,os quaes numeros creſçaõ de 1. a 1. o proximo ſuperior ſobre o immediato inferior,como ſe vé nos numeros à margem. Propôdo pois que a obra ſubio a 50.palmos ; (ſuppoſto q̃ em Ce- 23
zimbra não he tanto)para ſe ſaber o modo do proceſſo ſe ar- 22
me hũa regra de tres pondo em primeiro lugar , o primeiro 21
numero inferior, que he 19 . em ſegundo os 1350 . reis do 20
preço de cada braça atè os 10. palmos de alto;em terceiro os 19
20. numero immediato ſuperior ao primeiro 19. & executada a regra ſahirà no quociente o numero $1421\frac{1}{19}$ que na conta da Dizima he 1421|05254. proximamente ; & tanto ſe deve dar por cada braça de 250.palmos cubicos dos 10.palmos de alto atè os 20. que vem a ſer $71\frac{1}{19}$ reis de mais dos 1350. reis que ſe daõ por cada braça atè os dittos 10. palmos de alto.

Mas dos 20.para cima até os 30. ſe poria em primeiro lugar o meſmo partidor 19. em ſegundo os meſmos 1350 . primeiro preço;em terceiro o numero 21. & executada a regra ſahirá o preço

de

de cada braça dos 20. atè os 30. palmos de alto por 1492$\frac{2}{19}$ reis.

Semelhantemente se farà a conta para as mais alturas de 10. a 10. palmos; em que limitamos os termos por ser na fòrma da cõdiçaõ que limitou hũ mesmo preço do chaõ atè os primeiros 10. de alto,& juntamente porque querer fazer a conta mais miuda, q̃ de 10. a 10. palmos de alto seria hũa escrupulosa impertinencia; alem de que concordaõ os mestres Albanès que de 10 . a 10.palmos he que se pòde fazer esta conta, havendoa por assaz miuda, & escrupulosa.

Tambem se deve advertir que achado hũa vez o preço dos 1421$\frac{1}{19}$ de cada braça dos 10. palmos atè os 20 . de altura he escusado repetir a regra de tres para as mais alturas; mas sòmẽte ver o excesso dos 1421$\frac{1}{19}$ sobre os 1350 . primeiro preço celebrado que saõ 71$\frac{1}{19}$& este excesso acrescentalo a cada preço tocante a cada 10. palmos mais de alto;como se aos 1421$\frac{1}{19}$ se acrescentarẽ 71$\frac{1}{19}$ resultaõ 1429,$\frac{2}{19}$ preço de cada braça dos 20. atè os 30. palmos,&aos 1492$\frac{2}{19}$ acrescentando outra vez 71$\frac{1}{19}$ compoem 1563 $\frac{3}{19}$ preço de cada braça dos 30. atè os 40. palmos de alto, & assim por diante.

Nas obras do Castello porque foi o preço de cada braça atè os primeiros 10. palmos de alto a 1900. reis se deve sòmente variar o segundo termo da regra aurea pondo os dittos 1900.reis em lugar dos 1350.& sahirá o preço de cada braça dos 10. palmos para cima atè os 20. a 2000. reis , sendo o excesso sobre o primeiro, 100. reis, & estes se devem acrescentar mais aos 2000.reis fazendo 2100.por cada braça dos 20 . palmos atè os 30 . & assim por diante.

Mas nas obras da Fortaleza de S.Theodosio se deve fazer a cõta com outra consideraçaõ a respeito que se assentou preço certo atè 12. palmos de alto a 1100.reis,& que dos 12.atè os 24. se acrescentaria mais hum tostaõ em cada braça sem se especificar o que seria dos 24.palmos para cima;pello que se deve fazer a conta com os numeros á margem que se vencem de 4. à 4. sen- 91
do o minimo inferior 75. & deixando as braças atè os 12. 87
palmos de alto por terem preço certo de 1100. reis, suppo- 83
remos que o numero 75. respõde ao preço primeiro & jun- 79
tamente ao acrescentamento do tostaõ, que se acrescentou 75
dos 12.atè os 24.de alto; o qual numero 75. servirà de partidor

na

na regra aurea que he o primeiro termo: o segundo será 100. que he sómente o acrescentamento: o terceiro o numero 79. & feita a operaçaõ sahirá no quociẽte $105\frac{1}{3}$ que he o que se hâ de acrescentar sobre os 1200. reis preço dos 12. palmos atè os 24. & mõta $1305\frac{1}{3}$ preço de cada braça dos 24. atè os 36. palmos.

E se a conta se houver de proseguir dos 36. palmos para cima, se armarà a regra aurea pondo em primeiro lugar o numero 79. em segundo o numero $105\frac{1}{3}$ em terceiro o numero 83. & feita a operaçaõ sahirá no quociente $110\frac{2}{3}$ que se devem acrescẽtar aos $1305\frac{1}{3}$ preço da braça dos 24. atè os 36. & resultaõ 1416. reis preço de cada braça dos 36. palmos para cima atè os 48; pois imos fazendo esta conta de 12. a 12. palmos de alto seguindo a fòrma do contratto que foi que dos 12. até os 24. se acrescentariaõ mais 100. reis em cada braça sobre os 1100. do chaõ atè os 12. de alto.

Ou tambem se pòde pòr sempre em primeiro lugar o numero 75. em segundo o numero 100. em terceiro o numero 83, & feita a conta sahirá no quociente o numero $110\frac{2}{3}$ que se deve ajuntar aos $1305\frac{1}{3}$ que tocaõ a cada braça dos 24. atè os 36. palmos, & faz somma de 1416. que será o preço de cada braça dos 36. atè os 48. palmos: & armando outra vez a regra aurea com os 75. em primeiro lugar; em segundo o mesmo acrescentamento 100; em terceiro o numero 87; & executada a regra sahiráõ no qnociente 116. que se devem acrescentar aos 1416. que pertenciaõ a cada braça dos 36. atè os 48. palmos, & faz tudo somma de 1532. que tocaõ a cada braça dos 48. palmos até os 60. de alto, & semelhantemente por diante.

E ainda que nós havemos feito as supposiçoens, & consideraçoens para as outras contas deste Cap. & Scholio de 10. a 10. palmos de alto; todavia aqui seguimos as mesmas de 12. a 12. palmos assim por respeito da condiçaõ do contratto; como porque esta materia naõ procede por pontos indivisiveis, & os fundamentos das regras que suppozemos de 10. à 10. palmos de alto se podẽ tambem suppor sem escrupulo algum de 12. a 12.

NOTA.

Devese notár que o numero menor 75. da serie marginal he proporcionado aos 1200. reis do preço de 1100. & acres-

centamento de 100. que fazem os dittos 1200. reis dos 12.atè os 24. palmos de alto;& que em segũdo lugar da regra aurea se puzeraõ sómente os 100. reis do acrescentamento pella razaõ declarada no fim da nota ao §.21.da seg. part. Qualificat.

CAP. IX.

Do desenho para se fabricarem os arcos de pedraria, assim de volta circular, como abatidos, & de sua mediçaõ.

SAõ necessarios arcos de pedraria nos Portaes das Fortalezas, & em outras fabricas, cuja mediçaõ naõ he commũa quando saõ abatidos, nem a dos circulares, com certeza; como adiante mostraremos.

E posto que o erro he de pouca cõsideraçaõ em hum arco pequeno; todavia nos grandes, ou em muitos arcos se faz consideravel; o qual erro he pella mayor parte contra o dono da obra, porque os medidores, & Architectos medem ordinariamente a favor dos Empreiteiros.

Por tanto procederemos por §§.distinctos neste Cap. para melhor percepçaõ da materia.

§. 1.

Da fabrica, & mediçaõ dos arcos de volta circular.

PARA os arcos circulares se cortaõ as pedras na mesma fòrma por vitollas de taboas, que saõ porçoens do mesmo arco, que se hà de fabricar, & tambem hũas Vitollas circulares; cuja superficie convexa ajusta cõ a concava do arco: outras; cuja superficie concava ajusta com a convexa do ditto arco.

Sua mediçaõ he facil pella proporçaõ proxima â verdadeira, que Archimedes [r] achou; a saber que a circunferẽcia de qualquer circulo he tripla de seu diametro, & o vence ainda mais por hũa porçaõ menor q̃ $\frac{10}{70}$ ou $\frac{1}{7}$: porèm mayor que $\frac{10}{71}$; de maneira que se o diametro se puzer de 497. partes iguaes, serà a circunferencia mayor que 1561. porèm menor que 1562. E que a verdadeira proporçaõ esteja entre estes termos, tornou despois de Archimedes

r) Prop. 3. de circuli dimens.

medes a demonstrar doutissimamēte, o insigne Pedro Nunes nosso Portugues na reprehensaõ oitava contra os erros de Orontio, q̄ injustamente reprovàra a Archimedes; como tambem demonstra Clavio [r] & outros; & saõ infinitos os que a referem.

[r] Na prop. 2. lib 4. Geom. practicæ.

E posto que Ludolpho de Collen, Christovaõ Griemberger, Simaõ Stevino, & outros tragaõ outras proporçoens mais apuradas, entre os mesmos termos de Archimedes, he em numeros taõ grandes, que mais podiaõ servir de embaraço na practica que de certeza; sendo que ainda assim naõ sahem as operaçoens sensivelmente differentes das executadas pellos termos de Archimedes, no que toca a achar a circunferencia pello diametro, ou este por aquella, mas no tocante as áreas se veja o que diremos no Scholio despois do §.4. deste Cap.

Proporçaõ cōmumente recebida do diametro para a circunferencia proxima à verdadeira.

He pois a sua proporçaõ geralmente recebida do diametro para a circunferencia, ou do semidiametro para a semicircunferencia como de 7. para 22. o que supposto.

Fig. 126. A

Seja o arco circular que se quer medir representado na semicircunferencia B O E; por quanto por respeito da altura I O V das pedras que o formaõ se deve medir o ditto arco B O E que passa pello ponto O meyo da ditta altura; cujo diametro he a linha B C D E.

Supponhamos pois que o ditto arco tem de vaõ na linha C D 11. palmos, & na altura I O V (que chamaõ cabeça) $1\frac{1}{4}$ por onde serà a media cabeça I O $\frac{5}{8}$ de palmo igual com B C, ou D E; & por tanto a somma de B C, D E $1\frac{1}{4}$ igual com I O V, & o diametro B C G de $6\frac{1}{8}$.

Mediçaõ de hũ arco circular de pedraria.

Armando pois a regra aurea à saber se 7. semidiametro de qualquer circulo, daõ 22. por sua semicircunferencia; $6\frac{1}{8}$ conteudos no semidiametro B C G que daraõ? & executada a regra na fórma vulgar aos Arithmeticos, sahirá a semicircunferencia B O E $19\frac{1}{4}$, os quaes multiplicados por $2\frac{1}{2}$ que tem as duas cabeças, a saber I O V de hũa banda do arco, & outra semelhante da outra; pois cada hũa tem $1\frac{1}{4}$ & ser estilo mediremse todas as superficies lavradas por palmos superficiaes; multiplicando o comprimento pella largura; que despois se reduzem a varas de $7\frac{1}{2}$ palmos superficiaes, resulta desta multiplicaçaõ $48\frac{1}{8}$ que partidos por $7\frac{1}{2}$, sahé no quociente 6. varas, & $\frac{5}{12}$ de vara.

Devese agora medir a superficie concava do arco; cuja largu-

ra correſponde à groſſura da parede mais folgadamente; porque de ordinario a pedraria ſahe algũa couſa fóra das ſuperficies da parede, tanto como meyo dedo, ou menos (que ſe chama relexo) cuja largura ſe deve tambem medir, & acreſcentar á altura de cada cabeça do arco, ſe a ditta largura do relexo for conſideravel.

Para ſe medir pois a ditta ſuperficie concava do arco ſe conſidere o ſemidiametro C G; o qual he de $5\frac{1}{2}$ por ſuppormos o diametro C G D do vaõ do arco ſòmente de 11. palmos.

Pello ditto ſemidiametro de $5\frac{1}{2}$ ſe inveſtigue conforme a ſobreditta regra aurea, & proporçaõ de Archimedes a ſemicircunferencia C I D que ſe achará de $17\frac{2}{7}$. Eſtes multiplicados pella largura do arco (que chamaõ Aduella) a qual ſupponhamos de $3\frac{1}{4}$ reſulta o producto $56\frac{5}{28}$ palmos ſuperficiaes; que reduzidos a varas de $7\frac{1}{2}$ fazem $7\frac{103}{210}$.

Sommando pois as $6\frac{5}{12}$ varas acima achadas, cõteudas nas duas cabeças deſte arco ———————— $6\frac{5}{12}$
com as $7\frac{103}{210}$ conteudas em ſua ſuperficie concava ——— $7\frac{103}{210}$
montaõ $13\frac{127}{140}$ ———————— $13\frac{127}{140}$
a preço de 800. reis a vara por ſer eſte arco de pedraria lavrada de eſcoda miuda monta a dinheiro $11125\frac{5}{7}$

SCHOLIO.

A Mediçaõ deſte arco foi feita por hum medidor da Cidade achandome eu preſente; & porque vi que aquelle, & outros medidores fazem eſtas mediçoens menos ajuſtadamente do que convem, quiz aqui eſcrever eſta regra, para lhe ſervir de exemplar.

O eſtilo do ditto medidor não he preciſo; porque inquire a ſemiperipheria B O E imaginada pello meyo da cabeça I O V; [a qual ſe achou de $19\frac{1}{4}$] & logo juntando em hum aggregado a ſomma das duas cabeças que he de $2\frac{1}{2}$ com a largura do arco $3\frac{1}{4}$ que fazem $5\frac{3}{4}$, os multiplica pellos $19\frac{1}{4}$ de que reſultaõ palmos ſuperficiaes $110\frac{11}{16}$ a que reſpondẽ varas $14\frac{91}{120}$ de $7\frac{1}{2}$ cada hũa. Mas porque nós tinhamos achado $13\frac{127}{140}$ vem a contar o medidor de mais $\frac{143}{168}$ de vara em que ſe monta a dinheiro $680\frac{20}{21}$ reis.

Bem vejo que iſto naõ he couſa de conſideraçaõ; porèm he neſte arco de pequeno vaõ; que nos grandes ſerá o erro de mayor porte; & ſe forem muitos os arcos, como em hum clauſtro de Cõ-

vento,

vento,ou Capellas de Igreja,virà a ſer de importancia.

Porém a mayor razaõ he que ſempre ſe devem fazer as contas ao certo, & naõ erradas, monte o erro pouco, ou muito. A cauſa donde eſte procede he que por aquelle ſeu modo vem os medidores a multiplicar a largura da ſuperficie concava do arco pello comprimento da linha circular B O E,quando a deviaõ multiplicar pello da circular C I D menor que o daquella;& ſò multiplicaõ bem a ſomma das duas larguras das cabeças que he o dobro da linha I O V pello comprimento da ditta circular B O E. Iſto he notorio, & facil de provar a quem tem qualquer noticia da Geometria.

Alargueime com tanta miudeza, para que diſto tenhaõ conhecimento os Architectos civís,& medidores por evitarem os abuſos nas mediçoens, que ordinariamẽte ſaõ em danno dos donos das obras como eſte,& procurem dar a cada hum o q̃ lhe pertẽce.

Tambem convem advertir, que coſtumaõ algũs Architectos, & medidores tomar os quebrados aſſim nas contas da Arithmetica, como nas medidas das obras mais largamente do que he juſto,ou por não ſaberem fazer as contas,ou por ſe não cançarem; de que pudera allegar algũs exemplos, que deixo por evitar mayor prolixidade.

Por eſta razaõ fora muito conveniente que aprendeſſem os quebrados pello modo da Dizima,excellente invençaõ de Simaõ Stevino Hollandez,que hei dittado na Aula Regia da Mathematica,em que leo,& de que uſaõ meus diſcipulos,pella grande facilidade, & brevidade com que ſe obra a reſpeito da moleſtia, & embaraço dos quebrados da Arithmetica ordinaria; que ſe por eſta facil via fizeramos a conta,achariamos em lugar das $6\frac{5}{12}$ varas eſte numero ———— 6|41666

E em lugar das $7\frac{103}{210}$ achariamos ———— 7|49047

Cuja ſomma 13|90713. multiplicada pellos 800 reis, preço de cada vara daria os meſmos 11125. reis,& $\frac{70400}{100000}$ de real; o qual quebrado val quaſi o meſmo que $\frac{7}{10}$ inſenſivelmente differente de $\frac{5}{7}$ que achamos na primeira cõta de mais dos 11125. reis.

6	41666
7	49047
13	90713
	800
11125	70400

Vai agora junta com eſta obra.

§. 2.

Da descripçaõ das Ellipses em cuja fórma se fabricaõ os arcos abatidos.

AS Ellipses se desenhaõ por muitos modos mediante varios instrumentos inventados por diversos Autores que escusamos referir, apontando sómente o modo mais facil, & commum, & de que usaõ os nossos mestres pedreiros ensinados por algum Geometra noticioso das Secçoens conicas; & por se executar mediãte hum cordel lhe chamaõ os Architectos, & a seu exemplo os mestres pedreiros, arcos de volta de cordel, & outros de Sarapanel; cuja etymologia me não occorre.

O Padre Christovaõ Clavio, [r] Simaõ Stevino, [c] Francisco de Schooten, [a] & outros descrevem estas Ellipses de volta de cordel na seguinte fòrma; que he a de que usaõ os pedreiros.

[r] Gnom. lib. 1. lem. 21
[c] Lib. Geom. prop. 9.
[a] De org. conic. sect. descriptione c. 4.

Fig. 127. A Modo de descrever as Ellipses.

Seja o diametro mayor A B, o menor C D que se cruzem pello meyo em angulos rectos no ponto E. Do ponto C, ou D como de centro, & com o intervallo A E, ou B E se descreva hum arco que corte o mayor diametro A B no ponto F, & semelhantemente outro que o corte no ponto G. Preguemse dous cravos redondos nos pontos F, G, & naquelles se ate hum cordel do comprimento do diametro A B; no qual se accõmode hum ponteiro (como por exemplo em H) que com força sempre igual estenda o cordel formando angulo (como se mostra na disposiçaõ F H G, ou em qualquer das outras linhas occultas F I G que formaõ o angulo I) & o leve em volta à roda dos cravos F, G; porque assim se formarà a Semiellipse B C H A; & semelhantemente a outra A D B; o que se collige da prop. 52. do terceiro livro de Apollonio Pergæo, ou da 129. do livro da Quadratura do Padre Gregorio de Saõ Vicente.

§. 3.

Achar a área de qualquer circulo, dado o diametro, ou a circunferencia.

A Area de qualquer circulo se acha multiplicando [r] o semidiametro pella semicircunferēcia; porq̃ o producto serà o va-

[r] Clav. lib. 4. Geomet. pract. cap. 7.

valor da ditta àrea. Seja o circulo cujo diametro ſupponhamos ſer de 29. palmos. Conforme o ditto no §. 1. ſe acharà a circunferẽcia de 91|142857. & ſua ametade 45|5714285; a qual multiplicada por 14|5. que he ametade do diametro gera a área do ditto circulo 660|78571.

Area de hum circulo como ſe acha.

Se fora dada a circunferencia, & naõ o diametro, por a quella ſe acharia eſte, por ſer a ſua proporçaõ como de 22. para 7. & logo a área pello ſobreditto modo.

Tambem multiplicando o diametro pella circunferencia, & do producto tomando a quarta parte, ſerá eſta a área do circulo: porque de linhas dobradas reſultaõ as áreas quadruplas em figuras ſemelhantes; o que ſe funda nas propoſiçoens ſegunda do 12, & 20. do ſexto de Euclides.

Porèm porque no tocante as àreas dos circulos grandes pòde haver ſenſibilidade na differença entre as verdadeiras, & as achadas pella proporçaõ commũa do diametro para a circunferencia como de 7. para 22. ſegundo apontaremos no Scholio deſpois do §. 4. deſte Cap. ſerá melhor uſar de outra proporçaõ mais ajuſtada do diametro para a circunferẽcia, como de 113. para 355. ou viceverſa da circunferencia para o diametro, como de 355. para 113. a qual traz Tacquet como ſe verà no ditto Scholio.

Suppondo pois que o diametro do circulo, cuja circunferencia, & área queremos ſaber, he dos ſobredittos 29. palmos; multiplicando eſtes por 355. & o producto 10295. partido por 113. dà no quociente o numero 91|106195. por circunferencia, ou peripheria do ditto circulo differente por 00|036662. da inveſtigada pella primeira proporçaõ como de 7. para 22.

Achada pois a peripheria 91|106195. ſe multiplique pello diametro 29. & o producto 2642|079655. partido por 4. ſahirà no quociente 660|519914. quãtidade da área do circulo mais ajuſtada que a que nos ſahio de 660|78571. pella proporçaõ do diametro para a peripheria como de 7. para 22. & vẽ a ſer a differença entre hũa, & outra àrea 00|265796.

§. 4.

Inveſtigar a àrea de qualquer Ellipſe, dados ſeus diametros mayor, & menor.

ARmeſe hũa regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro mayor, em ſegundo o menor, em terceiro a área do cir-

circulo do diametro menor, & executada a regra, sahirá no quociente a área da Ellipse pertendida.

EXEMPLO.

SEJA o diametro mayor da Ellipse de 29. palmos; o menor de 21. Investiguese pello §. antecedente a área do circulo mayor; de que he diametro 29. & se acharà de $660\frac{11}{14}$; ou pella cõta da Dizima de 660|78571. Armese pois a regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro mayor 29. em segundo o menor 21: em terceiro a àrea achada do circulo mayor $660\frac{11}{14}$, & multiplicando o segundo numero pello terceiro, & o producto partido pello primeiro; ou partindo o segundo pello primeiro, & o quociente multiplicado pello terceiro, sahirá pello quarto numero buscado $478\frac{203}{406}$, o qual quebrado $\frac{203}{406}$ he o mesmo que $\frac{1}{2}$ ou na conta da Dizima 478|5. pella quantidade da ârea da Ellipse pertendida.

O mesmo se acharia se em primeiro lugar se puzesse na regra aurea o diametro menor 21: em segundo o mayor 29: em terceiro a àrea do circulo do diametro menor [que conforme o §.3. se acharia de $346\frac{1}{2}$] & executada a regra, resultaria o numero $478\frac{1}{2}$ ou pella Dizima 478|5. área da Ellipse buscada. Outro modo de inquirir a área da Ellipse se dirá na nota despois do Scholio seguinte.

SCHOLIO.

SE algum curioso quizer achar as àreas assim dos circulos mayor, & menor, como da Ellipse, por outras proporçoens mais ajustadas do diametro de hum circulo para sua circunferẽcia que de 7. para 22. pois não he a precisa segundo apontamos no § 1. deste Cap. 9. se pòde valer das que acharão Ludolfo de Collen, Christovaõ Griemberger, (& referem outros) em numeros muito grandes, & sahiráõ as áreas dos circulos, & Ellipse ainda mais proximas á verdade; porque ainda que a differença entre a área verdadeira de hum circulo, & a achada pella proporçaõ do diametro para a circunferencia como de 7. para 22. naõ seja sensivel nas áreas dos circulos pequenos; todavia nas dos grandes parece senaõ deve desprezar segundo aponta Clavio: [r] por onde quem quizer póde usar (para achar em primeiro lugar a peripheria pello diametro)

[r] Geomet. practic. lib. 4. c. 7.

metro) dos seguintes termos que refere Ricciolo [c] por de Ptolemeo, que saõ os seguintes. [c] No Almag. novo lib. 1. c. 4.

Supponodo o diametro de 1000000.

Será a circunferencia, ou peripheria de 31,416,666. ou ainda mais ajustado cõforme referem Clavio, [r] & Simaõ Stevino [c] por de Ludolfo de Collen, a saber que supponodo o diametro 1. com 20. cifras na seguinte fòrma. [r] Geomet. practic. lib. 4. c. 7. [c] Na pract. da Geomet. lib. 2. cap. 4.

Diametro.

100,000000,000000,000000.

Será a circunferencia menor que a verdadeira.

314,159265,358979,323846.

Mas a circunferencia mayor que a verdadeira.

314,159265,358979,323847.

Estes termos refere ainda em mais miudas divisoens o Padre André Tacquet por do mesmo Ludolfo de Collen, a saber que supposto o diametro.

100000,000000,000000,000000,000000,000000,

Será a circunferencia menor que a verdadeira.

314159,265358,979323,846264,338327,950288.

Mas a circunferencia mayor que a verdadeira.

314159,265358,979323,846264,338327,950289;

Cuja differença he 1. a saber hũa particula das que o diametro se suppoem q̃ tẽ tantas, quantas se significaõ pello numero 1. com 35. cifras como acima se tem visto; & he menor differença a que se acha entre hũa, & outra circunferencia do que a de hũ graõ de area a respeito do globo terraqueo; pois Clavio [r] sobre a Sphera de Sacro Bosco demonstra por doutrina de Archimedes, que o numero 1. com 35. cifras he significativo de mayor numero de graons de area do que haveria em todo o mundo cheyo dos mais miudos atè o firmamento. [r] Na Digressaõ de arenæ numero.

Porém Adriano Romano referido por Stevino poem menor diametro a saber 1. com dezeseis cifras 10000,000000,000000, & a circũferẽcia menor q̃ a verdadeira 3145,926535,897930; porèm a mayor que a verdadeira 3145,926535,897931.

Será muito enfadonha cousa obrar com estes numeros, & mayor o trabalho do que a necessidade; pello que quem quizer que pello diametro lhe saya a circunferencia mais proxima á verda-

deira ainda algũa cousa do que pella proporçaõ de 7. para 22. obre duas vezes, a saber a primeira usando da proporçaõ de 7. para 22. & a segunda da proporçaõ de 71. para 223. & somme as duas circunferencias que lhe resultarem; cuja ametade serà a circunferencia mais proxima à verdadeira, como aponta o Padre Joaõ Baptista Ricciolo no Almagesto novo lib. 1. cap. 4. probl. 2.

EXEMPLO.

POnhàmos o diametro de hum circulo 14. & que por elle queremos achar a circunferencia: usando pois da proporçaõ de 7. para 22. sahirà a circunferencia buscada de 44. Outra vez usando da proporçaõ de 71. para 223. sahirà a circunferencia de $43\frac{69}{71}$. Sommando pois hũa, & outra montaõ $87\frac{69}{71}$ cuja ametade $43\frac{70}{71}$ serà a peripheria mais ajustada.

Porèm não se use da outra proporçaõ que allí traz Ricciolo sòmente por hũa operaçaõ valendose da proporçaõ do diametro para a circunferencia como de 100. para 314. que saõ as primeiras tres letras numericas dos diametros, & circunferencias suppostos por Adriano Romano, & Ludolpho de Collen; porque sòmente com aquellas tres letras em cada numero, não pòde resultar a peripheria taõ ajustada.

Outra proporçaõ do diametro para a circunferencia refere Tacquet por de Adriano Metio em numeros pequenos que approva pella melhor; a qual he que assim se há o diametro para a circunferencia como 113. para 355. ou viceversa, a circunferencia para o diametro como 355. para 113. que já referimos no §. antecedente, & desta uso eu muitas vezes.

EXEMPLO.

SUpponhase hum diametro de 12. palmos, pello qual se pertende achar a sua circunferencia: armando pois a regra aurea 113. 355. 12? sahirá a circunferencia pertendida de $37\frac{79}{113}$.

Desta proporçaõ se póde usar por ser em numeros moderados, & resultar a circũferencia quasi no meyo entre a que se acha pella proporçaõ de 7. para 22. & a que se acha pella de 71. para 223. pouco mais chegada a esta que a aquella.

NOTA.

NOTA.

TAmbem se póde achar a área da Ellipse como aponta Clavio [r] & outros buscando hũa meya proporcional entre os diametros mayor, & menor da Ellipse, & inquirindo pello §. 3. a àrea do circulo que tiver por diametro a tal meya proporcional; porque a ditta área serà igual com a da Ellipse pertendida; o que se funda na segund. do 12. de Euclides, & quint. de *conoid. et sphe-roid.* de Archimedes.

Area da Ellipse como se acha.

[r] Geom. pract. lib. 4. cap. 8. probl. V.

§. 5.

Do modo por onde se acha a circunferencia elliptica, conhecidos seus diametros mayor, & menor.

BEM vejo que para se medirem os arcos ellipticos de pedraria serà muito mais facil medir sua circunferencia com hum cordel para que mediante o comprimento daquella se faça a conta, do que investigala por meyo dos diametros mayor, & menor conhecidos pella difficuldade da conta que aqui ensino. Porèm succede que no medir a Ellipse naõ accõmodaõ os officiaes de pedreiro o cordel bem á feiçaõ do arco, tomando as medidas mais largas na volta que lhe daõ quando he em favor dos mestres pedreiros para se lhe pagar; como vi por experiencia; pello que, & tambem porque he digna de se saber esta regra sobre a mayor facilidade, & certeza de se tomar a medida do vaõ do arco, & de sua altura no ponto medio, a quiz escrever em quanto naõ acho escritta, ou me occorre outra de menos embaraço.

Seja a linha elliptica L M N O que se pertende investigar; cujos diametros L N, M O se dem conhecidos. Se imaginarmos pois outras duas Ellipses A C B D menor; P Q R S mayor igualmente distantes da intermedia L M N O pertendida, a saber suppondo N B igual com N R, & M C com M Q & investigãdo as àreas das dittas duas Ellipses extremas, tirarmos a da menor A C B D da da mayor P Q R S, restará o espaço comprehendido entre as duas linhas ellipticas A C B D, P Q R S; o qual partido pella porçaõ B R, ou C Q darà no quociente a circunferencia elliptica L M N O pertendida; cuja ametade he a linha L M N imaginada pello meyo da altura da pedraria do arco que chamaõ ca-

Fig. 127. A Circunferencia elliptica como se acha por modo do Autor dos seus diametros.

beça. A demonstraçaõ se veja no §. 23. da segund. part. Qualificat. Ponhamolo agora em practica.

Seja a circunferencia elliptica L M N O que se pertende inquirir; cujos diametros se dem conhecidos o mayor L N de $30\frac{1}{2}$; o menor M O de $22\frac{1}{2}$.

Imaginemos hũa Ellipse mayor P Q R S; cujo diametro mayor P R seja de 32. pès; o menor Q S de 24. Assim mesmo outra Ellipse menor; cujo diametro mayor A B seja de 29. & o menor C D de 21. de modo que sejaõ iguaes os espaços N B, N R, M C, M Q, cada hum de $\frac{3}{4}$ de palmo por ser B R, ou C Q de $1\frac{1}{2}$ quanto suppomos, & he realmente a altura da pedraria de hum arco feito, & assentado que tomo por exemplo.

Busquese pello §. antecedente a ârea da Ellipse maxima; cujo diametro P R tem 32. & Q S 24; a qual se acharà de 603|428571428.

Investiguese tambem pello mesmo §. a área da Ellipse interior ou minima A C B D; cujo diametro A B he 29. & o menor C D 21. a qual se acharà de 478|5. Tirando pois esta daquella, resta 124|928571428. differença das dittas duas àreas da Ellipse exterior, & interior, & comprehendida entre suas peripherias ellipticas; a qual partida por 1|5. que se contèm em B R, ou C Q darà no quociente 83|2857142 85. pella linha elliptica intermedia L M N O pertendida; cuja ametade 41|6 42857143. he o que se contém no arco L M N; o qual multiplicado por 3. somma das duas alturas da cabeça a saber B R de $1\frac{1}{2}$ de hũa parte do arco, & outro tanto da outra, monta 124|928571429. palmos superficiaes; que reduzidos a varas de $7\frac{1}{2}$ tambem superficiaes (por assim ser estilo medirse a enxelheria) fazem varas 16|657142857.

Devese agora medir a superficie concava deste arco; para o q̃ he necessario achar a semiperipheria elliptica A C B; o que se fará considerando outra Ellipse mais pequena parallela, & equidistante a qualquer das outras; cujo diametro mayor T X seja de 27|5, & o menor V Z de 19|5. para que seja A T igual com A L, ou L P: assim mesmo V C com C M, ou M Q & todas entre si iguaes; cuja área se investigue pello §. 4. que se acharà de 421|33 9285575.

Investiguese tambem a àrea da Ellipse L M N O (cuja peripheria elliptica havemos descuberto de 83|2857142 85.) a qual

se

ſe acharà de 539|19642857. Tirando pois deſta a deſcuberta acima 421|339285575. reſtaõ 117|857142996. pello eſpaço cõprehendido entre as duas linhas ellipticas L M N O, T V X Z, o qual dividido por T L, ou V M de 1|5. dá no quociente 78|57-1428664, cuja ametade 39|285714332. he a ametade A C B da linha elliptica A C B D; a qual ametade multiplicada por 4. largura da ſuperficie concava do arco gera no producto 157|14 2857328, que reduzidos a varas de 7|5. mõtaõ

varas ————————	20|952380977
que ſomadas com as acima achadas ————	16|657142857
montaõ ————————	37|609523834

SCHOLIO.

NEſte arco ſe achou conforme a mediçaõ dos Architectos, & meſtres pedreiros 40|6. varas; por quanto medindo experimentalmente com o cordel a ſemicircunferencia elliptica L M N imaginada pello meyo da largura A P, ou C Q da pedraria do arco, acharáõ 43|5. palmos (porque medẽ como para ſi) ſendo que conforme os dia metros L N mayor, & M O menor, tem a ditta ſemiperipheria elliptica L M N ſòmente 41|64285714 menor por 1|85714286; & os ſobredittos 43|5. multiplicàraõ por 7. que ſe continhaõ no dobro de C Q a ſaber 1|5. em C Q de hũa banda; outro tanto da outra, & 4. na largura da ſuperficie concava do arco; q̃ fazem os dittos 7. da largura, pella qual multiplicáraõ os dittos 43|5; ſendo que ſe a ſemicircũferencia elliptica de 43|5. foſſe a verdadeira ſe havia ſòmente de multiplicar pello dobro de C Q ou P A; & para ſe achar a ſuperficie concava do arco ſe devia multiplicar por ſua largura de 4. palmos a ſemipheria elliptica A C B; & naõ a outra L M N, como fazem os medidores.

§ 6.

Do modo de inveſtigar hũa circunferẽcia elliptica, dados ſeus diametros mayor, & menor, muito mais facilmente que pello §. antecedente.

NAõ ſahem os primeiros conceitos taõ formaes como da cõtemplaçaõ mais vagaroſa. Aſſim me ſuccedeo neſte ponto,

porque contemplando sobre elle para o achar por modo mais facil que o que propuz no §. antecedente, me occorreo; pois naõ tenho o livro da Stereometria nova de Keplero que achei citado por Mersenno no resumo que faz das proposiçoens de alguns Autores mais celebres; do qual refere a seguinte proposiçaõ.

Longitudo lineæ ellipticæ, id est describentis Ellipsim se se habet ad medium arithmeticum inter duas ejus diametros, quæ axis rectus, & transversus dicuntur, ut 22. ad 27. ferè. a saber.

O comprimento da linha elliptica; isto he da que descreve a Ellipse se hâ para o meyo arithmetico entre seus dous diametros, que se dizem exo recto, & transverso como 22. para 27. quasi.

E posto que vi este texto que sòmẽte achei referido por Mersenno, antes de escrever o §. antecedente, todavia como elle nesta fòrma contèm hum erro immenso, trattei da investigaçaõ da circunferencia elliptica por discurso proprio, & se me offereceo o modo que propuz no ditto §. Despois trattando de investigar a superficie de hũa Spheroide como em seu lugar direi, achei outro facillimo proprio, & genuino de descubrir a circunferencia elliptica, dados seus diametros mayor, & menor: & posto que tive tençaõ de riscar o ditto §. 5. pella difficuldade da operaçaõ; todavia porque alguns discipulos curiosos mo impediraõ, recreandose de verem ajustadas as operaçoẽs da Geometria por diversos meyos, o deixei ficar. Mas para o uso se valhaõ do modo aqui proposto por ser incomparavelmente mais facil que o do §. 5.

He pois a proporçaõ da semisomma dos diametros mayor, & menor da Ellipse para sua circunferencia, ou peripheria elliptica a mesma, que do diametro de hum circulo para sua circunferencia, ou peripheria circular.

Assim o demonstraremos [r] sem embargo q̃ Archimedes o naõ disesse trattando outras muitas propriedades das Ellipses: nẽ em Apollonio Pergæo assim o commentado por Eutocio Ascalonita, & Federico Commandino; como o cõmentado pello Padre Claudio Richardo; nem no insigne Geometra Gregorio de Saõ Vicente, nem em outros muitos que tenho destas materias, pude achar esta proporçaõ que propuz, ou outra algũa para achar a peripheria elliptica por seus diametros, ou viceversà.

[r] No §. 27. da seg. part. Qual.

E pois atègora senão achou em numeros a verdadeira proporçaõ do diametro de hum circulo para sua circunferencia; mas sò-

mente

mente proxima á verdadeira como largamente havemos apontado no Scholio do §.4. nesta mesma conformidade devemos proceder na investigaçaõ da circunferencia elliptica em numeros.

EXEMPLO.

Supponhamos sabidos os diametros de hũa ellipse, a saber o mayor L N de 30½ palmos; o menor M O de 22½; cuja somma he 53. & sua ametade 26½ armando pois a regra ordinaria, como se por hum diametro que fosse 26½ se buscasse a circunferencia de hum circulo, a saber se 7. daõ 22. q̃ daraõ 26½? & executada a regra sahirá no quociente 83²⁄₇, que reduzidos á Dizima fazem 83|285714285; quanto tambem com mayor, & molesto trabalho haviamos achado no exemplo do §.5. que era a circũferencia elliptica L M N O; de modo que a peripheria de hum circulo, que tiver por diametro o meyo arithmetico entre o mayor, & menor da Ellipse, se iguala com a peripheria elliptica. Vejase o §.27. da seg. part. Qualif.

Fig. 127. A Como se acha a circunferẽcia elliptica por modo muito mais facil que o do §. antecedente.

Porèm se pella circunferencia elliptica se quizer investigar cada hum dos diametros, he necessario que se saiba a sua differença, ou ao menos a proporçaõ que entre si tem; porque podem ser infinitas peripherias ellipticas iguaes entre si, sendo muito differẽtes os diametros; & assim naõ se poderáõ estes conhecer pella circunferencia elliptica, sem que se saiba mais algũa circunstancia das sobredittas, ou outra semelhante; pois com a sobreditta peripheria elliptica; cujos diametros sejaõ o mayor 30½; o menor 22½ se iguala outra que tiver o mayor de 33. o menor de 20; & a que tiver o mayor de 29. o menor de 24. ou o mayor de 38, & o menor de 15, & outras infinitas, iguaes todas entre si.

Para se acharem pois pella circunferencia elliptica separadamente cada hum de seus diametros; supponhamos sabida aquella de 83²⁄₇ & que a differença dos diametros he 8. Armando pois a regra aurea 22:7:83²⁄₇, & multiplicando o segũdo numero 7. pello terceiro 83²⁄₇, & o producto $\frac{4081}{7}$ partido pello primeiro 22. dà no quociente 26½ semisomma de seus diametros, com a qual ajũtando ametade de sua differença que he 4. (por ser a differença 8.) compoem o mayor diametro 30½; & tirada a mesma semidifferença dos 26½ restaõ 22½ menor diametro.

Se a differença dos diametros fosse 13. por exemplo, sua ametade

tade

tade $6\frac{1}{2}$ junta aos $26\frac{1}{2}$ daria o mayor diametro 33. & diminuida, deixaria o menor de 20.

Se fosse a differença 5. obrando semelhantemente, sahiria o mayor diametro 29, & o menor 24. Se fosse 23. resultaria o mayor diametro 38. o menor 15. que todos saõ diametros de circunferencias ellipticas iguaes, posto que dessemelhantes.

Como pella circunferencia elliptica, & proporçaõ dos diametros se colhe cada hũ delles.

Se senaõ soubesse a differença dos diametros, mas sòmente sua proporçaõ; tambem pella circunferencia sabida se póde colher cada hum delles, como por exẽplo supponhamos que temos hũa peripheria elliptica de 33. palmos, & que a proporçaõ do diametro menor para o mayor he como de 3. para 4. Armando pois a regra aurea se 22. daõ 7. que daraõ 33? & feita a operaçaõ, sahiráõ $10\frac{1}{2}$ por meyo arithmetico, ou semisomma dos diametros menor, & mayor.

Conhecido o ditto meyo arithmetico, sommemse os numeros da proporçaõ supposta dos diametros, a saber 3. & 4. que fazem 7. cujo meyo arithmetico he $3\frac{1}{2}$. Armese logo outra regra aurea dizẽdo, se $3\frac{1}{2}$ semisomma dos numeros da proporçaõ, daõ 3. pello menor numero; que daraõ $10\frac{1}{2}$? & executada a regra sahirá o numero 9. por menor diametro, & logo se saberà o mayor acrescentando ao meyo arithmetico $10\frac{1}{2}$ outro tanto como a differẽça entre 9. menor diametro, & $10\frac{1}{2}$ que he $1\frac{1}{2}$ & com os $10\frac{1}{2}$ fazem 12. mayor diametro pertendido.

Tambem se pudera reiterar a regra aurea pondo em primeiro lugar os $3\frac{1}{2}$ em segũdo o numero 4. (que he o mayor da proporçaõ) em terceiro os $10\frac{1}{2}$, & feita a operaçaõ sahirá no quociente o mesmo numero 12. mayor diametro buscado da Ellipse; cuja circunferencia he 33. & a proporçaõ dos diametros como de 3. para 4.

NOTA.

POsto que nas contas deste §. hei usado da proporçaõ cõmũa do diametro para a circũferencia do circulo como de 7. para 22. & a mesma do meyo arithmetico entre os diametros da Ellipse para sua circunferencia; todavia se tẽ descuberto pellos modernos outras proporçoens mais apuradas que dissemos no Scholio do §. 4. das quaes (por serem as outras cançadas para a operaçaõ) escolhemos a do diametro para a circunferencia do circulo,

&

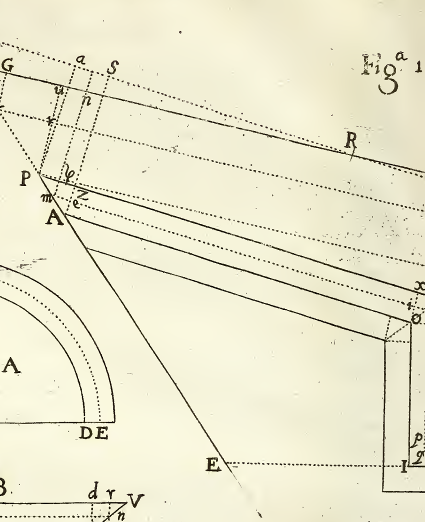
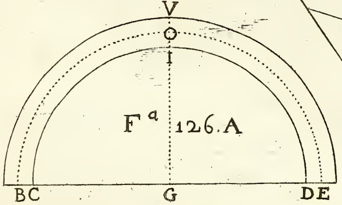
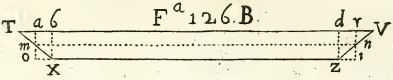


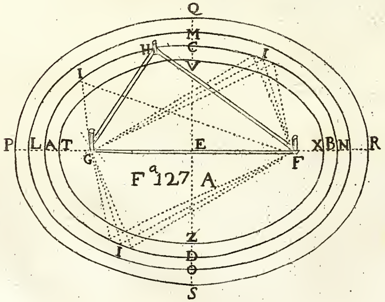
Fig.ª 1



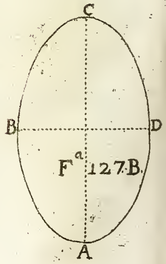
Fª 126.A



Fª 126.B



Fª 127 A



Fª 127.B

XXVIII

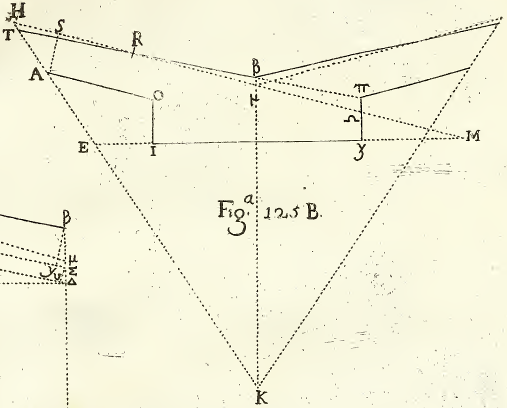
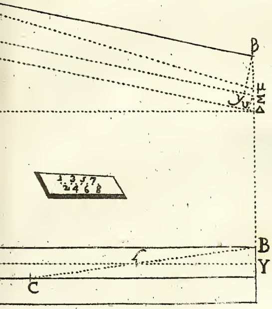
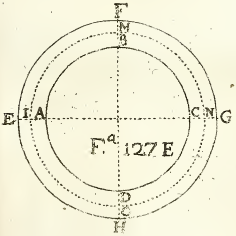


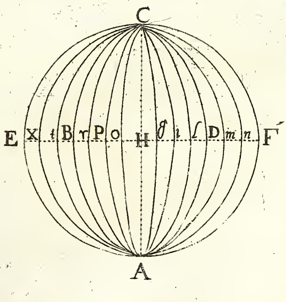
Fig.ª 125 B.

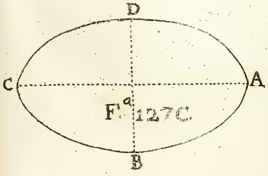


Fª 127 D



F.ª 127 E





F.ª 127 C.

M. Mendes fecit

& do meyo arithmetico entre os diametros da Ellipse para sua peripheria elliptica como de 113. para 355. & se conforme a esta proporçaõ investigassemos a peripheria elliptica L M N O, a achariamos $83\frac{57}{226}$ numero que se tem por mais proximo à verdade, o qual reduzido á Dizima faz 83|25221239. quasi.

§. 7.

Como se acha o corpo de hũa Spheroide.

O QUE se propoem neste §. he necessario para alguns usos na Architectura civil, & talvez na militar, como para a mediçaõ de hũa Atalaya em que està hũa cisterna na Fortaleza de S. Theodosio junto a Cezimbra, de que trattaremos no Cap. 10.

A Spheroide he hum corpo que se gèra da revoluçaõ da Ellipse sobre o seu mayor, ou sobre o menor exo. A Ellipse he a figura de q̃ havemos trattado nos §§. 4. 5. & 6. deste Cap. & para gèrar a Spheroide o faz sómente com meya revoluçaõ; porque hũa ametade da Ellipse corre por espaço de meyo circulo, & a outra ametade por outro meyo circulo, ou se póde imaginar que a Semiellipse dá hũa volta inteira à roda do exo, & géra a Spheroide.

Daqui nasce que ha duas sortes de Spheroides, hũas lógas, outras largas. A Spheroide longa [r] he aquella que se gèra da revoluçaõ da Ellipse sobre o seu exo mayor. A larga [c] a que se gèra da revoluçaõ da mesma Ellipse sobre o seu menor exo.

[r] Fig. 127. B.
[c] Fig. 127. C.

Hũa, & outra se acha [a] multiplicando a àrea do circulo maximo da Spheroide pellos $\frac{2}{3}$ daquelle exo á roda do qual se revolveo a Ellipse, & gérou a Spheroide.

[a] Tacquet lib. 3. Geom. pract. C. 18. probl. 13.

EXEMPLO.

SUpponhamos a Spheroide longa A B C D, cujo diametro mayor A C seja o exo, á roda do qual se revolveo a Ellipse, & o supponhamos de 14. palmos; mas o diametro menor B D q̃ he do circulo maximo desta Spheroide lóga, & a rodea pello meyo se supponha de 8. palmos. Buscando pois por este diametro a sua circunferencia conforme o ditto no § 1. deste Capit. se achará de $\frac{176}{7}$, & a àrea do circulo de $\frac{352}{7}$ conforme o §. 3. a qual área multiplicada por $\frac{28}{3}$ que saõ $\frac{2}{3}$ do exo mayor A C (á roda do qual se revolveo a Ellipse, & suppuzemos de 14.) resulta no produ-

Fig. 127. B

cto $469\frac{1}{3}$ pella quantidade corporea da ditta Spheroide longa.

Fig.127. C Mas para a Spheroide larga se ha de buscar a àrea do circulo do diametro mayor A C, & multiplicarse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor B D á roda do qual se revolveo a Ellipse na fòrma seguinte.

A àrea do circulo de que o diametro A C tem 14. se acharà [r] de 154. os $\frac{2}{3}$ do diametro menor B D de 8. saõ $\frac{16}{3}$; os quaes multiplicados pellos 154. área do circulo, resultaõ no producto $821\frac{1}{3}$ pella quantidade corporea da Spheroide larga; & terà tal proporçaõ o corpo da Spheroide larga $821\frac{1}{3}$ para o da Spheroide lõga $469\frac{1}{3}$ como o diametro mayor A C 14. para o menor B D 8; como se pòde examinar multiplicando o primeiro numero $821\frac{1}{3}$ pello quarto 8; & tambem o segundo $469\frac{1}{3}$ pello terceiro 14; de cujas multiplicaçoens resultaõ numeros iguaes; que assim he sempre que se daõ quatro numeros proporcionaes em continua, ou discreta proporçaõ conforme Euclides. [r]

[r] Pello §.3. deste Cap.

[r] 19. Septimi.

E que a Spheroide larga tenha para a Spheroide longa (gèrada de hũa mesma Ellipse) a proporçaõ que o mayor diametro para o menor, demonstra Tacquet no liv. 1. Cylindric. & Annular. part. 3 propos. 35.

Tambem se acha o corpo da Spheroide longa multiplicando a àrea da Ellipse, que conforme o §. 4. se acharà de 88. por $\frac{2}{3}$ do diametro menor B D supposto de 8; cujos $\frac{2}{3}$ saõ $\frac{16}{3}$.

Mas o corpo da Spheroide larga se gèra multiplicando a mesma àrea da Ellipse 88. por $\frac{2}{3}$ do diametro mayor 14. a saber por $\frac{28}{3}$; cuja demonstraçaõ se veja no §. 30. da seg. part. Qualif.

NOTA.

Porèm ainda que o corpo da Spheroide larga seja mayor que o da longa géradas da mesma Ellipse, naõ se segue que seja mayor a superficie daquella, que a desta; antes saõ iguaes hũa, & outra superficie, como se verá do §. seguinte.

§. 8.

Como se acha a superficie de hũa Spheroide.

A Mediçaõ da superficie de hũa Spheroide he necessaria para a de algũas abobadas de pedraria que ha nesta fórma, como se verá do Cap. 10.

A

A ſuperficie da Spheroide, ou ſeja longa, ou larga gèradas da revoluçaõ da peripheria elliptica (aſſim como o corpo da Spheroide ſe géra da revoluçaõ do plano, ou area da Ellipſe) he ſempre a meſma como demonſtraremos no corollario deſpois do §. 28. da ſeg. part. Qualific. ſendo os corpos differentes; pois temos moſtrado no §. antecedente com Tacquet, & tambem por noſſa particular demonſtraçaõ ſer mayor o da Spheroide larga, que o da longa.

Achaſe pois a ſuperficie da Spheroide, ou ſeja longa, ou larga do ſeguinte modo.

Supponhamos o diametro mayor 14. o menor 8. Por eſtes diametros ſe inveſtigue a área da Ellipſe Secçaõ da Spheroide conforme diſſemos no §. 4. deſte Cap. a qual àrea ſe achará de 88. Eſta tomada quatro vezes dâ a ſuperficie da Spheroide 352. do meſmo modo que a ârea do circulo maximo de hũa Sphera multiplicada por 4. gèra a ſuperficie da Sphera cõforme demonſtrou Archimedes; & nòs demonſtraremos ſer o meſmo na Spheroide, a ſaber que ſua ſuperficie he quadrupla da área da Ellipſe maxima Secçaõ da Spheroide. Vejaſe o §. 28. da ſeg. part. Qualif.

Tambẽ ſe ſabe a ſuperficie da Spheroide pello ſeguinte modo.

Armeſe hũa regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro mayor: em ſegundo o menor: em terceiro a ſuperficie da Sphera do diametro mayor; & executada a regra, ſahirá no quociente a ſuperficie de hũa Sphera, cujo diametro he meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide; a qual ſuperficie he igual com a da Spheroide. Vejaſe o §. 29. da ſeg. part.

EXEMPLO.

O Diametro mayor he 14. ſua circunferencia 44. conforme a proporçaõ ordinaria. Multiplicado hũ numero por outro géra no producto 616. que he a ſuperficie da Sphera, de que he diametro 14. igual com o mayor da Spheroide; pois havemos ditto que o diametro multiplicado por ſua circunferencia produz hũa ſuperficie quadrupla da àrea do circulo maximo da Sphera, & igual á ſuperficie da meſma Sphera.

Armeſe pois a regra aurea, pondo em primeiro lugar o diametro mayor 14. em ſegundo o menor 8. em terceiro a ſuperficie achada 616. da Sphera do diametro mayor; & executada a regra,

ſahirà no quociente o numero 352. por ſuperficie da Spheroide, ou de hũa Sphera cujo diametro he meyo proporcional entre o mayor,& menor da Spheroide,as quaes ſuperficies ſaõ iguaes.

O meſmo ſerá ſe ſe obrar pondo em primeiro lugar o diametro menor 8. em ſegundo o mayor 14. em terceiro a ſuperficie da Sphera do diametro menor,porque ſahiráõ os meſmos 352. por ſuperficie da meſma Sphera,& da meſma Spheroide.

SCHOLIO I.

POR quanto naõ achei em Autor algum fazendo diligencia nos que tenho,como ſe inquiriſſe a ſuperficie de hũa Spheroide, aſſim como não achei o modo de ſe inveſtigar a peripheria elliptica por ſeus diametros mayor,& menor,& trouxe de invento proprio nos §§.5.& 6. deſte Cap. & era neceſſario eſcrevelo pello uſo que pode ter como havemos ditto ſe verà do Cap. 10. appliquei à eſte ponto algũa contemplaçaõ,pois como o grande Archimedes o não declarou,vejo que os Autores trazem a mediçaõ da circunferencia de hum circulo por ſeu diametro; da àrea mediante o diametro, & circunferencia; da ſuperficie da Sphera mediante a àrea de ſeu circulo maximo;do corpo mediãte a meſma área do circulo, & porçaõ de ſeu diametro; porque de tudo trattou Archimedes.Porèm na Spheroide não traz mais que a invençaõ da área da Ellipſe,& do corpo da Spheroide,de q̃ aquella he Secçaõ maxima,ſem trazer o modo de inveſtigar a peripheria elliptica por ſeus diametros,nem a ſuperficie da Spheroide,& por tanto os Autores que tenho, & vi, que não ſaõ poucos, faltaraõ nas meſmas couſas.Naõ duvido que algum Autor o traga;porèm ſaõ baſtantes os que vi antigos, & modernos dos de melhor nome,& em nenhum o achei,mais que o que alleguei nos dittos §§. 5.& 6. de Merſenno por de Keplero na ſua Stereometria nova, a qual não chegou a meu poder; & apontei o erro da proporçaõ que refere o ditto Merſenno, o qual deve ſer da impreſſaõ; pois não podia caber aquelle em Keplero, nem em Merſenno o referilo.

Iſto ſuppoſto,aponto agora outros meyos de inveſtigar a ſuperficie da Spheroide;pois he igual à ſuperficie curva de hum cylindro que inclue a meſma Spheroide;aſſim como a ſuperficie de hũa Sphera he igual a ſuperficie curva do cylindro que a inclue;

como

como facilmente se deduz de proposiçoẽs de Archimedes, & do problema 4. do livro 3. da Geometria practica da Tacquet.

Supponhamos pois a Spheroide longa com o mesmo diametro mayor 14. & menor 8. A circunferencia do circulo do menor diametro he $\frac{176}{7}$: esta multiplicada pello diametro mayor 14. dá no producto os mesmos 352. por superficie curva de hum cylindro, cuja base he o plano do circulo do diametro menor B D, & a altura o diametro mayor A C; a qual superficie se iguala com os mesmos 352. que haviamos achado ser a superficie da Spheroide.

Supponhamos agora a Spheroide larga gerada da revoluçaõ da Ellipse a ròda do exo menor B D. A circunferencia do circulo do diametro mayor he 44. esta multiplicada pello diametro menor 8. produz os mesmos 352. superficie curva de hum cylindro cuja base he o circulo que tem por diametro o mayor A C, & por altura o menor D B; a qual superficie he tambem igual com a da Spheroide; de modo que assim a Spheroide longa como a larga tem a mesma superficie, tendo differente quantidade corporea.

O mesmo he nos cylindros que incluem as Spheras; porq̃ tendo ambos iguaes superficies curvas, tem differentes corpos; pois o do cylindro largo se acharà que contèm 1232, & o do lõgo 704. estando aquelle para este na mesma proporçaõ que o diametro mayor A C 14. para o menor B D 8. como dissemos das Spheroides.

NOTA I.

TAmbẽ a superficie de hũa Sphera, cujo diametro for meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide se iguala com a superficie da mesma Spheroide.

De modo que temos seis superficies iguaes, a saber a da Spheroide larga; a superficie curva do cylindro que a comprehende; a da Spheroide longa; a curva do cylindro que a inclue; a da Sphera do diametro meyo proporcional entre o mayor, & menor da Spheroide; a curva do cylindro cõprehendẽte da mesma Sphera; sendo desiguaes os corpos de todas estas figur. & para que se veja na superficie da Sphera, ponhamos o seguinte exemplo ainda que seja para os que bem sabem Arithmetica, naõ para os vulgares.

EXEMPLO.

ENtre o diametro menor 8,& mayor 14. se busque hũa linha meya proporcional pella 13. do 6. de Euclides, ou em numeros conforme a 20. do settimo, multiplicando os 8. pellos 14 & do producto 112. tirando a raiz;porque esta será o meyo proporcional. Mas porque o numero 112. naõ tem raiz racional, a saber que se possa exprimir em numeros, se costuma sinalar com hum $\surd$ da parte esquerda que significa raiz. Seraõ pois as tres linhas proporcionaes 8: $\surd$ 112:14.

Investiguese pois pello diametro $\surd$ 112. sua circunferencia, a qual se achará ser $\surd \frac{54208}{49}$. Esta multiplicada pello diametro $\surd$ 112. produz $\surd \frac{6071296}{49}$ quantidade da superficie da Sphera de que he o diametro $\surd$ 112. meyo proporcional entre o menor, & mayor da Spheroide; a qual superficie $\surd \frac{6071296}{49}$ reduzida a numeros racionaes pella extracçaõ de sua raiz he $\frac{2464}{7}$ que fazem os mesmos 352. que haviamos achado por superficie da Spheroide larga, & da Spheroide longa,& dos cylindros que as incluem; & agora da Sphera do diametro meyo proporcional; que conforme o que já mostrámos,he tambem igual á do cylindro que a comprehende.

NOTA II.

TAmbẽ se deve advertir que pòde haver infinitas Spheroides com diversos diametros mayor, & menor, & terem todas as superficies iguaes sendo differentes suas quantidades corporeas; pois a Spheroide cujo diametro mayor he 14. o menor 8. tem a superficie igual â de outra que tenha por diametro mayor $12\frac{4}{9}$ & por menor 9. porq̃ a raiz de 112. he o meyo proporcional entre 8.& 14.& tambem entre 9.& $12\frac{4}{9}$. O mesmo serà sẽdo o diametro mayor 28. o menor 4;ou o mayor 56. o menor 2. ou o mayor $22\frac{2}{5}$ & o menor 5. porque entre todos he o diametro meyo proporcional $\surd$ 112. de hum circulo, cujo plano se iguala a cada hũa das Ellipses daquelles diametros, & a superficie da Sphera à de cada hũa das Spheroides.

Isto he cousa semelhante ao que dissemos no §.6. das peripherias ellipticas,de modo que todas as Ellipses, de cujos diametros for sempre hum mesmo o meyo arithmetico teraõ iguaes suas peripherias, & todas as Spheroides, de cujos diametros for sempre

hum meſmo o meyo geometrico, teràõ ſuas ſuperficies iguaes.

SCHOLIO II.

PRoponho neſte Scholio hũa regra que ſe ſegue da doutrinà ſobreditta,& de outras cõtemplaçoens; pella qual podemos achar as ſuperficies de muitas Spheroides mais facilmente quando ſeus diametros menores diminuem por partes iguaes, da largura,ou diametro da Sphera que as cõprehende;como por exemplo,ſupponhamos hũa Sphera,cujos diametros A C, E F ſeja cada hum de 14. palmos. Repartaſe o ſemidiametro H F em 7.partes iguaes nos pontos g i l D m n. Semelhantemente o ſemidiametro H E nos pontos o p r B t x; pellos quaes ſe deſcrevaõ as Ellipſes A n C x, A m C t & as mais pellos outros pontos conforme diſſemos no §. 2. deſte Cap.& imaginemos que de ſuas revoluçoens ſe gèraraõ Spheroides.

Para medirmos pois as ſuperficies de todas, não he neceſſario inveſtigar a de cada hũa pellas regras deſte §.8. & Scholio 1.porq̃ achada a ſuperficie da primeira Spheroide A n C x pellas regras dadas, ſe achaõ mais facilmẽte as das outras ſem ſer neceſſario repetir algũa das regras dadas,o que ſe obrará pello ſeguinte modo.

Inveſtigueſe a ſuperficie da Sphera,de que he diametro A C, ou E F de 14. palmos,que ſe achará de 616. como havemos referido no exemplo do Scholio antecedente.

Inquiraſe tambem a ſuperficie da Spheroide A n C x, de que o diametro mayor he o meſmo A C da Sphera de 14.palmos,& o menor x n de 12. & conforme o ditto neſte §. 8. & Scholio 1. ſe achará de 528. Tireſe eſta ſuperficie da da Sphera que he de 616. & reſtaõ 88. por differença entre hũa,& outra.

Eſta differença 88. tirada dos 528. ſuperficie da Spheroide A n C x, reſtaõ 440. por ſuperficie da Spheroide A m C t;da qual tirando a meſma differença 88. reſtaõ 352. por ſuperficie da Spheroide A D C B; quanto tambem tinhamos achado pello §. antecedente,& ſeu Scholio;pois eſta he a Spheroide,cuja ſuperficie allí inveſtigámos;de que o diametro mayor A C era 14. & o menor B D 8.

Dos dittos 352. diminuindo outra vez a differença 88. reſtaõ 264. por ſuperficie da Spheroide A l C r; da qual tirando os meſmos 88. reſtaõ 176. ſuperficie da Spheroide A i C p; & deſta di-

diminuindo outra vez os 88. restaõ finalmente outros 88 por superficie da ultima Spheroide A g C o.

Proponho à margem os numeros do exemplo.

Superficie da Sphera ——————————————

Superficie da Spheroide A n C x ——————————

Se o diametro menor diminuira do mayor sómente palmo a palmo, como sendo o diametro mayor A C de 14. o menor x n fosse de 13. & logo t m de 12. & assim pordiante, a differença das superficies seria sòmente 44. & com este numero se fariaõ as subtracçoẽs na mesma fòrma.

616
528
88
440
88
352
88
264
88
176
88
88

NOTA.

ERRARD de Barleduc na sua Geometria practica correcta, & emendada por Henrion no livro 3. Cap. 10. na seg. part. do Corollario 1. propoem modo para se saber a superficie da Spheroide que em nenhum outro Autor achei: porèm assim Errard como seu corrector Henrion erraõ na materia; sendo que Henrion he bom Geometra, & Arithmetico, como se vè de suas obras. Trazem a seguinte proposiçaõ na pag. 342. que refiro cõ as suas mesmas palavras.

La superficie du spheroide est a la superficie de la sphere inscrite, comme la circonference del' une, a la circonference del' autre. a saber

A superficie da Spheroide he para a superficie da Sphera inscripta como a circũferencia de hũa para a circũferencia da outra.

E traz apontada em figura a circunferencia elliptica que he a da Spheroide, quando fálla nesta proporçaõ.

Porèm isto he falso; porque a verdade he que a circunferencia da Sphera circunscripta á Spheroide, & naõ a circunferencia da Spheroide he a que tem para a circunferencia da Sphera inscripta a mesma proporçaõ, que a superficie da Sphera circũscripta para a da Spheroide: ou a mesma que a superficie da Spheroide para a da Sphera inscripta, por ser a mesma a da Sphera circunscripta para a da Spheroide, que a desta para a da Sphera inscripta, & qualquer dellas como da circunferencia da Sphera circunscripta para a circunferencia da Sphera inscripta, ou como do diametro daquella para o diametro desta, segundo se verà no §. 29. da seg. part. Qualificat.

Tam-

Tambem dizem os dittos Autores no mesmo lugar, que a circunferencia da Spheroide para a circunferencia da Sphera (fallaõ da inscripta) tem a mesma razaõ que o diametro grande para o diametro pequeno, & dizem que isto he manifesto de outra demonstraçaõ que haõ feito no mesmo livro, sendo hum erro crasso, pois a circũferencia da Sphera circũscripta, & naõ a da Spheroide que he muito menor, he a que tem para a circunferencia da Sphera inscripta a mesma razaõ, que o diametro mayor para o menor como he notorio aos Geometras, & consta de Pappo [c] Alexandrino, Clavio, [r] & outros.

[c] Lib. 5. prop. 11. & lib. 8. prop. 22.

[r] Geom. pract. lib. 4. c. 7. prop. 1. & lib. 8. propos. 2.

§. 9.

Da descripçaõ das figuras òvadas semelhantes as Ellipses, em cuja fórma se fabricaõ tambem arcos abatidos.

Podemse os òvados descrever de diversos comprimentos, & larguras. Supponhamos que dado o diametro mayor A B se pede a descripçaõ de hũa fig. òvada; a ametade de cujo perimetro será a volta do arco. Dos pontos A B se cortem iguaes porçoẽs A C, B D.

Sobre a parte intermedia C D se façaõ para hũa, & outra parte dous Triangulos equilateros, ou Isosceles C E D, C F D sobre a commum base C D; cujos lados E C, E D se estendaõ indefinitamente, & tambem F C, F D. Tomemse D H, D G iguaes com D B, ou C A, & do ponto D feito cẽtro por G ou H se descreva o arco G B H. Semelhantemente se obre descrevendo do ponto C o arco I A K. Finalmente do ponto E se descreva por K ou H o arco K H. Semelhantemente de F por I ou G o arco I G, & será formada a fig. òvada, cujo semiperimetro A I G B he o arco abatido. A intermedia das tres que se representaõ juntas, & inclusas hũas em outras tem o seu diametro A B partido em tres partes iguaes, q̃ he como a q̃ se fabrica ordinariamente mediante dous circulos que se cruzaõ, & se vè na fig. n. 129. Na outra fig. n. 130. se vẽ dous òvados do mesmo cõprimẽto A B, mas as larguras differentes; o que nasce da diversa construcçaõ dos Triangulos Isosceles C E D, C F D de mayores, ou menores lados. A demonstraçaõ se pòde ver em Clavio, & he quasi a mesma que adiante

Fig. 128.

Fig. 129.

Fig. 130.

diremos sobre as figuras òvadas com comprimento, & largura determinados.

Porém nenhũa destas descripçoēs he congruente para o de que se necessita nas obras; por quanto ainda que se lhe assina comprimento certo no diametro A B, todavia não se lhe assina largura certa,& determinada, antes sahirá esta casual conforme se tomar na descripçaō mayor,ou menor a porçaō B D, ou A C, & cōforme se formar cada hum dos Triangulos C E D, F D C equilatero,ou se Isosceles sobre a base C D conforme forem mayores, ou menores os lados C E, D E, ou C F, D F, sendo necessario que quando se forma hum arco se haja logo de saber não só o comprimento de seu vaō, mas a altura do ponto medio; & por tanto cōvem dar a descripçaō destes òvados não sò com determinado cōprimento,mas tambem com determinada largura; cuja ametade serâ a do ponto medio do arco,por naō ser este mais que ametade do perimetro da figura óvada. Como isto se haja de fazer ensina Clavio por hum modo de Joaō Baptista Benedicto, & por outro seu,que sò referirei por mais facil,& bastar para o intento.

Fig. 131. A. & B & 132. Descripçaō dos óvados com comprimento, & largura determinados.

Seja o comprimento A B, & largura L M que se cruzem pello meyo,& em angulos rectos no ponto N. Tomemse as rectas A C, B D iguaes, & menores que ametade da largura L M (em varias impressoēs de Clavio se diz L N por erro da impressaō) Descrevaōse dos pontos C D os circulos pequenos I A K, H B G. Tomando despois M O igual ao semidiametro C A se lance do ponto O ao centro C a linha O C; a qual se divida pello meyo no ponto P, & deste se levante a perpendicular P F que corte L M (produzida se necessario for) no ponto F, & se tire de F por C a linha F C I produzida atè a circunferencia do circulo I A K.

Tomese N E igual com N F & se tire E C K, & pello centro D do circulo H B G as linhas F D G, E D H. Finalmente do pōto F por I, ou G o arco G M I, & do ponto E por H ou K o arco H L K;com que ficará descripta a fig. òvada com determinado comprimento, & determinada largura; o que se demonstra no §. 23. da seg.part.Qualif.

NOTA.

DA construcçaō das figurasdeste §. se vé facilmente como se pòde descrever sòmente meyo óvado para o arco ,escusando descrever o outro meyo.

§. 10.

§. 10.

Investigar o perimetro, ou circunferencia da figura òvada, & tambem a àrea.

O Perimetro da fig. òvada se investiga sem ser necessario preceder primeiro o conhecimento de sua àrea, como foi para achar a circunferencia elliptica no §.5. investigando primeiro sua área no §. 4.

Cōsta o ditto perimetro de 4. arcos cada dous oppostos iguaes entre si, & de differentes circulos. Para se medir se deve reconhecer o angulo G D H, ou seu igual I C K subtendidos dos arcos G B H, I A K iguaes Do mesmo modo reconhecer o angulo I F G, ou seu igual H E K; aos quaes subtendem os arcos I M G, H L K. Fig. 131. A. & 131. B.

Tambem se devem saber por medida os semidiametros D B do menor circulo G B H, & F I ou F G, do mayor I M G pellos quaes se investiguē conforme a doutrina do §. 1. as circunferēcias dos circulos inteiros, de que saõ arcos G B H, & I M G; & porq̄ o angulo G D H ou seu igual I C K se suppoem investigado em graos, ou em algūa parte aliquota da somma de 4. rectos, & de outro tāto heo arco G B H, ou I A K seu igual, se reconhecerá por aqui a quātidade de cada hū dos dittos arcos naquella medida em q̄ for dado o semidiametro D B, ou C A. Semelhantemente se entēde dos arcos I M G, ou K L H, q̄ subtendē os angulos I F G, K E H; cuja quantidade se acharà a respeito da medida do semidiametro F I, ou seu igual E H. Isto he cousa facillima a quem tem qualquer noticia da Geometria practica, quanto mais tendo a da speculativa. Mas porque eu escrevo para os faltos desta noticia, o declaro com o seguinte.

EXEMPLO.

SUpponhamos que medindose pello semicirculo, Panthometra, ou outro instrumento conforme a doutrina do Cap. 1. da primeira Secçaõ o angulo G D H ou seu igual I C K se achou de 73. gr. & de tantos he o arco G B H, ou seu igual I A K, de que tambem resulta conhecido o angulo I F G; porque tirando os 73. valor de G D H sempre de 180. gr. restaõ 107. valor do angulo I F G, ou H E K, & arco I M G ou H L K. Supponhase Perimetro da fig. òvada como se acha.

Fig.131. B

mais que B D, ou D G tem 6. palmos, & F D 5. com que terá F G, ou F I 11. Buscando pois pello § 1. deste Cap. a circunferẽcia do circulo, de que D B, ou D G he semidiametro, se acharâ de $37\frac{5}{7}$ palmos; de maneira que a circunferencia deste circulo em graos tem 360; mas em palmos $37\frac{5}{7}$: pór tanto para se acharem os palmos do arco G B H armaremos hũa regra de tres dizendo: se 360. gr. comprehendidos em toda a circunferencia daõ nella $37\frac{5}{7}$ palmos; 73. gr. inclusos no arco G B H quantos palmos daraõ? & executada a regra, sahiráõ no quociente 7|64762; cujo dobro 15|29524. palmos seraõ os que se contém nos dous arcos G B H, I A K.

Assim mesmo inquirindo a peripheria do circulo de q̃ F G, ou F I semidiametro he de 11. palmos, se acharà de $69\frac{1}{7}$ palmos; & porque temos mostrado que o arco I M G, ou H L K tem 107. gr. se armarà a regra aurea na fórma seguinte: 360. gr. daõ $69\frac{1}{7}$ palmos; 107 que daraõ? & se achará que lhe respondem 20|55079. pellos palmos do arco I M G, ou H L K; cujo dobro 41|10158. palmos será o valor de ambos, & ajuntandolhe 15|29524. somma dos outros dous G B H, I A K, já achada, monta tudo 56|39682. palmos valor do perimetro, ou circunferencia A I M G B H L K, & sua ametade 28|19841 o. a do arco A I M G B.

SCHOLIO.

Area da figura òvada como se acha.
Fig.131. A & 131.B.

A Area da figura òvada posto q̃ nos não seja necessaria; quem todavia a quizer saber por curiosidade, pòde obrar por semelhante modo, pondo em primeiro lugar os 360. gr. de hũ dos circulos pequenos; em segundo a sua área em palmos superficiaes (ou outra medida usual) investigada pello § 3. em terceiro lugar os graos do arco G B H, & sahirà no quociente a área do sector G D H. Outro tanto serà o sector I C K. Tambem se acha o sector G D H multiplicando os 6. palmos do semidiametro D B por ametade do arco G B H, a saber por 3|82381, que he a ametade de 7|64762. palmos que acima se achàraõ no ditto arco G B H.

Semelhantemente se achaõ as áreas dos sectores I G F, K E H; de cuja somma se deve tirar a área do Rhombo, ou Rhomboide G E D F, porque vai inclusa duas vezes nos sectores I F G, K E H, & a àrea do Rhombo ou Rhomboide C E D F (que hũa ou outra fig. pòde succeder que seja) se acha multiplicando E N por

CD conhecidos por medida, ou por calculo.

Porèm se os pontos E F cahirem fòra da área do òvado como se vè na fig. n. 132. se investigarà a área por outra via que tambẽ serve para as das outras que se tem descripto. Fig. 132.

Descrevase o Parallelogrammo I G H K. Supponde pois conhecido por instrumento o angulo G D H; por quanto D G he o semidiametro, ou Radio do circulo G B H, será conhecido o seno G R do angulo G D B ametade de G D H, & a corda G R H do ditto angulo G D H, ou arco G B H em taes partes, em quaes se suppoem o Radio D G dividido nas taboas dos senos; q̃ cõmũmente he em 100000, ou em 1000000, & conhecendo em outra medida, a saber em palmos o ditto semidiametro D G, se saberá tambem em palmos a corda G R H, & tambem a porçaõ D R que lhe he perpendicular por ser igual ao seno do complemento do arco B G, ou a ditta D R se conhecerá pella 47. do primeiro, ou 31. do sexto de Euclides, tirando do quadrado da linha D G conhecida o quadrado de G R tambem sabida, & a raiz do residuo será a ditta D R.

Do mesmo modo se investigarà a corda I G & perpendicular F T a respeito do angulo I F G ou seu arco I M G, & palmos que houver no semidiametro F I, ou F G.

Isto supposto: se se investigar o sector G D H B G pello modo sobreditto, & delle se tirar a àrea do Triangulo D H G [que resulta da multiplicaçaõ de D R por R G] restará a porçaõ de circulo G R H B G. Outro tanto será o segmento I K A I. Semelhantemente se acharà a porçaõ do circulo mayor I T G M I, cõ a qual se iguala a outra K H L K. Sommadas pois estas quatro porçoens de circulos: cada duas oppostas iguaes entre si, & a esta somma ajuntando a área do Parallelogrammo I G H K de lados jà conhecidos compoem hum aggregado, que he a área pertendida da figura òvada.

CAP. X.

Propoemse a mediçaõ de hũa Cisterna na Fortaleza de S. Theodosio junto a Cezimbra.

§. 1.

Da mediçaõ das braças de alvenaria.

COM a occasiaõ de hũa mediçaõ geral que estou fazẽdo por ordẽ de S. Alteza das obras das Fortificaçoẽs de Cezimbra, seu Castello, & Fortaleza de S. Theodosio, me pareceo escrever a mediçaõ desta Cisterna que he juntamẽte Atalaya, feita mais por hum capricho extravagante, que por necessidade, ou utilidade; havendo sitio feito pella natureza proprio para a Cisterna, & que podia tomar a agua que quizessem; naõ podendo a que se fez colher mais que a que direitamente cahir do Ceo.

Proporei em primeiro lugar as medidas que mandei tomar, & tomáraõ diante de mim, pellas quaes faço as contas.

A fig. n. 133. A mostra a planta, & a fig. n. 133. B o Perfil da ditta Cisterna, & Atalaya.

Fig. 133. A & 133. B

A circunferencia a B d C que he de hum cylindro macisso, & lastro da ditta Cisterna se achou por medida de 128. palmos; cujo diametro he a linha a d na Planta, & no Perfil. As porçoẽs a g, d x cada hũa $2\frac{1}{2}$ palmos: a altura media ℛ y c assim de hũa parte, como da outra opposta $6\frac{1}{2}$: a altura a c do cepo até a raiz do parapeito 36: a grossura do Parapeito c i, 4: sua altura media 5: que corre igualmente em redondo.

Fig. 133. B

Pella parte interior S I a t N de que he diametro S t na Planta & no Perfil se achou por medida de 80. palmos. A altura S I, r 5: outro tanto a altura e z. O lastro h e sobre a abobada tem de alto $1\frac{3}{4}$: outro tanto u f.

a Fig. 133. A
r Fig. 133. B

Destas medidas se colhem as alturas das abobadas de pedraria V n, b R iguaes com l h, z u, cada hũa de $11\frac{1}{4}$ & o diametro i r do eirado circular de $37\frac{264}{355}$ na fórma que diremos.

As abobadas saõ superficies de meyas Spheroides; cuja circunferencia vem a ser hum arco dos que chamaõ de volta de cordel; que he de circunferencia elliptica.

Com estas suppoçiçoens procederemos no calculo fazendo a conta

conta pella Dizima; porque quere la fazer pellos quebrados ordinarios, serà mais de trabalho, molestia, difficuldade, & embaraço que de utilidade; quando por aquella excellente invençaõ se fazem com toda a pureza, & mayor facilidade incomparavelmente; & porque havemos referido no fim do Scholio ao §.4. do Cap. 9. ser mais ajustada a proporçaõ da circunferencia para o diametro como de 355. para 113. que como a ordinaria de 22. para 7. segundo a opiniaõ de Tacquet em abono da de Adriano Metio, usaremos daquella neste calculo para que vá com a mayor pureza que a practica dà de si, sem o embaraço dos excessivos numeros das proporçoens dos diametros para as circunferencias, q̃ de Ludolfo de Collen, & outros apontamos no ditto §. & procederemos por numeros distinctos como paragraphos postos á margem por melhor distinçaõ.

1 Pella circunferencia a B d C que temos dada por medida de 128. palmos se busque o seu diametro a d armando a regra aurea a saber. 355. 113. 128? & multiplicado o segundo numero pello terceiro na forma ordinaria, & o producto partido pello primeiro, sahirá no quociente o numero $40\frac{264}{355}$ quantidade do ditto diametro a d; a que na Dizima respondem 40|74366197.

2 A este diametro a d ajuntando as duas porçoens a g, d x cada hũa de $2\frac{1}{2}$ compoem todo o diametro g x $45\frac{264}{355}$ & na Dizima 45|74366197, que he diametro da circunferencia g P x T.

3 Por este diametro se busque a ditta circunferencia g P x T pondo em primeiro lugar 113: em segundo 355: em terceiro o diametro 45|74366197; & feita a operaçaõ, sahirá sua quantidade de 143|70796459.

4 Busquese o diametro S t da circũferencia S I t N sabida (por medida) de 80. palmos; o qual se acharà de 25|46478873.

5 Do diametro c o igual com a d 40|74366197. se tire a somma de i c, r o que he 8. por ser 4. a grossura do Parapeito, & restà o diametro i r 32|74366197.

6 Por este diametro se investigue a sua circunferencia i h r F, que sahirà de 102|86725663.

7 Achadas estas medidas se conhece facilmente a grossura a s, ou t d das paredes da Atalaya; porque do diametro a d 40|74366197. se tire o diametro s t achado no numero 4. de 25|46478873, resta o numero 15|27887324; cuja ametade 7|63943662.

hẽ

he a groſſura a S, ou t d das paredes, que quizemos apontar, poſto que para a mediçaõ nos naõ ſeja neceſſario conforme o modo por onde procederemos, que he o ſeguinte.

Medirſeha de per-ſi o corpo cylindrico g θ 8 x que he todo maciſſo.

Tambem ſe meça de per-ſi o corpo cylindrico a c o d; do qual ſe tirem os dous vãos S l n P t, e z R q m; & o reſto ſe junte com o corpo ſobreditto g θ 8 x.

Meçaſe tambem o Parapeito c i q̃ corre em redondo no alto da Atalaya, o qual ſe junte com os dous corpos ſobredittos; & o que tudo ſommar reduzido a braças de 250. palmos ſerà a quantidade das de alvenaria que ha na ditta Ciſterna, & Atalaya; por quanto naõ fazemos caſo dos vãos de algũas frèſtas no andar do meyo, do qual o pavimento ſe repreſenta na linha e m, & os medimos por cheyos, em razaõ da difficuldade de aſſentar a pedraria por ſua fòrma, & de ſer couſa pouca.

Ponhamos em practica o ſobreditto. Para ſe medir pois o cylindro g θ 8 x, he neceſſario reconhecer primeiro ſua altura media pello modo q̃ eu uſo; de q̃ darei a razaõ no ſeguinte Scholio.

8 Sommeſe a altura g θ 8. com a altura Ɲ y 6|5, de cuja ſomma 14|5. ſe tome a ametade 7|25. que ſe aſſente ſeparadamente à margem ———————— 7|25

Logo ſe ſomme a meſma Ɲ y 6|5 com x 8 3|5; de cujo aggregado 10. ſe tome ametade 5, & diſponha na margem debaixo do n. 7|25. em diſpoſiçaõ de ſe poderem ſommar. 5

Outra vez ſe junte a meſma x 8 3|5. com Ɲ y que fica da outra parte da circunferencia oppoſta á meſma altura Ɲ y & he dos meſmos 6|5, de cuja ſomma 10. ſe tome a ametade 5, & diſponha na margem debaixo dos outros numeros —— 5

Quarta vez ſe ſomme a altura Ɲ y 6|5. com a primeira g θ que fazem 14|5, & ſua ametade 7|25, ſe diſponha tambẽ na margem ———————— 7|25

Diſpoſtos aſſim os dittos numeros ſe ſommem, & ſua ſomma 24|50. ſe parta por 4. (por ſerem quatro as alturas tomadas na circũferencia g P x T a intervallos iguaes,) & ſahirá no quociente o numero 6|125, que ſerâ a altura media das quatro que tem o corpo cylindrico do fundo do alicerſe em quatro partes equidiſtantes. 24|50

9 Buſ-

9 Busquese a àrea do circulo g P x T, de que jà no n. 2. se tem achado o diametro g x 45|74366197, & no numero 3. a circunferencia 143|70796459, multiplicando ametade do diametro por ametade da circunferencia; cujo producto 1643|43213865 he a área do ditto circulo; que tambem se acharia multiplicando o diametro pella circunferencia, & do producto tomando a quarta parte.

10 Esta àrea multiplicada pella altura media sobreditta 6|125. achada no n. 8. resulta no producto o numero 10066|02184923, que saõ os palmos cubicos conteudos no ditto cylindro g θ S x.

11 Investiguese agora o corpo do cylindro a c o d como se todo fora macisso, buscando primeiro a área do circulo a B d C por meyo de seu diametro a d jà descuberto no n. 1. de 40|74366197, & de sua circunferencia 128. conhecida por medida; a qual área se achará de 1303|7971 8304. Esta se multiplique pella altura a c 36. sabida por medida, resultarà no producto o numero 46936|6985 8944. quantidade corporea do ditto cylindro a c o d considerado macisso.

Mas deste se devem abater os dous vãos S l n P t, e z R q m; cuja medição he a seguinte.

12 Meçase em primeiro lugar o cylindro aereo S l P t, de cuja base he diametro S t jà achado no n. 4. de 25|46478873, & a circunferencia S I t N achada por medida de 80. palmos, para o que se multiplique o ditto diametro pella ditta circunferencia cujo producto 2037|18309840. partido por 4. dá no quociente 509|29577460. quantidade da área do circulo S I t N. Esta multiplicada pella altura S l que he 5 gera no producto 2546|47887 300. quantidade do cylindro aereo S l p t.

13 Busquese agora a meya Spheroide aerea l n P do seguinte modo. Armese hũa regra de tres pondo em primeiro lugar o diametro l P igual com S t descuberto no n. 4. de 25|46478873: em segundo o dobro de V n igual com l h que por ser de 11|25. como se colhe das medidas propostas no principio deste §. he o seu dobro 22|5: em terceiro a área do circulo de que he diametro l P ou S t, a qual área se tem achado no n. 12. de 509|29577460; & executada a regra, sahirà no quociente 450|00000000; cuja ametade 225|00000000. he a área da Semiellipse l n P.

Esta multiplicada pellos dous terços do diametro mayor l P

que por ser de 25|464788873. descuberto no num. 4. saõ os seus dous terços 16|97652582, resulta no producto 3819|71830950 quãtidade da Semispheroide l n P, conforme o ultimo modo que dissemos no §. 7. do Cap. 9, a qual Semispheroide he ametade da que chamaõ Spheroide larga, segundo declarámos no ditto §. por ser menor o semidiametro V n, q̃ o semidiametro l V; & a ditta Semispheroide ser gerada da revoluçaõ da Semiellipse l n P à roda do menor semidiametro V n.

Ou tambem se se multiplicasse a área do circulo S l t N achada no n. 12. de 509|29577460. por $\frac{2}{3}$ do semidiametro menor V n, daria o mesmo corpo da Semispheroide larga l n P, conforme a regra que demos no principio do ditto §. 4.

14 Este numero junto com o numero 2546|47887300. achado já no n. 12. por quantidade do cylindro aereo S l P t, compoẽ o numero 6366|19718250. quantidade de todo o corpo aereo S l n P t composto do cylindro S l P t, & da Semispheroide l n P; o qual numero dobrado faz 12732|39436500. quantidade de ambos os corpos aereos S l n P t, e z R q m; a qual tirada da quantidade do cylindro a c o d já achada no n. 11. de 46936|69858944. resta o numero 34204|30422444. palmos cubicos quantidade de alvenaria que ha no ditto cylindro a c o d, abatidos delle os espaços aereos S l n P t, e z R q m.

15 Ultimamente se investigue o Parapeito c i que corre todo em redondo no alto da Atalaya, que havemos ditto tem 4. palmos de grosso, & sua altura media 5. pello seguinte modo.

Sommese a circunferencia a B d C sabida por medida de 128. palmos com a circunferencia i h r F já achada no n. 6. de 102|86725663. da qual he diametro i r; as quaes sommaõ 230|86725663; cuja ametade 115|43362831 5. será a circunferencia media entre as sobredittas. Esta multiplicada pella altura media do Parapeito, que he 5. & o producto 577|16814157 5. multiplicado outra vez por 4. grossura do ditto Parapeito, gera ultimamente 2308|67256630. palmos cubicos que nelle ha de alvenaria.

Sommemse agora os palmos de alvenaria já achados, a saber.

O corpo cylindrico g ϴ ϑ x investigado no n. 10. ————	10066|02184923.
A quantidade corporea que ha no cylindro a c o d, abatidos delle os corpos aereos S l n P t,	

e z R

O num. da pagina atraz ———	10066	021 84923.
e z R q m achada no n. 14. de ———	34204	30422444
A quantidade corporea do Parapeito c i, o u o r no alto da Atalaya descuberta no n. 15. de ———	02308	67256630
Cuja somma ———	46578	99863997

he a quantidade dos palmos cubicos de alvenaria que ha na ditta Cisterna, & Atalaya.

16 Esta multiplicada por 4. conforme o ditto na Regra 5. do Cap. 11. Secçaõ I. Parte I. & do producto cortando onze letras numericas da parte direita, dá 186|315 99455988. braças de alvenaria de 250. palmos cubicos a braça, que tantas montaõ os dittos palmos.

Agora para se dar o preço a estas braças he necessario saber, q̃ o contratto foi que atè os 12. palmos de alto se daria ao empreiteiro a 1100. reis por cada braça (o que se deve entender até os 12. palmos de alto da superficie da terra para cima) & que dos 12 palmos atè os 24. se lhe daria mais hum tostaõ em cada braça, q̃ vem a ser a 1200. reis, & porque não se especificou, o que se lhe daria dos 24. para cima; feita a conta pella regra que havemos dado no Scholio do Cap. 8. desta seg. Secçaõ se lhe deve acrescẽtar mais em cada braça dos 24. até os 36. palmos de alto 105. reis, & $\frac{1}{3}$ com que vem a sahir por 1305. reis, & $\frac{1}{3}$, & dos 36. atè os 48. de alto se lhe devem acrescentar 110. & $\frac{2}{3}$ cõ que fica sahindo a braça por 1416.

17 Isto supposto; as braças que hâ no cylindro g θ § x, q̃ naõ chegaõ a subir atè 12. palmos sobre a superficie do terreno, se devem contar a 1100. reis, & porque no ditto cylindro ha 10066| 02184923. palmos cubicos, como se vè no n. 10. que fazem braças 40|26408739692?, cõtadas a 1100. reis, monta em dinheiro 44290|49613661 2.

E porque computada a declividade do terreno, & alicerses vẽ a fenecer os primeiros 12. palmos de alto aos 8. do cepo para cima, devemos repartir os 41. que ha no ditto cepo atè o alto do Parapeito na fòrma seguinte.

Atè os 8. do cepo para cima, que vem a ser atè 12. da superficie do terreno, cõtaremos cada braça aos mesmos 1100. reis. Dos 8. para cima atè os 20. a 1200. reis; dos 20, atè os 32, a 1305 $\frac{1}{3}$; dos 32. atè os 41. a 1416.

18 Os palmos cubicos que ha na alvenaria do cepo para cima saõ os 34204|30422444, que no n. 14. se acharaõ no cylindro a c o d; & os 2308|67256630, achados no n. 15. que ha no Parapeito c i; os quaes sommados fazem 36512|97679074. que reduzidos a braças montaõ 146|05190716296.

Estas se haõ de repartir conforme os excessos das sobredittas alturas 8:12:12:9: para o que se parta o n. das braças 146|05190716296. por 41, que he o numero dos palmos do cepo atè o alto do Parapeito, & sahirà no quociẽte o numero 3|56224163812: este se multiplique pello primeiro numero 8, que ha do cepo, atè 8. palmos de altura; resultara no producto o numero 28|4979310496, que saõ as braças, que se devem pagar a 1100. reis em q̃ se montaõ 31347|726415456. reis.

19 Semelhantemente ao espaço dos 8. do cepo para cima atè os 20. que saõ 12. palmos cabem 42|7468965744. braças, que se devẽ pagar a 1200. reis, em q̃ se mõtaõ 51296|2795889280. reis.

20 Dos 20. atè os 32. palmos de alto, outras 42|746899657-44. braças, que se devẽ pagar a 1305 $\frac{1}{3}$ reis a braça, em que se mõtaõ 55798|8105298461 6. reis.

21 Ao espaço dos 32. atè os 41. palmos de alto, que saõ 9. palmos de differença na altura, respondem 32|0601747430 8. braças, que se devem pagar a 1416. reis, em que se montaõ 45397|20743620128.

Finalmente sommadas as cinco addiçoens de dinheiro sobredittas, que se montaõ nas braças de alvenaria da Cisterna, que he juntamente Atalaya, a diversos preços vem a montar 228130|52010704344. Como se vè do resumo seguinte.

A addiçaõ do n. 17. monta	44290|4961366 1200
A do num. 18.	31347|7264154560 0
A do num. 19.	51296|2795889280 0
A do num. 20.	55798|8105298461 6
A do num. 21.	45397|2074362012 8
	228130|5201070434 4

§. 2.

Da mediçaõ da pedraria a saber enxelheria, & lagedo que tem a sobreditta Atalaya, & Cisterna.

1 MEçase em primeiro lugar a enxelheria do andar debaixo, onde he a Cisterna, & porque he em redondo, & sua circunferencia (que he a interior onde he feita de enxelheria) de 80. palmos, & a altura do pé direito 5. multiplicados os 80. pellos 5. daõ no producto 400. palmos superficiaes, que se devem cõtar a 450. reis a vara conforme outra arremataçaõ de enxelheria de volta que se lhe fez nas obras do Castello como cõsta de hũa certidaõ do Escrivaõ das Fortificaçoẽs por não haver preço em enxelheria de volta nas obras da Fortaleza de S. Theodosio; a qual vara de enxelheria he de $7\frac{1}{2}$ palmos superficiaes, a saber 5. de cõprido, & $1\frac{1}{2}$ de largo ———— 400

2 Temos achado no §. 1. que a área da Semiellipse l n P he 225. Esta multiplicada por 4. gera 900. palmos superficiaes. 900 que tantos tem a superficie da Semispheroide l n P a mesma que da meya laranja abatida, por quanto havemos mostrado q̃ a àrea de hũa Ellipse tomada quatro vezes dá a superficie da Spheroide, de que he Secçaõ a Ellipse: & naõ fazemos abatimento do vaõ do bocal no alto da abobada, pella difficuldade que os officiaes pedreiros tiveraõ em o accommodar, & assentar as pedras.

Estes 900. palmos se devem contar a 900. reis a vara de $7\frac{1}{2}$ palmos, que assim se avaliou a respeito da difficuldade, & variedade do lavor, & córtes de diversas pedras para a meya laranja (assim chamaõ a estas abobadas) & de necessitar de simples accõmodados para sobre elles se fabricar.

3 No andar do meyo he menos a enxelheria assim do pè direito, como da abobada a respeito da portinha, & fréstas, que allí há; mas como em tudo he igual ao andar debaixo, devemos sómente fazer o desconto que aquellas montaõ na fòrma seguinte.

A enxelheria do pé direito he 400. palmos como a declarada no numero 1.

Mas ha hũa portinha que tem 6. palmos de vaõ, & 7. de alto, dos quaes os 2. de alto dos 5. para cima com os mesmos 6. de lar-

go pertécem ao desconto q̃ se há de fazer da enxelheria da meya laranja deste andar, que vem a montar 12. palmos; mas os 5. de alto com os mesmos 6. de largo, que fazem 30. superficiaes se haõ de descontar da enxelheria do pè direito.

Há mais duas fréstas, que cada hũa tem de vaõ 4. palmos, & de alto os mesmos 7. & feita a conta semelhantemente tem as duas frèstas 40. palmos superficiaes para se descontarem da enxelheria do pé direito, & 16. para se descontarem da enxelheria da abobada; de modo que pella portinha, & frèstas se haõ de descontar 70. palmos superficiaes da enxelheria do pè direito, & 28. da enxelheria da abobada. Descontando pois dos 400. palmos de enxelheria do pè direito os dittos 70. restaõ 330. q̃ se devẽ reduzir a varas de $7\frac{1}{2}$ palmos superficiaes, & pagarse a vara a 450. reis por ser esta enxelheria de volta, por ser a Atalaya redonda — 330

4 E os 28. tirados dos 900. que hà na abobada, a qual he igual cõ a declarada no n. 2. restaõ 872. palmos superficiaes, que se devem reduzir tambem a varas de $7\frac{1}{2}$ & pagaremse a 900. reis a vara pella avaliaçaõ sobreditta — 872

Mais enxelheria com preço de 380. reis a vara cõforme o contratto por não ser de volta.

5 CADA frèsta tẽ duas ombreiras q̃ a förmaõ, das quaes cada hũa he de 5. palmos de largo entrando as duas cabeças exterior, & interior, & a face do lado, & de alto tem 2. palmos: monta nas quatro ombreiras das duas fréstas 40. palmos — 40

Tem mais cada hũa das duas frèstas hũa pedra embaixo de 5. de largo entrando as duas cabeças exterior, & interior, & de comprido 4: monta nas duas pedras 40. palmos — 40

Tem mais cada frésta hum peitoril de 5. de alto entrando a cabeça de cima, & de largo 4. monta: nos dous peitorís 40. palmos — 40

Tem mais cada frèsta hũa pedra que he hum degrao, de 4. de comprido, & de largo 2|5. nas duas faces do degrao, em que se montaõ em ambos os degraos 20. palmos — 20

Tem mais cada frèsta hum sobre arco de pedraria, que por respeito que este toma toda a grossura do muro, tem de comprido

Os num.da pagina atraz sommados —— 140
prido entrando a cabeça exterior 8. palmos, & de largo 5. montaõse em ambos os sobrearcos 80. palmos —— 80

Cada lado interior de cada fresta que he o enxalso, tem de largo 4|5.& de alto 7.montaõse nos quatro enxalsos das duas frestas 126.palmos —— 126

A portinha da entrada no andar do meyo, onde està a boca da Cisterna tem hum sobre arco largo 6|5. & comprido 8. com as cabeças que entraõ pello grosso da parede, monta —— 52

Tem dous enxallos cada hum de 6|5.de largo, & 7.de alto em que se montaõ —— 91

O lagedo naõ assento aqui, porque vai com o mais lagedo à parte.

A mesma portinha tem duas ombreiras que cada hũa tẽ 6.de alto, & de largo 3|2.entrando a cabeça, aduella, & golla, em que se montaõ —— 38|4

A verga superior da mesma portinha tem de comprido 7. & de largo 3|2.em que se montaõ —— 22|4

A tranqueira da portinha 6.de comprido, & de largo 2.em todas as quatro faces, a saber em cada face $\frac{1}{2}$ palmo, monta —— 12

A coussoeira debaixo de comprido 7, & de largo 3|2.entrãdo a cabeça, aduella, & batedouro, ou golla, em q̃ se montaõ —— 22|4

Monta a enxelheria do n. 5.palmos superficiaes 584|2.q̃ se devem reduzir a varas de 7 $\frac{1}{2}$ palmos, & pagarse a 380.reis a vara conforme a arremataçaõ que se fez, & consta por certidaõ. 584|2

Enxelheria no Parapeito do andar de todo cima.

6 TEM a circunferẽcia interior do Parapeito em todo cima 102|86725663.palmos achada por calculo, como se vè no §.1.n.6.mas delles se haõ de descontar 12. palmos de 4. entradas que nelle ha à 3. palmos cada hũa, & ficaõ 90|86725663, & de alto tem 7. entrando hum da cabeça na declividade superior, que por cousa de muito pouco porte se conta com a mais enxelheria de volta na circunferencia interior do ditto Parapeito, & se mõtaõ na ditta enxelheria de volta do ditto Pararapeito 636|07079641. palmos —— 636|07079641.

7 Os lados das 4. entradas que vem a ser 8.lados, cada hum

dos

dos quaes tem de alto 6. na altura media, & 4. de largo, montaõ palmos —— 192

Quatro pedras peitorís que emparaõ as quatro entradas da parte exterior, & tem cada hũa 5|5. de alto, entrando tres faces exterior, & interior, & superior, & de largo 3. montaõ 66. palmos —— 66

258

Pedraria de avaliaçaõ.

8 HUm cano que desce de todo cima da Atalaya da raiz do Parapeito, por onde entra a agua na Cisterna, q̃ he cano fechado, & passa pellos carregamentos das abobadas, avaliado em —— 7U200

Outro cano no andar de cima que atravessa a grossura do Parapeito para vazar a agua fóra, avaliado em —— 1U000

Outro cano aberto no lagedo pella raiz do Parapeito, que serve para receber as aguas, & encaminhalas, assim ao cano que vai para a Cisterna, como ao que vai para fòra atravessando o Parapeito, avaliado em —— 3U500

Hũa pedra que faz pia com cavatura de hum palmo, avalida em —— U400

O bocal no meyo do lagedo de todo cima, avaliado em 2U500. reis por respeito dos còrtes varios das pedras sem embargo de entrar o seu vaõ medido por lagedo —— 2U500

A caldeira no fundo da Cisterna, q̃ he hũa pedra de 6. palmos em quadro cõ sua cavatura, avaliada em 2U500. sẽ embargo de ir o seu vaõ medido por cheyo no lagedo 2U500

Hum cano que està no lastro da Cisterna para despejo das aguas, quando se quer limpar com duas pedras na entrada, & sahida, & o cano fechado q̃ atravessa o grosso da parede, avaliado tudo em —— 2U500

Outro cano que fica em altura, mas por baixo do lagedo, que serve para escorrer a agua despois de cheya a Cisterna, avaliado em —— 1U500

O bocal da Cisterna a modo de bocal de poço, q̃ cõsta de duas pedras inteirissas no redondo por dentro, & por cima, avaliado em —— 8U500

Hũa pedra bornida cõ hum letreiro grande de letras betumadas de preto, avaliada em —— 10U000

39U600

Lagedo da Cisterna, & Atalaya.

9 TEM a Cisterna no andar debaixo, que he como o da Atalaya no andar do meyo, 80. palmos de circunferencia por medida que se tomou, a que responde o diametro de 25|46478873.

Mas para a mediçaõ suppomos conforme o estilo ordinario q̃ o diametro tem mais dous palmos, a saber hũ de cada banda para sobre elle assentar a enxelheria do pè direito, que corre por toda a redondeza do vaõ da Atalaya, & Cisterna: por tanto suppomos que o diametro he 27|46478873, a que responde sua circunferẽcia (na proporçaõ de 113. para 355. como havemos ditto) de 86|28318583; pellos quaes buscando a área do circulo na fôrma que havemos declarado se achará de 592|43736744, & tantos palmos superficiaes tem o lagedo da ditta Cisterna, que se deve reduzir a varas de 12½ palmos (que assim se conta o lagedo) & pagarse a 380. reis a vara conforme o contratto com o empreiteiro, & certidaõ que apresentou —— 592|43736744

No andar do meyo outro tanto lagedo por ser igual, & naõ descontamos o vaõ do bocal da Cisterna pella difficuldade de assentar as pedras, & trabalho —— 592|43736744

Lagedo na entrada da portinha da Atalaya tẽ de comprido 6|5. que he atravessando o grosso da parede atè a cousoeira, & de largo 6. com o q̃ entra por baixo da enxelheria dos forros, monta 39. palmos —— 39

Lagedo das duas frèstas q̃ allí há, em cada hũa de comprido 6. & de largo outros 6. com as entradas das cabeças, monta em ambas —— 72

Lagedo do andar de todo cima no alto da Atalaya; cujo diametro ir he 32|74366197; a q̃ se acrescentaõ 2. palmos conforme o estilo ordinario hum de cada banda pella entrada que o lagedo faz por baixo da enxelheria, para esta assentar sobre aquelle, & assim fica sendo o diametro para esta conta de 34|74366197; a q̃ responde a circunferẽcia 109|15044247. pella proporçaõ 1295|87473488

O num. da pagina atraz ——— 1295|87473488
daquelle para esta como de 113. para 355: por
tanto será a ârea deste circulo ——— 948|07151926
Lagedo de 4. entradas na grossura do Parapeito, que cada hũa tem 3. palmos em quadro, q̃ fazem 9. superficiaes, & em todas quatro ——— 36|00000000
palmos de lagedo 2279|94625414

Monta o lagedo 2279|94625414. palmos superficiaes, que reduzidos a varas de 12|5. palmos cada hũa conforme o estilo, que para a enxelheria he de 7|5. a saber de 5. de comprido, & 1|5. de largo: mas para o lagedo de 5. de comprido, & 2|5. de largo que fazem os dittos 12|5. como já muitas vezes havemos ditto, & repetimos por refrescar a memoria em que se montaõ
varas ——— 182|39570033

As quaes se devem pagar a 380. reis a vara conforme o preço da arremataçaõ, em que se montaõ a dinheiro ——— 69U31c $\frac{2661254}{10000000}$ reis.

Resumo de toda a enxelheria, & lagedo desta Atalaya em que está a Cisterna reduzido a dinheiro.

NO §.2. num.1. se acharaõ 400. palmos de enxelheria de pé direito mas de volta — 400|00000000
No num.3. da mesma 330. palmos ——— 330|00000000
No num.6. se acharaõ ——— 636|07079641
Palmos superficiaes 1366|07079641

Em que se montaõ 1366. palmos, & $\frac{07079641}{100000000}$ de palmo que fazẽ varas 182|1427729. de 7|5. palmos à vara, em que se montaõ a 450. reis a vara, por ser enxelheria de volta, ainda que de pè direito 81964|247805. — dinheiro — 81964|247805

No num. 2. do mesmo §. 2. se acharaõ 900. palmos de enxelheria de abobada abatida ——— 900

No num. 4. se acharaõ 872. palmos da mesma enxelheria da abobada abatida do andar do meyo ——— 872
1772

Saõ 1772. palmos superficiaes que fa-

zem

O num. da pag. atraz ———	81964|247805
zem varas 236|26666666. avaliadas a 900. reis a vara, por ſerem de abobada abatida de meya laranja, Spheroide, difficuldade, & muita variedade dos còrtes das pedras, & armaçaõ dos ſimples, em que ſe monta a dinheiro ———	212639|999994
No num. 5. enxelheria ordinaria, que naõ he de volta 584|2. palmos que fazem varas 77|89-333. que ſe devem contar a 380. reis a vara conforme a arremataçaõ, q̃ ſe fez ao Empreiteiro em que ſe montaõ a dinheiro ———	29599|466540
No num. 7. mais enxelheria ordinaria 258. palmos, que fazem varas 34|4. a 380. reis a vara	13072|000000
No num. 8. a pedraria de avaliaçaõ ———	39600|000000
No num. 9. lagedo 182|39570033. varas a 380. reis a vara, por ſer a arremataçaõ pello meſmo preço aſſim a enxelheria, como o lagedo, em que ſe montou a dinheiro ———	69210|366125
Dinheiro ———	446186|080464

Reſumo de todo o cuſto da Atalaya em que eſtà a Ciſterna.

NO num. 21. do §. 1. deſte Cap. conſta mõtar à alvenaria à dinheiro ———	228130|520107
Pello reſumo proximo acima conſta montar a pedraria, aſſim enxelheria, como lagedo, & pedraria de avaliaçaõ ———	446186|080464
Vem a ſer todo o cuſto	674316|600571

SCHOLIO.

NO §. 1. deſte Cap. no fim do num. 7. diſſe que neſte Scholio daria a razaõ do modo por onde no num. 8. buſquei a altura media das quatro que havia em diſtancias iguaes no cylindro, cuja planta he o circulo [a] g P x T repreſentadas no Perfil [r] pella linha g ϑ de 8\|0. palmos: ɲ y de 6\|5: x ȣ de 3\|5, & outra vez ɲ y dos meſmos 6\|5; pois eſta repreſenta as duas alturas oppoſtas no ponto P, & no ponto T da circunferẽcia g P x T, que ſaõ iguaes no ſitio, ſendo deſiguaes g ϑ, x ȣ

[a] Fig. 133. A.
[r] Fig. 133. B.

 Para

Para affinar pois a razaõ moſtrarei primeiro hum erro, q̃ gèralmente ſe cõmete,& vi que muitos ſeguiaõ.

He o erro,que quando achaõ hũa parede com diverſas alturas, tomaõ todas eſtas por medida,as quaes juntaõ em hũa ſomma:eſtas repartem pello numero das diverſas alturas, & o que ſahe no quociente,tem para ſer a media que devem tomar; & eſta multiplicaõ pello comprimento da parede, & o producto outra vez pella groſſura,para que lhe reſultem os palmos cubicos, que deſpois reduzem a braças.

Porèm eſta regra he falſa,& o erro reſulta de muitas maneiras por mais,ou por menos,hora contra a fazenda do Principe, hora contra os Empreiteiros.Ponhamos exemplo.

Fig.134. Supponhaſe q̃ ha a parede A B de 200. palmos de comprido; cujas alturas ſejaõ o extremo A C de 40. palmos. A altura D E 14: F G 18. H I 50, & no extremo B M 24. & ſupponhamos que as diſtancias A D, D F, F H, H B ſaõ iguaes (porque ſendo deſiguaes ſerá o erro ainda muito mais irregular) Sommadas pois as ſobredittas cinco alturas montaõ 146. Eſta ſomma partida por 5 dá no quociente $29\frac{1}{5}$ que tomaõ pella media altura;a qual multiplicada pellos 200.do comprimento ſuppoſtos na linha A B, reſultaõ no producto 5840.palmos ſuperficiaes. Eſtes multiplicados outra vez pella groſſura M N,ou C O da parede, que ſupponhamos ſer de 6 palmos,geraõ 35040.palmos corporeos,que dizem ha na ditta parede.

Porèm fica por eſta via a conta errada, porque neſte caſo a altura media,naõ ſaõ os $29\frac{1}{5}$ palmos,que ſe acharaõ, mas deve ſer, & he $28\frac{1}{2}$;a ſaber.

Sommando A C 40.com D E 14.fazem 54; cuja ametade 27. ſe eſcreva à margem em diſpoſiçaõ de ſe poder ſommar com outros numeros ———————— 27

Outra vez ſe ſomme D E 14. com F G 18. de cuja ſomma 32.ſe ſomme a ametade 16.& ſe diſponha na margem debaixo do numero 27. ———————— 16

Terceira vez ſe ſomme F G 18. cõ H I 50, de cujo aggregado 68. ſe tome a ametade 34.& diſponha na margem——34

Ultimamente ſe ſomme H I 50. com B M 24. que fazem 74.cuja ametade 37.ſe diſponha ſemelhantemente —— 37

porque eſta operaçaõ ſe deve repetir tãtas vezes quanto he 114

o numero das alturas menos 1.

Iſto

Isto quando a muralha he em linha direita; que se for em circulo, ou em Ellipse, ou em outra linha, cujo fim pegue cõ o principio se deve repetir tantas vezes, quantas saõ as diversas alturas a distancias iguaes entre si; pois se as distancias forem desiguaes, naõ serve esta regra.

Dispostos pois os quatro numeros na margem se sommem; cuja somma 114. se parta por 4. & sahirà no quociente o numero $28\frac{1}{2}$ que he a verdadeira altura media; a qual se deve multiplicar pellos 200. de comprido que ha na linha A B de q̃ se gera o num. 5700. Este multiplicado pellos 6. de grosso da parede, que ha na linha M N, gèra no producto 34200. que saõ verdadeiramente os palmos corporeos que nella hà, & naõ 35040. que se acharaõ pella operaçaõ ordinaria dos Architectos.

Para os scientes he escusado dar a demonstraçaõ geometrica da practica sobreditta, pois lhes será facil, o conheceremna, & para alguns Architectos, & Engenheiros puramente practicos basta mostrarlho practicamente por modo que mais facilmente o percebaõ.

Bem sabem os dittos, & tem por certo, & por uso que quando há duas alturas differentes em dous extremos, se as sommarem, & desta somma tomada a ametade, & multiplicada pello intervallo das dittas alturas, produz a superficie entre ellas, & entre outras duas linhas, das quaes hũa vai pello pé das alturas (supponndo que corre a livel) & outra une seus extremos superiores: por tanto procedamos separadamente com cada hum dos Trapezios A C E D, D E G F, F G I H, H I M B.

Busquemos pois a àrea A C E D, & porque o meyo das alturas A C de 40. & D E de 14. se achou já ser 27. multiplicando estes pellos 50. palmos que ha na distancia A D, resultaõ no producto 1350. àrea do Trapezio A C E D que se escrevaõ á margem em disposiçaõ de se poderem sommar com os outros numeros seguintes———————————— 1350

Outra vez porque o meyo entre as alturas D E de 14, & F G de 18. he 16. multiplicado este numero por 50. que ha na distancia D F gèra a àrea do Trapezio D E G F 800. q̃ se escrevaõ à margem ———— 800

Terceira vez se tome o meyo da somma de F G 18. & de

2150

O num.da pag. atraz —————————— 2150

H I 50,que he 34.& se multiplique pellos 50.que ha na distancia F H,resultarà no producto 1700. área do Trapezio F G I H;que tambem se disponhaõ na margẽ ———— 1700

Finalmente da somma das alturas H I 50. & B M 24. se tome a ametade 37. a qual se multiplique pellos 50. q̃ ha na distancia H B; de q̃ se géra o producto 1850. área do Trapezio H I M B que ultimamẽte se disponha na margẽ— 1850

5700

Sommados pois os dittos numeros dispostos na margem montaõ 5700.que saõ as àreas dos dittos Trapezios, quanto tambem tinhamos achado multiplicando a altura media $28\frac{1}{2}$ achada por nosso Methodo pellos 200. de comprido que hâ em toda a linha A B.

Multiplicando pois os dittos 5700. pellos 6. da grossura da parede,resultaõ os mesmos 34200.palmos corporeos,que haviamos achado,& naõ 35040. que se acharaõ pello modo ordinario dos Architectos que havemos referido,havendo de erro entre hũ & outro modo 840.palmos que saõ $3\frac{36}{100}$ braças.

Se cada hũa das áreas dos Trapezios se multiplicasse pellos mesmos 6. da grossura da parede, & se ajuntassem os productos, resultaria a mesma somma de 34200. palmos corporeos, que resultou da somma dos 5700.somma das àreas pellos 6. da grossura da parede.

Com esta,&qualquer outra experiencia se desenganaràõ muitos Architectos, & Engenheiros do abuso que cõmettem,de que se tem seguido grandes erros nas mediçoens dos terrenos,que sahem dos Fossos,quãdo suas alturas eraõ differentes; pois porque estas eraõ taes assim pello comprimẽto,como pella largura, usando da sua regra, incorriaõ em mayores erros, os quaes hora succediaõ por mais, hora por menos; como tambẽ será nas muralhas conforme a variedade,& disposiçaõ das alturas, ainda que sejaõ em distancias iguaes.

Mas sendo as distancias desiguaes entre as alturas, não serve entaõ a regra que hei dado, & muito menos a commũa errada dos Architectos;por onde neste caso das distancias desiguaes, convẽ proceder na investigaçaõ da quantidade corporea da muralha fazendo a conta de per-si a cada Trapezio, buscando sua àrea na

fòrma

fòrma ſobreditta, & eſta multiplicada por ſua groſſura, de que reſultaraõ os palmos corporeos, & juntos em ſomma os de todos os Trapezios, ſe reduzaõ a braças, repartindoos por 250. ou melhor pello modo que havemos dado na quinta regra do Cap. 11 da Secçaõ I.

Do ſobreditto ſe colhe a razaõ porque quando a muralha for redonda fechada como a da Atalaya que havemos medido neſte Cap. 10. ſe deve repetir a operaçaõ tantas vezes, quantas forem as alturas a diſtancias iguaes, o que na linha recta, & em outras, que naõ fechem àrea, deve ſer menos hũa vez, que o numero das alturas.

CAP. XI.

Das partes interiores da Fortaleza, Cidade, ou Villa fortificada.

NAS Cidades, Villas, ou lugares antigos, que de novo ſe fortificaõ, ſenaõ podem diſpor as partes interiores com a perfeiçaõ que nas que de novo ſe fabricaõ; mas convem que nos cheguemos quanto puder ſer á mayor regularidade, que aſſim para o ornato, como para a cõmodidade dos uſos civis, & principalmente dos militares ſe coſtuma dar no cõpartimento das ruas, praças, edificios publicos, & particulares naquellas Fortalezas, ou povoaçoens que de novo ſe fundaõ com melhor repartimento, & ordem do que faziaõ os antigos.

Primeiramente no centro da Fortaleza, ou povoaçaõ ſe deve deixar hũ terreiro, ou praça grande que deve ſer a principal das armas; porque aqui convem que aſſiſta a principal força do preſidio, & perpetua, & continua eſtancia das guardas, & aonde acudaõ todos quando ſe toca arma (excepto aquelles que tem poſtos onde devem acudir) para que naquelle lugar como mais largo, & no coraçaõ da Fortaleza, diſpoſtos em ordem os ſoldados ſe encaminhem para onde os Cabos lhes ordenarem aos lugares, & poſtos da circunferencia, acudindo com mayor, ou menor força a huns, ou outros ſegundo as occurrencias.

A ditta Praça de armas principal no centro da Fortaleza deve ſer com os lados parallelos às Cortinas da Fortificaçaõ regular; & ponderados os dittos de muitos Autores, aſſim meſmo conſide-

rando

rando a differença entre os pés de que huns,& outros usaõ, & a combinaçaõ com os Portuguezes; os motivos para as quantidades que assinaõ; digo que cada lado da Praça de armas principal se deixe de 120. atè 200. ou 250. pès conforme a grandeza da Fortaleza,& guarniçaõ que nella pòde haver, naõ só no tempo da paz, mas a que se lhe houver de metter quando se tema algum cerco.

A roda dos Terraplenos pella parte interior entre elles,& as casas se deixa hum caminho largo, que se chama Estrada de armas necessaria para poder[principalmente em tempo de guerra] passar a gente ordenada,& acudir aos assaltos, rebates, & outros actos necessarios;passar artilheria, muniçoens, & outras cousas, & sempre convem q̃ os Terraplenos estejaõ livres para por toda a parte se poder subir a elles na occasiaõ da pressa.

Esta Estrada de armas se farà de 20.a 30.ou 36.pès de largo segundo a capacidade da Fortaleza, Villa, ou Cidade.

Da Praça de armas principal devẽ sahir hũas ruas direitas para os Baluartes;outras para asCortinas;aquellas de 30. a 35. pès; estas de 25. atè 30. de largo,por naõ serem necessarias taõ largas as q̃ vaõ para as Cortinas como as q̃ encaminhaõ para os Baluartes.

Alguns Autores as fazem sòmente do centro da Praça para as Cortinas:assim he em Coevorden, & outras Cidades fortificadas já ao moderno.Outros sòmente para os Baluartes. Naõ approvo os primeiros,porque se se fizerem sòmente hũas das ruas que do centro encaminhaõ para a circunferencia,convem mais que sejaõ aquellas q̃ vaõ direitas para os Baluartes. Porèm melhor he hũas, & outras para mais expedita,& promptamẽte se acudir às partes necessarias,& se virem dar os avìzos,& tomar as ordẽs ao Governador,ou Cabo, que na occasiaõ deve assistir na Praça de armas principal;donde tambem em pessoa poderá acudir aonde necessario for, quãdo o aperto assim o peça.Em Palma Nova ha hũas,& outras ruas,posto que nem para todos os Baluartes, & Cortinas sahem do centro,mas sómente para alguns;& para outros Baluartes,& Cortinas posto que tambem se enderecem ruas, não sahem immediatamente do centro.

Deve tambem haver outras ruas que atravessem ordenadamẽte as q̃ sahem do centro, & em correspondencia entre si,para serẽ melhores as serventias assim para o civil,como para o militar, &

mayor

mayor fermosura da povoaçaõ. Estas ruas transversaes que seraõ as convenientes conforme a grandeza da Villa, Cidade, ou Fortaleza se permittem menos largas, & assim se façaõ de 20. atè 24. pès de largo, & todas as medidas sobredittas de mais, ou menos se entendem tambem, conforme a capacidade da povoaçaõ, sobre q̃ o Engenheiro deve proceder com juizo, & boa consideraçaõ, tomando as medidas, & tirãdo a Planta, para que no papel veja primeiro como em hum espelho a representaçaõ de toda a obra, & que sitios lhe ficaõ para os edificios, & casas de que diremos.

Alguns fazem no fim das ruas que da Praça de armas sahem para os Baluartes, outras Praças fronteiras ás Gollas dos dittos Baluartes, as quaes ficaõ continuadas com aquella parte da Estrada das armas, que corre por junto da Golla do Baluarte. Saõ em forma de parallelogrammo rectangulo, de que os mayores lados parallelos ao Gosier do ditto Baluarte saõ de 150. atè 200. pès, reduzidos a Portuguezes, pouco mais ou menos, & os lados menores de 80. até 100. sem fallar no acrescentamento, que de mais lhe causa a Estrada das armas naquelle lugar.

Estas Praças saõ necessarias para no tempo do assalto poderem estar formados os soldados, & promptos sem as confusoés, & embaraços que causaõ os apertos dos lugares em semelhantes occasioens. Em Palma Nova ha estas Praças como se vè da fig. que traz Dogen pag. 28.

Tambem nos meyos das ruas que do centro vaõ para as Cortinas nos encontros das transversaes, ou mais ou menos chegado para o centro, mas sempre nos dittos encõtros que chamamos ordinariamente encruzilhadas, se fazem hũas praças mais pequenas quadradas, em que desembocaõ quatro entradas, duas da rua trãsversal, & duas da direita. Cada lado de hũa destas praças se faz de 80. a 100. pès, que servem para mercados (alèm do qué tambem costuma haver na Praça de armas principal) para mercadores, passeos, exercicios particulares, & outros usos civís. Em Palma Nova ha hũas, & outras Praças, a saber junto da Estrada das armas defronte de todas as Gollas, ou entradas dos Baluartes; mas nos encontros das ruas transversaes sòmente algũas. Naõ digo suas medidas porque não hà Petipè na fig. que traz Dogen.

Como entre nós não haja Fortificaçaõ grande regular, mas tudo sejaõ Villas, & Cidades antigas, naõ podemos allegar exẽplos

proprios do sobreditto;porque ainda que eu comecei hum Forte pentagonico regular,que está já em boa altura,he cousa pequena com que não podemos fazer exẽplo,nẽ tem ainda obras internas.

Os edificios,ou saõ publicos, ou particulares. Os publicos saõ as Igrejas, casas da Camera, arcenaes, armazens das armas, & das muniçoẽs,torres da polvora, payoes dos mantimentos, treim da artilheria, hospitaes, casas do Governador, as dos officiaes de guerra, quarteis dos soldados, cisternas, pòços, pontes, & canos para despejo das aguas immũdas. Se a Villa,ou Cidade he povoada civilmente,& tem atafonas particulares,podem estas servir; & em falta se devem ordenar por cõta do Principe para as moendas necessarias para o presidio,& tambem moynhos de mão na necessidade, como fizemos alguns no sitio de Elvas; porque os de vento tem incõmodos, & no tempo de sitio ficaõ incapazes muitas vezes,porque o inimigo os arruina cõ a artilheria: algũa vez poderáõ ficar em parte onde estejaõ seguros, porèm não saõ livres de outros incõmodos,& faltando o vento ficão parados na occasiaõ da necessidade: Os de ribeiras como ficão fòra da Fortificação,não servem quando he mais necessario.Poderà succeder passar ribeira por dentro de hũa Praça em que haja moynho dentro na povoação,& das muralhas para dentro. Muitas Praças fortificadas ha por dentro das quaes passaõ rios,& ribeiras grandes, ou pello pè;não duvido que nestas haja os moynhos em parte segura do inimigo.

Deve haver as casas necessarias com agua perto,& em sitio cõmodo para a fabrica das farinhas,& paõ de munição,& os fornos necessarios assim para o presidio no tempo da guerra, como para os moradores com o provimento de lenha,& mais cousas pertencentes a esta administração para aturar hum sitio.

Todas as cousas sobredittas se devem dispor em lugares convenientes,principalmente,que os armazens das muniçoẽs, & torres da polvora sejão dispostos em ruas proximas dos Terraplenos para que facilmente possaõ ser conduzidas na occasiaõ, cubertos de fortes abobadas,principalmente as casas da polvora feitas em fórma de torres de 25. pés em quadro, 15. de alto,& por dentro forradas de taboado.

Tambem os armazens dos fogos artificiaes, petrechos de murraõ,& outras cousas devem ser forrados de taboado, & todos cubertos

bertos de fortes abobadas contra a agua,& fogo;de modo q̃ principalmente as abobadas das torres da polvora(estas devem ser de pedra) possaõ resistir ao golpe de hũa bomba, sobre cuja força se veja o que digo no Cap.41.

Os quarteis dos soldados convem sejaõ perto da Estrada das armas,q̃ està junto dos Terraplenos:assim temos algũs em Elvas: outros acostados aos Terraplenos;porém neste lugar não convẽ, assim porque ficaõ doentios,& humidos, como porque impedẽ a livre subida por toda a parte para os Terraplenos. Assinaõ algũs a cada casa dos quarteis 16. ou 17.pés em quadro, & 11. de alto: assim se podem fazer,ou de pouco mais, ou menos; mas porcima não teraõ mais que hũ sobrado.Os quarteis do Capitão,& do Alferes seraõ mayores,ou duas destas casetas com porta por dentro, & nos quarteis chaminès, cantareiras,& almarios.

Os quarteis para a cavalleria,se a houver na Praça, seraõ tambem em partes cõmodas com a largueza conveniente para as cavalherissas,& por cima casas para os soldados, & os palheiros defronte.

Os quarteis para os Capitaẽs ficaráõ perto dos da cavalleria: terão a largueza conveniente a suas pessoas. Semelhantemente para os Tenentes,Alferes,& mais officiaes,& para os Capellaens.

As casas dos particulares se podem fazer conforme a grandeza da Praça fortificada. Ordinariamente se fazem de 60. atè 70. ou 80.pés de comprido,& de largo 24.até 36. ou 40. em que se accõmoda hũa morada.

Para as casas do Governador assinaõ alguns 80.pès de fronte, 40.de fundo,25. de alto: pòde ser mais,& menos conforme a capacidade da Fortaleza,Villa,ou Cidade fortificada, & pessoa do Governador,a saber em que predicamento está a de quem se costuma fiar a tal Praça,& seu governo.

Os Corpos de guarda se devem fazer na Praça de armas principal,& em alguns lugares importantes;mas sempre tambem junto das portas quando os não haja nos lugares do transito porbaixo do Terrapleno, conforme havemos descritto no Cap. 36. & allí os deve haver sem falta,se de novo se fortificar a Villa,ou Cidade cõ Fortificação moderna. Deve tambem haver Corpos de guarda nas pontes, ou junto dellas na fórma que dissemos no §. 8. do Cap.39.

Os armazens fazem alguns de 200. a 250. pés de comprido, 30. ou 40. de largo. Nisto como em muitas cousas das que havemos ditto senaõ pòde assinar cousa precisa: devem ser capazes.

Aos hospitaes,& outras cousas que temos referido naõ assinamos medidas,porque pende da grãdeza da Praça,& da necessidade conforme a multidaõ dos habitadores, & presidio; a cujo respeito deve ser o numero das Igrejas boas,& bem ornadas.

Da largueza,& fabrica das pontes temos ditto em particular no Cap. 39.

Cisternas convem que haja para o presidio, & nas casas particulares;mas especialmente póços de agua nativa,& estes na Praça de armas principal,& nas intermedias da povoaçaõ.Se houver fõtes de agua nativa que o inimigo não possa cortar,será muito melhor: boas, & abundantes de excellente agua saõ as de Estremoz, hoje dentro da Fortificaçaõ,que a instancias minhas se mandou obrar(despois do Castello,& bairro de San-Tiago que achei feitas)& a que de novo se fez desenhei eu na mayor parte,mettendo dentro a principal povoaçaõ,recio com as fontes,& Conventos, contra o parecer que tinhaõ algunsCabos,ou quasi todos levados de hũa unica,& apparente razaõ que lhe desfiz,& mostrei muitas em contrario,& vieraõ despois a darse por muito satisfeitos.Tãbem he boa,& abundante a fonte de Moura que nasce no Castello onde não pòde ser cortada.Em algũas outras Praças de Alem-Tejo as tenho tambem visto que nascem dentro. As que de fòra vem por arcos,ou em canos a flor da terra,& ainda profundos,saõ cortadas pello inimigo no tempo do sitio como experimentamos no de Elvas,valendonos da ruim de hum poço que causou certa doença de que morréraõ muitos soldados: a da cisterna se poupou mais do que foi necessario.

Finalmente advirto que os canos porbaixo dos Terraplenos para serventia das aguas devem ser de abobada,mas gradados cõ fortes grades exterior, & interiormente; & no Fosso se devem fazer outros de pedra, & cal por baixo da Explanada estreitos, & cubertos de lagens endereçados do fundo do Fosso para os lugares mais baixos da campanha para por elles escorrerem as aguas immundas,& as da chuva,que ficando reteudas no Fosso, se corrompem ẽgrande perjuizo da saude do presidio, & habitadores, o que com grande cuidado se deve procurar evitar.

Basta

Basta o que atèqui havemos ditto por mayor. O Engenheiro experto,& de juizo poderá accõmodar as mais particularidades com bom discurso,& consideraçaõ. Naõ trago fig. com as disposiçoens das ruas,praças,& sitios das casas em Planta por me parecer se pòde escusar,& que sem ella se entende tudo o sobreditto, por não multiplicar mais figuras na impressaõ,& porque quem as quizer ver,as acharà nos livros de muitos Autores, & porq̃ muito poucas vezes se podem dispor na fòrma apontada para a praça em tudo regular;quando quasi todas as que de novo se fortificaõ saõ Cidades,& Villas antigas,onde senaõ podem accommodar as cousas com tanta regularidade,ainda que se derribem , & cortem muitas casas; pois naõ se devem arruinar as povoaçoẽs mais que no que for muito preciso,como nos sitios por onde he força corraõ as muralhas Terraplsnos,Fossos, & mais obras que propriamente pertencem â Fortificaçaõ;mas todavia algũas ruas principaes para as portas,Estrada das armas,& Praça de armas principal ainda que não seja precisamente no meyo da povoaçaõ,como tãbem as praças particulares se devem admittir ainda que sejaõ em qualquer lugar,pois de outro modo serà necessario aruinar tudo & tornar a edificar á vontade,que senaõ faz taõ facilmente com a obra como com o pensamento ou como o desenho no papel,quãdo ainda houvera cabedal para executar ideas fantasticas .Nas povoaçoens que de novo se fundarem terei por grande erro não serem com as ruas , & praças na correspondencia ,que havemos ditto,ou outra semelhante.

CAP. XII.

Das Citadellas.

DOUS saõ os fins com q̃ se fabricaõ as Citadellas:o primeiro & principal para os Principes dominantes enfrearem,& segurarem as Cidades,& povos sujeitos por força,ou aquelles que naturalmente saõ inquietos,impacientes de dominio, & de cõtribuiçoẽs,amigos de novidades, ou que tenhaõ algũa correlaçaõ, semelhança na lingua, humores,ou affectos com naçoẽs vizinhas sujeitas a outro Principe,ou principalmente por seré de religiaõ diversa. O segũdo mais justificado para que a Citadella possa so-

correr a Cidade, expellir, ou incõmodar o inimigo entrado nella, & servir de ultimo refugio aos moradores opprimidos do extremo aperto: ou para que naõ se podendo sustẽtar, nem esperar soccorro possaõ dalli capitular, sem se sobmetterẽ á mercé, & discreçaõ do expugnador; mas fazer pactos honrosos, ou ao menos que não sejaõ de total perdiçaõ das vidas, & honras.

Pello primeiro motivo da impaciencia do dominio estranho, ou inclinaçaõ a novidades foraõ [r] fabricados o Castello de Sant-Helmo em Napoles; as Citadellas de Anvers, de Bolduc, de Groeningen; o Castello de Milaõ, & de outras Cidades. Pello segundo se fizeraõ muitas Citadellas, principalmente em Praças frõteiras, & ainda que o não sejaõ naquellas em que por causa do cõmercio entra grande quantidade de gente, & todavia ha perto outras de Principe vizinho que póde intentar algũa entrepresa. Cõ estas, ou aquellas circunstancias saõ exemplo do ditto segundo fim as Citadellas de Calès, [a] de Amiens, de Mets, Cidades de França; de Gante, de Cambray, Cidades de Flandres, & outras.

[r] Dogen lib. 2. cap. 9. pag. 242. 243. & 244.

[a] Antonio de Ville lib. 1. fol part. 4. c. 60. 189.

Na antiguidade foi notavel a restauraçaõ que resultou a Roma da Fortaleza do Monte Capitolio; pois retirados a ella com Mãlio [c] mil mancebos Romanos das reliquias de Roma destruida, & abrasada pellos Gallos Senones; foi por aquelles defendida, & sustentada por seis mezes contra o continuo combate dos inimigos, atè que chegando Camillo com soccorro, forão de tal modo desbaratados, que com a inundaçaõ de seu sangue apagaraõ os vestigios dos incendios; nascẽdo daqui serem destruidos, & expellidos totalmente de toda Italia, & chegar Roma a possuir [b] taõ dilatado imperio.

[c] Luc. Floro lib. 1. c. 13.

[b] Veget. lib. 4. no prologo.

Fazemse as Citadellas, ou quadrangulares como a de Havre de Graçe, Montpellier em Frãça; de Batavia Praça dos Hollãdezes na Java. Tambem assim se fizeraõ algũas no nosso Reyno: ou se fazem pentagonicas, a saber de cinco lados, que saõ mais commũas, & approvadas por mais firmes, & capazes para recolher o presidio, mantimentos, muniçoens, & mais petrechos necessarios para a defensa, & offensa.

As de seis lados saõ já mayores do que convem, & he necessario; & muito mayores, & escusadas as de sette; porque hũas, & outras necessitaõ de mayor presidio, podendose escusar; obrigaõ a cortar, & arruinar grande parte da Praça presidiada para a Explanada

nada diante da Citadella.

De cinco Baluartes ſaõ [a] as de Anvers, Turin, Amiens, Vitrì, Phaltzburg; & outras. [a] Dogen lib. 2 cap. 9.

De ſeis [a] a de Milaõ, Perpinhaõ, Caſal. De ſette [a] as de Manheim, Verdun, Blavet. Ville lib. 1. part. 4. c. 60.

De quatro, & de cinco as admittimos ſegundo a grandeza da Praça preſidiada com Citadella, & preſidio neceſſario.

Eſtas ſaõ as modernas, & regulares; porque ſe achaõ [r] outras muitas diverſamente fabricadas, com Baluartes de hũa parte, Tenalhas da outra, angulos avançados, & retirados: outras com Redentes: algũas com torres, & de outros muitos modos. [r] Ville lib. 1. part 4. cap. 60.

Das Citadellas (ou Caſtellos antigos) ha hũas fundadas dentro nas Praças principaes em lugares eminentes, & fortes como a de Bergamo. [d] Naõ ſaõ dentro taõ boas; porque rebellada a Praça, ou entrado o inimigo, fica a Citadella incapaz de ſer ſoccorrida, como hoje eſtá o Caſtello de Lisboa por haver creſcido a Cidade de modo que por toda a parte o rodea; o que antigamente não era; porque ſendo a Cidade dos muros velhos adentro; ficava hũa parte do Caſtello fòra delles. [d] Ant. de Ville loco citat.

Fazem outros as Citadellas fòra das Praças em ſitios proximos, & eminentes. Naõ ſaõ taõ approvadas porque não tem a entrada patente para a Praça que ſe pòde inquietar, ou rebellar; ſe he que por eſte receyo, ou ſuſpeita ſe fabricaõ. Mas quando ſe façaõ em ſitio exterior ſempre deve ſer em proximo, & dominante, donde muito ſe poſſa incõmodar, & dannar a ditta Praça, & naõ havendo o tal ſitio, não ſe devem fazer ſenão com a entrada livre para ella na fórma que diremos.

Tambem ſe fabricaõ fòra das Praças em ſitios proximos, & dominantes pellos ſegurar do inimigo, que occupãdoos as pòde infeſtar de tal modo que ou as obrigue a renderemſe, ou a paſſarem grande detrimento.

O melhor ſitio para a Citadella he em hum dos lados, ou angulo do Polygono interior da Praça no mais forte ſitio, & dominante, ſe o houver, de tal modo diſpoſta que fiquem dous Baluartes para dentro da Praça, os mais para a cãpanha, ſeja a Citadella de quatro, ou de cinco Baluartes, (ou de mais q̃ não admittimos ſem algum reſpeito, ou cauſa particular, & urgente) & as Faces de dous Baluartes da Praça principal collateraes à Citadella produzidas

zidas devem vir demandar atè o Fosso da Citadella defronte das Cortinas,como representaõ Marolois Fritach,Dogen,& outros, nas Faces H G, I K que correm produzidas atè o Fosso da Citadella A, & correspondentes ao meyo de duas Cortinas; ficando dous Baluartes daquella dentro da Praça principal; tres de fòra: mas devese dispor a traça de modo que os angulos Flanqueados H, I não distem das Cortinas da Citadella mais que a tiro vehemente de mosquete,& ha muitas razoẽs por onde não convem q̃ as dittas Faces dos Baluartes collateraes da Praça principal produzidas vão demãdar as dos Baluartes da Citadella,como em Gulich cuja Planta trazem Marolois,&Dogen,& em Phaltzburg Cidade de Lorena confinante á Alsacia, porque não ficaõ assim taõ seguras contra as rebellioens dos moradores da Praça,em razaõ q̃ o Terrapleno, ou Reparo desta se vai a unir com o Fosso da Citadella,onde este he mais estreito,& commodo para a Galleria,ou Travessa.

Fig. 135.

Alem do que não fica o ditto Terrapleno da Praça principal pella parte interior com tanto fogo, ou offensa sobre si, sujeito sómente a hũa parte da Face do Baluarte da Citadella, quando devia ficar sujeito ao fogo de toda a Face, & de parte da Cortina como mais particularmẽte aponta Dogen, [a] no qual se pòde ver.

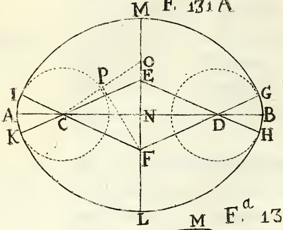
[a] Pag. 248.

Dentro na Praça principal defronte dos dous Baluartes da Citadella se deve fazer hũa Explanada atè a distancia de 20. ou 24. vergas o menos,do Parapeito da Estrada encuberta da ditta Citadella para dentro da Praça;& se isto causar grande ruina nos edificios da Praça principal,podese acrescentar a àrea desta,& fundar a Citadella em lugar competente, porque entaõ poderá haver a Explanada sem ruina dos edificios, ou ao menos sem tanta. Assim se fez em Anvers,que quando se fundou a Citadella se acrescentou a àrea da Praça segundo se mostra nas Plantas que trazem Fritach,Dogen,& outros.

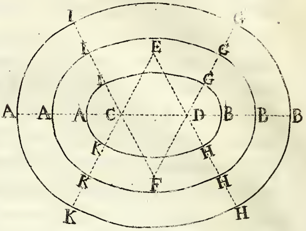
A razaõ he,porque se os moradores se rebellarem, não fiquem os edificios,com que se podem cubrir,immediatos á Citadella, & o presidio tenha lugar em que se formar para acudir à rebelliaõ; & tambẽ para que se o inimigo entrar na Praça, tenhaõ os da Citadella este terreno para nelle fazerem novas obras contra o inimigo,entretendoo com varias retiradas, & cortaduras primeiro que chegue á Estrada encuberta, & Fosso da Citadella.

Deve

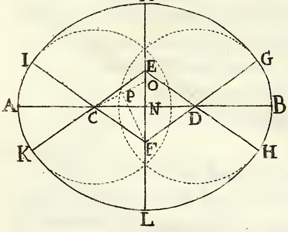
F.ª 131 A

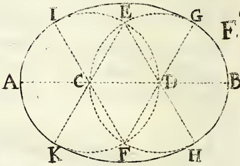


F.ª 128



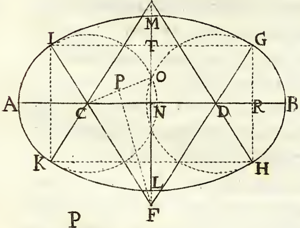
F.ª 131.B.



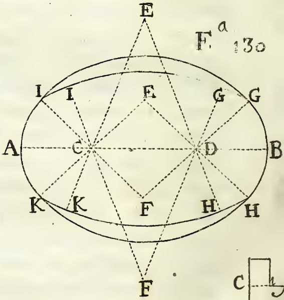


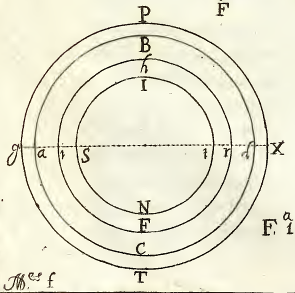
F.ª 129

F.ª 132



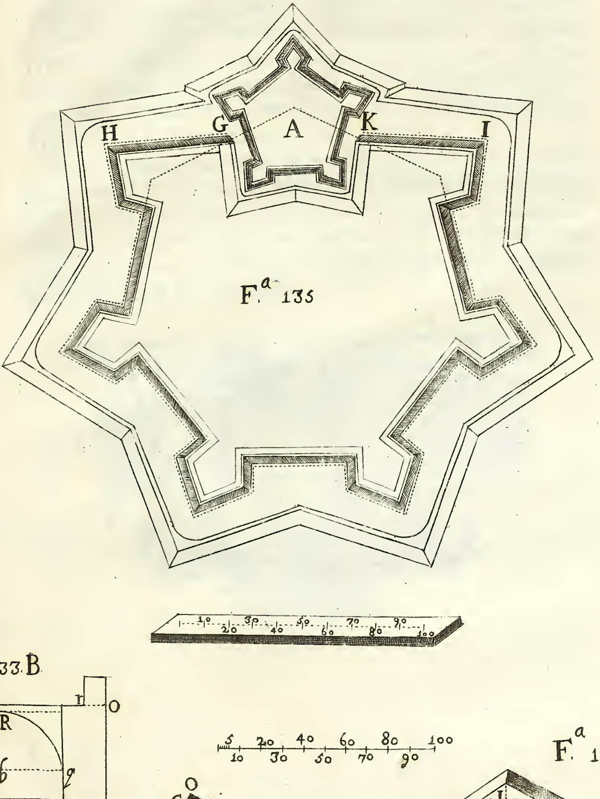
F.ª 130





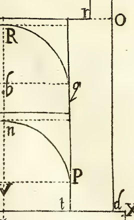
F.ª 133 A

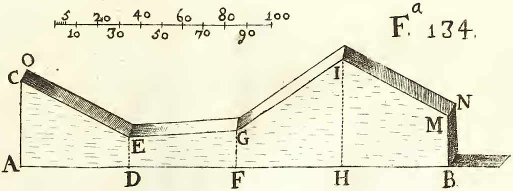
M.es f



F.ª 135

33.B





F.ª 134.

Deve tambem haver nella hũa porta interior para a parte da Praça, outra exterior para a da campanha; para que ſendo opprimida pello inimigo da parte de fòra, poſſa ſer ſoccorrida dos Cidadoẽs; & ſendo por eſtes infeſtada, poſſa admittir o ſoccorro do Principe, ou declarado, ou occulto pella porta externa; a qual todavia deve eſtar ſempre fechada fòra da occaſiaõ neceſſaria. Tres portas tem a Citadella de Anvers, hũa para a Cidade, outra para o rio Schelda, & a terceira para a campanha.

Conſideradas todas as circunſtancias, primeiro que ſe ponha em execuçaõ, ſe deve riſcar em papel a Planta da Praça principal, & nella accõmodar a da Citadella, para ſe reconhecer ſe concordaõ, antes que ſe riſque eſta no terreno; onde outra vez ſe deve conſiderar tudo com mais particular attençaõ, melhorandoſe o que naõ parecer bem ajuſtado.

METHODO LVSITANICO, DE DESENHAR As Fortificaçoens das

Praças regulares, & irregulares, Fortes de Campanha, & outras obras pertencentes á

ARCHITECTURA MILITAR

SEGVNDA PARTE QUALIFICATIVA

EM QVE SE QVALIFICAÕ as operaçoens da primeira Parte Operativa.

NOS DESENHOS DAS FORTIFICAC,OENS DOS Polygonos exteriores para dentro, & dos interiores para fòra assim no regular, como no irregular.

§. 1.

Apontase a fabrica dos Petipés para se descreverem no papel as figuras regulares de que se tratou no Cap. 4. da primeira Parte.

OS Petipés do Cap. 4. da primeira Parte naõ saõ outra cousa mais, q̃ lados de figuras regulares descriptas dentro em hum circulo até a de 20. accõmodando do ponto

to A atê o numero 6. o lado do Hexagono por ser [r] igual ao semidiametro do circulo. Do ponto A atê 5. o lado do Pentagono: atè 4. o do Quadrado: atè 7. o do Heptagono, &c. [r] Corol. 15. do 4.

Muitos modos há de descrever as figuras regulares de qualquer numero de lados dentro em hum circulo: porém o de algũas figuras he mecanico, por senão ter achado até o presente modo scientìfico. Aqui basta apontar hum universal; posto que nelle entra tambem algũa parte de mecanica a respeito das figuras; cuja descripçaõ senão tem achado geometricamente; & esta declaraçaõ basta para os intelligentes: os mais vaõ-se com a practica que aqui trago; porque por ella acharàõ os lados da fig. regular, que quizerem.

Descrevase hum circulo, o qual se repatta em 4. quadrantes cõ os diametros B D, A F que se cruzaõ no centro C. Repartase qualquer dos quadrantes A B, B F, &c. em tantas partes iguaes, quantos lados houver de ter a fig. que se pertende descrever; das quaes tomando sempre 4. por regra géral, & lançando hũa linha recta que as subtenda, será o lado da fig. pertendida, equilatera, & equiangula inscripta no circulo. Fig. 136. A

Por exemplo, & por não confundir a fig. havemos partido cada hum dos quadrantes de per-si, a saber o quadrante B F em sette partes, & a linha B G q̃ subtende 4. dellas, serà o lado do Heptagono. O quadrante A B està partido em 5. & a recta A H que subtende 4. he o lado do Pentagono. O quadrante A D em 8. de que a Subtensa de 4. A K he o lado do Octogono.

Semelhantemente se obrará para se achar o lado de qualquer outra fig. regular.

Para o Quadrado não há mais que lançar a Subtensa A D que subtende hum dos quadrantes. Para o Hexagono tomar o semidiametro A C. Para hum Triangulo (posto que o naõ temos notado nos Petipès) accõmodar juntos na circunferencia dous semidiametros D L, L I, & lançar a linha D I que será o lado do Triangulo.

O modo de dividir o quadrante nas partes iguaes que se pertẽdem, pòde ser geometrico em muitos numeros, a saber por regra certa, & determinada; mas em outros há de ser por mecanica abrindo, ou fechãdo mais, ou menos o compasso, atè se ajustar a divisaõ que se pertende, por senaõ ter achado atégora modo geo-

 metrico

metrico para se dividir hum arco em qualquer numero de partes pertendidas; sem embargo de muitos se quererem arrogar o invento. Vejase Clavio no Scholio da 16.do quarto para a descripçaõ sobreditta.

Achados pois os lados das figuras se transfira o semidiametro do circulo (q̃ he lado do Hexagono) de A atè 6: o lado do Heptagono de A atè 7: o do Pentagono de A atè 5. &c. com que ficará descripto o Petipè, ou por mais proprio nome Padraõ.

Fig.136.B Eu transferí estes lados pellos que andaõ descriptos no Panthometra Francez por ser via mais facil, & quem tiver este instrumento escusa os Petipès, ou Padroẽs; porque por elle póde facillimamente descrever qualquer fig. grande, ou pequena. O terceiro Petipé na fig. n. 10. da primeira parte està feito conforme o semidiametro desta fig. [a] Os outros por figuras mayores, ou menores.

[a] Num. 136. A

§.2.

Apontase a razaõ, ou demonstraçaõ da fabrica da Fitta gradual descripta no Cap. 5. da I. Parte.

Fig. 137. Represente a letra A o ponto da bonina em que se unem as pernas da Fitta gradual, cada hũa igual ao semidiametro A B, ou A C de modo que se possaõ ajuntar mais, ou menos movendose sobre o ponto A como sobre hum exo, & formãdo qualquer angulo que se quizer, na fórma que se representa na figur. 14. da primeira parte.

Sobre o ponto B se entenda estar unida a Subtensa B F igual à somma das duas pernas A B, A C que inteiraõ o diametro B A C do circulo D B H C; a qual Subtensa B F se mova sobre o ponto B (onde na Fitta se poem outra bonina) como em exo para qualquer parte, & dividamos o semicirculo B H C em 180. gr. de 30. a 30. que basta para a demonstraçaõ, por não confundir a fig. com mayor miudeza, entendendose o mesmo de grao, ou de meyo a meyo grao.

Imaginese a perna A B fixa, & que sobre o ponto A como exo se move a outra perna A C de seu sitio atè o do semidiametro A 30. & a Subtensa B F sobre o ponto B como exo atè o numero 30 da peripheria D B H C; cõ o que a porçaõ B 30. da Subtensa B F fi-

ficará occupando na ditta peripheria o lugar da Corda B 30. do angulo B A 30. de 30.gr.

Semelhantemente transferindo a mesma perna A C ao sitio do semidiametro A 60. & a Subtensa B F ao sitio da Corda B 60. ficarà a porçaõ B 60. da Subtensa servindo no lugar da Corda B 60. na peripheria,& mostrando o valor do angulo B A 60 de 60 gr.por tanto se iraõ sinalando na Subtensa B F os numeros 30,60 &c.em cuja cõformidade se póde proceder por cada gr.ou meyo grao.

Este he o modo por onde tambẽ se pòde fazer a Fitta gradual; posto que no Cap.5.a hajamos fabricado mais facilmente por via de numeros.

Porèm devemos agora affinar a razaõ do que dissemos no Cap. 5.da primeira parte,de que o Seno que nas taboas responde a hũ angulo,mostra na fabrica da Fitta o dobro do tal angulo , & por tanto que haviamos tomado a ametade do angulo de que queriamos a Subtensa, & posto o seu Seno no Petipè , ou Padraõ como Corda do ditto angulo, por exemplo o Seno de 15.gr. de B atè 30.como Corda,ou Subtensa de 30.gr :o de 30.de B atè 60: o de 45. de B atè 90.&c. para sinalar as Cordas dos Arcos,ou angulos de 30.60.90.&c.

A razaõ he clara porque havemos repartido o diametro B C (com o qual se deve ajustar toda a Subtensa B F)em 1000.partes iguaes, & na taboa dos Senos não saõ as 1000 ,ou 100000. partes senão as que se contem no semidiametro A B Seno de 90.gr. que he ametade do diametro B C Corda de 180. pello que vimos a attribuir (na repartiçaõ das partes iguaes) á Corda de 180. gr. dobro do angulo de 90.ás partes que tem o Seno dos mesmos 90. por tanto semelhantemẽte devemos attribuir na mesma partiçaõ á Corda de qualquer angulo as partes,que respõdem ao Seno de sua ametade,& como qualquer Seno he [r] ametade da Corda do dobro do angulo de que he Seno, vẽ a ficar as Cordas repartidas nas partes que se attribuem a suas ametades,&sempre proporcionaes [a] aos Senos. Pòde quem quizer mais particular noticia dos Senos,& Cordas ver Regiomonte,Clavio,Pitisco,Ursino,Cavallerio,& infinitos outros nos Trattados da Trigonometria.

[r] Definic. do Seno recto.

[a] 15.do quinto.

§. 3.

Assinase a razão da terceira regra do Cap. 11. da primeira Parte Operativa.

A Primeira, & ſegunda regra do Cap. 11. por faceis naõ neceſſitaõ de algũa demonſtraçaõ, ou noticia de ſeu fundamento, mais que a dada para a operaçaõ. Da terceira he que aqui a trazemos para que conſte de ſua certeza.

Hum pè Portuguez em linha, ou comprimento, contèm palmo, & meyo em comprimento dos da noſſa vara de medir da Cidade de Lisboa, q̃ ſe chamaõ craveiros, ou de craveira, como havemos referido. Eſta medida de pè não a havia entre nòs, ſalvo ſe eſtava taõ antiquada que della não havia noticia; porém porque alguns pès como o de Rinthlanda, & o Regio de França ſe ajuſtavaõ pouco mais, ou menos com palmo, & meyo dos noſſos, ſegundo ſe vè da taboada num. 3. das medidas que trouxemos no Cap. 11. da primeira parte; daqui veyo que ſe introduzio fazerem o pè de palmo, & meyo juſtamente para as medidas das Fortificaçoẽs modernas; & aſſim eſtà jà recebido por uſo.

Deſta ſuppoſiçaõ reſulta que hum pè cubico contém $3\frac{3}{8}$ palmos cubicos. Pè cubico he o meſmo q̃ corporeo em quadro perfeito de hum pè de comprido, por qualquer lado que ſe tome: por quanto o tal corpo he chamado cubo da palavra Grega Kybos por Euclides, & todos os Geometras. O meſmo ſe entende do palmo, & qualquer outro corpo mayor, ou menor.

Que o pè cubico contenha $3\frac{3}{8}$ palmos cubicos, he facillimo de demonſtrar por varios caminhos. Eu o faço na fòrma ſeguinte mais practica, que demonſtrativamente para os menos noticioſos; que para os Geometras he eſcuſado.

Fig. 138. Seja a linha A B a medida de hum pè: D C de hum palmo: & porque aquelle contèm a eſte hũa vez, & mais ſua ametade, conterá A B tres partes das que D C tem 2: ſerá logo o cubo de A B 27. a ſaber o cubo de 3, & o cubo de D C 8. a ſaber o cubo de 2: mas 27. para 8. he como $3\frac{3}{8}$ para 1; logo o cubo de hum pè contèm $3\frac{3}{8}$ cubos de hum palmo; a qual proporçaõ ſe chama pellos Arithmeticos tripla ſupertriparciente octavas.

Daqui he facillimo conhecer a razaõ do ſegundo modo de obrar

obrar na reducçaõ de pès cubicos a palmos cubicos apontado na terceira regra do Cap.11.

Mas do primeiro modo da meſma terceira regra em que ſe procede por numeros que chamaõ da Dizima; convem apontar a razaõ de ſe multiplicar o numero dos pès por 3|375, & do producto cortar tres letras da parte direita; que ſeraõ milleſimos de hum palmo,& as da eſquerda o numero dos palmos inteiros reſpondẽte ao dos pès como ſe diſſe na terceira regra.

A razaõ he porque tal proporçaõ tem 3375.para 1000.como 27.para 8. ou como 3 $\frac{3}{8}$ para 1; a ſaber 3375. contèm tres vezes 1000.& mais $\frac{3}{8}$ de 1000; por tanto ſuppondo que hum pè cubico contèm 3375. partes, terá o palmo 1000. pello que o numero dado de pès multiplicado por 3375. que ha no tal numero de pès a reſpeito de 3375. partes em cada hũ;&eſte aggregado partido por 1000.que ha em hum palmo, dará no quociente o numero dos palmos que lhe reſpondem.

Mas como o partidor he 1000. ſe eſcuſa a repartiçaõ; que logo fica feita com ſe cortarem do producto as tres letras da parte direita; as quaes ſignificaõ milleſimos de palmo, a reſpeito do partidor 1000. Iſto he couſa notoria aos Arithmeticos.

A razaõ da practica do ultimo modo da meſma terceira regra por via de ſomma he tambem facil; porque como 8. pès cubicos fazem 27. palmos; eſtes ſe compoem de 8.por via de ſomma pello ſeguinte modo.

A 8. ſe acreſcente ſua ametade 4, fazem 12: a eſte aggregado ſe acreſcente outra vez ſua ametade 6, reſultaõ 18: & a eſte compoſto finalmente ſua ametade 9. reſultaõ ultimamente os 27. palmos reſpondentes aos 8. pès.

Do ſobreditto fica facil colher a razaõ da quarta regra de reduzir palmos de corpo a pès tambem corporeos,& dos modos, que alli diſſemos.

8
4
12
6
18
9
27

§. 4.

§. 4.

Declarase o modo por onde se conhecem os angulos flanqueados, os da Espalda, & os mais nas figuras regulares, segundo o nosso Methodo, explicado no Cap. 14.

SUpposto que para a practica deste Methodo naõ seja necessario conhecer o valor dos angulos,(excepto os da fig.) pois se póde segurar o Engenheiro usando delle q̃ sahem os flanqueados da capacidade necessaria: assim mesmo os Flancos primarios,& secundarios com todas as mais partes da Fortaleza, ou Praça fortificada proporcionadas á capacidade de seu Polygono exterior; todavia para que não creyaõ nisto por fé lho mostrarei neste §. no que toca ao valor dos angulos por calculo Trigonometrico, & Geometrico,& em outro §. no tocante á grandeza das partes; para q̃ conferidas com a doutrina dos Autores modernos, vejaõ a bẽ ajustada proporçaõ deste Methodo, brevissimo,& facillimo; para desenhar na campanha com a mesma facilidade que no papel, sem calculos, nem muita applicaçaõ de instrumentos; pois para o papel se escusaõ,& para a campanha os suppre excellentemente a Fitta [r] gradual.

[r] Cap. 5.

Fig. 16. Da primeira parte.

Seja pois a primeira fig. fortificada pello Methodo do Cap. 14 hum Quadrado, cujo lado exterior A B se supponha de 864. pès; & porque em todas as figuras (pella proporçaõ do ditto Cap.) tomamos por Sobreface a quarta parte do lado do Polygono exterior; será a Sobreface A L 216: o Flanco prolongado no Quadrado $\frac{7}{12}$ da Sobreface: será por tãto L I 126: a Extensaõ do Flãco $\frac{5}{14}$ do Flanco prolongado; será logo L O, 45 , & o Flanco O I, 81. Considerese o Triangulo rectangulo A L O, no qual se daõ sabidos os lados A L 216. L O 45. o angulo recto A L O de 90. gr. pella construcçaõ.

Buscase o angulo L A O, que se chama diminuto, pella seguinte Analogia.

SObreface A L 216.
Radio ———————

Ex

Extensaõ do Flanco L O 45 ——————— 11,65311,25

2,33445,37

Tãgẽte do angulo diminuto L A O 11.gr.46.min. 9,31875,88

Por este angulo he facillimo a quem tiver hũa levissima noticia da Geometria conhecer os mais angulos. Para os que a naõ tem digamos o modo.

O angulo flanqueado N A O se achará juntando em hũa somma o valor dos angulos L A O, M A 4. ou em lugar da letra numerica 4. se entenda estar a letra N como nas outras figuras 17. 18. 19. & 20. pois a letra 4. foi posta especialmente na fig. 16. para se significar o Orelhaõ com as outras letras numericas que nelle estaõ, esta somma tirada do valor do angulo da fig. M A L, restará o flanqueado N A O; o qual na fig. quadrada, ou no Parallelogrammo prolongado rectangulo sahirà de 66. gr. 28. min. por quanto saõ iguaes os angulos L A O, M A N cada hum de 11. gr. 46. min. que juntos fazem 23. gr. 32. min. os quaes tirados de 90. gr. conteudos no recto M A L do Quadrado, ou prolongado rectangulo, restaõ os dittos 66. graos. 28. min. valor do angulo flanqueado N A O.

Se a fig. for irregular se obrarà do mesmo modo para conhecer o angulo flanqueado que assenta sobre qualquer da fig.

O angulo flanqueante interior O G I he [a] igual ao diminuto L A O por ser sempre neste nosso Methodo a Cortina I F parallela ao lado do Polygono exterior A B: será por tanto de 11. gr. 46. min. [a] 29. do 1. de

O angulo do Flanco & Razante I O G se conhece tirando o angulo I G O de hum recto, a saber 11. gr. 46 min. de 90. gr. & restaõ 78. gr. 14. min. valor do ditto angulo I O G; porque todos os tres angulos do Triangulo I O G saõ [c] iguaes a dous rectos, & o angulo I de per-si he [a] recto; por onde os outros dous compoem outro recto. [c] 32. do 1. de Euclid. [a] Pella const.

O angulo L O A he [a] igual com I O G; por tanto de outros 78. gr. 14. min. O angulo da Espalda A O I se acha tirando 78. gr 14. min conteudos no angulo I O G, de 180. gr. valor de dous rectos, & restaõ 101. gr. 46. min. valor do ditto angulo A O I; por quanto os dous angulos I O G, I O A compoem [a] dous rectos. [a] 15. do 1. [a] 13. do 1.

O Flanqueante exterior A R B, & tambem T R G se achaõ tomando o dobro do angulo I G O de 11. gr. 46. min. a saber 23.

gr.32.min.& este diminuido de 180. gr. restaõ 156.gr.28.min. valor do ditto angulo A R B [e] ou T R G. [a]

e 32.do 1.
a 15.do 1.

Do mesmo modo se achaõ todos os angulos sobredittos nas figuras irregulares fortificadas pello nosso Methodo.

O angulo da fig. M A L,& o do cêtro A X B nas regulares se conhecem sem instrumento pello ditto nos Capitulos 2. & 3. da primeira parte: nas irregulares pede noticia da Trigonometria, & supposiçaõ de linhas conhecidas; de que daremos hum compêdio no fim desta obra: entretanto para os que não souberem Trigonometria, remettemos a investigaçaõ dos dittos angulos no papel ao semicirçulo graduado, ou Panthometra, & na campanha ao instrumento, ou Fitta gradual, que hũa, & outra cousa basta para a practica, podendose escusar Trigonometria; salvo para hũa escrupulosa exacçaõ.

No Pentagono.

Fig. 17.da primeira parte.
r Cap.14.

Sendo A B 864. pès; he

A Sobreface A L sua quarta parte 216.

O Flanco [r] prolongado L I 144. a saber $\frac{2}{3}$ da Sobreface A L

A Extensaõ do Flãco L O 57$\frac{3}{5}$ a saber $\frac{2}{5}$ do Flãco prolõgado L I

O Flanco O I 86$\frac{2}{5}$ a saber os $\frac{3}{5}$ do Flanco prolongado L I.

suppostas estas medidas conforme o ditto no Cap. 14. Daqui se acharà por Trigonometria.

O angulo diminuto L A O de 14.gr. 55. min. 40. seg. & deste por Geometria os mais proseguindo na fòrma que dissemos no Quadrado, a saber

O Flanqueante interior O G I de 14.gr.55.min.40.seg.

O angulo A O L,& o seu adverticem I O G chamado da defensa razante,& o do Flanco cada hum de 75.gr.4.min.20.seg.

O da Espalda A O I 104.gr.55.min.40.seg.

O Flanqueante exterior, ou da Tenalha A R B, & o seu adverticem T R G cada hum de 150.gr.8.min.40.seg.

O angulo flanqueado O A N de 78.gr.8.min.20.seg.

No Hexagono.

Sendo o lado A B do Polygono exterior 864. pès; serâ

A L Sobreface sua quarta parte 216.

L I Flanco prolongado $\frac{4}{5}$ da Sobreface A L a saber 172 $\frac{4}{5}$

L O

L O Extensaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado 69|1.
O I Flanco $\frac{3}{5}$ do Flanco prolongado 103|7.
Daqui se achará por Trigonometria,
O angulo L A O de 17.gr.44.min.20.seg.&sabido este se sabem por Geometria os mais pello modo que dissemos no Quadrado, a saber Fig.18. da primeira parte.
O Flanqueãte interior O G I dos mesmos 17.gr.44.min.20.seg.
O angulo A O L ou seu adverticem I O G da defensa razante, & Flanco de 72.gr.15.min.40.seg.
O da Espalda A O I 107.gr.44.min.20.seg.
O Flanqueante exterior chamado da Tenalha A R B, & o seu ad verticem T R G de 144.gr.31.min.20.seg.
O angulo flanqueado O A N de 84.gr.31.min.20.seg.

No Heptagono.

Sendo A B 864. pès, serà
A L Sobreface sua quarta parte 216.
L I Flanco prolongado $\frac{9}{10}$ da Sobreface A L 194|4. Fig.19.
L O Extensaõ do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado L I 86|4.
O I Flanco $\frac{5}{9}$ do Flanco prolongado 108.
Daqui se acharà pellos preceitos da Trigonometria
O angulo L A O de 21.gr.48.min.10.seg. & os mais angulos por Geometria; a saber
O angulo flanqueante interior O G I dos mesmos 21.gr.48.min. 10. seg.
O angulo A O L & o seu adverticem I O G cada hum de 68.gr. 11.min.50.seg.
O angulo da Espalda A O I de 111.gr. 48.min.10. seg.
O angulo flanqueãte exterior,ou da Tenalha A R B, & o seu ad verticem T R G cada hum de 136.gr.23.min.40.seg.
O angulo flanqueado N A O de 84.gr.57.min. 57. seg.

No Octogono.

Sendo A B de 864.pès,será
A L Sobreface sua quarta parte 216.
L I Flanco prolongado igual á Sobreface 216. Fig. 20.
L O Extensaõ do Flanco $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado 98|2.
O I Flanco $\frac{6}{11}$ do Flanco prolongado 117|8.

Daqui se achará pellos preceitos da Trigonometria

O angulo diminuto L A O 24.gr.26.min.50.seg. & os mais angulos por Geometria a saber

O angulo flanqueãte interior dos mesmos 24.gr.26.min.50.seg.

O angulo A O L, & o seu ad verticem I O G de 65.gr.33.min. 10.seg.

O angulo da Espalda A O I de 114.gr.26.min.50.seg.

O Flanqueante exterior A R B de 131.gr.6.min.20.seg.de outro tanto T R G.

O angulo flanqueado N A O de 86.gr.6.min.20.seg.

No Enneagono.

Fig.21.

Sendo A B lado do Polygono exterior de 864.pès,será

A L Sobreface sua quarta parte 216.

L I Flanco prolongado $\frac{10}{9}$ da Sobreface 240.

L O Extensaõ do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado 120.

O I Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado 120.

Daqui se acha por Trigonometria

O angulo diminuto L A O de 29.gr.3.min.20.seg.& os mais angulos por Geometria a saber

O angulo flanqueante interior O G I dos mesmos 29.gr.3.min. 20.seg.

O angulo A O L & o seu ad verticem I O G de 60.gr.56.min. 40.seg.

O angulo da Espalda A O I de 119.gr.3.min.20.seg.

O angulo flanqueante exterior A R B, & o seu ad verticem T R G de 121.gr.53.min.20.seg.

O angulo flanqueado N A O de 81.gr.53.min.20.seg.

NOTA I.

EM todas as mais figuras do Enneagono para cima ficaõ todos os angulos sobredittos do mesmo valor, que no Enneagono,excepto os angulos flanqueados,porque sòmente estes vaõ crescendo conforme cresce o numero dos lados da fig.

Para saber pois que angulo flanqueado resultarà em cada hũa, do Enneagono para cima,se dobre o valor do angulo diminuto L A O (como já dissemos) o qual no Enneagono, & em todas as mais figuras seguintes até a de 30. lados inclusivè he sempre de 29.gr.3.min.20.seg.conforme este nosso primeiro Methodo, ou

pri-

primeira proporçaõ,cujo dobro faz ſomma de 58.gr. 6. min. 40. ſeg.eſta ſe tire do angulo da fig. (achado pello Cap.2.da primeira parte,ou Taboada I.do Cap.3.)& reſtará o angulo flãqueado.

EXEMPLO I.

QUeremos ſaber em hũa fig.regular de 20.lados que angulo flanqueado reſultará no Baluarte. Do angulo da fig. de 20.lados que he de 162.gr.ſe tirem 58.gr.6.min. 40. ſeg. & reſtaõ 103.gr.53.min.20.ſeg.valor do angulo flanqueado. Seja outro

EXEMPLO II.

NA fig.de 72.lados q̃ tem cada hum de ſeus angulos de 175. gr.& o angulo diminuto de 34.gr.46.min.40. ſeg. (que he o que pertence a todas as fig.de 31.lados,incluſivè atè a linha recta tambem incluſivé) ſe dobre o ditto angulo diminuto,& ſerà o dobro 69.gr.33.min.20.ſeg.que tirados dos 175. valor do angulo da fig.reſtaõ 105.gr.26.min.40. ſeg. valor de ſeu angulo flanqueado.

Na linha recta onde jà ceſſaõ os angulos, & há de cada banda della eſpaço de 180.gr.ſe aſſentaõ os Baluartes que chamaõ Platos,Chatos, ou Planos(não porque não ſejaõ da meſma forma q̃ os mais; mas porque aſſentaõ ſobre linha recta continuada, naõ ſobre angulo)& reſultará nelles o angulo flanqueado de 110.gr. 26.min.40.ſeg.que tantos reſtaõ tirados os 69. gr. 33. min. 20. ſeg.dos 180. gr. aſſim que noſſos angulos flanqueados vaõ creſcendo atè o mayor termo de 110.gr.26.min.40. ſeg. quando os Baluartes aſſentaõ ſobre linha recta.

Adiante moſtraremos como neſta fòrma fica melhor ajuſtada a proporçaõ; & que não era irrefragavel aquella maxima de alguns Autores modernos,de que tanto que o angulo flanqueado chegaſſe a recto,ſe obſervaſſe da meſma grãdeza em todas as mais figuras ſeguintes; porque ſe eu moſtrar que daqui naõ reſulta inconveniente mais que quando muito metaphyſico, ſem que na practica tenha entidade algũa, & por outra parte grandiſſimas ventagens,& utilidades deſte novo Methodo,valerà a razaõ contra ſua autoridade.

Do meſmo modo ſe achaõ os angulos em cada frontaria da fig. irregular ſegundo ſua proporçaõ.

§. 5.

Declarase o modo por onde se sabe a quantidade das partes da Fortaleza, ou Praça fortificada por este novo Methodo, segundo a grandeza do lado do Polygono exterior.

SErá facil conhecer as partes de qualquer Fortaleza desenhada por este Methodo, por hũ Petipè ajustado à sua Planta, segundo o modo cõmum aos Architectos, & Engenheiros puramente practicos, o que deixamos de dizer mais especificamente por ser cousa notoria a todos, dividir hũa linha recta igual a qualquer dos lados da fig. em tantas partes iguaes, quãtos pès, palmos, braças, ou qualquer outra medida em comprimento tiver o ditto lado da fig. & por esta linha assim dividida se conhece cõ o compasso quantos pès, palmos, braças, &c. tem qualquer linha da fig. fortificada, combinandoa com as partes da linha recta dividida, q̃ he o chamado Petipè; o qual tambem se faz de mayor, ou menor numero de partes, mas em proporçaõ a o lado da figura

Nós o faremos aqui pella facil conta das proporçoens das partes ajudandonos do calculo Trigonometrico no q̃ for necessario; pois ainda que este Trattado naõ he sòmẽte para os que tem noticia da Geometria, & Trigonometria; mas para os que dellas saõ destituìdos, por ser hũa facil, & breve Practica; com tudo se suppuzerem já a conta feita, como aqui se verà, & na taboada n. 8. reconheceráõ de que quãtidade seja cada hũa das partes das Fortalezas, & de como ficaõ com a capacidade necessaria.

Mas porque saõ poucos os que sabem Trigonometria (sendo sua practica cousa bem facil) por senão applicarem a sabela; & muitos os que sabem practicamente tirar a raiz quadra, & a regra de tres (chamada aurea com razaõ) pellas dittas diremos o modo de achar todas as linhas incognitas de qualquer fig. regular, ou irregular fortificada por este Methodo, intromettendo sò hũa operaçaõ Trigonometrica, por ser esta necessaria para achar hũa linha, como se verá do processo no Pentagono, & dahì para cima; porque no Quadrado se escusa valermonos desta operaçaõ Trigonometrica.

Bem vejo que sem ella se podia tambem achar a ditta linha,

mas por meyos Geometricos, ou de Algebra mais difficeis que da Trigonometria.

Supponhamos pois o lado do Polygono exterior de 864. pès que havemos tomado por exemplo para os calculos; por tanto conforme a doutrina do Cap. 14. da primeira parte serà

No Quadrado.

1 A Sobreface A L 216. quarta parte do lado do Polygono exterior A B. Fig. 16

2 O Flanco prolongado L I 126. a saber $\frac{7}{12}$ da Sobreface A L.

3 A Extensaõ do Flanco L O 45. a saber $\frac{5}{14}$ do Flanco prolongado L I.

4 O Flanco O I 81. a saber $\frac{9}{14}$ do Flanco prolongado L I.

5 A Cortina I F 432. pès igual com L H; que he dobrada da Sobreface A L, ou B H.

Atèqui he a conta segundo as proporçoens dadas ao Quadrado pello nosso Methodo do Cap. 14.

6 Para achar a Face A O se quadre multiplicandose por si o numero 216. da Sobreface A L; que farà 46656.

Quadrese tambem o numero 45. da Extensaõ do Flanco L O que farà 2025: ajuntese este ao primeiro Quadrado 46656. & faz tudo somma de 48681: deste numero se tire a raiz quadra q̃ se acharà de 220. pès, & $\frac{6}{10}$ de pè; que de tantos serà a Face A O. Fundase esta operaçaõ na 47. do primeiro livro de Euclides, ou na 31. do sexto. Puderase tambem achar a ditta Face A O facilmente por Trigonometria.

7 A porçaõ I G da Cortina, que chamaõ seu complemento, se acha por regra de tres do seguinte modo.

L O Extensaõ do Flanco 45. dà L A Sobreface 216: o Flanco O I 81. que darà? Feita a operaçaõ pello modo vulgar a saber multiplicando o segundo numero 216. pello terceiro 81, & o que resulta da multiplicaçaõ 17496. partido pello primeiro numero 45. dà no quociente 388|$\frac{8}{10}$ & de tantos pès serà o complemento I G da Cortina. Fundase na quarta do 6. de Euclides.

Ainda mais facilmente se acharà o ditto complemento I G da Cortina, se a Sobreface A L 216. se partir por 5, & o quociente 43|2. se multiplicar por 9. cujo producto 388|8. he o que se busca; porque tal proporçaõ tem [r] L A para I G como L O para O I; mas do 5 de Euclid. [r] 4. do 6. & 16.

I; mas L O tem [a] 5.partes das que L I contèm 9. logo A L terá tambem 5. das que I G contém 9.

a Pella cõstruc.

8 O Flanco secundario G F se acha facilmente tirando o complemento da Cortina I G acima achado 388 8/10 da Cortina I F tãbem descuberta de 432 0/10 & restaõ 43 2/10 pés pello ditto Flanco secundario G F.

9 O lado do Polygono interior K Y se acha em particular no Quadrado de que vamos trattando do seguinte modo.

Da ametade de A B a saber de 432. se tire o Flanco prolongado L I 126. (igual à distancia dos Polygonos) & restarà o numero 306; que no Quadrado em particular he igual a ametade do lado do Polygono interior, como se demonstrará no Scholio seguinte; por onde será o ditto lado interior K Y 612.

10 A Demigolla I K se sabe tirando do lado do Polygono interior K Y achado de 612. a Cortina I F já sabida de 432, & restaõ 180. pello valor das duas Demigollas; pello que será cada hũa de 90.

Daqui se vé q̃ no Quadrado fica a Sobreface para a Demigolla na proporçaõ de 12.para 5: o Flanco prolongado para a mesma Demigolla como 7. para 5; esta para o Flanco como 10.para 9: a Cortina para a Demigolla como 24. para 5, & para o Flanco como 16. para 3: o Flanco secundario a decima parte da Cortina; por onde serà facil fortificar o Quadrado regular do Polygono interior para fòra de modo que fique na fòrma em que o fortificamos do exterior para dentro. Porèm temos outras proporçoẽs para fortificar dos Polygonos interiores para fòra declaradas no Cap. primeiro, & segundo da Secçaõ II. a que remetto o leitor.

Como se pòde fortificar o quadrado do Polygono interior para fóra ficando as partes com as mesmas proporçoens que fortificandose do exterior para dentro conforme o nosso primeiro Methodo.

11 O Semidiametro mayor X A se acha do seguinte modo.

Quadrese A Z ametade de A B a saber 432. cujo quadrado he 186624. Quadrese mais a perpendicular X Z que do centro cahe a plumo sobre o meyo de A B no Quadrado regular; no qual a ditta X Z he igual com Z A, & por tanto seu quadrado de outros 186624. Juntẽse em hũa somma os dous quadrados, fazem 373248. de que se tire a raiz quadra 610 9/10 quasi 611, & de tãtos será o semidiametro mayor X A.

12 O semidiametro menor X K se descobre pello mesmo caminho; porque quadrando 306. conteudos na porçaõ K V metade de K Y como se vè do numero 9. da margem será o Quadrado

93636:

93636: a este ajuntando outro tanto pello quadrado de X V [q̃ nesta fig. quadrada se iguala cõ K V] faz tudo somma de 187272. de q̃ tirada a raiz quadra 432|7. será o semidiametro menor X K.

13 A Capital K A se conhece tirando o semidiametro menor X K achado no num. 12. a saber 432|7. do semidiametro mayor X A investigado no num. 11. a saber 610|9. & restarà sabida a Capital K A 178|2.

14 A Extensaõ da Face O G se inquire quadrando o Flanco O I, & o complemento da Cortina I G acima investigados, & da somma dos dous quadrados tirando a raiz quadra (semelhantemente como no num. 6. se inquirio a Face A O & nos numeros 11 & 12. os semidiametros mayor, & menor) a qual será a ditta Extensaõ da Face.

Ou por regra de tres a saber. A Extensaõ do Flanco L O 45. dá a Face O A 220|6. o Flanco O I 81. que dará? & feita a operaçaõ, sahirá O G Extensaõ da Face de 397|1.

Ainda mais facilmente se acharà a ditta Extensaõ da Face O G se a Face O A 220|6. se partir por 5. & o quociente 44|12. se multiplicar por 9. cujo producto 397|08. (pello qual tomamos 397|1.) será a Extensaõ O G buscada. Fundase na 4. do 6. & 16 do 5. de Euclides pella mesma razaõ que apontamos no num. 7. & segundo modo de investigar o complemento da Cortina.

15 A linha da defensa razante G A se sabe juntando em hũa somma a linha O G agora descuberta de 397|1. com a Face A O achada no num. 6. de 220|6. & comporáõ a ditta Razante G A 617|7.

16 A linha da defensa fixante F A se acha quadrando a linha A H de 648. a saber tres quartos do lado do Polygono exterior A B; cujo quadrado faz 419904, & quadrando o Flanco prolongado H F 126. achado no num. 2. cujo quadrado he 15876, os quaes juntos em hũa somma compoem 435780, cuja raiz quadra 660|13. he a Fixante A F.

17 O Gosier S I se investiga quadrando as duas Demigollas S K, I K cada hũa de 90. cujo quadrado faz 8100. & a somma dos dous quadrados 16200. cuja raiz quadra 127|27. será o valor do ditto Gosier na fig. quadrada em que puz este exemplo, & onde succede o menor Gosier que em todas as mais seguintes regulares, & fica de bastante largueza para a entrada do Baluarte.

SCHOLIO.

NA practica do Quadrado que exemplificamos neste §. naõ foi necessario achar por Trigonometria, nem por Geometria,ou Algebra a perpendicular X Z,porque he igual a ametade do lado do Polygono exterior,pois por serem iguaes os angulos Z X A, X A Z do Triangulo rectangulo X Z A,cada hum semirecto,saõ iguaes os lados oppostos X Z,Z A pella 6.do 1.de Euclides. Pella mesma razaõ V X achada de 306. no num.9.se iguala com K V ametade do lado do Polygono interior K Y como allí advertimos para demonstrar neste Scholio.

NOTA I.

PEllo mesmo caminho do §.4.& §.5. se investigaràõ todos os angulos,& linhas das outras figuras regulares de mayor numero de lados excepto a perpendicular X Z, & Gosier S I porq̃ no Pentagono,Heptagono,& figuras seguintes he necessaria Trigonometrìa para se acharem(Pòde tambẽ ser por Geometria , & Algebra,mas he mais difficil) & entaõ se podem inquirir as mais pellas operaçoẽs antecedentes. Seja o exemplo para a perpendicular X Z em hum Pentagono regular; no qual se considere o Triangulo rectangulo A Z X; cujos angulos saõ conhecidos, a saber.

Fig. 17.

O Recto A Z X de 90. gr.
O angulo Z A X de 54.gr.ametade do angulo do Pentagono
O angulo Z X A de 36.gr.
O lado A Z 432.ametade do lado do Polygono exterior A B.

Por onde segundo os preceitos da Trigonometria fazendose A Z Radio,serà Z X, Tangente do angulo X A Z,& por tanto seraõ proporcionaes os seguintes termos.

Radio	
A Z 432|0. ————————	3,63548,37
Tangente do angulo X A Z 54.gr. ————	10,13873,89
Perpendicular X Z 594|6. ————————	13,77422,26

Na Fortificaçaõ sobre linha recta continuada he a linha Z X infinita,& se escusa buscar o lado do Polygono interior , porque naõ ha Polygono,ficando a linha K Y interior igual com a exterior

rior A B entre ponta,& ponta de Baluarte, a que tambẽ por nos explicarmos, chamamos lado de Polygono exterior, & á linha K Y lado de Polygono interior,posto que seja imaginariamente.

O Gosier S I se acha em qualquer das figuras regulares trigonometricamente pella analogia seguinte.Como o Seno do angulo K I S para a Demigolla K S,ou do angulo K S I para K I,assim o Seno do angulo I K S para o Gosier S I.

Buscãdo pois os angulos,& linhas reaes, & imaginarias.(Reaes saõ as Cortinas,Faces,& Flancos por serem as sobre que realmẽte se fundaõ as obras que se fazem:as mais saõ imaginarias) se achaõ no Pentagono,figuras seguintes,& linha recta pello caminho sobreditto do valor,& quantidade , que se vè na taboada n. 8. que compuz atè o Enneagono,& dallí saltando até a fig.de 31.lados; Taboada n.8. por quanto as onze linhas primeiras da taboada desde a Sobreface atè a linha Fixante saõ sempre as mesmas do Enneagono atè a fig. de 30.lados inclusivè: mas desta exclusivè para cima atè a linha recta inclusivè saõ como na de 31. lados . As cinco ultimas do lado do Polygono interior atè o Gosier, ou Golla legitima se vaõ variando até a linha recta.Naõ as dispuz na taboada tambẽ mais que atè o Enneagono,& logo na fig.de31.lados,& linha recta por me parecer escusado cançarme no calculo das que respõdem ás figuras intermedias.Quem todavia as quizer saber , as pòde investigar pellos preceitos dados ; ou por Petipè, que bastará para satisfazer a sua curiosidade.

NOTA II.

Dissemos na nota I. que no Pentagono, Heptagono , & mais figuras seguintes era necessaria Trigonometria para se achar a perpendicular X Z, sem fallarmos no Hexagono;por quãto nesta fig.se acha facilmente sem ella; pois he o semidiametro mayor X A,ou X B igual [r] ao lado do Polygono exterior A B;& [r] Corol. 15. do quarto. por tanto equilatero o Triangulo X A B. Quadrese pois X A(q̃ he de 864. por igual com A B) de cujo quadrado 746496.se tomẽ os tres quartos a saber 559872;& deste numero se tire a raiz quadra 748|2. que será o valor da perpendicular X Z. Fundase esta operaçaõ na proposiçaõ 12. do 14. livro de Euclides.

Sabida jà a perpendicular X Z 748|2 ; della se tire a distancia dos Polygonos V Z igual ao Flanco prolongado I L 172|8.& res

taõ 575|4. pella perpendicular X V. Seguindo pois as regras dadas se acharáõ as mais linhas assim no Hexagono, como nas mais figuras por varios caminhos, dos quaes seja hũ por regra de tres, a saber X Z 748|2. para Z A 432|0. como X V 575|4. para V K que sahirá de 332|23. cujo dobro 664 46. he o lado do Polygono interior K Y. Tambem se por Trigonometria se achar a semidifferença dos Polygonos A P, & o dobro desta se tirar do lado exterior A B, restará sabido o interior K Y 664|5. quasi.

Na linha recta he escusado buscar o lado do Polygono interior imaginado, porque fica igual ao exterior de 864. pès; nem Demigolla por ser igual á Sobreface de 216. nem Capital por ser igual ao Flanco prolongado de 240. o que he facillimo de provar Geometricamente.

§. 6.

Combinase a doutrina dos Capitulos 14. & 15. segũdo nosso Methodo com as construcçoens dos Autores modernos, para que se veja a excellencia, com que as aventaja.

NEste Methodo ficaõ as partes da Fortaleza proporcionadas á grandeza do lado do Polygono exterior, respondendo a lado grande, Flanco, Face, & Cortinas grandes: pequenos a pequeno lado: & só nas quantidades dos Flancos, & Faces ha differença de huns a outros desde a fig. quadrada atè o Enneagono; no qual, & delle para cima em todas as mais figuras atè a de 30. lados inclusivè sempre saõ os mesmos; resultãdo a mayoria do Flãco do Enneagono, & figuras seguintes ao do Quadrado sòmente de quasi ametade mais, quanto vai de 81 Flanco do Quadrado a 120 Flanco do Enneagono; mas a Face cresce pouco mais da nona parte, quanto vai de 220|6. Face daquelle a 247|1. Face deste, & das mais figuras atè a de 30. lados inclusivé.

Mas da fig. de 31. lados inclusivè para cima se conserva ainda o mesmo Flanco do Enneagono. A Face cresce sòmente quasi a sexta parte mais do que era na fig. quadrada, a saber quanto vai de 220|6. Face desta, a 258. Face da fig. de 31. lados, & seguintes atè a linha recta inclusivè.

Isto he mais ajustado que o que trazem os Autores modernos, por-

porque com o mesmo lado do Polygono exterior variaõ pello seu modo muito mais; a saber no Flanco mais de duas vezes, & hum terço, quanto vai de $4\frac{35}{100}$ vergas (respondentes ao Flanco do Quadrado,) a $10\frac{29}{100}$ respondentes ao do Baluarte sobre linha recta; mas na Face variaõ mais de hum sexto quanto vai de 17|38. vergas que se contèm na do Quadrado a 20|58. conteudas na do Baluarte plano; procedendo esta variedade sempre successivamẽte de hum atè outro termo, como se vé da taboa de Fritach no seu primeiro modo, & da de Dogen no terceiro, em que suppoẽ o lado do Polygono exterior de 60. vergas, ou 720. pès; de modo que lhes cresce o Flanco o dobro, & hũ terço largo sem crescer o lado do Polygono exterior cousa algũa; o que não he, nem pòde ser taõ ajustado como dar sempre que pòde ser, ao mesmo lado os mesmos Flanco, & Face; a mayor mayor, & a menor menor; como no nosso Methodo do Enneagono inclusivè para cima o Flanco sempre o mesmo atè a linha recta inclusivè, & a Face sempre a mesma atè a fig. de 30. lados inclusivè, & outra mas tambem sempre hũa mesma da de 31. lados atè a linha recta inclusivè, & a differença successiva que se dà he sò nos Flancos, & Faces do Quadrado até o Enneagono, pedindoo assim as qualidades das figuras para a boa symmetria das partes, & essa differẽça tanto menor que a de Fritach, & Dogen, quanto havemos apontado, sem haver fig. na construcçaõ destes Autores em que a naõ haja, sendo hum mesmo o lado do Polygono exterior, quando pello nosso Methodo cessa a differença do Flanco em innumeraveis figuras, que ha entre o Enneagono, & linha recta; & a q̃ há atè o Enneagono he tanto menor, que a sua, quanto se tem mostrado.

Mas a differença da Face cessa tambem pello nosso Methodo em todas as figuras do Enneagono atè a de 30. lados inclusivè; & posto que na de 31. lados nos resulte outra Face mayor, com tudo tambem se conserva sem differença em todas as mais figuras atè a linha recta inclusivé.

Resultaõ mais deste nosso Methodo os Flãcos mayores que os de Fritach conforme o seu primeiro modo, do Quadrado atè o Enneagono, onde he mayor a difficuldade de formar grãdes Flãcos, ao menos nas mais proximas ao Quadrado, a respeito dos secundarios, & Demigollas haverem de ficar de justa grãdeza; porq̃ no Quadrado por exemplo, em que toma 60. vergas, que fazem

720. pés de lado de Polygono exterior, traz por Flanco 43|5. vergas que reduzidas a pès fazem 52|2. & daqui proporcionando na suppoſiçaõ de ſer o lado do Polygono exterior 864. pès, quáto ſuppuſemos para noſſos calculos, & taboada, [r] ſerà o Flanco conforme Fritach 62|64. pès, & pello noſſo Methodo de 81.

[r] Nnm. 8.

Mas inquirindo o Flanco do Pentagono ſegũdo Fritach ſahirà de 76|464. mas conforme o noſſo Methodo de 86|4.

No Hexagono por Fritach reſultarà o Flanco de 85|968. & ſegundo noſſo Methodo de 103|7.

No Heptagono conforme Fritach de 96|624. mas por noſſo Methodo de 108.

No Octogono por Fritach de 108. por noſſo Methodo de 117|8

No Enneagono por Fritach de 119|808; por noſſo Methodo de 120.

De modo que no Enneagono vem a ſer o Flanco de Fritach da meſma grandeza, que o do meu Methodo: daqui para baixo até o Quadrado ſempre mayores os meus Flancos.

E poſto que Fritach và ainda acreſcentãdo os Flancos do Enneagono para cima, de modo que na linha recta vem a pòr o mayor Flanco de 10|29. vergas ſendo o lado do Polygono exterior de 60. vergas ou 720. pès; a que reſponderiaõ 148|176. pès ſe o lado do Polygono exterior fora 864. com tudo ſe conhece claramente não ſer eſſa a mais ajuſtada proporçaõ, variandoo tanto a reſpeito de hum meſmo lado, quantò vai de 62|64 pés a 148|176 ſendo mais ajuſtado que a hum meſmo lado ſe accommode hum meſmo Flanco a elle proporcionado, como nòs fazemos de 120. pès no Enneagono, em todas as mais figuras ſeguintes, & na linha recta quando o lado do Polygono exterior for de 864. pés, & quando for mayor, entaõ ſerà o Flanco mayor: ſe menor aquelle; menor eſte.

Quando pomos o lado do Polygono exterior de 1100. pès q̃ he o mayor que tomamos para ſe fortificar pellos noſſos Methodos dos Capitulos. 14. 45. & 47. reſultará o Flanco no Enneagono, & dallí para cima de 152|8. que he bem grande.

Ainda que em hum Hexagono por exemplo não ſaya, pello noſſo Methodo, taõ grande Flanco como pello de Antonio de Ville; pois ſuppondo o lado do Polygono exterior de 1160. pès (quanto feito o calculo reſulta o daquelle Autor conforme ſuas

ſup-

ſuppoſiçoẽs)ſahirá o Flanco por noſſo Methodo de 139|2.q̃ em Ville he de 150.com Flanco ſecundario de 8. paſſos, & 1.pé que ſaõ 41.pès; mas a nòs ſerá o ditto Flanco ſecundario de 144|7. mayor que o de Ville por 103|7;com que ſupprimos os 10|8.pellos quaes o ſeu Flanco primario fica mayor que o noſſo no Hexagono,ſem fallar nos incõmodos, que reſultaõ de ſua conſtrucçaõ,como das Faces menores que ametade da Cortina, contra o geral axioma referido por Goldman, [r] de que nũqua a Face nas Praças regulares ſeja menor,que ametade da Cortina,nem mayor que toda;de que eſcuſo apontar as razoens, porque os ſcientes as reconhecem, & ſeria alargarme mais do que pede eſte Cõpendio, & outros incõmodos mais que reſultaõ da ditta conſtrucçaõ de Ville.

[r] Lib. 1. prop. 15.

Mas ſe eſta cõſideraçaõ foſſe em Enneagono,ou qualquer fig. delle para cima;nas quaes todas tomamos 120. pès de Flanco na ſuppoſiçaõ do lado exterior de 864.& o ſuppuzeſſemos de 1160 nos ſahiria o Flanco de 161|1. mayor por 11|1. que o de Ville,o qual o poem de 150.pès no Polygono interior de 900.

E ſe me differem que o Enneagono de Ville poſto que tenha 900.pés de lado de Polygono interior; todavia de ſua conſtrucçaõ não lhe reſulta o exterior de mais que de 1092|2. como ſe achará por calculo,& que a eſte Polygono exterior lhe fica reſpõdendo o Flanco de 150. reſpondo que aſſim he; mas que tambẽ pella noſſa fabrica do Enneagono, a eſte meſmo lado de 1092|2. de Polygono exterior reſpondem 151|7.de Flanco ainda mayor por quaſi 2. pès que o de Ville. E ainda que elle tem neſta fig.55 paſſos,& 3.pès que fazem 278. pès de Flanco ſecundario; nòs o teremos de 273. (menor ſòmente por 5.pès) que virà a ſer ametade da Cortina,porque nũqua tomamos mayor Flanco ſecundario que a ditta ametade da Cortina atè a fig.de 30. lados, & deſta para cima,pouco mais a reſpeito de melhor ſe deſcubrir do Flanco primario o angulo da contraſcarpa nas figuras de muitos lados & linha recta, apartandonos niſto do eſtilo de muitos Autores modernos pella ſobreditta razaõ,& por outras,que neſte Cõpendio não convem inculcar;como tambem de nenhũa maneira queremos Praça ſem Flanco ſecundario contra Pagan, & outros, ainda ſem embargo das tres Praças no Flanco, as quaes elle ſe quer arrogar por ſuas; de que trattaremos no Appendiz a eſte Trattado.

Veſe

Vese mais no nosso Methodo a excellente symmetria; pois cõcorrem nelle os axiomas geraes approvados por quasi todos os Artifices,aos quaes como a leis se sujeitaraõ;de que tratta Goldman na proposiçaõ 15.do 1.livro,porque as nossas Faces naõ saõ menores,que ametade da Cortina, nem mayores que toda cõforme o 1. axioma. Os Flancos não saõ menores que a quarta parte da Face, nem mayores que ametade,conforme o segundo,& nisto com perfeiçaõ: pois logo do Pentagono inclusivè para cima, se chegaõ mais a ametade,que á quarta parte da Face;convindo,que os Flancos primarios sejaõ quanto grandes possaõ ser, sem incõmodo das outras partes por estribar nelles a principal defensa da Praça;& no Quadrado fica o Flanco quasi no meyo,entre a quarta parte,& a ametade da Face. A Demigolla [a que Goldman cõ muitos chama Golla] nũqua he menor que o Flanco conforme o terceiro axioma; antes sempre mayor como pede a boa proporçaõ a respeito da largueza necessaria, principalmente nas figuras de poucos lados,que saõ menos cõmodas para o intento,especialmente se se houverem de fazer Praças baxas, como tenho não só por utilissimo,mas necessario.

O Flãco secundario fica sempre mayor que o primario do Pẽtagono inclusivè para cima, accomodandonos com o 9. axioma de Dogen, [a] de que sejaõ grandes sem incõmodo das outras partes principaes. Na figur.quadrada posto que nos fique menor,he todavia a decima parte da Cortina justamente, & tivemos razoẽs para querermos nesta fig. antes mayor o primario q̃ o secũdario; pois se o cõtrario quizessemos, seria bem facil diminuir qualquer cousa o ditto Flanco primario,& logo resultaria bem mayor o secundario. A Demigolla no Quadrado fica outro tanto como o Flanco,& mais a sua novena parte justamente. Do Enneagono inclusivè para cima,o Flanco secundario sempre ametade da Cortina atè a fig.de 30.lados,& da de 31. até a linha recta posto que mais algũa cousa he sòmente os $\frac{3}{5}$ que he pouco mais que ametade da Cortina,não querendo de proposito mayor Flanco secundario,para que do primario, ou de algũa sua notavel parte em q̃ se haja de fazer a Praça baixa, se possa descubrir (sem q̃ por outra parte resultem inconvenientes) o angulo da Contrascarpa,& por outras razoens que nos moveraõ, que os scientes reconheceráõ,& algũas se poderáõ colher do q̃ dissermos neste Trattado.

[a] Lib.I.cap.5. pag.36.

Os

Os angulos flanqueados ficaõ dentro nos termos approvados pellos Autores;antes no Quadrado resulta o angulo flanqueado ainda mais capaz,que de 65. gr.mayor termo a que lhe permitte sua fabrica poderẽ alargalo, resultãdo na nossa de 66.gr.28.min.

E posto que muitos Autores modernos Errard de Barleduc, Samuel Marolois,Adam Fritach,Andre Cellario,Nicolao Goldman,& outros queiraõ que o angulo flanqueado não exceda 90. gr.tanto que chegar a este valor;o que succede por hũ dos dous modos da fabrica que alguns trazem na fig. de 9.lados:por outro cõmum a Marolois,Fritach,Dogen,&Goldman na fig.de 12:por outro que traz Dogen, Marolois, & Cellario na de 8: querendo estes,& outros Autores se cõserve o angulo flanqueado recto em todas as mais figuras seguintes;antes Antonio de Ville começa as suas Fortificaçoens pello Hexagono por dizer que he a primeira fig.capaz de admittir angulo flanqueado recto, que sempre observa em todas as seguintes; em tanto que alguns modernos quizeraõ reduzir a Maxima que o angulo flanqueado não passasse de recto tanto que a este termo chegasse; pois o admittem de 60. atè 90. gr. com tudo não há razaõ urgente para se admittir esta Maxima por irrefragavel,sem embargo de eu a haver seguido em outro tempo;porque ensinado despois da experiencia, reparei q̃ as razoẽs dos Autores,que segui,eraõ mais metaphysicas, & para as disputas das escòlas que de entidade na practica; pois ainda q̃ o angulo flanqueado seja obtuso;nem por isso perderá o Baluarte suas defensas,fortaleza,& capacidade;com tanto que a obtusidade do angulo não seja tanta,que tire de todo, ou diminua com excesso as defensas dos Flancos secundarios, ou faça o Baluarte pouco capaz.

Isto mesmo segue o Conde de Pagan reprovando os Autores modernos,que fundados mais na Geometria q̃ na experiẽcia (assim o diz)estabalecem por principio certo, q̃ os angulos flãqueados naõ passem de 90. gr. como se os angulos rectos tivessem algũa virtude particular nesta practica, & os admitte não sò agudos,& rectos,mas tambem obtusos; se bem he com tanto excesso q̃ vẽ a admittir angulo flanqueado obtuso na Fortificaçaõ q̃ assenta sobre linha recta de 146.gr.36 min. a q̃ me não accõmodo; porq̃ desta demasiada obtusidade resultaõ osBaluartes já cõ defeito na pouca capacidade para as cortaduras, & outros q̃ apontaremos

mos no Appendiz sobre a Fortificaçaõ do ditto Autor.

• No nosso Methodo do Cap. 14. não passa o mayor angulo flãqueado de 110. gr. 26. min. 40. seg. & o mesmo nos Methodos dos Capitulos 45. & 47. o que succede quando os Baluartes assentaõ sobre linha recta continuada.

Em todas as figuras regulares sempre os angulos flanqueados saõ menores que os dittos 110. gr. 26. min. 40. seg. de modo que os termos entre os quaes se inclue o valor dos angulos flanqueados segundo o nosso primeiro Methodo saõ de 66. gr. 28. min. q̃ he o menor na fig. quadrada atè 110. gr. 26. min. 40. seg. na linha recta onde jà não ha angulo de fig. mas conforme os nossos Methodos segundo, & terceiro dittos nos Capitulos 45. & 47. he o menor angulo flanqueado (a saber na fig. Quadrada) de 63. gr. 00. min. 20. seg. o mayor dos mesmos 110. gr. 26. min. 40. seg. na linha recta, não fallando quando o angulo da fig. he menor de 90 gr. porque entaõ nos sahe o angulo flanqueado menor dos dittos 63. gr. 00. min. 20. seg. não baxando porèm de 60. na fòrma que se declarou no Cap. 13. da Secçaõ I. da primeira parte Operativa.

Tambem quasi os mais dos Italianos, & Castelhanos, que hei visto, admittem indifferentemente os angulos flanqueados não sò agudos, & rectos, mas obtusos, antes o Capitaõ Antonio [a] Sarti resolve ser melhor o angulo flanqueado obtuso, que recto, ou agudo; se bem eu não venho nesta sua resoluçaõ; mas digoo por mostrar que admittem o angulo flanqueado obtuso, & com tudo para mim não bastaria a autoridade quando a razaõ, & experiẽcia não comprovâra por boa a resoluçaõ de tambem se admittir angulo flanqueado obtuso nos termos sobredittos, & ainda atè 120. ou alguns graos mais nas figuras irregulares.

[a] No que sito 15.

He mais de notar que conforme esta nossa fabrica ficará sempre [não sò nas figuras regulares, mas nas irregulares] o Polygono interior equiangulo ao exterior, & viceversa; o que não succede nas figuras irregulares fortificadas pella doutrina dos Autores, em que não ficaõ os Polygonos exteriores, & interiores equiangulos, como se verâ das figuras 89, 90, 91. 93, 95, 96. de Dogen, que sòmente aponto porque o mesmo he nas outras irregulares deste, & de outros Autores.

E para que se veja a melhor proporçaõ, & mais regular symmetria do meu Methodo, trago a fig. 89. de Dogen sinalada com o numero

numero 22. B fortificada pello ſeu modo,& logo pello meu com o numero 22. C fazendo hum Polygono exterior irregular de lados iguaes aos do ſeu exterior.

§. 7.

Combinaſe a meſma doutrina dos Capitulos 14. & 15. da primeira parte com a doutrina de Nicolao Goldman.

A Doutrina de Nicolao Goldman vem a ſer em ſuſtácia, que faz o angulo flanqueado de hũa ſomma de graos que conſta da ametade do angulo da fig.& mais 15. Daqui reſulta, que no Quadrado lhe ſahe o angulo flanqueado de 60.gr: no Pentagono de 69:& aſſim pordiante,atè que na fig.de 12.lados lhe reſulta recto, o qual conſerva em todas as mais figuras, & na Fortificaçaõ que aſſenta ſobre linha recta.

Toma ſempre nas Praças Reaes regulares a Face de 240.pés; a Cortina de 480.

O Flanco no Quadrado tomou de 60:no Pentagono de 80:no Hexagono de 90:no Heptagono de 100: no Octogono de 110: no Enneagono de 120.não paſſando deſta quantidade para todas as mais figuras ſeguintes, & linha recta.

Eſta vem a ſer em ſuſtancia a doutrina de Goldman;com cujas circunſtancias confiro agora as da minha.

Suppondo pois para eſta conferencia a minha Cortina de 480 pès,como ſuppoem ſempre Goldman em Fortificaçaõ Real, & proporcionando pellos numeros da taboa n. 8. das tres propoſtas no §.13. ſe acharà o Flanco de 90. pès no Quadrado que em Goldman he ſòmente de 60. por onde fica o meu mayor por 30. pès que he ametade mais.

No Pentagono ſerá o Flanco pello meu Methodo de 96. pés, que em Goldman he de 80. excedendoo o meu por 16.

No Hexagono ſerà o Flanco pella minha fabrica de 115|22. que em Goldman he de 90.reſultando o meu mayor por 25|22. pès No Heptagono ſahirá o meu Flanco de 120. pès: em Goldman he de 100.excedendoo o meu por 20.

No Octogono reſultarà o meu Flanco de 130|9.que em Goldman he de 110.por onde mayor o meu por 20|9.pès.

No Enneagono, em todas as mais figuras ſeguintes, & na linha recta ſahirá o meu Flanco de 133|3, que em Goldman he de 120 ſendo o meu mayor por 13|3. pès, como ſempre ficarà nas mais figuras ſeguintes, & linha recta, pois elle pára nos dittos 120. de Flanco, & eu nos dittos 133|3. ſendo a Cortina a hum, & outro 480. pès como ſuppuz para eſta combinaçaõ, & elle toma para Fortificaçaõ Real.

Na linha recta poem Goldman tres modos de Fortificaçaõ: por hum lhè fica o Flanco de 90. pès: por outro de 110: pello terceiro de 120: & amim me ficará de 133|3. Veſe logo a melhoria do meu Methodo tambem na circunſtancia dos Flancos; que ſempre cõvem ſejaõ quanto grandes puderem ſer ſem incõmodo das outras partes da Fortificaçaõ, por ſerẽ elles a principal defenſa, conforme o axioma 8. Cap. 5. de Dogen, Requiſito 4. de Goldman propoſit. 15. lib. 1. & outros muitos.

A Face he ſempre em Goldman de 240. pès: mas pello meu Methodo ſahirà no Quadrado de 245|11: no Pentagono de 248|33: no Hexagono de 252: no Heptagono de 258|44: no Octogono de 263|67: no Enneagono, & figuras ſeguintes atè a de 30. lados incluſivè de 274|55: mas na de 31. lados, até a linha recta incluſivé de 286|67; de modo que a Face do Baluarte pello meu Methodo vem a ſer tambem mayor que a de Goldman.

E poſto que os Flancos ſecundarios ſejaõ mayores em Goldman que pello meu Methodo; porque no Quadrado lhe fica de 256|077. & amim de 48. & nas mais figuras lhe ſahe hora mayor, hora menor atè que na de 60. lados lhe reſulta de 346|727; mas na linha recta de 360. ou 370. ou 390. conforme os tres diverſos modos que nella traz; todavia ha moſtrado a experiencia, & enſinado a Theorica que não convem taõ grandes Flancos ſecundarios, em razaõ que daqui reſulta não ſe poder deſcubrir do Flãco o angulo da Contraſcarpa no Foſſo ſem hũa demaſiada largura deſte; de que ſe ſeguiriaõ outros inconvenientes que ſe colhem do que adiante digo.

Eſtes ceſſaõ no meu Methodo; como os ſcientes reconheceráõ; ſendo que não deixão de ficar muito grandes Flancos ſecũdarios (poſto que não tanto como os de Goldman) pois no Quadrado, onde ſahe o menor Flanco ſecundario, fica juſtamente igual à decima parte da Cortina, que neſta fig. he baſtãtiſſimo, quando muitos

tos Autores lhe não daõ algum; sem por isto cõmetterem falta de importancia na ditta fig. quadrada.

Mas no Pentagono sahe de 119|88: no Hexagono de 119|77. que he em cada hũa destas figuras quasi 120. pès, & vem a ser a quarta parte da Cortina: no Heptagono de 180. que saõ tres oitavos: no Octogono de 192|1. que he mais da terça parte: no Enneagono, & mais figuras atè a de 30. lados inclusivè sempre de 240. pès que he ametade da Cortina na supposiçaõ de esta ser de 480. quanto a toma Goldman na Fortificaçaõ Real, & na fig. de 31. lados, & daqui para cima o ditto Flanco secundario os $\frac{3}{5}$ da Cortina que he pouco mais da ametade.

Naõ tomo por Flanco secundario mayor porçaõ que ametade atè os $\frac{3}{5}$ da Cortina por duas razoens. A primeira por ser bẽ grãde tal Flanco secundario. A segũda porque fazendoo mayor, não evitamos o inconveniente de senaõ descubrir do Flanco primario o angulo da Contrascarpa sem hũa demasiada largura de Fosso; de que resultariaõ outros grandes, do custo, tempo, & de se descubrir mayor parte da muralha do que convem, a respeito de que o inimigo a não bata, onde a ruina possa trazer cõsigo muita parte superior causando mayor brecha, cegando o Fosso, & facilitando a subida.

A linha da defensa fixante he em Goldman varia, ficandolhe no Quadrado de 722|222. indo crescendo atè o Enneagono em que lhe chega a 730|317; tornando despois a diminuir atè que na fig. de 60. lados lhe fica de 715|654: mas na linha recta por hũ dos modos, de 699|689. por outro de 707|357; pello terceiro de 711|370.

Pello meu Methodo sò desde o Quadrado atè o Enneagono varia a Fixante, & a desta figura se conserva até a de 30. lados inclusivè, a saber no Quadrado serà de 733|48: no Pentagono de 737|444: no Hexagono de 742|685: no Heptagono de 751|667: no Octogono de 759|000: no Enneagono, & mais figuras até a de 30. lados inclusivè de 767|778: na de 31. lados até a linha recta inclusivé de 787|91.

Por onde a minha mayor Fixante q̃ he da fig. de 31. lados até a linha recta inclusivè fica mayor, que a mayor de Goldman por 57|593. pés, sem se me poder arguir que he grande (pois a admitto de 900. & em caso de necessidade de 1000.) segundo largamente

hei provado na Hercotectonica por razoens, experiencias, & autoridade; não obstãte a doutrina de Fritach [r] que a estende sómente atè 741|36.pès; Andre [c] Cellario atè 742|92: Dogen [a] atè 740|64. reduzidas as vergas a pès; & Goldman a 750. pella mayor no Postulado que traz no livro primeiro propos.7.

[r] Nas Taboas.
[c] Nas Taboas.
[a] Nas Taboas.

Porèm porque se me pòde oppor, que devo fazer a combinaçaõ dos Flancos de Goldman com os meus a respeito do lado do Polygono exterior, não a respeito da Cortina, pois assim o fiz no §.6. desta segunda Parte Qualificativa, combinãdo a minha doutrina com a de Autores modernos, trattemos de examinar as differenças dos Flancos a respeito dos Polygonos exteriores de Goldman.

No Quadrado Real deste Autor em que lhe fica o lado do Polygono exterior de 943|646. he o seu Flanco de 60. pés: mas se o lado exterior fora de 864, quanto havemos supposto para nossos calculos, lhe sahiria o Flanco de 54|936. & pello meu Methodo de 81; por onde mayor o meu Flanco por 26|064.

No Pentagono he o lado exterior em Goldman de 932|468, & o Flanco de 80. por onde se o lado exterior lhe fora de 864. seria o seu Flanco de 74|126. mas o meu he de 86|4. mayor que o de Goldman por 12|274. pés.

No Hexagono de Goldman he o lado do Polygono exterior de 923|462. & o Flanco 90: porèm se o lado exterior fora 864. seria o seu Flanco 84|205, mas o meu he de 103|7. mayor que aquelle por 19|495.

No Heptagono de Goldman he o lado do Polygono exterior de 916|286. & o Flanco 100. por onde se o seu lado exterior fora 864. lhe seria o Flanco 94|294. & pello meu Methodo he de 108 mayor por 13|706.

No Octogono de Goldman he o lado do Polygono exterior de 910|498: o Flanco de 110. por onde se o seu lado exterior fora 864. lhe seria o Flanco de 104|382. & amim de 117|8. mayor por 13|418.

No Enneagono de Goldman he o lado do Polygono exterior de 905|746, & o Flanco de 120. pello que se o seu lado exterior fora 864. lhe seria o Flanco de 114|469, & amim de 120. mayor por 5|531.

Do Enneagono inclusivè para cima sempre Goldman toma

120.

120.pès por Flanco ſem embargo de ſe lhe ir diminuindo o lado do Polygono exterior, de modo que na fig.de 60. lados lhe he o lado exterior de 836|708.& o Flanco dos meſmos 120. por onde ſe o lado exterior lhe fora de 864. lhe reſultaria o Flanco de 123|914;& amim dos meſmos 120. porque não quiz tomar mayor Flanco em 864.pès de lado de Polygono exterior; & ainda aſſim o ſeu Flanco não vence o meu mais que por 3|914. mas ſendo o meu lado mayor, entaõ ſerá mayor o Flanco.

Veſe logo que nas figuras de menos lados em que he mayor a difficuldade de poder haver Flancos grandes, reſultaõ mayores os da minha fabrica.

Mas na linha recta em q̃ lhe fica o lado do Polygono exterior de 819|412. lhe he o Flanco pello ſeu terceiro modo (dos tres q̃ traz) de 120.por onde ſe o lado exterior lhe fora de 864.reſultaria o ſeu Flãco de 126|530,que no meu Methodo he ſòmente de 120. pello naõ querer tomar mayor a reſpeito de tal lado exterior; ſendo o ſeu mayor ſòmente por 6|53.

Porèm ſe fora pello ſeu ſegundo modo em que toma 110.por Flanco,& ſuppozera o lado exterior dos 864. pès, lhe ſahiria o Flanco de 115|986,& amim de 120.mayor que o ſeu por 4|014.

E ſe ſe fizer a conta cõforme o ſeu primeiro modo em que faz o Flanco de 90.pés,& tomaſſemos o lado exterior de 864.lhe ſeria aquelle de 94|897.& amim de 120. mayor por 25|103.

No que toca a combinaçaõ dos angulos baſta trattar do Flanqueado do Quadrado por ſer a fig. em que ſenaõ pòde accõmodar taõ capaz como nas de mais lados.He pois em Goldman o angulo flanqueado no Quadrado de 60.gr.menor termo admittido pellos Architectos militares:mas pello meu Methodo do Cap.14 reſulta de 66.gr.28.min.cõ taõ conhecida ventajẽ na capacidade.

Nas mais figuras tãbem ſaõ os meus angulos flanqueados mais capazes que os de Goldman excepto no Enneagono;no qual por Goldman he de 85.gr.ſendo pello meu Methodo de 81.gr.53. min.20.ſeg.menor ſómente por 3.gr.6. min.40. ſeg. em que não ha defeito;porque ſendo jà taõ grande que paſſa de 80. nada importa que ſeja mayor,nem ainda que fora menor. A razaõ de me ſahir no Enneagono menor que o de Goldman he, porque neſta fig.fixei em tomar ametade da Cortina por Flanco ſecundario; não o querendo mayor para todas as mais figuras ſeguintes até a

de

de 30. lados inclusivè, & na de 31. atè a linha recta os $\frac{3}{7}$ pellas razoês que já tenho apontado. Tambem no Decagono, em que por Goldman he o angulo flanqueado de 87. gr. será pello meu Methodo de 85.gr.53.min.20.seg.menor sòmente por 1.gr.3.min. 40.seg.em que vai ainda menos. No Undecagono tornaõ logo a exceder os meus angulos flãqueados aos de Goldman, & nas mais figuras seguintes: se bem não o digo por intimar que nisto haja melhoria; pois como acima insinuo, tanto que o angulo flanqueado for de 80.gr. he taõ capaz, que ainda que nunqua fora mayor, importàra pouco, se por razaõ da fig. a que se houvesse de applicar senão seguissem outros incõmodos, que se evitaõ cõ a mayoria do angulo flanqueado; sobre que seria largo discorrer em particular, reconhecendoo os scientes; pello que para a practica saõ vans as questoês sobre se o angulo flanqueado he melhor agudo, recto, ou obtuso; porque as razoens que cada hum dá pello que mais approva, ou saõ metaphysicas para as escòlas sem entidade para a practica, ou sophisticas as dos que dizẽ ser mais forte o recto, ou obtuso que o agudo bastantemente capaz, & o obtuso que o recto. Senão fora por muito me dilatar, eu lhe mostràra evidentemente em que estava o seu engano pella consideraçaõ que fazẽ do mayor corpo de terreno incluso no angulo obtuso, & no recto que no agudo, & dahi arguindo a mayor fortaleza do angulo. Qualquer he bom como seja de 70. ou 75.gr. para cima, como fique o Baluarte com larga capacidade segundo a grandeza do Polygono, com bons Flancos, Faces, & boas defensas. No Quadrado naõ se pòde dar taõ grande capacidade ao angulo flanqueado sem resultarem alguns incõmodos que pezaõ mais que a menoria do angulo: baste haverlha dado mayor do que me lembre haja visto em algum Autor, & com as mais circunstancias taõ ajustadas como tenho mostrado; sem tambem me poderem notar de excesso em chegar a fazer o angulo flanqueado de 110.gr.26.min.40.seg por mayor termo quando os Baluartes assentaõ sobre linha recta, pellas razoês apontadas no §. 6. anteced.

NOTA.

TAmbem he de advertir que se seguirmos o que na taboada digo, de que quem quizer póde usar da proporçaõ do Octogono, no Enneagono, Decagono, & Undecagono, & entaõ na fig.

fig.de 12.lados usar da que allí trazemos para o Enneagono, que em tal caso resultará o angulo flanqueado no Enneagono de 91. gr.6.min.40.seg.mayor que o de Goldman por 6.gr. 6. min. 40. seg.& tambem sahirá o flãqueado do Decagono de 95.gr.6.min. 40.seg.pello meu Methodo; que por Goldman he de 87. gr. excedendoo o meu por 8.gr.6.min.40.seg.Porém como acima digo isto nada importa, porque qualquer angulo he bom, como seja bastantemente capaz de 70.ou 75.gr.para cima.

SCHOLIO.

SUpposto que taõ manifestamente hei mostrado as differentes circunstancias, que resultaõ do meu Methodo das da doutrina de Goldman; todavia hum curioso que delle teve noticia, despois de o naõ poder encontrar com algũas objecçoẽs impertinẽtes, veyo finalmente a dizer em hũa junta que S. Magestade ordenou se fizesse sobre esta materia, que o ditto Methodo naõ era meu; mas de Goldman apontando para prova a proposiçaõ 15.do livro 4.fallando sobre a figur. 173. nos exemplos das irregulares onde diz estas palavras.

FIGURA NUMERO CLXXIII. DE GOLDMAN, MAS NA NOSSA ordem 139.

SIT figura quædam quinquangula A B C E D, latera omnia sint apta, sed situs propter aquas ita impeditus sit, ut propugnacula super angulis A C D E adjungi non possint propter fundamentorum sumptus. Ad B feci propugnaculum; cujus linea colli est 160. (o) *similiter in medio lineæ D E propugnaculum planum feci, quod tales habet lineas Colli, utraque sunt Rectangula, habentque Alas* 60. (o). *A D divisa est in quatuor partes æquales per F, I, K: ex punctis F & K perpẽdiculares sunt erectæ intra figuram, quibus inscriptæ sunt F G, G H, K L, & L M* 60. (o) *C E eodem modo munitur quo A D; reliqua figura monstrabit.*

As quaes palavras logo na Jũta lhe expliquei na seguinte fórma.

Seja hũa fig. Quinquangula A B C E D: sejaõ todos os lados cõmodos (entendese para se fortificarem) mas o sitio por respeito de aguas esteja taõ impedido que senão possaõ aplicar Baluartes aos angulos A C D E por causa dos gastos dos fundamentos. Ao angulo B accõmodei hum Baluarte; cuja linha da Golla he de 160.pès.[isto val 160 (o)] Semelhantemente no meyo da linha D E fiz hum Baluarte plano; o qual tem as mesmas lĩnhas da Golla: ambos saõ rectangulos, & tem os Flancos de 60.pès. A D está dividida [aqui he o ponto onde pèga] em quatro partes iguaes em F, I K. Dos pontos F & K estaõ levantadas perpendiculares para Fig. 139.

dentro da fig.nas quaes estaõ inscriptas F G, G H, K L, & L M de 60.pès. C E se fortifica do mesmo modo que A D. O demais mostrarâ a fig.

Tudo isto,que he o que Goldman diz, me pareceo necessario referir allegando o texto Latino para que o vejaõ os Latinos: a traducçaõ para que este curioso o possa entender.

Vejamos agora como o meu Methodo he escritto, & ensinado por Goldman neste texto. Vem a ser toda a força da sua razaõ que eu divido sempre o lado do Polygono exterior em quatro partes iguaes,& que Goldman diz que na sua fig. a linha A D(que nella he tambẽ o lado do Polygono exterior)està dividida em quatro partes iguaes,sem reparar que aquillo foi por fantesia casual sem preceito, ou regra algũa; & que de innumeraveis figuras regulares,& irregulares sò em dous lados daquella o dispoz assim, do mesmo modo que no irregular se obrava atégora sem certa,& determinada regra que boa fosse;porque de se proporcionar a Fortificaçaõ de hũa fig. irregular segundo a grãdeza dos lados,& angulos das figuras regulares, a que cada hum dos daquella mais se chegaõ,como inculcaõ alguns Autores,tem alem da difficuldade muitos absurdos q̃ os scientes reconhecem, & por tanto he cousa impracticavel sem embargo do cãçaço de Cellario, & Dogen em fabricarem,ou se valerem de taboas fabricadas para todos os angulos das figuras irregulares, q̃ fossem crescendo de grao, a grao. O sobreditto se vè manifestamente do texto,pois o Autor naõ dà por regra aquella divisaõ casual;mas sò diz que a linha A D està partida nas quatro partes.

Bastou isto para o curioso dizer que o meu Methodo era o de Goldman,como que se este Autor em algũa parte procedera com as mais circunstancias do Flanco prolongado, Extensaõ do Flanco,& suas proporçoẽs como eu procedo, ou sonhára, ou dera a entender tal cousa.

Mas quero eu agora corroborar mais sua opiniaõ cõ outro fundamento,para que tambem desfeito, realce mais patentemente a verdade. Poderia dizer que eu parto o Flanco prolongado pello meyo,& que isso vem a ser o que diz Goldman que dos pontos F & K estaõ levãtadas perpẽdiculares para dentro da fig.nas quaes estaõ inscriptas F G, G H, K L, & L M de 60. pès.

Respondo que eu não parto o Flanco prolongado pello meyo mais

mais que na fig.de 9.lados no Methodo do Cap.14.que he o que propuz na Junta:& nos Methodos dos Capitulos 45.& 47. sòmente no Octogono,&Enneagono,& ainda que na fig.de Goldman esteja dividida cada hũa das perpẽdiculares F H, K M pello meyo,todavia não foi dado por preceito pello Autor;nem diz que proporçaõ deva ter cada hũa das linhas F H, K M com F A, ou K D, mas foraõ tomadas por fantesia para que o Flanco G H ou L M lhe ficasse de 60, pès,que julgou por bastante a respeito do lado do Polygono exterior A D de 650.pès pello Petipè que alli traz; pois não declara sua quantidade por escrito.

Porèm para que se veja quam differente he isto do meu Methodo,se vè por elle q̃ no Pentagono regular, ou irregular, qual he esta fig. fortificada por Goldman,não tomo para Flanco ametade da linha F H, ou K M;porque se tal tomára, nẽ angulos flãqueados,nem Flancos sahiriaõ conformes ao ditto Methodo, & para que se mostre mais particularmẽte,ponhamolo em practica.

Sendo o lado do Polygono exterior de 650. pès como he na fig.de Goldman deve ser pella minha fabrica a Sobreface A F $162\frac{1}{2}$ a saber a quarta parte de A D. Eu tomo no Pentagono por Flanco prolongado dous terços da Sobreface: virà logo a ser o meu Flanco prolongado de 108|33333;pello qual tomou Goldman a esmo 120.

Tomo por Extensaõ do Flanco dous quintos do Flanco prolongado:serà por tãto a ditta Extensaõ 43|33333.que em Goldman he de 60:a elle ficalhe o Flanco igual a Extensaõ a saber de outros 60: no meu Methodo he o Flanco tres quintos quando a Extensaõ era dous quintos,& por tanto o meu Flanco de 65.que em Goldman tomado por fantesia he de 60.

A Face A G na fig. de Goldman achada por calculo de 173|22. pello meu Methodo ficaria de 168|17.

O angulo diminuto G A F achado por calculo conforme os suppostos de Goldman he de 20.gr.16.min.mas conforme o meu Methodo de 14.gr.55.min.50. seg. como se vè do calculo,& taboada num.8.

Donde nasce que se a fig.fora hum Pentagono regular, ficaria o angulo flãqueado por Goldman de 67.gr.28.min.& pello meu Methodo de 78.gr.8.min.20.seg.como mostra a ditta taboada 8 & se acharà por calculo:tanta differença resulta de hum, & outro

modo. Como he logo o meu Methodo o que Goldman traz?

Mais. Se a tençaõ de Goldman era partir em quatro partes o lado do Polygono exterior;como o não fez no lado exterior imaginado entre o angulo A do meyo Baluarte A, & o flanqueado do Baluarte B;ou entre o deste & o de C, ou entre D & N,& entre N & E na mesma fig. sendo q̄ pello meu Methodo, ainda q̄ fiquẽ Baluarte, & meyo Baluarte jũtos,se reparte o Polygono exterior em quatro partes,observando a circunstancia apontada na descripçaõ dos Fortes de meyos Baluartes, para que o Flanco fique perpendicular sobre a Cortina; pois assim os queremos, sem embargo que não importava ficassem em angulos obliquos,como não fosse com excesso;antes na doutrina de Pagan cahem em angulos obtusos:na de Errard de Barleduc em agudos;posto q̄ com demasiado excesso em muitas figuras,o que não admittimos, cujo Methodo he escusado apontar aqui com mais particularidade.

§. 8.

Apontase a razaõ porque pello Methodo do Cap. 15. na Fortificaçaõ irregular admitto angulo da fig. de 86.gr. & naõ menor.

Fig. 25. NO Quadrilatero irregular que exemplifiquei no Cap. 15. propuz que hum de seus angulos era de 86.gr. & fortificãdoo pella regra do Quadrado resulta o angulo flanqueado de 62 gr. 28.min.sem daqui se seguir incõmodo de se diminuir a Demigolla, mais que até ficar igual com o Flanco;o que por nòs,& por todos he admittido ; antes muitos de proposito a fazem igual ao Flanco,segundo já havemos repetido;pois se na supposiçaõ que havemos tomado de 864.pés de lado de Polygono exterior se fizer o calculo em outra fig. na qual a Capital parta pello meyo assim o angulo do Polygono exterior,como do interior, se acharà a Demigolla de 80|8. quando o Flanco he de 81. mayor sòmente por $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{3}$ de pè, cousa inconsideravel ; pello que ficando a Demigolla igual ao Flanco podemos admittir (como faço) angulo de Polygono de 86.gr.para se fortificar com Baluarte inteiro.

E ainda que parece que tambem poderamos admittir angulo de 84.gr.se tivessemos sòmente respeito ao angulo flanqueado; porque resultaria de 60.gr.28.min.capaz de ser admittido ; com tudo

tudo porque a Demigolla, neste caso sahiria de 76|1. pés; já naõ venho nisso, por não violar esta maxima que sigo de a não fazer menor que o Flanco, salvo sendo tal a necessidade que senaõ possa de outro modo accõmodar o Polygono exterior.

Tal me acontecia na lombada de hum monte em Setuval, sobre o sitio da Quinta que chamaõ de Brancanes, bem conhecida daquelle povo, por hũa amenissima fonte, que aggregada de copiosas lagrimas brandamente distilladas por hum penhasco duro, sahe manando de hũa sombria, & naturalmente artificiosa grutta. Perdoeseme a breve descripçaõ; pois por ventura foi sua solidaõ (em quanto là cheguei a refrescarme do calor) motivo ao discurso de achar o principio deste novo Methodo, não podendo ajustar na lombada do ditto monte hum Parallelogrammo rectangulo para hum Fortim de meyos Baluartes, sem que ou cahisse algũ lado para onde tanto não convinha, ou fosse menor do q̃ se queria, ou tivesse outros incõmodos, quando era facil ajustalo ficando algum angulo 2. ou 3. gr. menor que de 90. & posto q̃ naõ deixei de o ajustar totalmẽte rectangulo; todavia trabalhando o discurso na solidaõ da fonte, reconheci não ser necessario atar ás regras dos Autores [como em outras cousas havia muitos annos tinha jà reconhecido] & que se podia fazer o Fortim de meyos Baluartes com os angulos flanqueados mayores q̃ de 60. gr. ainda q̃ algum dos do Polygono fosse menor que de 90. sem por isso faltarem os Flancos secundarios larguissimos em sua proporçaõ segundo a grandeza do lado, nem se diminuirem os primarios; antes ficando mayores que cõforme as regras dos Autores, & todavia as Faces capacissimas como em seu lugar se verá, & daqui proseguindo o discurso, vim a dar principio a este novo Methodo; q̃ todavia apurei com as mais ajustadas proporçoẽs de infinitas que me occorrèraõ, & calculei, despois de achada a lhana, & real estrada que proponho de caminhar pella Sobreface, Flanco prolõgado, & Extensaõ do Flanco sem curar de outras linhas, ou circunstancias mais que do conhecimento do valor dos angulos no irregular, como se tem visto da doutrina do Cap. 15. & da dos Capitulos 45. & 47. em que proponho outras proporçoens para o mesmo Methodo, de q̃ resultaõ as Fortificaçoẽs ainda mais ventajosas por mais robustas; & se vé tambem para o irregular no Capit. 48.

Tornando pois ao intento; poderſemehá oppor que quando a Capital não cortar pello meyo o angulo de 86. gr. do Polygono interior, aſſim como corta o exterior na fig. 25. em que a Capital divide hũa das Demigollas paſſando por fòra do angulo interior, não pòde neſte caſo reſultar a ditta Demigolla da quantidade q̃ aponto, antes hũa mayor, outra menor. Reſpondo que he verdade; porèm que quanto hũa reſulta menor que os 80|8. pès que achei por calculo, tanto reſulta mayor a outra; porque a Demigolla S V ſe diminuio pella porçaõ K V ficando S K por Demigolla no lado menor: mas a outra I O ſe acreſcenta com a porçaõ O K, reſultando I K por Demigolla no lado mayor: mas O K, K V ſaõ iguaes; logo quanto ſe diminue hũa Demigolla, tanto ſe acreſcenta a outra.

Fig. 25.

Que ſejaõ O K, K V entre ſi iguaes ſe prova facilmente, porq̃ por cahir a Capital A O entre os lados exterior A B, & interior K Y ſempre no noſſo Methodo parallelos, ſerá o angulo K O V igual [r] ao ſeu alterno O A B, ou a ſeu igual O A D (por ſuppormos partido pello meyo o angulo D A B cõ a Capital A O) mas ao meſmo angulo O A D he tambem igual [a] o angulo K V O; logo iguaes [e] entre ſi os angulos K O V, K V O, & por tanto iguaes [o] os lados oppoſtos K V, K O; que he o que ſe devia demonſtrar.

[r] 20. do 1.
[a] Pella meſma 20. do 1.
[e] Axioma 1.
[o] 6. do 1.

§. 9.

Apontaõſe em numeros as proporçoens dos Hornaveques deſcriptos no Cap. 21.

NO Cap. 21. referi que ainda que por ſerẽ os Hornaveques obras pequenas convinha reforçar na grandeza os ſeus meyos Baluartes; todavia eraõ aſſaz grandes as Faces que eu lhe dou, pois ſaõ mayores que os $\frac{3}{4}$ da Cortina: os Flancos bem grandes cõforme a grandeza do lado exterior. E poſto que ordinariamente lhe não daõ os Autores Flancos ſecũdarios, eu lhe dei algum por convir ſempre que o haja tãto, ou quãto, entre outras cauſas por reſpeito dos empreiteiros, que não eſtando Engenheiro preſente á obra, muitas vezes erraõ a fabrica por reſpeito das diverſas alturas, não ajuſtando bem a conta das Eſcarpas, ou não conhecẽdo q̃ haõ de dar eſtas da linha Ichnographica para fóra, & a groſſura

para

para dentro;de que reſulta que a linha Razante vai a comer parte do Flanco ſecundario,&talvez do primario;como em algũas partes vi,ou por falta de Engenheiro,ou por ſua impericia.

Suppondo pois para eſte calculo o lado do Polygono exterior de 432.pès reſultaráõ as medidas ſeguintes pella proporçaõ do Cap.21.

Sendo o angulo do Polygono exterior de 84.gr. & daqui para cima.

O Lado do Polygono exterior K H ſuppoſto de —	432	0
A Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H —	129	6
Flanco prolongado G M igual â Sobreface K G —	129	6
Extenſaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M —	57	6
Flanco R M $\frac{5}{9}$ do meſmo —	72	0
Cortina M P —	172	8
Complemento da Cortina M N —	162	0
Flanco ſecundario N P —	10	8
Face K R achada por Trigonometria,ou pella 47.do 1.de Euclides —	141	8

Fig. 36

O angulo diminuto G K R de 23.gr.57.min.40. ſeg.
O angulo flanqueado R K O — 60. 2. min.20. ſeg.

Mas ſendo o angulo do Polygono de 90. gr. reſultará o flanqueado de 66.gr.2.min.20.ſeg.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 84 gr.até 82. incluſivé.

O Lado do Polygono exterior K H —	432	0
Sobreface K G $\frac{3}{10}$ do lado exterior K H —	129	6
Flanco prolongado G M $\frac{7}{8}$ da Sobreface K G —	113	4
Extenſaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado G M —	50	4
Flanco R M $\frac{5}{9}$ do meſmo —	63	0
Cortina M P —	172	8
Complemento da Cortina M N —	162	0
Flanco ſecundario N P —	10	8
Face K R achada por Trigonometria,ou pella 47.do 1.de Euclides —	139	1

O angulo diminuto G K R de 21.gr.15.min.
O flanqueado R K O de 60. 45.

Sendo

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 82. gr. até 81. inclusivé.

FLanco prolongado G M $\frac{6}{7}$ da Sobreface K G ——	111	09
Extẽsaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flãco prolõgado G M	49	37
Flanco R M $\frac{5}{9}$ do mesmo ——	61	71
Face K R ——	138	69

O angulo diminuto G K R de — 20.gr.51.min. 10. seg.
O angulo flanqueado R K O — 60.8.50.

As mais linhas sempre invariaveis da mesma quantidade que as acima, sendo o mesmo lado exterior de 432.pès.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 81. gr. até 80. inclusivè.

O Flanco prolongado G M $\frac{4}{5}$ da Sobreface K G —	103	68
A Extẽsaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flanco prol. G M	46	08
O Flanco R M $\frac{5}{9}$ do mesmo ——	57	60
A Face K R ——	137	55

O angulo diminuto G K R 19.gr.34.min.20.seg.
O angulo flanqueado R K O — 60.25.40.

As mais linhas da mesma quantidade que as declaradas acima sempre invariaveis sendo o mesmo lado exterior de 432. pès.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 80 gr. até 79. inclusivé.

O Flanco prolongado G M $\frac{3}{4}$ da Sobreface K G —	97	2
A Extensaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flanco prol. G M	43	2
O Flanco R M $\frac{5}{9}$ do mesmo ——	54	0
A Face K R ——	136	6

O angulo diminuto G K R de — 18.gr.26.min.10. seg.
O angulo flanqueado R K O — 60.33.50.
As mais linhas ficaõ invariaveis.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 79. gr. até 77. inclusivé.

O Flanco prolongado G M $\frac{2}{3}$ da Sobreface K G —	86	4
Extensaõ do Flanco G R $\frac{4}{9}$ do Flanco prol. G M	38	4

O Flanco R M$\frac{5}{9}$ do mesmo ———————— 48 | 0
A Face K R ———————————— 135 | 16

O angulo diminuto G K R 16. gr. 30. 20.
O angulo flanqueado R K O no Polygono de angulo exterior de 78.gr. será de 61.gr. 29. 40.
Mas no de angulo de 77.gr. será de 60.gr. 29. 40.
As mais linhas ficaõ invariaveis.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 77 gr. atè 75. gr. inclusivé.

O Flanco prolongado G M$\frac{3}{5}$ da Sobreface K G — 77 | 76
O Extensaõ do Flanco G R$\frac{4}{9}$ do Flãco prolõg. G M 34 | 56
O Flanco R M$\frac{5}{9}$ do mesmo ———— 43 | 20
A Face K R ———————— 134 | 16

O angulo diminuto G K R de — 14.gr. 55.min. 50. seg.
O flãqueado R K O do Polygono exterior de angulo de 76.gr. serà de 61.gr. 4.min. 10.seg.
Mas no de angulo de 75.gr. será de 60.gr. 4. 10.

Sendo o angulo do Polygono exterior de menos de 75. gr. atè 73. inclusivé.

O Flanco prolongado G M$\frac{1}{2}$ da Sobreface K G — 64 | 80
A Extensaõ do Flanco G R$\frac{4}{9}$ do Flãco prol. G M 28 | 80
O Flanco R M$\frac{5}{9}$ do mesmo ———— 36 | 00
A Face K R ———————————— 132 | 77

O angulo diminuto G K R 12.gr. 31.min. 40. seg.
O angulo flanqueado R K O no Polygono exterior de angulo de 74.gr. serà de 61.gr. 28.min. 20. seg.
No Polygono de angulo de 73.gr. serà de 60.gr. 28. min. 20. seg.

Atè este Polygono cujo angulo exterior seja de 73.gr. he o em que admittimos formarse Hornaveque; porque sendo menor o angulo, resultará o Flanco jà pequeno, havendo de ficar o angulo flanqueado ao menos de 60.gr. como convem.

Conforme esta fabrica sempre as Faces ficaõ mayores que os $\frac{3}{4}$ da Cortina, aos quaes se iguala sempre a Sobreface. Os Flancos no Hornaveque de Polygono rectangulo, & ainda no de angulo

de 84.gr.inclusivè para cima,iguaes a ametade da Face, excedendoa sómente por 1|1.pè.Mas no ultimo Polygono de angulo de 73.gr.sahe o Flanco mayor que a quarta parte da Face, ajustandome com o axioma de Goldman [r] de que o Flanco não seja menor que a quarta parte;nem mayor que ametade da Face; ou naõ muito mayor conforme Dogen. [a]

[r] Lib.1. prop. 14.pag.23.
[a] Lib.1.cap.5. pag.36.

Neste ultimo Polygono de angulo de 73.gr..em que resulta a Golla menor que em todos os outros, fica aquella capacissima a saber de 110|654. pès a respeito do lado do Polygono exterior 432. como se acharà por calculo.

No Hornaveque de Polygono rectangulo sahe o angulo flanqueado de 66.gr.2.min.20.seg.mayor ainda que o que acho nos Autores de 60.atè 65.gr.

O Flanco sahe como o de Fritach que conforme a fabrica, & calculo que traz da sua fig. 77. supponδo o lado exterior de 36. vergas ou 360.pés decimaes lhe sahe o Flanco pello seu calculo de 5|9685. vergas ou 59|6850. pès; donde proporcionando na supposiçaõ do lado exterior 432.quanto eu supponho, sahirà o Flanco de 71|622,& outro tanto pella minha fabrica a saber de 72. o que neste caso se verà ainda mais facilmente sem ser necessaria regra de proporçaõ, tomando pellas 36. vergas de Fritach 432.pès Rinthlãdicos a 12.por cada verga,& pellas suas 5|9685 vergas do Flanco os 71|622. pés.

E posto que a Face lhe resulta mayor em sua proporçaõ, do q̃ a minha;porque a faz igual com a Cortina, todavia não ha razaõ que a isso obrigue; nẽ outra mais, que dizer [r] que no Paìz baixo (em Flandres)se tinha por hũa proporçaõ cõveniente dos Hornaveques aquella,em q̃ a Face fosse igual á Cortina;por cuja causa a segue,reprovando os q̃ fazẽ as Faces mayores que a Cortina.

[r] Lib.2.cap.5. pag.82.

Antes diz que algũs observaõ a proporçaõ da Face para a Cortina como 2.para 3. que vem a ser a Face os $\frac{2}{3}$ da Cortina; & que isto se há observado nas Fortalezas perfeitas:outros que fazem ainda mais pequena a Face;porèm que o naõ approva (cõ razaõ) por resultarem os meyos Baluartes muito pequenos.

Pella nossa fabrica ficaõ as Faces bem mayores que os $\frac{2}{3}$ da Cortina;pois passaõ dos $\frac{3}{4}$;por onde resultaõ capacissimos os meyos Baluartes, escusando o demasiado excesso de igualar as Faces ás Cortinas,ou de as fazer mayores.

§.10.

A Extenſaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M — 40|32

O Flanco I M $\frac{5}{9}$ do meſmo Flanco prolongado F M — 50|40

A Demigolla M K ſendo o angulo da fig. de 105. gr. onde ſahe a mais pequena reſulta de 51|35. mas ſendo o angulo mayor, ſerá aquella mayor — 51|35

A Cortina M T — 190|08

O Complemento da Cortina M V — 151|20

O Flanco ſecundario V T — 38|88

A Face C I ou B O achada por Trigonometria, ou pella 47. do 1. ou 31. do ſexto de Euclides — 127|50

O angulo diminuto F C I ou L B O de — 18. gr. 26. min. 10. ſeg.

O angulo flanqueado I C N, ſe o exterior B C D for preciſamẽte de Pentagono, reſulta de — 71. gr. 7. min. 40. ſeg.

O angulo flanqueado A B O do meyo Baluarte collateral ſerá de 60. gr. 33. min. 50. ſeg. ſe o ſeu exterior A B L for de 79. gr. que he o menor collateral que admittimos para a proporçaõ ſobreditta — 60. gr. 33. min. 50. ſeg.

Mas ſendo o exterior collateral A B L mayor de 79. gr. quantos mais paſſar, tantos creſceraõ no flanqueado collateral A B O do meyo Baluarte.

Sendo o angulo medio B C D da Coroa de menos de 105. gr. até 94 incluſivè.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B — 120|96

O Flanco prolongado F M $\frac{2}{3}$ da Sobreface C F — 80|64

A Extenſaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M — 35|84

O Flanco I M $\frac{5}{9}$ do meſmo Flanco prolongado F M — 44|80

A Demigolla M K ſendo o angulo da fig. de 94. gr. onde ſahe a mais pequena, reſulta de 45|76 — 45|76

A Cortina M T — 190|08

O Complemento da Cortina M V — 151|20

O Flanco ſecundario V T — 38|88

A Face C I ou B O achada por Trigonometria, ou pella 47. do 1. ou 31. do ſexto de Euclides — 124|74

O angulo diminuto F C I ou L B O de — 16. gr. 30. min. 20. ſeg

O flanqueado I C N, ſe o exterior B C D for preciſamente de 94 gr. reſulta de 60.59.20.

O flanqueado A B O do meyo Baluarte collateral ferâ de 60. gr. 29.min.40.feg. fe o feu exterior A B L for de 77. gr. que he o menor collateral que admittimos para a proporçaõ fobreditta 60.29.40.

Mas fe o ditto exterior collateral A B L for mayor que de 77.gr. quantos mais paffar, tantos crefceráõ no flanqueado collateral A B O do meyo Baluarte.

Sendo o angulo do Polygono exterior B C D medio da Coroa de menos de 94.gr. até 86.gr.16.min. inclusivè.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B —	120	96
O Flanco prolongado F M $\frac{7}{12}$ da Sobreface C F —	70	56
A Extenfaõ do Flãco F I $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado F M	28	224
O Flãco I M $\frac{3}{5}$ do mefmo Flanco prolongado F M ——	42	336
A Demigolla M K fendo o angulo da fig. de 86. gr. 16. min. onde fahe a mais pequena, refulta de 45|65. ——	45	65
A Cortina M T ——	190	08
O Complemento da Cortina M V ——	181	44
O flanco fecundario V T ——	8	64
A Face C I, ou B O achada por Trigonometria, ou pella 47.do 1.ou 31.do fexto de Euclides——	121	20

O angulo diminuto F C I, ou L B O de— 13.gr. 8. min.

O angulo flãqueado I C N fe o exterior B C D for precifamente de 90.refulta de 63.gr. 44.min.

Mas fe o mefmo B C D do Polygono exterior for de 86. gr. 16. min.que he o menor que admittimos para a fabrica da proporçaõ acima,refultará o flãqueado I C N de 60.gr.juftos 60.gr.00

O flanqueado A B O do meyo Baluarte collateral ferá de 60.gr. precifamente,fe o feu exterior A B L for de 73.gr. 8. min. que he o menor collateral que admittimos para a proporçaõ fobreditta — 60.gr. 00

Mas fe o ditto angulo exterior collateral A B L for mayor q̃ dos dittos 73.gr. 8. min.quantos mais paffar,tantos crefceraõ no flãqueado collateral A B O do meyo Baluarte de mais dos 60. gr.

§. II.

§. 10.

Apontaõse em numeros as proporçoens das Coroas descriptas no Cap. 22. da prim. Part. Operativa.

POR serem as Coroas ordinariamente obras de lados muito mais curtos, que os da Praça principal; de que resultariaõ os seus corpos pequenos, se usassemos da proporçaõ dos Capitulos 14. & 15. por tanto a tomei mayor nas Sobrefaces, a saber $\frac{28}{100}$ de seu lado exterior; como tomei no terceiro modo, & proporçaõ da fabrica declarada no Cap. 47. para as Praças principaes, porque assim ficaõ mais capazes os meyos Baluartes collateraes, & o Baluarte medio, ou os medios da Coroa; sem embargo de q̃ pudera passar, & usarse da proporçaõ dos Capitulos 14. & 15. mas por aquella ficaõ os corpos mais capazes, & os Flácos mais valentes, na menoria destas obras, & por tanto se use della; pella qual sahiráõ as partes em numeros na forma abaixo declarada, supondo o lado do Polygono exterior de 432. pès para este calculo.

Sendo o angulo medio B C D do Polygono exterior da Coroa de 133 gr. & daqui para cima de qualquer valor que seja.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B —	120	96
O Flanco prolongado F M igual á Sobreface C F	120	96
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolong. F M —	53	76
O Flanco I M $\frac{5}{9}$ do mesmo Flanco prolongado F M ——	67	20
A Demigolla M K, sendo o angulo da Fig. de 133. gr. onde sahe a mais pequena, resulta de 68|37; mas sendo o angulo mayor, será aquella mayor ——	68	37
A Cortina M T ——	190	08
O Complemento da Cortina M V ——	151	20
O Flanco secundario V T ——	38	88
A Face C I ou B O achada por Trigonometria, ou pella 47. do 1. ou 31. do sexto de Euclides ——	132	38

Fig. 37. A

O angulo diminuto F C I ou L B O de — 23. gr. 57. min. 40. seg.
O angulo flanqueado I C N, se o exterior B C D for de Octogono precisamente, resulta de 87. gr. 4. min. 40. seg.

O angulo flanqueado A B O do meyo Baluarte será de 60. gr. 2. min. 20. seg. se o exterior A B L for de 84. gr. que he o menor collateral exterior que admittimos para a proporçaõ sobreditta 60. gr. 2. min. 20. seg.

Mas sendo o exterior collateral mayor de 84. gr. quantos mais passar, tantos cresceráõ no flanqueado A B O.

Sendo o angulo medio B C D do Polygono exterior da Coroa de menos de 133. gr. até 120. gr. inclusivé.

A Sobreface C F ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B —	120	96
O Flanco prolongado F M $\frac{7}{8}$ da Sobreface C F	105	84
A Extensaõ do Flanco F I $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado F M —	47	04
O Flanco I M $\frac{5}{9}$ do mesmo Flanco prolong. F M —	58	80
A Demigolla M K sendo o angulo da fig. de 120. gr. onde sahe a mais pequena, resulta de 59|85: mas sendo o angulo mayor, será aquella mayor —	59	85
A Cortina M T —	190	08
O Complemento da Cortina M V —	151	20
O Flanco secundario V T —	38	88
A Face C I ou B O achada por Trigonometria, ou pella 47. do 1. ou 31. do sexto de Euclides —	129	79

O angulo diminuto F C I ou L B O de — 21. gr. 15. min.

O angulo flanqueado I C N, se o exterior B C D for precisamente de Hexagono, resulta de — 77. gr. 30. min.

O angulo flanqueado A B O do meyo Baluarte collateral será de 60. gr. 45. min. se o seu exterior A B L for de 82. que he o menor collateral q̃ admittimos para a proporçaõ sobreditta — 60. gr. 45. min.

Mas sendo o exterior collateral mayor de 82. gr. quantos mais passar, tantos cresceráõ no flanqueado A B O.

Sendo o angulo medio B C D da Coroa de menos de 120. gr. até 105. gr. inclusivé.

A Sobreface C F, ou B L $\frac{28}{100}$ do lado exterior C B —	120	96
O Flanco prolongado F M $\frac{3}{4}$ da Sobreface C F —	90	72

A Extensaõ

§. II.

Mostrase que largura superior do Fosso basta defrõte da Face do Baluarte para que a linha superior do Parapeito descubra toda a largura da Estrada encuberta conforme o Perfil descripto no Cap. 27.

CONforme o Perfil do Capit. 27. se daõ sabidas as linhas seguintes; que tomo para esta demonstraçaõ.

N K 5|5. pès: K M 21: N Y 24|5. Consideremse os Triangulos rectangulos N K M, N Y P; os quaes saõ equiangulos por serem parallelas [e] as linhas K M, Y P; logo assim se haverá [r] N K 5|5. para K M 21, como N Y 24|5. para Y P. Multiplicando pois (conforme a regra aurea) o segundo num. 21. pello terceiro 24|5. & o producto 514|5. partido pello primeiro 5|5. sahe no quociẽte 93|54. pello valor da linha Y P. Da qual descontando 30|4. q̃ ha na linha Y h se a Estrada das Rondas for de 4. pès, ou 31|4. se for de 5. ou 32|4. se for de 6. restaõ 63|1, ou 62|1, ou 61|1. pella largura superior do Fosso h P; pello que se o Fosso for mais largo que os dittos 61, ou 62, ou 63. pès; irà a linha N M superior do Parapeito produzida imaginariamente a topar já na Cõtrascarpa como mostra a linha N M P ℛ na fig. num. 46. Perfil do Cap. 27. em que puzemos a largura superior do Fosso de 86|4. Vese logo que basta a de 61. pès, para que do Parapeito se descubra toda a Estrada encuberta ainda em hũa Praça Real com Estrada de Rõdas; & taõ grosso Parapeito como de 24. pés de base na linha X L; ou ainda de mayor base se considerarmos a Escarpa interior do Parapeito N O produzida atè o livel L X. Fig. 46. [e] Pella cõstrucçaõ. [r] 4. do sexto de Euclides.

Mas se quizermos mais alto Reparo sobre a linha Y h u livel da campanha, ou da Estrada encuberta, pois o admittimos de 20. de alto afora 4. pès mais ou $3\frac{1}{2}$ de altura exterior de Parapeito, imaginemos a altura c a de 10. sobre o livel da Estrada das Rondas t L c, & por tanto seu Talud c L de 5. Lancese a linha a i de 21: i f de $5\frac{1}{2}$: & por tanto serà f e de $15\frac{1}{2}$: e L de 26: f e q de $28\frac{1}{2}$: logo nos Triangulos equiangulos f i a, f q R serà [a] f i 5|5. para i a 21. como f e q 28|5. para q h R 108|8: descõtando pois de 108|8. conteudos na linha q h R a porçaõ q y h de 32|4. ou de 33|4. ou de 34|4. conforme for a Estrada das Rondas L t de 4. ou 5. ou 6. Fig. 47. [a] 4. do sexto.

resta

resta a largura superior do Fosso h R de 76|4, ou 75|4, ou 74|4. pès:mas nôs havemos posto o Fosso de 86|4; logo a linha superior do Parapeito f a descubrirá toda a Estrada encuberta,& produzida irâ a cortar parte da Contrascarpa.

E se ainda suppozermos levantado o Reparo mais 2. pès, a saber a linha c a de 12. sobre o livel t L c da Estrada das Rondas, & a linha superior do Parapeito parallela á linha f a ou N M, sahirá a largura superior do Fosso de 83|1. quasi, ou 82|1, ou 81|1. como acharâ quem lhe fizer o calculo, ficando o Terrapleno cõ altura do Parapeito pella parte exterior elevado 25. pès sobre o livel da campanha;quando o mais que assinaõ os Autores modernos saõ 18.pés,& 4.de altura exterior do Parapeito q̃ fazẽ 22

E se quando pomos a altura exterior c a de 10. pès sobre o livel da Estrada das Rondas,fizermos a interior i f de 6, irâ sua linha visual,ou superior f a q̃ porcima o atravessa cortar aos 69|1. ou 68|1, ou 67|1. na largura superior do Fosso, como se achará por calculo; por onde, ainda q̃ não fizessemos o Fosso de mayor largura que os dittos 69|1, ou 68|1, ou 67|1, sempre a linha superior do Parapeito iria a topar na margem da Estrada encuberta,descubrindoa toda.

§.12.

Mostrase como dos Flancos se descobre mais da ametade da Cortina,no plano do Fosso principal nas Praças Reaes, ainda que se siga o nosso Perfil do Cap. 27. com a Estrada das Rondas allì descripta, & cõ a mayor altura q̃ lhe assinamos no §.anteced.

Fig.47. REpitase o Perfil da fig.47. supposdo que he a descripçaõ orthographica em hum plano que corte perpendicularmẽte o Flanco, & corra parallelo á Cortina pello comprimento do Fosso, & porque supposdo a altura interior que apontamos no mayor Perfil vinha a ser a linha B q e i f de 47|5.a saber B q de 17 igual á altura do Fosso: q e de 13.igual á altura,D g da porçaõ da muralha de pedra,& cal que sobe do plano da campanha para cima: e i de 12. igual com c a mayor altura que assinamos ao Reparo sobre o livel t L c da Estrada das Rondas: finalmente i f de 5|5. as quaes medidas sommaõ os dittos 47|5.conteudos na linha

B q e i f,

B q e i f, conforme a esta inquiramos [o] a linha B p d o, de B atè o; onde irá a linha superior do Parapeito f a a cortar o fundo do Fosso, applicando a regra aurea na seguinte fòrma: f i 5|5. para i a 21. como f i e q B 47|5. para a linha buscada B p d o; a qual sahirà de 181|4, ou de 180|4, ou de 179|4. conforme for a Estrada das Rondas de 4, 5, ou 6. pès de largo; da qual linha B p d o abatida a porçaõ B p de 36|8, ou 37|8, ou 38|8. segundo as medidas suppostas, & diversa largura da Estrada das Rondas, resta a porçaõ p d o no plano do Fosso de 144|6, ou 143|6, ou 142|6. desde o ponto, p, pè do Flanco atè o ponto, o, onde vai concorrer a ditta linha f a superior do Parapeito produzida imaginaria, ou visualmente atè o fundo do Fosso; mas nós temos a Cortina de 432. pès pella linha ichnographica segũdo o nosso Methodo por havermos supposto o lado do Polygono exterior 864; de q̃ descontando as duas Escarpas a saber x p de 4|8. & outro tanto da do Flanco opposto que fazem 9|6, restaõ 422|4. de Cortina (no plano do Fosso) tomada pella linha exterior do Talud (suppondo este igual em cãpanha raza) mas como a superior do Parapeito f a se tenha mostrado que descobre no fũdo do Fosso dos 144|6. ou 143|6. ou 142|6. que he do ponto, o, pordiante atè a raiz do Flanco opposto; se descontarmos estes dos 422|4. (conteudos na Cortina pella raiz da Escarpa) restaõ 277|8. pès, ou 276|8. ou 275|8. que o Flanco fica descubrindo da Cortina no plano do Fosso, q̃ he mais da ametade por ser esta 211|2; assim que de hum, & outro Flanco se varre toda a Cortina; & no meyo della vem a ficar espaço de 133|2, ou 135|2; ou 137|2. pés varrido de ambos os Flancos desde o alto atè a raiz da Escarpa no plano do Fosso.

[o] 4. do sexto.

NOTA.

ESTA demonstraçaõ he suppondo o Flanco ordinario sem Praça baixa, & alta mais retirada; porque se com ellas o suppozermos, como eu sigo por muito melhor, & sempre quizera havendo cabedal para os gastos, se descubrirá de cada Flanco muito mayor porçaõ do Fosso pello comprimento da Cortina, & ainda mais livremente pello lanço da Face; como he facillimo de demonstrar.

§. 13.

Propoemse em taboas as proporções declaradas nos Capitulos 14. 45. & 47.

POR havermos discorrido nos §§.6.& 7. acerca da proporçaõ,& Methodo de desenhar declarado no Cap. 14. o naõ fazemos acerca da segunda q̃ dissemos no Cap.45. nem da terceira no Cap.47.por quanto cada hum poderá inferir do discurso que alli fizemos combinando o nosso Methodo com a doutrina dos Autores,tambem as ventajens com que estas proporçoẽs excedẽ as suas;& com quanta mais facilidade do desenho ; o que se pòde ver das taboas que aqui proponho ; das quaes as notadas com os numeros 9.& 10. se ajustaõ no valor dos angulos, por quanto tẽ a mesma proporçaõ do Flanco prolongado para a Sobreface, & da extensaõ para o Flanco prolongado,& conseguintemente para aquella , ainda que as Sobrefaces de hũa , & outra taboa sejaõ differentes.

§. 14.

Assinase a razaõ da nota segunda que trago no fim do Cap. 45. da I. Part. & da doutrina do Cap. 48.

ADvertì na nota segunda escritta no fim do Cap.45. q̃ com melhor qualidade se fortificariaõ os lados da fig. regular de 250.(ou já de 228.) atè 500 . pès exclusivè pella proporçaõ do Cap.47.mas de 500.atè 750.exclusivè pella do Cap.45.& de 750.atè 1000.ou em caso de necessidade atè 1100.pella do Cap. 14.sem embargo de se poder usar com muita excellẽcia de qualquer dellas indifferente , & gèralmente em todos os lados das sobredittas medidas:mas todavia porque me parece ficará com melhor qualidade na fòrma sobreditta, he necessario apõtar a razaõ: esta se verà da soluçaõ da duvida seguinte.

Póde alguem oppor que as Faces da proporçaõ do Cap 14.saõ mais pequenas que as da proporçaõ dos Capitulos 45. & 47. & por tanto mayores as Cortinas; por cuja causa resultarà mayor a Fixante como resulta da proporçaõ do Cap. 14. que das dos Capitulos 45. & 47. atè o Enneagono, em que se toma hũa mesma proporçaõ para os Methodos de todos os dittos tres Capitulos,

&

TABOA

Dos angulos,& linhas dos Polygonos regulares ſegundo a primeira g…
Polygonos irregulares excepto nos angulos flanqueados,q̃ ſe va…

Figuras de lados,ou angulos		IV	V
		Valor dos angulos em gra…	
Angulo diminuto,ou diminuido	L A O	11. 46.	14. 55.
Angulo flanqueado	N A O	66. 28.	78. 8.
Angulo flanqueante interior	O G I	11. 46.	14. 55.
Angulo do Flanco, & Razante	I O G	78. 14.	75. 4.
Ang.da Eſpalda	A O I	101. 46.	104. 55.
Ang.Flanqueante exterior	A R B	156. 28.	150. 8.
Ang. da fig. regular	S K I	90. 00.	108.
Ang. do centro da fig. regular	K X Y	90. 00.	72.
	Comprimento das linhas ſuppondo o lado do Poly…		
Sobreface	A L	216. 0	216. 0
Flanco prolongado	L I	126. 0	144. 0
Extenſaõ do Flanco	L O	45. 0	57. 6
Flanco	O I	81. 0	86. 4
Cortina	I F	432. 0	432. 0
Face	A O	220. 6	223. 5
Complemento da Cortina	I G	388. 8	324.
Flanco ſecundario	G F	43. 2	108.
Extenſaõ da Face	O G	397. 1	335.
Linha Razante	G A	617. 7	558.
Linha Fixante	F A	660. 1	663.
Lado do Polyg. interior	K Y	612. 0	654.
Demigolla	I K	90. 0	111.
Semidiametro mayor	X A	610. 9	735.
Semidiametro menor	X K	432. 7	557.
Linha Capital	K A	178. 2	178.
Goſier, ou golla	T I	127. 3	180.

Proporçoens conforme as qua…

No Quadrado.

Sobreface a quarta parte do lado do Polyg.exterior.
Flãco prolongado $\frac{7}{12}$ da Sobref.
Extenſaõ do Flanco $\frac{5}{14}$ do Flanco prolongado.

No Pentag.

Sobreface $\frac{1}{4}$ da lado do Polygono exterior.
Flanco prolõg. $\frac{2}{3}$ da Sobreface.
Extenſaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado.

No Hexag.

Sobref. $\frac{1}{4}$ do lad.do Polyg.ext…
Flãco prolong. $\frac{4}{5}$ da Sobreface…
Extenſaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado

No Heptag.

Sobref. $\frac{1}{4}$ do lado do Polyg.ext…
Flanco prolong. $\frac{9}{10}$ da Sobref.
Extenſ. do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanc… prolongado

No Octog.

Sobref. $\frac{1}{4}$ do lad. do Polyg.ex…

D A num.8.

porçaõ do noſſo Methodo Luſitanico, que ſerve tambem para os

a cõforme o valor de cada ang.da figura regular,ou irregular.

VI	VII	VIII	IX	XXXI	Linh.recta.
s, minutos,& ſegundos.					
7.44.40	21. 48. 10	24.26.40	29. 3. 20	34.46.40	34.46. 40
4.30.40	84.57.57	86.6. 40	81.53.20	98.49.54	110.26.40
7.44.40	21.48.10	24.26.40	29. 3. 20	34.46.40	34.46. 40
2.15.20	68. 11.50	65.33.20	60.56. 40	55.13.20	55.13.20
97.44.40	111.48.10	114.26.40	119. 3. 20	124.46.40	124.46.40
44.30.40	136.23.40	131.6. 40	121.53.20	110.26. 40	110.26.40
20. 00	128.34.17	135. 00	140. 00	168. 23.14	00.00. 00
60. 00	51.25.43	45. 00	40. 00	11. 36.46	00.00. 00
terior de 864.pès,como ſuppuzemos para eſte calculo.					
6. 0	216. 0	216. 0	216. 0	216. 0	216. 0
2. 8	194. 4	216. 0	240. 0	270. 0	270. 0
. 1	86. 4	98. 2	120. 0	150. 0	150. 0
3. 7	108. 0	117. 8	120. 0	120. 0	120. 0
2. 0	432. 0	432. 0	432. 0	432. 0	432. 0
6. 8	232. 6	237 3	247. 1	258. 0	258. 0
4. 0	270. 0	259. 2	216. 0	172. 8	172. 8
8. 0	162. 0	172. 8	216. 0	259. 2	259. 2
0. 2	290. 8	284. 7	247. 1	210. 4	210. 4
7. 0	523. 4	522.	494. 2	468. 4	468. 4
0. 6	676. 5	683. 1	691. 0	702. 0	702 0
4. 5	676. 8	685. 1	689. 3	809. 1	864. 0
6. 2	122. 4	126. 5	128. 6	188. 5	216. 0
4. 0	995. 7	1128. 9	1263. 1	4270 8	Infinito.
4. 5	779. 9	895. 1	1007. 7	3999. 3	Infinito.
9. 5	215. 8	233. 8	255. 4	271. 5	270. 0
1. 3	220. 5	233. 8	241. 8	275. 1	432. 0

a fabricada eſta taboada.

Flanco prolong. igual á Sobref.
Extenſ. do Flanco $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado

No Enneagono. & mais figura atè a de 30. lados incluſivé.
Sobref. $\frac{1}{4}$ do lad. do Polyg.ext.
Flanco prolong. $\frac{10}{9}$ da Sobreface
Extenſ. do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado

Na fig.de 31. lados atè a linha recta incluſivè.
Sobref. $\frac{1}{4}$ do lado do Polyg. ext.
Flanco prolong. $\frac{4}{5}$ da Sobreface.

Extenſaõ do Flanco $\frac{5}{9}$ do Flanc. prolongado

NOTA.

Quem quizer pòde guardar a proporção do Octog. no Enneagono, Decag., & Undecag. & entaõ na figur.de 12.lados,& ſeguintes atè a de 30. lados incluſivé uſar da proporçaõ que aqui ſe declara para o Enneag. Mas na de 31. lados atè a linha rect. incluſivamente ſe uſará da q̃ ſe tẽ ditto debaixo de ſeu tit.

TABOA

Dos angulos,& linhas dos Polygonos regulares conforme a fegunda p
irregulares excepto nos angulos flanqueados,que fe variaõ con

Figuras de lados,ou angulos		IV	V
		Valor dos angulos em	
Angulo diminuto,ou diminuido	L A O	13.29.50	16.30
Angulo flanqueado	N A O	63.00.20	74.59
Angulo flanqueante interior	O G I	13.29.50	16.30
Angulo do Flanco, & Razante	I O G	76.30.10	73.29
Ang.da Efpalda	A O I	103.29.50	106.30
Ang.Flanqueante exterior	A R B	153.00.20	146.59
Ang. da fig. regular	S K T	90.00.00.	108.00
Ang. do centro da fig. regular	K X Y	90.00.00.	72.00
Comprimento das linhas fuppondo o lado do Polyg.exterio			
Sobretace	A L	229.50 00	229.5
Flanco prolongado	L I	137.70 00	135.0
Extenfaõ do Flanco	L O	55.08 00	68.0
Flanco	O I	82.62 00	85.0
Cortina	I F	405 00 00	405.0
Face	A O	235.99 00	241.0
Complemento da Cortina	I G	344.25 00	286.8
Flanco fecundario	G F	60.75 00	118.1
Extenfaõ da Face	O G	353.98 50	301.2
Linha da defenfa razante	G A	589.97 50	542.3
Linha da defenfa fixante	F A	649.27 00	652.6
Lado do Polyg.interior	K Y	588.60 00	641.6
Demigolla	I K	91.80 00	118.2
Semidiametro mayor	X A	610.94 00	734.9
Semidiametro menor	X K	416.20 30	545.8
Capital	K A	194.73 70	189.1
Gofier, ou golla ligitima	T I	129.82 50	191.4

Proporçoens fo

No Quadrado.

Sobreface $\frac{17}{64}$ do lado do Polyg. exterior.

Flãco prolongado $\frac{3}{5}$ da Sobref.

Extenfaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado.

No Pentag.

Sobreface $\frac{17}{64}$ da lado do Polygono exterior.

Flanco prolõg. $\frac{2}{3}$ da Sobreface.

Extenfaõ do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado.

No Hexag.

Sobref. $\frac{17}{64}$ do lad.do Polyg.ext.

Flãco prolong. $\frac{4}{5}$ da Sobreface.

Extenfaõ do Flanco $\frac{9}{20}$ do Flanco prolongado

No Heptag.

Sobref. $\frac{17}{61}$ do lado do Polyg.ext.

Flanco prolong. $\frac{9}{10}$ da Sobref.

Extenf. do Flanco $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado

No Octog.

Sobref. $\frac{17}{64}$ do lad. do Polyg.ext.

DA num.9.

...orçaõ do noſſo Methodo Luſitanico, que ſerve tambem para os ...e o valor de cada ang.da figura regular,ou irregular.

VI	VII	VIII	IX	XXXI	Linh.recta.
...os,minutos,& ſegundos.					
19.48.00	22.15.00	26.33.50	29.03.20	34.46.40	34.46.40
80.24.00	84.04.17	81.52.20	81.53.20	98.49.54	110.26.40
19.48.00	22.15.00	26.33.50	29.03.20	34.46.40	34.46.40
70.12.00	67.45.20	63.26.10	60.56.40	55.13.20	55.13.20
109.48.00	112.15.00	116.33.50	119.03.20	124.46.40	124.46.40
140.24.00	135.30.00	126.52.20	121.53.20	110.26.40	110.26.40
120.00.00	128.34.17	135.00.00	140.00.00	168.23.14	00.00.00
60.00.00	51.25.43	45.00.00	40.00.00	11.36.46	00.00.00
...864.pes,como ſuppuzemos para os calculos deſta Taboada.					
229.50 00	229.50 00	229.50 00	216.00 00	216.00 00	216.00.00
183.60 00	206.55 00	229.50 00	240.00 00	270.00 00	270.00.00
82.62 00	93.88 60	114 75 00	120.00 00	150.00 00	150.00.00
100.98 00	112.66 40	114.75 00	120.00 00	120.00 00	120.00.00
405.00 00	405.00 00	405.00 00	432.00 00	432.00 00	432.00.00
243.91 30	247.06 10	256.58 80	247.09 50	258.00 00	258.00.00
280.50 00	275.40 00	229.50 00	216.00 00	172.80 00	172.80.00
124.50 00	129.60 00	175.50 00	216.00 00	259.20 00	259.20.00
298.11 50	297.55 30	256.58 80	247.09 70	210.40 00	210.40.00
542.02 80	545.51 40	513.17 60	494.19 00	468.40 00	468.40.00
660.52 90	666.34 40	674.73 00	691.01 70	702.00 00	702.00.00
651.99 70	665.06 00	673.84 00	689.29 40	809.10 00	809.10.00
123.49 80	130.03 00	134.420	128.647	188.500	216.00 00
864.00 00	995.67 00	1128.833	1263.084	4270.800	Infinito
651.99 70	766.41 00	880.417	1007.681	3999.300	Infinito
212.00 30	229.26 00	248.416	255.403	271.50 00	270.00 00
213.90 50	234.31 00	248.340	241.777	375.10 00	432.00 00

...que ſe fundou eſta Taboada.

Flanco prolong. igual á Sobreſ.
Extenſ. do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado

No Enneagono . & mais figuras atè a de 30. lados incluſivé.

Sobreſ. $\frac{16}{64}$ do lad. do Polyg.ext.
Flanco prolong. $\frac{10}{9}$ da Sobreface
Extenſ. do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado

Na fig.de 31 . lados atè a linha recta incluſivè.

Sobreſ. $\frac{16}{64}$ do lado do Polyg. ext.
Flanco prolong. $\frac{5}{4}$ da Sobreface.

Extenſaõ do Flanco $\frac{5}{9}$ do Flãco prolongado

NOTA.

Quem quizer pòde guardar a proporção do Octog. no Enneagono, Decag., & Undecag. & entaõ na figur.de 12.lados,& ſeguintes atè a de 30 . lados incluſivé uſar da proporçaõ que aqui ſe declara para o Enneag. Mas na de 31.lados atè a linha rect. incluſivamente ſe uſará da q̃ ſe tẽ ditto debaixo de ſeu tit.

Dos angulos,& linhas dos Polygonos regulares conforme a terceira
irregulares excepto nos angulos flanqueados,que se variaõ con

Figuras de lados,ou angulos		IV	V
		Valor dos angulos em	
Angulo diminuto,ou diminuido	L A O	13.29.50	16.30
Angulo flanqueado	N A O	63.00.20	74.59
Angulo flanqueante interior	O G I	13.29.50	16.30
Angulo do Flanco, & Razante	I O G	76.30.10	73.29
Ang.da Espalda	A O I	103.29.50	106.30
Ang.Flanqueante exterior	A R B	153.00.20	146.59
Ang. da fig. regular	S K T	90.00.00.	108.00
Ang. do centro da fig. regular	K X Y	90.00.00.	72.00
	Comprimento das linhas supponde o lado do Poly		
Sobreface	A L	241.9000	241.9
Flanco prolongado	L I	145.2000	161.3
Extensaõ do Flanco	L O	58.1000	71.7
Flanco	O I	87.1000	89.6
Cortina	I F	380 2000	380.2
Face	A O	248.9000	252.2
Complemento da Cortina	I G	362.9000	302.4
Flanco secundario	G F	17.3000	77.8
Extensaõ da Face	O G	373.1000	315.4
Linha da defensa razante	G A	521.9000	567.7
Linha da defensa fixante	F A	538.8000	642.6
Lado do Polyg.interior	K Y	573.6000	629.7
Demigolla	I K	96.7000	124.7
Semidiametro mayor	X A	610.9000	735.0
Semidiametro menor	X K	405.6000	544.1
Capital	K A	205.3000	190.8
Gosier, ou golla	T I	136.8000	201.8

Proporçoens so

No Quadrado.

Sobreface $\frac{28}{100}$ do lado do Polyg. exterior.

Flãco prolongado $\frac{3}{5}$ da Sobref.

Extensaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado.

No Pentag.

Sobreface $\frac{28}{100}$ da lado do Polygono exterior.

Flanco prolõg. $\frac{2}{3}$ da Sobreface.

Extensaõ do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado.

No Hexag.

Sobref. $\frac{28}{100}$ do lad.do Polyg.ext.

Flãco prolong. $\frac{4}{5}$ da Sobreface.

Extensaõ do Flanco $\frac{9}{20}$ do Flanco prolongado

No Heptag.

Sobref. $\frac{27}{100}$ do lado do Polyg.ext.

Flanco prolong. $\frac{9}{10}$ da Sobref.

Extens. do Flanco $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado

No Octog.

Sobref. $\frac{27}{100}$ do lado do Polyg.ext.

DA num.10.

-porçaõ do nosso Methodo Lusitanico, que serve tambem para os
-he o valor de cada ang.da figura regular,ou irregular.

VI	VII	VIII	IX	XXXI	Linha recta
os,minutos,& segundos.					
19.48.00	22.15.00	26.33.50	29.03.20	34.46.40	34.46.40
80.24.00	84.04.17	81.52.20	81.53.20	98. 49.54	110.26.40
19.48.00	22.15.00	26.33.50	29.03.20	34.46.40	34.46.40
70.12.00	67.45.00	63.26.10	60.56.40	55.13.20	55.13.20
109.48.00	112.15.00	116.33.50	119.03.20	124.46.40	124.46.40
140.34.00	135.30.00	126.52.00	121.53.20	110.26.40	110.26.40
120.00.00	128.34.17	135.00.00	140.00.00	168.28.14	00.00.00
60.00.00	51.25.43	45.00.00	40.00.00	11.36.46	00.00.00
terior de 864.pes, para os calculos desta Taboada.					
241.90 00	233.3000	233.30 00	216.00 00	216.00 00	216.00.00
193.50 00	210.00 00	233.30 00	240.00 00	270.00 00	270.00.00
87.10 00	95.4 000	116 60 00	120.00 00	150.00 00	150.00.00
106.40 00	114.50 00	116.60 00	120.00 00	120.00 00	120.00.00
380.20 00	397.40 00	397.40 00	432.00 00	432.00 00	432.00.00
257.10 00	252.0000	260.8000	247.10 00	258.00 00	258.00.00
295.70 00	279.90 00	233.30 00	216 .00 00	172.80 00	172.80.00
84.50 00	117.50 00	164.20 00	216 .00 00	259.20 00	259.20.00
314.20 00	302.40 00	260.80 00	247.10 00	210.40 0 0	210.40.00
571.30 00	554.30 00	521.70 00	494.20 00	468.40 00	468.40.00
651.50 00	664.70 00	672.50 00	691.00 00	702.00 00	702.00.00
640.50 00	661.80 00	670.70 00	689.3 00	809.10 00	809.10.00
130.20 00	132.20 00	136.70 00	138.6 00	188.50 0	216.00 00
864.00 00	995.70 00	1128.9 00	1263.1 00	4270.00 0	Infinito
640.50 00	762.70 00	876.400	1007.700	3999.30 0	Infinito
223.50 00	233.00 00	252.500	255.400	271.50 00	270.00 00
225.50 00	238.20 00	252.500	241.800	375.10 00	432.00 00

que se funda esta Taboada.

Flanco prolong. igual á Sobref.
Extens. do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado

No Enneagono . & mais figuras atè a de 30.lados inclusiue.

Sobref. $\frac{25}{100}$ do lado do Polyg.ext.
Flanco prolong. $\frac{10}{9}$ da Sobreface
Extens. do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado

Na fig.de 31 . lados atè a linha recta inclusivè.

Sobref. $\frac{25}{100}$ do lado do Polyg. ext.
Flanco prolong. $\frac{5}{4}$ da Sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{5}{9}$ do Flãco prolongado

NOTA.

Quem quizer pòde guardar a proporção do Octog. no Enneagono, Decag., & Undecag. & entaõ na figur.de 12.lados,& seguintes atè a de 30 . lados inclusivé usar da proporçaõ que aqui se declara para o Enneag. Mas na de 31. lados atè a linha rect. inclusivé se usará da que se declara debaixo de seu tit.

& se vê nas tres taboadas numeros 8,9,10,por onde parece q̃ pois a Fixante do Methodo do Cap.14. fica a mayor, feria mais cõveniente que quando os lados da fig.regular, ou algum da irregular fosse de 750.pés para cima se usasse do Methodo do Cap. 47 . ou ao menos do Cap.45.para que assim resultasse menor a Fixante, do que pello Methodo do ditto Cap.14.

Respondemos que quẽ quizer pòde usar de qualquer das proporçoẽs como havemos ditto; mas q̃ me parece ficará cõ melhor qualidade usandose da do Cap.14.nos lados de 750.pès,&daqui para cima;& nos de 500.atè 750.exclusivè da do Cap. 45; finalmente nos de 250.[ou já de 228.]atè 500. exclusivé da do Cap. 47.porq̃ ainda que pello Methodo do Cap.14.resultaõ mayores as Fixantes;todavia como ficaõ dẽtro do tiro vehemente de mosquete,não resulta dahi inconveniente algum: & ainda q̃ as Faces por esta proporçaõ resultaõ mais pequenas,que pellas dos Capitulos 45.& 47.todavia como os lados do Polygono exterior saõ já grandes,sahem aquellas tambem assaz grãdes. Mas sendo os lados pequenos parece mais conveniente accommodarlhe aquella proporçaõ de que resultaõ mayores Faces,para que assim fiquem os Baluartes com mais valentia,&por isso quando aquelles saõ de 228.atè 500.pés lhe accõmodo a proporçaõ do Cap.47.de q̃ resultaõ mayores as Faces,& tambem os Flancos,grangeando assim a mayor valentia dos Baluartes.

Porèm quando os lados saõ de 500.atè 750. pès exclusivè dá já o Methodo do Cap.45.grande valentia naquelles pella grãdeza dos lados. Assim mesmo quando estes passaõ de 750. pès; sua grandeza causa grande comprimento nas Faces, & Flancos ainda que se use da proporçaõ do Cap.14. da qual resultaõ menores as Faces.

Assim que valendonos de cada hum dos Methodos,conforme a grandeza do lado do Polygono exterior da fig. regular for das sobredittas medidas,me parece ficarà ainda cõ melhor qualidade.

Semelhantemẽte se entenda da fig. irregular,usando para cada hum dos lados da proporçaõ mais apropriada, conforme sua grãdeza; & isto sirva por annotaçaõ ao Cap. 48. em que fazemos o mesmo nas figuras irregulares.

Finalmente advirto que a razaõ de tomar o menor lado do Polygono exterior de 250. pès para os Methodos dos Capitulos

45.& 47.he para que a Cortina saya de mais de 100.pés;posto q̃ para o Methodo do Cap.45.o poderiamos tomar de 214 & para o do Cap.47.de 228. porq̃ ainda assim sahiria a Cortina de 100, que he a menor q̃ admittimos para Praças de Baluartes inteiros; por cujo respeito havemos tambem admittido no Cap. 13. lado do Polygono exterior de 200.pés para o Methodo do Cap. 14. porque por elle resulta entaõ a Cortina dos dittos 100. pès; de que havemos assinado a razaõ no ditto Cap. 13.

O sobreditto se entende em algũas figuras; porque em outras sahirá a Cortina mayor que os 100. pès,ainda que se tomem taõ pequenos lados exteriores, como 214. & 228. segundo se pòde ver pella regra aurea applicada conforme a proporçaõ da fig. nas taboas.

§ . 15.

Como se achaõ por calculo as linhas, & angulos dos Fortes de meyos Baluartes descriptos no Cap. 49. da primeira Parte por nosso Methodo do lado do Polygono exterior para dentro. & assinase a razão de tomar por Sobreface 28. até 30. centavos.

NAõ trago este calculo dos Fortes de meyos Baluartes para os Engenheiros puramente practicos, mas para que aquelles,que ao menos tem hũa leve noticia da Trigonometria,possaõ conhecer a grandeza das partes,& valor dos angulos mais exactamente que por Petipès,& semicirculos graduados.

Aos Engenheiros puramente practicos basta que assim o examinem;pois riscando no papel ajustadamente,& com Petipé ajustado hum Forte,conforme as medidas do Polygono exterior (o mesmo será conforme as do interior)desenhado na campanha, acharáõ pello mesmo Petipè todas suas partes,& pello semicirculo graduado para o conhecimento dos angulos,o valor de cada hum sem differença sensivel da exacçaõ do calculo; assim q̃ estes practica,aquelles scientificamente, viraõ todos no conhecimento da ajustadissima symmetria deste Methodo.

Repitase o Quadrado num. 98. A fortificado com meyos Baluartes,& supponhamos o lado exterior A B de 320.pès; do qual tomemos para Sobreface a porçaõ A C de $\frac{28}{100}$ do ditto lado A B
Fig.98.A

con-

conforme se disse no Capitulo 49. da primeira Parte, pello que

A Sobreface A C será de	89|6
C D os $\frac{3}{4}$ de A C	67|2
C O $\frac{1}{4}$ de C D	16|8
O D $\frac{3}{4}$ de C D	50|4
C B $\frac{3}{4}$ de A B	230|4

A Face A O se acharà ajuntando em hũa somma os quadrados de A C, & C O, & della tirando a raiz quadra, que será a ditta Face A O de 91\|2.

O Flanco O E se investigará por Trigonometria, buscando primeiro o valor dos angulos do Triangulo pequeno rectangulo O E D equiangulo ao Triangulo rectangulo grande B C D; pois por ser recto [r] o angulo E do Triangulo O E D, & recto o angulo C do Triangulo B C D, & o angulo D cõmum a ambos, será o reliquo D O E igual [a] ao reliquo C B D.

[r] Pella cõstruc.

[a] 32. do prim. de Euclid.

Cõsiderese pois o Triangulo grãde B C D; no qual se daõ sabidos

O lado C B acima achado de	230|4
O lado C D	67|2

O angulo B C D recto pella construcçaõ;

Busquese logo o valor do angulo C B D pellos preceitos da Trigonometria com a seguinte analogia.

B C 230|4	
Radio	
C D 67|2	12,82736,92
	3,36248,24
Tangẽte do angulo C B D 16.gr.15.min.40.seg.	9,46488,68

Este tirado de 90.gr.resta o angulo C D B de 73.gr. 44.min.20. segund.

Considerese o Triangulo pequeno O E D; no qual saõ conhecidos todos os angulos, asaber

O D E de 73.gr.44.min.20.seg.por ser o mesmo que C D B achado acima.

D O E de 16.gr.15.min.40.seg.por se ter provado ser igual cõ o angulo C B D de outros tantos; ou porque tirado o angulo O D E de hum recto resta sabido o angulo D O E

Dase tambem sabida a Hypothenusa O D 50\|4.

Logo pella Trigonometria se acharà o Flanco O E com a seguinte analogia.

Radio
Hypothenusa O D 50|4 —— 2,70243,05
Seno do angulo O D E 73.gr.44.min.20. seg.—9,98226,92
Flanco O E 48|4 —— 12,68469,97

Para se investigar a Cortina B E se procederá pello seguinte discurso.

Cõsiderese o Triãgulo rectangulo D C B; no qual se daõ sabidos
O lado B C achado de 230|4
O lado C D de 67|2
O angulo C B D jà achado de 16.gr.15.min.40.seg.
Busquese logo a Hypothenusa B D pella seguinte analogia.
Seno do angulo C B D 16.gr.15.min.40.seg. ——
Lado C D 67|2 —— 12,82736,92
Radio 9,44718,15
Hypothenusa B D 240|0 —— 3,38018,77

Considerese agora o Triangulo rectangulo O E D; no qual se daõ jà conhecidos.
A Hypothenusa O D 50|4
O angulo D O E de 16.gr.15.min.40.seg.
O angulo recto D E O 90.gr.
Busquese pois o lado D E pella seguinte analogia.
Radio
Hypothenusa O D 50|4 —— 2,70243,05
Seno do angulo D O E de 16.gr.15.min.40.seg.—9,44718,15
Lado D E 14|1 —— 12,14961,20

A Cortina E B se achará, se o lado D E agora investigado 14|1. se tirar da linha D B jà descuberta 240|0; porque restaràõ 225|9. pello valor da ditta Cortina E B

Inquirase agora o angulo C A O do Triangulo rectangulo O C A; no qual se daõ conhecidos
O lado A C de 89|6
O lado C O 16|8
O angulo recto C 90.gr.& obrese pella seguinte analogia.
Lado A C 89|6
Radio
Lado C O 16|8 —— 12,22530,92
2,95230,80
Tãgẽte do angulo C A O de 10.gr.37.min. 10.seg. 9,27300,12

O an-

O angulo C O A se conhece tirando o angulo C A O 10.gr.37. min. 10.seg. de hum recto, & restaõ 79.gr.22.min.50.seg. que he o seu valor.

No Triangulo D O F saõ tambẽ conhecidos os angulos, porq̃ D O F he de 79.gr.22. min.50.seg. igual [r] cõ o seu ad verticem C O A de outros tantos

[r] 15. do prim. de Euclid.

O angulo O D F he de 73.gr.44.min.20.seg. que de tantos foi achado no Triãgulo grande C D B por ser o ditto angulo cõmum assim a este, como ao Triangulo pequeno O D F.

Será logo tambem descuberto [c] o angulo D F O de 26.gr.52. min.50.seg. & este diminuido da somma de dous rectos, resta [a] o angulo da Tenalha A F B de 153.gr.7.min.10.seg.

[c] 32. do prim. de Eucl.

[a] 13. do prim. de Eucl.

No Triangulo rectangulo F E O saõ conhecidos

O lado O E já investigado de 48|4.

O angulo E F O de 26.gr.52 min.50.seg.

O angulo E O F de 63.gr.7.min.10.seg.

Investiguese pois o lado E F pella seguinte analogia.

Radio	
Lado O E 48|4	2,68484,53
Tangẽte do angulo E O F de 63.gr.7.min.10.seg.	10,29507,57
Lado E F 95|5	2,97992,10

O Flanco secundario F B se acha tirãdo o complemento da Cortina E F 95|5. agora investigado da mesma Cortina E F acima descuberta 225|9. & restaõ 130|4. pella quantidade do ditto Flãco secundario F B.

NOTA.

POR semelhante processo se investigaõ os angulos dos Fortes pentagonicos, & hexagonicos regulares, ou irregulares de meyos Baluartes (o mesmo fora se os admittiramos de mayor numero de lados) & sahem sempre os mesmos angulos que temos achado no Forte quadrado, excepto os flanqueados; porque estes seraõ mayores, ou menores conforme o angulo da fig. regular, ou irregular for mayor, ou menor; & assim para se saber que angulo flanqueado resulta em hum meyo Baluarte, não ha mais que ajuntar em hũa somma os angulos C A O achado de 10.gr.37.min.10 seg. C B D de 16.gr.15.min.40.seg. que fazem somma de 26.gr. 52.min.50.seg. a qual tirada do angulo da fig. regular; ou irregular

gular em que cahir o meyo Baluarte, restarà o angulo flãqueado; como por exemplo tirada do angulo P A B de 108.gr.do Pentagono regular num.99.resta o valor do flanqueado R A O de 81 gr.7.min.10.seg.

Resumo dos calculos deste §.

PARA que com mais facilidade se vejaõ os calculos deste §. assim em linhas como em angulos trago a taboada seguinte num.11, em que logo se podem ver como em hũ espelho, na supposiçaõ do lado do Polygono exterior 320. pès, & a Sobreface $\frac{28}{100}$ do ditto lado.

Trago tambem a outra taboada num.12.com a supposiçaõ do mesmo lado; mas a Sobreface $\frac{30}{100}$ ou $\frac{3}{10}$.

TABOADA NUMERO 11.

Das linhas, & angulos dos Polygonos regulares de meyos Baluartes segũdo nosso Methodo, que serve tambem para os irregulares, excepto no angulo flanqueado que se varia segundo o valor do angulo da fig.regular, ou irregular, & o desta taboada pertence ao Quadrado.

Para este calculo se suppoz o lado do Polygono exterior de 320.pès. A Sobreface $\frac{28}{100}$ do ditto lado. O Flanco prolongado imaginario $\frac{3}{4}$ da Sobreface. A Extensaõ do Flanco imaginario $\frac{1}{4}$ do Flanco prolongado imaginario.

Fig.98.A

Linhas.		Pès.	,	Angulos.	Gr.	'	''
Sobreface	A C	89	6	C B D	16	15	40
Face	A O	91	2	D O E	16	15	40
Flanco legitimo	O E	48	4	O D E	73	44	20
Cortina	E B	225	9	C A O	10	37	10
Flanco secundario	F B	130	4	C O A	79	22	50
Cõplem. da Cortina	E F	95	5	D O F	79	22	50
Flãco imag.prolong.	C D	67	2	D F O	26	52	50
Extens.do Flanc.imag.	C O	16	8	A F B	153	07	10
Flanco imaginario	O D	50	4	E O F	63	07	10
A porçaõ do lado exter.	C B	230	4	E B G	63	07	10
A linha	B D	240	0	F E O	90	00	00
O Segmento	D E	14	1	A C D	90	00	00
A linha	K B	307	2				
Golla	K E	81	3				
Capital	K A	89	6				
Lado do Polygon.inter.	K H	217	6				

Na

Na ſuppoſiçaõ de $\frac{29}{100}$ por Sobreface não calculei por me parecer eſcuſado: quem quizer pòde uſar deſta proporçaõ como da dos $\frac{28}{100}$ ou dos $\frac{30}{100}$

Reſta agora darmos a razaõ porque havemos tomado $\frac{28}{100}$ atè $\frac{30}{100}$ por Sobreface no deſenho deſtes Fortes Quadrangulares pentagonicos, & hexagonicos de meyos Baluartes ($\frac{3}{10}$ nos triangulares) & porque não tomamos $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ como no Methodo do Cap. 14 nem $\frac{17}{64}$ como no do Cap. 45. A razaõ he porque como eſtes Fortes ſaõ ordinariamente pequenos, quizemos esforçar os meyos Baluartes fazendoos mayores do que por aquellas proporçoens; pello que ainda tenho por melhor que ſe tomem para Sobreface em todos antes os $\frac{30}{100}$ que os $\frac{28}{100}$ ou $\frac{29}{100}$.

TABOADA NUMERO 12.

Das linhas, & angulos dos Polygonos regulares de meyos Baluartes ſegũdo noſſo Methodo, que ſerve tambem para os irregulares, excepto no angulo flanqueado que ſe varia ſegundo o valor do angulo da fig. regular, ou irregular, & o deſta taboada pertence ao Quadrado.

Para eſte calculo ſe ſuppoz o lado do Polygono exterior de 320. pès. A Sobreface $\frac{30}{100}$ do ditto lado. O Flanco prolongado imaginario $\frac{3}{4}$ da Sobreface. A Extenſaõ do Flanco imaginario $\frac{1}{4}$ do Flanco prolongado imaginario.

Linhas.		Pès.	i	Angulos.	Gr.	'	''
Sobreface	A C	96	0	C B D	17	49	10
Face	A O	97	7	D O E	17	49	10
Flanco legitimo	O E	51	4	O D E	72	10	50
Cortina	E B	218	8	C A O	10	37	10
Flanco ſecundario	F B	123	9	C O A	79	22	50
Cõplem. da Cortina	E F	94	9	D O F	79	22	50
Flãco imag. prolong.	C D	72	0	D F O	28	26	20
Extenſ. do Flanc. imag.	C O	18	0	A F B	151	33	40
Flanco imaginario	O D	54	0	E O F	61	33	40
A porçaõ do lado exter.	C B	224	0	E B G	61	33	40
A linha	B D	235	3	F E O	90	00	00
O Segmento	D E	16	5	A C D	90	00	00
A linha	K B	304	6				
Golla	K E	85	8				
Capital	K A	97	9				
Lado do Polygon. inter.	K H	206	7				

Fig. 98. A

§. 16.

Qualificase a doutrina do Cap. 1. da Secçaõ II. & se propoem em taboada o valor dos angulos, & linhas das proporçoẽs nelle, & no Cap. 2. declaradas.

AS proporçoens declaradas no Cap. 1. da Secçaõ II. para se desenhar do Polygono interior para fòra a Fortificaçaõ das figuras regulares saõ muito ajustadas, resultando dellas as Faces sempre entre a ametade, & os dous terços da Cortina; que he a opiniaõ que elegi por escusar com Nicolao [r] Goldman a enorme profusaõ dos Baluartes se as Faces fossem mayores, ou a menoria, & encolhimento, se menores. Sahe pois a Face hora mais chegada aos $\frac{2}{3}$ da Cortina, hora mais á ametade conforme a proporçaõ, & a fig.

[r] Lib. 1. prop. 5. pag. 24.

Os Flancos resultaõ bem grandes; & tanto que excedem os de muitos Autores sem incõmodo de outras partes; pois sempre nos ficaõ Flancos secundarios em todas as figuras seguindo o requisito 4. de Goldman; [e] onde determina que os Flancos mais compridos saõ melhores que os mais curtos; porèm que senão corrõpaõ os secundarios por respeito dos primarios: quer dizer q̃ naõ faltem, ou se diminuaõ com excesso aquelles por respeito destes.

[e] Lib. 1. prop. 5. pag. 23.

Assim resultaõ das nossas proporçoẽs; pois ainda no Quadrado, onde muitos Autores de proposito escusaõ o Flanco secundario, he este pella nossa construcçáo igual á vigessima parte da Cortina.

No Pẽtagono fica de $\frac{1}{5}$ & daqui vai crescendo nas outras figuras até a de 9. lados, onde se iguala a ametade da Cortina, & tãto tomamos em todas as mais, & na linha recta; porque não queremos mayor Flanco secundario a respeito de bem se poder descubrir do primario ajudado da nossa fabrica do Fosso o angulo da Contrascarpa na fòrma que dissemos nos Capitulos 16. & 17. ou ao mais o ditto Flanco secũdario os $\frac{3}{5}$ da Cortina da fig. de 31 lados inclusivamẽte atè a linha recta nas nossas fabricas dos lados dos Polygonos exteriores para dentro declaradas nos Capitulos 14. 45. & 47.

E supposto que o mesmo Goldman [a] traz por regra gèral das proporçoẽs que o Flanco primario não seja menor que a quarta

[a] Lib. 1. pag. 23 mihi.

parte

Parte da Face, nem mayor que ametade;esta segunda parte propoz por satisfazer ao 4. requisito de que o Flanco secundario senaõ corrompesse por respeito do primario,segundo a sua fabrica mas como pella nossa,ainda que o primario seja mayor que ametade da Face senaõ corrompe o secundario;antes fica sempre taõ grande parte da Cortina como se vè das proporçoẽs; por isso he melhor o nosso Flanco primario sendo bem grande, posto q̃ em algũas figuras exceda a ametade da Face segundo sua proporçaõ; pois assim fica o quarto requisito observado sem incõmodo algũ.

As Demigollas bem largas sempre mayores que os Flancos, & taes que na linha recta,onde as duas Demigollas compoẽ a Golla legitima, ou gossier,& esta fica a mayor que em fig. algũa, naõ chega a ser igual á Cortina;admittindoas nòs iguaes na linha recta;mayor não a Golla que a Cortina como faz Pagan com enormissimo excesso; de que escuso apontar as razoẽs, que os scientes reconhecẽ por escusar ser demasiadamẽte largo neste Trattado.

Os angulos flanqueados ficaõ bem capazes; pois o menor que he no Quadrado resulta de 63 gr.21. min. quando por todos, & por nòs se admitte de 60. gr.

Nas mais figuras saõ taõ capazes como se verá da taboada n. 13.que se confira com qualquer das figuras numeros 16, 17, 18, 19,& 20, supposdo serem delineadas conforme as proporçoens da ditta taboada por escusar mayor numero de figuras, sendo o mayor na linha recta de 106.gr.15.min.40. seg. seguindo nòs, & approvando os angulos obtusos nas figuras em que convem pellas razoẽs que havemos dado no §.6.& por tanto o havemos admittido nos Methodos dos Capitulos 14,45, & 47. atè 110. gr. 26.min 40. seg. na linha recta, & o admittimos atè 130. se da hi não resultar inconveniente de se diminuirem as defensas, & incapacitar a praça do Baluarte, o que pende da proporçaõ da fabrica;porque tal pôde ser esta q̃ cause aquelles incõmodos,&outros.

Tomamos nesta construcçaõ tantas proporçoẽs,porq̃ se figuirmos hũa sò em muitas figuras virá brevemente a Face a resultar menor que ametade da Cortina; o q̃ não queremos admittir pellas razoẽs que já temos dado; sem embargo que assim resulte da construcçaõ de Antonio de Ville; que nesta parte não approvamos,nem o fazer o angulo flanqueado recto na fig.de 6. lados; q̃ conserva em todas as mais;o que os Hollandezes seguiraõ no Oc-

togono, & daqui para cima segundo aquella proporçaõ em que tomaõ os $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. para formarem o flanqueado; resultan do assim recto na ditta fig. que conservaõ nas seguintes, & linha recta. Mas no Enneagono, & delle para cima por aquella em que acrescentaõ 20.gr. a ametade do angulo da fig. para formarẽ o ditto flãqueado; & no Duodecagono, & figuras seguintes pella outra em que acrescentaõ 15. gr. ao semiangulo da fig. senaõ for segundo a opiniaõ de alguns que lhe querem acrescentar 25. gr. porque entaõ em nenhũa fig. regular resultarà precisamente recto; pois no Heptagono não chegaria; & no Octogono passaria; ainda que isto de naõ ficar o angulo flanqueado precisamente recto em fig. algũa importa absolutamente nada; porque assim para a obra, como para a vista tanto monta que seja recto como hũ, ou dous graos mais a menos, pois a vista o não pòde julgar sem instrumento. Tambem o querer conservar o angulo flanqueado recto em todas as figuras he absurdo; de que já havemos apontado as razoens no §.6.

Tornando ao intento digo, que se se quizer seguir sempre hũa sò proporçaõ virà a Face a resultar menor que ametade da Cortina, se ao principio não for taõ grande que a menoria em que cada vez vai incorrendo não baste a lhe causar este defeito, ou senaõ se for acrescentando sempre o Flanco secundario, para que desta circunstancia se diminua menos a Face; resultando entaõ daqui o grande incommodo de senão poder nas figuras de muitos lados descubrir do Flanco primario o angulo dCoantrascarpa segundo o ditto no Cap. 16.

Mas quando senão queira fazer taõ grande Flanco secundario por fugir daquelle inconveniente, contentandonos com ametade da Cortina pello mayor, ou com os $\frac{3}{5}$ que grãde Face serâ necessaria na fig. de poucos lados para que na de muitos se consiga o intento de naõ ficar aquella menor que ametade da Cortina? Escuso cançarme em o demonstrar. Quem quizer lhe faça a demonstraçaõ, ou calculo.

Esta he a razaõ por onde alguns Autores não passaõ em algũas suas proporçoẽs para desenhar, da fig. de 6. lados: antes no Quadrado, Pentagono, & Hexagono trazẽ particulares fabricas para cada hum; com fundamento tambem que saõ para Fortes de campanha; & que por tãto querem dar modo mais facil sem calculos,

nem

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Dos angulos, & linhas dos Polygonos regulares conforme a noſſa primeira p[…]

[Fi]guras de lados, ou angulos		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
[An]gulo diminuido, ou diminuto	L A O	13.19.30	18.12.30	20.19.30	22.37.10	25.27.50	27. 9.00	29. 3.[…]
[An]gulo flanqueado	N A O	63.21.00	71. 35.00	79.21.0[0]	83.19.57	84. 4.20	85.42.00	85.53.[…]
[An]gulo flanqueante interior	O G I	13.19.30	18.12.30	20.19.3[0]	22.37.10	25.27.5[0]	27. 9.00	29. 3.[…]
[An]gulo do Flanco, & Razante	I O G	76.40.30	71.47.30	69.40.30	67.22.50	64.32.10	62.51.00	60.56.[…]
[An]gulo da Eſpalda	A O I	103.19.30	108.12.30	110.19.30	122.37.10	115.27.50	117. 9.00	119. 3[…]
[An]gulo Flanqueante exterior,	A R B	153.21.00	143.35.00	139.21.00	134.45.40	129. 4.20	125.42.00	121.53.[…]
[An]gulo da fig. regular	S K T	90.	108. 00	120. 00	128.34.17	135. 00	140. 00	144. [.]
[An]gulo do centro da fig. regular	K X Y	90.	72. 00	60. 00	51.25.43	45. 00	40. 00	36. [.]

Comprimento das linhas ſuppondo o lado do Poly[gono]

		IV		V		VI		VII		VIII		IX		X	
[D]emigolla	I K	100.	0	110.	0	120.	0	120.	0	120.	0	120.	0	120.	0
[Fl]anco	O I	90.	0	100.	0	100.	0	100.	0	100.	0	100.	0	100.	0
[Fl]anco ſecundario	G F	20.	0	76.	0	90.	0	120.	0	150.	0	165.	0	180.	0
[S]obreface	A L	249.	0	240.	0	226.	5	210.	25	201.	05	192.	35	186.	1
[E]xtensão do Flanco prolongado	L O	59.	0	79.	0	83.	7	87.	6	95.	8	98.	7	103.	4
[C]omplemento da Cortina	I G	380.	0	304.	0	270.	0	240.	0	210.	0	195.	0	180.	0
[C]ortina	I F	400.	0	380.	0	360.	0	360.	0	360.	0	360.	0	360.	[.]
[L]inha razante	G A	646.	4	572.	7	529.	0	487.	8	455.	3	435.	3	418.	[.]
[F]láco prolongado	L I	149.	0	179.	0	183.	7	187.	6	195.	8	198.	7	203.	4
[E]xtensão da Face	O G	390.	5	320.	0	287.	9	260.	0	232.	6	219.	1	205.	9
[F]ace	A O	255.	9	252.	7	241.	1	227.	8	226.	7	216.	2	212.	5
[L]inha fixante	F A	665.	8	645.	4	614.	2	600.	4	590.	5	587.	0	582.	[.]
[L]ado do Polygono exterior	A B	898.	0	860.	0	812.	1	780.	5	762.	1	744.	7	732.	[.]

Proporçoens ſegundo as quaes eſtá fabri[…]

No Quadrado.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polyg. interior.
Fláco $\frac{3}{20}$ do meſmo lado.
Flanco ſecũdario $\frac{1}{20}$ da Cortina.

No Pentag.

Demigolla $\frac{11}{60}$ do lado do Polyg. interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecũdario $\frac{1}{5}$ da Cortina.

No Hexag.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Fláco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecũdario $\frac{1}{4}$ da Cortina.

No Heptag.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado doPolygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecũdario $\frac{1}{3}$ da Cortina.

No Octog.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado.
Flanco ſecundario $\frac{5}{12}$ da Cortina

No Enneagono.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do meſmo lado
Flanco ſecũdario $\frac{11}{24}$ da Cortina

A num. 13.

...orçaõ do Methodo de desenhar do Polygono interior para fòra.

XIV	XV	XIX	XX	XXIV	XXV	XXIX	XXX	LIX	LX	L.Recta
. 3.20	31.25.50	31.25.50	32. 9.10	32. 9.10	34.26.20	34.26.20	35.13.00	35.13.00	36.52 10	36.52.10
.10.20	93. 8.20	98.11.29	97.41.40	100.41.40	96.43.20	98 42.30	97.34 00	103.27.54	106.15.40	106.15.40
. 3.20	31.25.50	31.25.50	32. 9.10	32. 9.10	34.26.20	34.26,20	35.13.00	35.13 00	36.52.10	36.52.10
0.56.40	58.34.10	58.34.10	57.50.50	57.50.50	55.33.40	55.33.40	54.47.00	54.47.00	53. 7.50	53. 7.50
. 3.20	121.25.50	121.25.50	122. 9.10	122. 9.10	124.26.20	124.26.20	125.13.00	125. 13.00	126.52.10	126.52.10
.53.20	117. 8.20	117. 8.20	115,41,40	115.41.40	111. 7.20	111. 7.20	109.34.00	109.34.00	106.15.40	106.15.40
.17. 9	156. 00	161. 3. 9	162.	165. 00	165.36.00	167.35.10	168.	173.53.54	174.	00.00
5.42.51	24. 00	18.56.51	18.	15. 00	14.24.00	12.24.50	12.	6. 6.6.	6	00.00

...o interior de 600. pés para os calculos desta taboada.

0	120.	0	120.	0	125.	0	125	0	125.	0	125.	0	130.	0	130.	0	140.	0	140.	0
0	110.	0	110.	0	110.	0	110	0	120.	0	120.	0	120.	0	120.	0	120.	0	120.	0
0	180.	0	180.	0	175.	0	175	0	175.	0	175.	0	170.	0	170.	0	160.	0	160.	0
6	156.	3	155.	0	158.	2	152	1	153.	5	149.	2	152.	6	141.	5	152.	2	140.	0
9	95.	5	94.	8	99.	4	95	6	105.	2	102.	3	107.	7	99.	9	114	2	105.	0
0	180.	0	180.	0	175.	0	175	0	475.	0	175.	0	170.	0	170.	0	160.	0	160.	0
0	360.	0	360.	0	350.	0	350	0	350.	0	350.	0	340.	0	340.	0	320.	0	320.	0
0	404.	1	392.	6	393.	5	386	0	398.	3	393.	1	395.	2	381.	6	390.	3	375.	0
9	205.	5	204.	8	209.	4	205	6	225.	2	222.	3	227.	7	219.	9	234.	2	225.	0
9	210.	9	210,	9	206.	7	206	7	212.	2	212.	2	208.	4	208.	4	200.	0	200.	0
1	183.	2	181.	7	186.	8	179	6	186.	1	180.	9	186.	8	173.	2	190.	3	175.	0
9	565.	5	554.	2	549.	6	542	5	551.	6	546.	4	543,	0	529.	6	524.	0	512.	0
1	672.	6	670.	0	666.	3	54	1	656.	9	648.	4	645.	2	623.	0	524.	5	600.	0

...esta taboada do Polygono interior para fòra.

No Decagono até a fig. de 14 lados inclusivé.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo lado.
Flanco secũdario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 15. lados até a de 19. inclusivé.

Demigolla $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior.
Flanco $\frac{11}{60}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 20. lados até a de 24. inclusivè.

Demigolla $\frac{5}{24}$ do lado interior.
Flanco $\frac{11}{60}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 25. lados até a de 29. inclusivé.

Demigolla $\frac{5}{24}$ do lado do Polyg. interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{1}{2}$ da Cortina

Na fig. de 30. lados até a de 59. inclusivé.

Demigolla $\frac{13}{60}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do mesmo lado.
Flanco secundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

Na fig. de 60. lados até a linha recta inclusivê.

Demigolla $\frac{14}{60}$ do lado interior.
Flanco $\frac{1}{5}$ do mesmo lado
Flanco secundario $\frac{1}{2}$ da Cortina.

TABOADA num. 14.

Dos Angulos, & linhas dos Polygonos regulares conforme a nossa segunda proporção do Methodo Lusitanico do desenho do Polygono interior para fòra.

Figuras de lados, ou angulos.		IV	V	VI	VII	VIII	IX
Angulo diminuto, ou diminuido	L A O	13. 9.20	16. 5.20	20.33.10	23.12.00	24. 3.20	25.40.40
Angulo Flanqueado	N A O	63.41.40	75.49.20	78.53.40	82.10.17	86.53.00	88.38.40
Angulo Flanqueante interior	O G I	13. 9.20	16. 5.20	20.33.10	23.12.00	24. 3.20	25.40.40
Angulo do Flanco, & razante	I O G	76.50.40	73.54.40	69.26 50	66.48.00	65.56.40	64.19.20
Angulo da Espalda	A O I	103. 9.20	106. 5.20	110.33.10	113.12.00	114. 3.20	115.40.40
Angulo Flanqueante exterior	A R B	153.41.20	147.49.20	138.53.40	133.36.00	131.53.20	128.38.40
Angulo da figura regular	S K T	90. 0	108. 0	120. 0	128.38.17	135. 0	140. 0
Angulo do centro da figura regular	K X Y	90. 0	72. 0	60. 0	51.25.42	45. 0	40. 0
Comprimento das linhas supponde o lado do Polygono interior de 600. pès para os calculos desta taboada.							
Demigolla	I K	100 0	100. 0	100. 0	100. 0	108. 0	108. 0
Flanco	O I	85. 7	92. 3	100. 0	100. 0	100. 0	100. 0
Flanco secundario	G F	33. 3	80. 0	133. 3	166. 7	160. 0	176. 0
Complemento da Cortina	I G	366. 7	320. 0	266. 7	233. 3	224. 0	208. 0
Cortina	I F	400. 0	400 0	400. 0	400. 0	384. 0	384. 0
Linha Razante	G A	625. 5	553. 0	499. 8	456. 9	446. 1	425. 0
Extensão da Face	O G	376. 5	333. 0	284. 8	253. 8	245. 3	230. 8
Face	A O	249. 0	220. 0	215. 0	203. 1	200. 0	194. 2
Linha Fixante	F A	658. 0	630. 2	616. 3	613. 6	595. 7	588. 5
Lado do Polyg. exterior	A B	885. 0	822. 8	802. 6	773. 4	750. 8	734. 0

No Quadrado.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polyg. interior.

Flãco $\frac{1}{7}$ do mesmo.

Flanco secũdario $\frac{1}{12}$ da Cortina.

No Pentag.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.

Flanco $\frac{2}{13}$ do mesmo.

Flanco secũdario $\frac{1}{5}$ da Cortina

No Hexag.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.

Flãco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secũdario $\frac{1}{3}$ da Cortina.

No Heptag.

Demigolla $\frac{1}{6}$ do lado do Polygono interior.

Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secũdario $\frac{5}{12}$ da Cortina.

No Octog.

Demigolla $\frac{18}{100}$ do lado do Polyg. interior.

Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secundario $\frac{5}{12}$ da Cortina

No Enneagono.

Demigolla $\frac{18}{100}$ do lado do Polygono interior.

Flanco $\frac{1}{6}$ do mesmo.

Flanco secũdario $\frac{11}{24}$ da Cortina.

No Decagono, figuras seguintes, & linha recta se siga a proporçaõ do Cap. I. da Secçaõ II. & taboada n. 13.

T A B O

Em imitaçaõ das de Marolois, Fritach, Dogen, & Celario; porém com mayores Cortinas
a Cortina de 500. pés: a Face os $\frac{3}{5}$ da Cortina, que saõ 300. pès: o Flanco no Quadrado
140: no Enneagono, & em todas as mais figuras, & na linha recta de 150. O Angulo flan
As mais linhas foraõ investigadas por calculo. Vejase qualquer das fig. de num. 16. atè 2
boa da, & quem quizer ver como ficaõ na verdade, as pòde fazer ajustadas.

Valor dos ang

		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Angulo diminuido, ou diminuto	L A O	13.30	18.00	21.00	23. 8.34	24.45	26.00	27.00	27.49. 5	28.30
Angulo flanqueado	N A O	63.00	72.00	78.00	82.17. 9	85.30	88.00	90.00	91.38.11	93.00
Angulo flanqueante interior	O G I	13.30	18.00	21.00	23. 8.34	24.45	26.00	27.00	27.49. 5	28.30
Angulo do Flanco, & Razante	I O G	76.30	72.00	69.00	66.51.26	65.15	64.00	63.00	62.10.55	61.30
Angulo da Espalda [da Tenalha	A O I	103.30	108.00	111.00	113 8. 34	114.45	116.00	117.00	117.49. 5	118.30
Angulo Flanqueante exterior, ou	A R B	153.00	144.00	138.00	133.42.52	130.30	128.00	126.00	124.21.50	123.00
Angulo da fig. regular	S K T	90.00	108.00	120.00	128.34.17	135.00	140.00	144.00	147.16.22	150.00
Angulo do centro da fig. regular	K X Y	90.00	72.00	600.00	51.25.43	45.00	40.00	36.00	32.43.38	30.00

Comprimento das linhas em pés F

		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Lado do Polygono interior	K Y	743. 4	776. 2	797. 6	812. 8	815. 0	834. 4	848. 6	860. 2	870.
Demigolla	I k	121. 7	3 8. 1	148. 8	156. 4	162. 5	167. 2	174. 3	180. 1	185.
Flanco	O I	100. 0	110. 0	120. 0	130. 0	140. 0	150. 0	150. 0	150. 0	150.
Flanco secundario	G F	83. 5	161. 5	187. 4	195. 8	196 3	192 5	205 0	215 7	223
Face	A O	300. 0	300. 0	300. 0	300. 0	300 0	300 0	300 0	300 0	300
Cortina	I F	500. 0	500. 0	500. 0	500. 0	500 0	500 0	500 0	500 0	500
Fiãco prolong. ou distãcia dos Polyg.	I L	170. 0	201.7	227. 5	247 9	265 6	281 5	286.2	290 0	293
Lado do Polygono exterior	A B	1083. 4	1070.6	1060. 2	1051 8	1044 8	1039 2	1034.6	1030 0	1037
Sobreface	A L	291. 7	285.3	280. 1	275 9	272 4	269 6	267.3	265 3	263
Extensão do Flanco	O L	70. 0	92. 7	107 5	117 9	125 6	131 5	136 2	140 0	143
Linha da defensa razante	G A	728. 4	656. 0	634 9	630 8	634 4	612 2	630 4	621 4	614
Linha Capital	K A	240. 5	250. 6	262 7	275 2	287 5	299 6	300 9	302 2	303
Complemento da Cortina	I G	416. 5	338. 5	312 6	304 2	303 7	307 5	294 4	284 3	276
Linha da defensa fixante	F A	809. 7	811. 1	812 6	814 5	816 8	819 5	818 9	818 4	817
Semidiametro menor	X K	525. 7	660. 3	797 6	936 7	1077 9	1219 8	1373 1	1526 6	1681
Semidiametro mayor	X A	766. 2	910. 9	1060 3	1211 9	1165 4	1519 4	1674 0	1828 8	1984
Gosier ou golla legitima	S I	172. 1	223. 4	257 6	281 8	300 z	314. 2	331 5	345 6	357

D A num. 14. B

ra cuja fabrica ſuppoſemos para a mayor Fortificaçaõ Real em todas as figuras regu lares,
oo;no Pentagono de 110: no Hexagono de 120:no Heptagono de 130:no Octogono de
ado composto da ametade do angulo da fig.& mais a quinta parte de hum recto,ou 18. gr.
n embargo de ſerem riſcadas com outras proporçoens, & ſe conſiderem com as deſta ta-

	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXIV	XXXVI	LXXII	Ω
.37	29.34.17	30. 00	30.22.30	30.42.21	31.00	31.15.47	31.30	32.15	33.30	34.45	36.00
.14	95.08.34	96. 00	96.45. c	97.24.42	98.00	98.31.35	99.00	100.3 0	103.00	105. 30	108.00
.37	29.34.17	30. 00	30.22.30	30.42.21	31.00	31.15.47	31.30	32.15	33.30	34.45	36.00
.23	60.25.43	60. 00	59.37.30	59.17.39	59.00	58.44.13	58.30	57.45	56.30	55.15	54.00
.37	119.34.17	120. 00	120.22.30	120.42.21	21.00	121.15.47	121.30	122. 15	123. 30	124.45	126.00
46	120.51.26	120. 00	119.15.00	118.35.42	118.00	117.28.25	117.00	115.30	113.00	110. 30	108.00
28	154.17.09	156. 00	157.30	158.49.25	160.00	161. 3. 9	162.00	165.00	170.00	175. 00	00.00
32	25.42.51	24. 00	22.30	21.10.35	20.00	18.56.51	18.00	15.00	10.00	5. 00	00.00

guezes, & decimos de pè.

	6	885.	8	892.	2	897.	6	902.	6	907.	0	910.	8	914.	4	925.	8	945.	2	965.	0	985.	4
	3	192.	9	196.	1	198.	8	201.	3	203.	5	205.	4	207.	2	212.	9	222.	6	232.	5	242.	7
	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0	150.	0
	8	235	7	240	2	244	1	247	4	250	4	252.	9	255.	2	262	3	273.	4	283.	8	293.	5
	0	300	0	300	0	300	0	300	0	300	0	300.	0	300.	0	300	0	300.	0	300.	0	300.	0
	0	500	0	500	0	500	0	500	0	500	0	500.	0	500.	0	500	0	500.	0	500.	0	500.	0
95	8	298	1	300	0	301	7	303	2	304	5	305	7	306	7	310	1	315.	6	321.	0	326.	3
24	4	1021	8	1019	6	1017	6	1015	8	1014	2	1012	8	1011	6	1007	4	1000.	4	993.	0	985.	4
62	2	260	9	259	8	258	8	257	9	257	0	256	4	255	8	253	7	250.	2	246.	5	242.	7
	8	148	1	150	0	151	7	153	2	154	5	155	7	156	7	160	1	165	6	171.	0	176.	3
8	6	603	9	607	0	596	6	593	8	591	2	589	0	587	[illegible]	581	1	571	8	563.	2	555.	2
4	6	305	7	306	7	307	6	308	5	309	2	309	9	310	6	312	8	316	8	321.	3	326.	3
9	7	264.	3	259	8	255	9	252	6	249	6	247	1	244	8	237	7	226	6	216.	2	206.	5
17	6	817	2	816	8	816	6	816.	3	816	0	815.	9	815	7	815	0	813.	9	812.	6	811	3
35	7	1990	4	2145	6	2300	5	2456.	2	2611	6	2766.	8	2922	6	3546	4	5422.	5	11062.	3	Infinito	
40	3	2296	1	2452	3	2608	1	2764	7	2920	8	3076.	7	3233	2	3859	2	5739.	3	11383.	6	Infinito	
67	6	379	4	383	7	380	6	395	7	400	8	405.	3	409	3	422	1	443.	5	464.	5	485	4

nem contas necessarias segundo a sua doutrina. Porém se as regras saõ boas,& faceis,& pudessem servir para as figuras de mais lados não parariaõ na fabrica do Hexagono. Em conclusaõ não pòde haver regra geral para todas as figuras,como traz Ville do Hexagono para cima,sem inconvenientes pellas razoẽs que tenho ditto,& por tanto fiz as minhas do Polygono interior para fóra com a variedade que se vé nas do Cap. 1. da Secçaõ II.

He pois o valor dos angulos,& linhas que resultaõ deste nosso Methodo do Polygono interior para fòra; o q̃ parece da taboada n. 13. supondo o lado do Polygono interior de 600. pés, que tantos suppuz para seus calculos. Taboada n. 13.

Quẽ quizer póde pellos numeros da taboada buscar qualquer das linhas nella declaradas na supposiçaõ de outro lado de Polygono interior mayor,ou menor,valendose da regra de tres; pōdo em primeiro lugar os 600. pès: em segundo o numero da taboada respondente â linha que se pertende: em terceiro o lado interior mayor,ou menor q̃ se dà. O mesmo se pòde investigar por qualquer linha das da taboada num. 14. (cujas proporçoẽs se cotejem com as figuras numeros 16. atè 20. imaginando estas riscadas conforme as dittas proporçoẽs segundo está a fig. 105. B do quadrado) supondo dada outra semelhãte mayor,ou menor; & porque isto he notorio aos Arithmeticos,& o hei jà declarado,não ha para que o inculcar com mais palavras: se bem para a fabrica, & ainda para se saberem algũas linhas he escusada a regra de tres; pois havendo fig. de mayores,ou menores lados que os 600. pès, naõ ha mais que seguir a regra que lhe pertence das do Cap. 1. & sahirá fortificada como convem; & para as outras linhas que senaõ conhecem logo por virtude da construcçaõ, se podem saber pella regra de tres,ou por Trigonometria;& em falta por Petipè; ainda que por este modo he cousa muito grosseira,& mecanica;& sendo assim he só o a que chegavaõ muitos Engenheiros que a esteReyno vieraõ com grande presumpçaõ,& dos quaes se formou grande conceito.

O ditto neste §. se entenda semelhantemente acerca das proporçoens do Cap. 2. da Secçaõ II. de que se vem as medidas dos angulos,& linhas na taboada num. 14.

§. 17.

Como se achaõ as partes dos Fortes de meyos Baluartes descriptos do Polygono interior para fóra no Cap. 4. da Secçaõ II.

Fig. 210. HE muito facil achar as linhas,& angulos dos Fortes de meyos Baluartes descriptos no sobreditto Cap. do lado do Polygono interior para fóra; supondo aquelle dado, ou conhecido; porq̃ da mesma fabrica resultaõ sabidas em numeros a Golla B I; o Flanco I L; o complemento da Cortina I K; & o resto K A do lado da fig. se conhece abatendo de B A a somma de B I, & I K.

A Capital B F se achará facillimamente pella regra aurea, a saber. Como K I para I L, assim [r] K B para B F. As primeiras tres linhas saõ sabidas pella construcçaõ; logo não se ignorarà a quarta B F buscada. Isto nasce da semelhança dos Triangulos K I L, K B F equiangulos.

r 4. do sexto de Eucl.

Achada pois a Capital B F; se outra sua igual se juntar com o segmento K A do lado B A, comporsehà K T que fica servindo de Flanco secundario ao meyo Baluarte I L F B.

A Razante K F serà conhecida, se da somma dos Quadrados de K B, & B F se tirar a Raiz quadra, que mostrará [b] sua quantidade.

b 47. do 1. ou 31. do sexto.

Semelhantemente se conhece L K continuaçaõ da Face por ser igual numericamente á raiz da somma dos quadrados K I, I L. A Face L F se sabe, tirando L K de F K.

Os angulos saberá com a mesma facilidade o practico pello semicirculo graduado; o sciente mais ajustadamente por Trigonometria; porque no Triangulo rectangulo K I L se daõ sabidos os dous lados K I, I L com o angulo recto I; donde pellos preceitos da Trigonometria se investigará o angulo L K I; & por este [a] o angulo I L K igual [d] com o flaqueado B F L por serem parallelas [e] B F, I L; Mas o da Espalda [e] I L F tirando o angulo I L K da somma de dous rectos.

a 32. do 1.
d 29. do 1.
e Pella operaç. 13. do 1.

§. 18.

§. 18.

Apontase que sortes de corpos de muralha se levantaõ nos espaços P Z A, X N O, V N O, L I D, F I D, considerados de per-si, dos quaes se trattou no Cap. 7. §. 3. da II. Secçaõ.

O Triangulo P Z A imaginado no plano horizõtal he base de hũa Pyramide; cuja altura he hũa linha imaginaria levantada a perpendiculo sobre o ponto A, igual com a da muralha, que havemos supposto de 25. pès. He esta Pyramide terminada com quatro superficies triangulares; a saber o ditto Triangulo P Z A no plano horizontal a que chamo primeiro, representado na fig. n. 124. A, com as mesmas letras, & escurecido por se mostrar, que fica na base da Escarpa. Fig. 124. A Fig. 124. A

O segundo Triangulo que lhe fica da parte superior, he o que tem por hum lado a linha P Z cõmua tambem ao sobreditto primeiro Triangulo; por outro hũa linha, que se deve imaginar que sobe pella Escarpa desde o ponto Z inferior atè o ponto, a, superior; que no alto da muralha corresponde a plumo sobre o ponto A; o qual se representa na fig. num. 124. A pella linha Z a, do Triangulo K, imaginando que este se levanta, & revolve sobre a linha P Z como sobre hum exo, tanto atè que o ponto, a, fique no alto da muralha (termo superior da Escarpa) perpendicular ao ponto A no plano horizontal, & a linha P a, do mesmo modo subindo diagonalmente pella mesma Escarpa, & correspondente à inferior P A. O plano deste Triangulo K fica inclinado sobre o plano do Triangulo P Z A formando com elle angulo agudo.

Sobre a linha Z A, Talud da Escarpa na fig. num. 124. se levãta perpendicularmente outro Triangulo; do qual hum lado sobe do ponto Z inferior pella Escarpa atè o ponto, a, do alto perpẽdicular ao ponto A no baixo. Este lado he tambem cõmum ao sobreditto segundo Triangulo K; mas na fig. representase pella linha Z a do Triangulo H, imaginandose que este se levanta, & revolve sobre o exo Z A atè que o ponto, a, superior venha a ficar a perpendiculo sobre o ponto A inferior; de que resultará q̃ as duas linhas que na fig. se mostraõ cõ as letras Z a, viraõ a coincidir em hũa sò cõmua ao segundo Triangulo K, & ao terceiro Fig. 124. A

Trian-

Triangulo H. Mas outro lado he o que ſobe a perpendiculo do ponto A inferior ao ponto a ſuperior, qual moſtra a linha A a no ditto Triangulo H; cujo plano fica perpendicular ao plano do Triangulo P Z A formando com elle angulo recto.

Fig. 124. O quarto Triangulo he o que ſe levanta perpendicularmente ſobre a Hypothenuſa P A da fig. num. 124. do qual hum lado ſobe diagonalmente pella Eſcarpa do ponto P inferior atè o ponto a imaginado ſuperior ao outro ponto A inferior. Eſte lado he tambem cõmum ao ſobreditto ſegundo Triãgulo K na fig. num. 124. A, o qual lado ſe repreſenta pella linha P a do quarto Triãgulo R, que concebido levantarſe, & revolverſe ſobre o exo P A atè ficar perpendicular ao plano do Triãgulo P Z A ſobre a Hypothenuſa P A, virá a coincidir a linha P a do Triangulo R com a linha P a do Triangulo K. O outro lado deſte quarto Triangulo he hũa linha perpendicular levantada ſobre o ponto A atè o alto da muralha; qual ſe repreſenta pella linha A a do Triangulo R, & eſta coincide com a linha A a do Triangulo H quando ambos eſtaõ levantados perpendicularmente a ſaber o Triangulo R ſobre ſua baſe P A, & o Triangulo H ſobre Z A.

Fig. 124. A

Da ſobreditta conſideraçaõ ſe ſegue que a linha Z a lado do Triangulo rectangulo K, fica Hypothenuſa do Triangulo rectangulo H. As linhas A a que coincidem em hũa ſó no Triangulo H, & no Triangulo R repreſentaõ hum lado commum a ambos.

As linhas P a do Triangulo rectangulo K & do Triangulo rectangulo R que coincidem em hũa sò repreſentaõ a Hypothenuſa cõmua a ambos os Triangulos.

Fig. 124. Fig. 124. B Outra ſemelhante Pyramide ſe levanta ſobre o Triangulo P r A da fig. num. 124. & da fig. 124. B, de que naõ devemos fazer mençaõ neſte computo por pertencer jà á outra decima parte do Pentagono; & em ſuſtancia as duas Pyramides ſobre o Triangulo P Z A, † & ſobre o Triangulo P r A * que conſideramos de per ſi, cada hũa terminada com quatro ſuperficies triangulares; vem a compor hũa ſò Pyramide que tem por baſe o quadrilatero P Z A r, & nos lados, quatro ſuperficies triangulares; quaes ſe moſtraõ na fig. num. 124. C * que todas concorrem em hum ponto levantado a plumo ſobre o ponto A.

†Fig 124. A *Fig. 124. B Fig. 124. C Fig. 124. C

Fig. 124. Do meſmo modo ſobre os Triangulos X O N, V O N da fig. num.

num. 124. se levantaõ outras Pyramides; cuja altura he hũa linha a plumo do ponto O inferior até outro superior no alto da muralha, & cada hũa daquellas se póde imaginar separadamente cõ as superficies lançadas em plano na fórma que dissemos da Pyramide sobre o Triangulo P Z A; porque na realidade as duas que alli se consideraõ não saõ separadas hũa da outra; mas hũa sò; que tem por base o Quadrilatero X N V O com a sobreditta altura de 25. pés do ponto O até outro a elle superior a perpendiculo; & esta Pyramide se póde partir nas duas sobredittas com a imaginaçaõ, ou na realidade. Vejaõse as figuras numeros 124. D & 124 E & 124. F. Figuras. 124. D 124. E 124. F

Mas nos dous Triangulos L I D, F I D da fig. 124. saõ as Pyramides de outro modo, & jacentes (quero dizer deitadas com as pontas no plano horizontal; & concurrentes no põto D) a saber a Pyramide L l i I D representada na fig. 124. G tem por base o Parallelogrammo rectangulo L l i I levantado perpendicularmẽte sobre o lado L I & plano do Triangulo L I D; & a altura desta Pyramide he a linha jacente L D perpendicular ao lado L I commum ao Triangulo L I D & ao Parallelogrammo L l i I; pello q̃ a área deste multiplicada pella terceira parte da altura L D dará a corporea quãtidade da Pyramide L l i I D. Ou tambem multiplicando a área do Triangulo L I D pellos $\frac{2}{3}$ da altura L l, ou I i. Fig. 124. G

Semelhantemente se entenda da Pyramide I i f F considerada de per-si na fig. num. 124. G em q̃ se mostraõ separados cada hum dos Triangulos L I D, F I D; ou na fig. num. 124. H em que se vẽ unidos, compondo o Quadrado L I F D; em cujos lados L I, F I se levantaõ os dous Parallelogrammos bases das Pyramides, & quando levantados coincidem as duas linhas sinaladas com as letras I i em hũa só. Fig. 124. G Fig. 124. H

As superficies que imaginariamente terminaõ a quantidade corporea da Pyramide L l i I D se representaõ na fig. 124. I imaginando que se tiraõ da Pyramide, & se estendem no plano horizontal, as quaes superficies saõ 5, a saber 4. triangulares, & hũa quadrangular. O mesmo se entenda da Pyramide I i f F D; que se representa esfolada de suas superficies na fig. 124. K; mas na fig. 124. L se representaõ as superficies da Pyramide unida num. 124 H, que se compoem das duas L l i I D, I i f F D imaginariamente separadas na fig. 124. G. Fig 124. I Fig. 124. K Fig. 124. L

As figuras que trazemos neste §. em demonstração das Pyramides sobredittas he imitando Dogen [r] em semelhante caso. Os numeros de cada hũa das linhas dos Triãgulos terminativos das Pyramides lhe acrescentei nellas; ou por raizes nas que saõ irracionaes conforme as supposições que tomei para este calculo.

r Lib.2.cap.12 pag.308.&309

§.19.

Assinase a razaõ da sexta regra dada no Cap.11. da primeira Parte Operativa para reduzir pés cubicos immediatamẽte a braças solidas, ou corporeas de 250 palmos cubicos a braça.

A Regra particular q̃ propuz por sexta no Cap. 11. para reduzir immediatamente pès cubicos a braças solidas, ou maciſſas; (he o mesmo que corporeas) de 250. palmos cubicos a braça sem ser necessario reduzir primeiro os pès cubicos a palmos cubicos, foi que o numero dos pès se multiplicasse por 13|5. & do producto se cortassem quatro letras da parte direita; porq̃ o valor das que ficassem da parte esquerda mostraria o num. da braças solidas, & o valor das quatro letras cortadas da parte direita mostraria as particulas de hum quebrado, a respeito de hũa braça imaginada repartida em 10000; que isto vem a ser, primos, segundos, terceiros, & quartos na regra da Dizima.

A razaõ desta operaçaõ he, porque conforme o que havemos ditto hum pè de linha[isto he em cõprimento]iguala a 1 $\frac{1}{2}$ palmo dos nossos, & por tanto 2. pés a 3. palmos; de que resulta que cubicando os 2. pès fazem 8. cubicos, & cubicando os 3. palmos de comprimento, ou linha (que he o mesmo que os 2. pès) fazem 27. palmos cubicos: por serem pois os lados iguaes, ficaõ os cubos iguaes, a saber 8. pès cubicos a 27. palmos cubicos; donde se segue que 1000. pés cubicos se igualaõ a 3375. palmos cubicos que fazem 13 $\frac{1}{2}$ braças solidas, ou pello modo da Dizima 13|5. braças.

Por onde fica corrẽte a regra aurea para reduzir qualquer numero de pés cubicos a braças solidas de 250. palmos, armãdo a regra na fòrma seguinte. 1000. pès daõ 13|5. braças solidas: tal num. de pès por exemplo 1733. que darà? & executada a regra sahirâ o quarto numero buscado; em que se deve advertir na operaçaõ que por quanto o segundo numero da serie 13|5. que he o q̃ sem-

pre

pre ſerve de multiplicador tem annexo 5.primos (que he $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$) ao numero inteiro 13. multiplicando ao terceiro 1733 (que he ſò de inteiros ſem primos, nẽ outro quebrado da Dizima annexo) gera no producto o num. 23395|5; cuja ultima letra da parte direita ſerà ſignificativa de primos conforme a regra da Dizima. Eſte numero ſe deve partir pello primeiro termo da regra aurea q̃ he 1000. Mas ſabido he dos Arithmeticos que neſte caſo he eſcuſada a operaçaõ da regra de repartir ordinaria; pois quando ſe quer partir hum num. inteiro mayor por 1000. baſta que ſe cortẽ do num. que ſe reparte tres letras da parte direita [tãtas como ha cifras no partidor 1000.] & fica feita a partiçaõ; porque as letras cortadas da parte eſquerda moſtraõ o valor do que cabe a cada hum, & as cortadas da parte direita moſtraõ as partes milleſimas de hum inteiro que de mais cabe a cada hũ dos 1000. do partidor.

Porèm quando no num. da partiçaõ ha annexo mais o quebrado de primos alem do inteiro (como agora neſte caſo ha no num. 23395|5.) ſe devem cortar 4. letras do num. da partiçaõ conforme a regra da Dizima, entẽdendoſe entaõ q̃ o partidor he 10000 por ſe haver de acreſcentar com hũa cifra mais do que de primeiro era, & as letras cortadas da parte eſquerda ſeraõ os inteiros; a ſaber as braças que buſcamos; & as da direita os quebrados de braça a reſpeito de hũa feita em 10000. particulas; que ſaõ primos, ſegundos, terceiros, & quartos na regra da Dizima.

Daqui ſe ſegue que ſe no numero dos pès propoſtos houver tambem annexo o quebrado de primos de mais do num. inteiro ſe gerará no producto o quebrado de ſegundos annexo ao numero inteiro do producto; por quanto no multiplicador 13|5. ha o quebrado de primos (pois cõforme a regra da Dizima primos por primos geraõ ſegundos) & neſte caſo ſe devem cortar 5. letras da parte direita do num. producto; porque as da eſquerda ſeraõ as braças inteiras, & as cortadas da direita moſtraràõ partes cem mileſimas de hũa braça; & aſſim por diante ſe no numero propoſto dos pès houver annexos primos, & ſegundos, cortarſehaõ ſeis letras, que moſtrarâõ o quebrado da braça a reſpeito de eſta repartida em 1000000. particulas. Mas ſe houver annexos primos, ſegundos, & terceiros ao numero propoſto dos pès, cortarſehaõ ſette letras, que repreſentaõ as particulas do quebrado a reſpeito de hũa braça repartida em 10000000. Semelhantemente ſe entenda por diante.

Quando no numero producto (dos pès propostos por 135.) houver sò as quatro letras que poder cortar,não chega o numero dos pès a inteirar hũa braça;mas sòmente hum quebrado de braça a respeito desta partida em 10000.particulas;que saõ primos, segundos,terceiros,& quartos: mas se houver sómente tres letras representaràõ o quebrado a respeito do mesmo partidor 10000. em segundos,terceiros,& quartos.

Tudo isto he cousa facil a quem tiver noticia da Dizima.Para os Practicos basta obrarem como dispoem a facil regra dada no ditto Cap.11.regra sexta da I. Secçaõ:porque lhe não saõ necessarias estas especulaçoens, ainda que pouco profundas em prova da certeza da ditta regra,bastando que a reconheçaõ experimentalmente.

§. 20.

Defendese Campano de hũa nota do Padre Christovaõ Clavio.

REServámos na Secçaõ II.Cap.7.§.5.no principio para mostrar neste §.que injustamente reprova Clavio a Campano sobre a settima definiçaõ do liv. 11.de Euclides.

O fundamento he (por não achar em Campano definiçaõ generica do Prisma) arguir que elle,& outros entendem por Prisma sômente aquella fig.solida (a que chama Serratil) a qual he conteuda por cinco superficies;das quaes,tres saõ Parallelogrammos; mas as duas oppostas,Triangulos parallelos,iguaes,& semelhãtes; sendo aquella fig.sòmente hũa especie de Prisma de infinitos que hà comprehendidos na definiçaõ 13. do undecimo em Clavio: 11.na tradição de Theon vertida por Zamberto.

Porèm argue injustamente a Campano; o qual diz na definiçaõ settima do liv.11.

Corpus serratile dicitur,quod quinque superficiebus, quarum tres parallelogrammæ sunt,duæ vero triangulæ,continetur; a saber.

Corpo Serratil se diz o que he cõteudo por cinco superficies; das quaes,tres saõ Parallelogrammos;mas duas,Triangulos.

Esta he a definiçaõ que explica com hum simile; & todavia algũ tanto parece defectuosa;pois devia dizer que as duas superficies oppostas haviaõ de ser não sò triangulares;mas parallelas,iguaes, & semelhantes.

Porèm

Porèm não se segue daqui que por Campano definir em particular a ditta fig. solida especie de Prisma com nome de Serratil, tivesse para si q̃ naquella definiçaõ se incluiaõ todos os Prismas, ou que não houvesse outros infinitos; mas sòmente o que alli definio, como sem razaõ lhe nota Clavio.

Mais ajustado seria notalo de haver faltado, não trazendo a definiçaõ generica do Prisma, que traz o mesmo Clavio com o num. 13. Zamberto com o num. 11. & outras mais; como tambem proposiçoẽs em que faltou, por achar falto o texto, de que usou.

E não sò a Campano, mas a Zamberto faltaõ algũas definiçoẽs; de que por escusar prolixidade apontarei sòmente a do Tetaedro que lhe falta; sendo que define os outros quatro corpos regulares da definiçaõ 21. atè 24. do undecimo; pois havia de trattar, como fez, do Tetaedro em muitas proposiçoens do liv. 13. & seguintes; & nem por faltar em fallar nas definiçoẽs no Tetaedro, se pòde arguir que elle entendesse não haver mais que os quatro Corpos regulares que define.

E se Campano faltou em definir genericamente o Prisma; tãbem elle pudera notar a Clavio de haver faltado em definir especificamente o Serratil; pois se a terceira, & quarta proposiçaõ, & a demonstraçaõ da quinta do duodecimo na parte em q̃ fallaõ em Prismas senaõ podem entender genericamente; mas em especial dos que tem dous planos adversos Triangulos; como o mesmo Clavio adverte, em especial no Scholio da ultima do undecimo; parece era necessario haver definido estes Prismas especificos, a que Campano dà nome de Serratiles.

E não obsta a objeçaõ de Clavio dizendo que quando Euclides quiz fallar da propriedade particular ao Prisma serratil, declarou como fez na settima proposiçaõ do duodecimo; que devia ter a base triangular; que isto vem a ser; considerada a base de hũa, & outra parte o ter dous Triangulos por planos adversos; pois ainda que nesta proposiçaõ o declarou Euclides, segundo o texto q̃ traz Clavio, & Zamberto; todavia na ultima do duodecimo naõ cõsta do texto q̃ trazem, que Euclides especificasse à mesma particularidade, sendo que a proposiçaõ sòmente dos Prismas serratiles se entende, como bem adverte Clavio em seu Scholio; pois seria a proposiçaõ falsa, se absolutamẽte se quizesse entender de todo o genero de Prisma, como se propoem na proposiçaõ. E ainda

que o Scholio explica o ſentido; que todavia já era manifeſto das demonſtraçoẽs de Clavio,& Zamberto;com tudo as palavras da propoſiçaõ não deviaõ ſignificar hũa univerſal,quando ſe entendẽ de hũa particular;pello que he de crer que Euclides devia ter dado nome eſpecifico aos Priſmas eſpeciaes de Triãgulos adverſos parallelos;ou q̃ ſe a eſtes chama Priſmas, devia eſpecificar terẽ a baſe triangular; como ſe declara na ſettima do duodecimo,& que ſemelhantemente devia fazer o meſmo na terceira, & quarta do meſmo liv.

Por tanto conjecturamos haver Euclides dado o nome eſpecifico de Serratil ao tal Priſma de baſe triangular, ou planos adverſos triangulares (que he a meſma couſa) ſegundo o texto de Cãpano;não obſtante a objecçaõ de Clavio (na prefaçaõ) de haver aquelle ſeguido a tradiçaõ dos Arabes;que em grande parte perverteraõ a ordem,& Methodo de Euclides, & mudaraõ as palavras das propoſiçoẽs em algũs lugares; de modo que difficultoſamente ſe pode perceber o proprio,& verdadeiro ſentido do Autor;pois ainda que iſto aſſim ſeja,como diz Clavio; todavia dahi não ſe infere que a palavra Serratil, que Campano achou na tradiçaõ dos Arabes não foſſe de Euclides,ou outra q̃ foſſe do idioma grego em que Euclides eſcreveo, para ſignificaçaõ daquelle eſpecial Priſma,& que iſto não foſſe mais ajuſtado que nomealo com o nome generico naquellas propoſiçoẽs,que ſò a elle convẽ & naõ a todos em geral: por onde parece q̃ ſenão deve dar mais credito ao texto de Zamberto, & Clavio neſta parte, que ao de Campano:em outras muitas couſas ſim,pois he muito melhor, & mais ajuſtado.

§.21.

Aſſinaſe a razão da regra dada no Cap.8.da Secçaõ II.para ſe ſaber o diverſo preço de cada braça de muralha,ſegundo ſua diverſa altura.

A Regra que no Cap.8.da Secçaõ II.havemos dado pende de ſuppoſiçoẽs,conforme ás quaes he que procede a ditta regra;& da razaõ que aqui aſſinarmos ſe conhecerà o modo para ſe fazer com quaeſquer outras.

Suppomos por noticia,& informaçoens que dous officiaes pedreiros,como nòs lhe chamamos em Lisboa,&albanés na Provin-

cia

cia de Alem-Tejo fazẽ cada dia em paredes muito groſſas, quaes ſaõ as das muralhas da Fortificaçaõ quatro braças de 250.palmos cubicos a braça,tendo ſempre os materiaes promptos na obra cõputado hum dia por outro grandes,& pequenos; porque em hũ dia grande,querendo trabalhar bem fazem 5.braças: mas ſuppomos as 4. que fazem com o trabalho ordinario,& ſofrivel.

Suppomos mais que para q̃ ſempre tenhaõ os materiaes prõptos,& não eſtejão parados na obra em quanto ſe lhe chegaõ, ſaõ neceſſarios para os dous officiaes albanés quatro ſerventes para acarretarem os materiaes:hũ mais para terçar a cal, & outro para acarretar agua;que vem a ſer ſeis ſerventes.Iſto em quãto os dous officiaes andaõ do livel do chaõ atè 10.palmos de alto.

Porèm como paſſaõ de 10.palmos atè 20.de alto lhe ſaõ neceſſarios mais dous ſerventes para acarretar os materiaes; de modo que viráõ a ter 8.

Dos 20. atè os 30. palmos,mais outros dous que fazem 10, & aſſim pordiante a cada 10. palmos mais de altura acreſcentar dous ſerventes.

Eſta he hũa eſtimaçaõ racional com voto dos meſtres pedreiros practicos neſtas couſas; pois ſem algũa ſuppoſiçaõ tomada por certa não ſe póde fazer o computo,& a regra.

Suppomos mais que hũa braça de obra deſtas muralhas groſſas a podem fazer em Eſtremoz por 1200. reis, & que os materiaes para ella lhe vem a cuſtar poſtos ao pè da obra 600. reis.

Devemos agora conſiderar o cuſto que fariaõ as quatro braças de obra feitas pellos dous officiaes em hum dia,ſe ſe pagaſſem por jornal atè os 10.palmos de alto; a ſaber

Os materiaes para as quatro braças a 600. reis por cada hũa montaõ ————	2400
Os dous officiaes em hum dia de ſeu jornal a 200. reis cada hum montaõ ————	400
Os ſeis ſerventes a 100. reis importaõ ————	600
Fazem de cuſto as 4.braças 3400.reis,por onde ſahe a cada braça 850 reis nas q̃ ſe fizerem atè 10.palmos de alto.	3400

Porèm de 10.palmos para cima porque ſe mettem já mais dous ſerventes que levão 200.reis, creſce no cuſto de cada braça mais 50. reis com que cuſtarà cada hũa 900.reis.

De 20.atè 30. palmos ſe mettem outros dous ſerventes; com

que

que virà a ſahir cada braça por 950. reis; & aſſim pordiante irá ſahindo por 1000. reis; 1050, 1100. &c. conforme as alturas de 10. palmos mais.

Iſto ſuppoſto, cortemos as ultimas cifras dos numeros 850, 900, 950; 1000, 1050, & ficaráõ na meſma proporção 85, 90, 95, 100, 105, & ſupponhamos que o primeiro 85. he o valor de cada braça atè os primeiros 10. palmos de alto: 90. o valor de cada hũa dos 10. palmos de alto atè os 20: o terceiro intermedio 95. o valor medio de cada braça reſpondente à media altura, a que competem os 1200. reis que geralmẽte ſe dava por cada braça. O numero 100. repreſenta o valor de cada hũa dos 30. atè os 40. palmos de alto. Finalmente o num. 105. o ſeu valor dos 40. atè os 50. palmos.

Por onde corre agora a regra aurea que no Cap. 8. diſſemos, a ſaber.

A 95. num. intermedio reſpondem 1200. reis: a 85. numero primeiro, ou a 90. num. ſegũdo, ou a 100. num. 4. ou a 105. num. 5. que reſponderá? & ſahirà o preço de cada hũa das braças ſegundo ſua altura.

He de advertir que ſe a altura for mayor ſubindo a 70, 80, & mais palmos ſe obrará do meſmo modo, ſò com a differença do preço; porque entaõ, não devem querer os officiaes fazer a obra ſenaõ por mayor preço em cada braça geralmẽte em toda a obra, a ſaber por 1400. reis, 1600, & 1800. conforme a altura a que houver de ſubir.

Por eſte eſtilo ſe deve fazer ſemelhantemente a conta nas paredes delgadas dos edificios deſta Cidade de Lisboa attendendo a altura a que devem ſubir, aos ſervẽtes, q̃ haõ miſter os officiaes, ao cuſto dos materiaes para cada braça, poſtos neſta, ou naquella parte da Cidade.

Em ſuſtancia a regra vem a ſer mais hum modo de roteiro para fazer a conta do que regra geral; por quanto em cada terra ha diverſos preços nos materiaes, nos ſalarios dos officiaes, & ſerventes, & nas braças por empreitada; ao que tudo ſe deve attender para ſe fazer a regra com informaçaõ dos meſtres practicos em todas eſtas couſas; porque ſem eſta naõ ſe pòde fazer.

NOTA.

NOTA.

O QUE se diz no Scholio do Cap.8.da Secçaõ II.da primeira parte acerca das obras da Villa de Cezimbra,& seu Castello,tem semelhante fundamento ao sobreditto;a saber por exacta informaçaõ que là tomei;naquellas paredes delgadas faz cada official hum dia por outro(entre grandes,&pequenos)hũa braça de obra;& ainda que nos Redẽtes do Castello pudera entrar em duvida se faria mais por serem mais grossas que as da Villa ; todavia pella difficuldade da serventia na mesma obra se reputou o mesmo;& em algũa parte da Villa;onde as paredes saõ mais grossas que as ordinarias, que he na praya onde se fizeraõ dous arcos, por ser cousa pouca,& por outra justa causa se desprezou para esta conta; assim que assentado que hum official faz hũa braça de obra(que nas muralhas grossas de Alem-Tejo suppuzemos serem duas)entra a consideraçaõ seguinte.

Para dous officiaes que suppomos fazem duas braças de obra cada dia,& para os materiaes he necessario o seguinte.

Dous officiaes de jornal cada dia a 200.reis montaõ —	400
para se lhe dar aviamento hum servente sempre prompto para terçar a cal 120. reis que assim corre em Cezimbra—	120
Outro sómente para acarretar agua 120.reis ———	120
Dous serventes para o carreto da pedra;& para o mais —	240
Cal para duas braças, hum moyo posto na obra da praya,suas ribanceiras,& Castello ———	400
Pedra para duas braças,duas barcadas ; que lhe não lançaõ mais,posto que os mestres albanés queiraõ affirmar que leva cada braça mais de hũa barcada,& sobre a cal direi adiante : mas em Cezimbra he força suppor meyo moyo por cada braça;pois o juraõ os mestres, & outros de quẽ me informei debaixo de juramento,dizendo que por respeito da frialdade, miudeza,& sequidaõ da pedra,he necessario ao menos o meyo moyo,as quaes duas barcadas se avaliàraõ em 400 . reis cada hũa postas na obra montaõ ———	800
Area para as duas braças se avaliou em 200. reis posta na obra ———	200
Orsamento do custo de duas braças de alvenaria ———	2280

De maneira que fazem as duas braças de custo 2280.reis,& hũa

ſó 1140 reis. Iſto he atè dez palmos de alto do livel do terreno.

Mas dos dez palmos para cima atè os 20. he neceſſario mais hũ ſervente para os dous officiaes; cõ que faraõ de cuſto as duas braças 2400. reis. Mas dos 20. atè os 30. palmos de alto mais outro
ſervente para os dous officiaes; pello que ſahirá a braça a 1380
1260. reis, & aſſim pordiante irá ſahindo cada braça em ca- 1328 1260
da dezpalmos mais de alto conforme os numeros á margẽ, 1200
q̃ reduzidos aos minimos termos, como he notorio aos A- 1140
rithmeticos, ſahem na meſma proporçaõ os outros 19, 20, 23 22
&c. que tambem ſe vem à margem; com os quaes ſe deve 21
obrar na fôrma que temos ditto no Scholio do Cap. 8. 20 19

Se ſe duvidar de que havemos dado 4. ſerventes, & hum mais para terçar a cal, & outro para acarretar a agua para dous officiaes atè 10. palmos de alto para as muralhas de Alem-Tejo, como ſe vè do ditto neſte §. & agora para as obras de Cezimbra ſuppomos ſòmente dous ſerventes, & hum mais para terçar a cal, & outro para a agua para os meſmos dous officiaes; o que naõ parece coherente; reſpondo q̃ os dous officiaes nas Fortificaçoẽs de Alem-Tejo ſuppomos que fazem 4. braças de obra, quando aos de Cezimbra pella delgadeza das paredes attribuimos ſòmente duas; & que por eſte reſpeito lhe naõ damos mais q̃ dous ſerventes, quando aos das Praças grandes de Alem-Tejo cõcedemos quatro para eſta conta, pella groſſura das paredes em que os officiaes trabalhaõ o dobro.

E ſe todavia ſe tornar a duvidar que pello meſmo reſpeito naõ deveramos dar dous para terçar a cal, & acarretar a agua em Cezimbra como damos em Alem-Tejo, ou ſe em Cezimbra damos dous, deviamos dar quatro em Alem-Tejo; reſpondo que ſempre para bom expediente he neceſſario hũ homem para terçar a cal, & outro para acarretar a agua; & q̃ diſto ſe não pòde fazer partilha proporcional; pois o da cal he neceſſario de per-ſi, trabalhe, ou não trabalhe tanto quando terça a cal para duas braças, como quando para quatro.

Semelhante conſideraçaõ ſe deve ter no que acarreta a agua que ſempre he neceſſario de per-ſi; alem do que a diverſidade dos ſitios donde ſe acarreta a agua pode fazer mais rigoroſo o trabalho ao que a acarretar para duas braças, do que para quatro; & aſſim para eſta conta ſe deve ſempre ſuppor hum homem para a agua,

gua,poſto que venha em carros,ou de outra maneira,porque iſto reduzimos com boas informaçoẽs ao trabalho de hũ homem, ou ſeja para duas,ou para quatro braças de obra. Tudo iſto eſcrevi por ſatisfazer ás objecçoens que ſe podem pòr nas ſuppoſiçoens que havemos tomado.

Porém nas obras da Fortaleza de S. Theodoſio fiz a conta com outros numeros, & por outro modo, porque o moyo de cal cuſ-
tava ſòmente 350.reis,& a barcada de pedra outros 350.reis 91
de que reſultaraõ os numeros que parecem á margem, dos 87
quaes o primeiro inferior 75. reſponde ao preço do princi- 83
pal,& acreſcentamẽto dos 12.palmos atè os 24. que era, que 79
dos dittos 12.palmos atè os 24.de alto ſe acreſcentaria mais 75
hum toſtaõ em cada braça ſobre os 1100. reis do preço contrattado, de que reſulta que em ſegundo lugar na regra aurea ha de ficar ſòmente o numero 100,que he preço acreſcentado.

§. 22.

Moſtraſe como ſahirá a Fortificaçaõ com inconvenientes ſe ſe quizer ſeguir hũa meſma proporçaõ de repartir o lado do Polygono interior em certas partes & tomar hũa aliquota, ou aliquanta para Flanco, & para Demigolla, & ſempre certo o meſmo angulo flanqueado,ou outras circunſtancias q̃ apontaremos.

APontarei ſòmente algũ inconveniente(pois ſeria proceſſo infinito apontar todos) nos modos que differ dos Autores em quanto â generalidade com que algũas peſſoas querem valerſe delles para todas as figuras.

O primeiro modo q̃ ſe me offerece he o de Antonio de Ville que o faz geral para todas do Hexagono para cima; poſto que o naõ exemplifica mais que atè o Duodecagono.

Divide o lado do Polygono interior[q̃ toma de 900. pés para Praça Real] em 6.partes:deſtas,hũa para Demigolla, outra para Flanco,formando ſempre o Baluarte de angulo recto; de que reſulta que a Face produzida imaginariamente irà cortar menor,ou mayor porçaõ da Cortina por Flanco ſecundario ſegundo o numero dos lados da fig.

Daqui reſulta o inconveniente de que cada vez mais ſe vai

minorando a Face do Baluarte assim como cresce a fig. no numero dos lados;de modo que sendo aquella no Hexagono de quasi 290.pès Regios,menor sòmẽte por 10. pès que ametade da Cortina,se lhe vai diminuindo de maneira que no Duodecagono serà de 260. & na linha recta de 212|13.mayor sòmente que o terço da Cortina por 12| 13.pès, cousa q̃ senão deve admittir pella pequenhez dos Baluartes q̃ resultaõ desta proporçaõ; não porq̃ não seja bem grande já hum Baluarte de 150. pès de Flanco, & 212. de Face:mas esta grandeza provemlhe do grãde lado do Polygono que toma Ville de 900.pès,não da proporçaõ que lhe dá pois se tomar menores lados, sahiráõ os Baluartes pequenos; & por tanto devia usar de outra proporçaõ de que resultassem mayores Baluartes nas Faces;pois a de 212.pès na linha recta, & ainda a de 290.no Quadrado saõ pequenas a respeito do lado de 900.&Cortina de 600.que de tantos fica;por cujo respeito nunqua convem que a Face do Baluarte seja menor que ametade da Cortina,para que aquelle tenha capacidade, & valentia respectivamente ao seu Polygono.

Tambem fazer recto o angulo flanqueado em fig.de menos de 9.lados he cõtra a boa Fortificaçaõ,por ficarem muito curtos os Flancos secundarios;podẽdo ser mayores em defensa dos Baluartes sem resultar incõmodo algum nestes;antes de se lhe formarem os angulos agudos resultaõ mais defensaveis pella mayoria dos Flancos secundarios,& mais capazes pella mayoria das Faces.Assim que nesta parte naõ approvo a doutrina de Ville; como nem em deixar de admittir angulos flanqueados obtusos nas figuras que passarem jà de 12.lados a respeito de se poder mais facilmente descubrir não só do Flanco secundario, mas de notavel parte do primario o angulo da Cõtrascarpa;o que tem grande difficuldade sendo recto o angulo do Baluarte; pella qual causa, & por outras mudei eu de opiniaõ do que tinha seguido na Hercotectonica com o cõmum dos Autores modernos, em observar sempre o angulo recto tanto que a este termo chegasse nos Baluartes de figuras regulares,& o admitto não sò agudo,& recto; mas tambẽ obtuso,sem grande excesso na obtusidade; como mais particularmente apontei no §.6.

Outros tomaõ sempre certa a Demigolla,& o Flanco,cada hũ de certa parte aliquota do lado do Polygono interior, & tiraõ as

Ra-

Razantes de varios pontos da Cortina conforme o numero dos lados da fig. ou certa parte aliquanta da Cortina,para de outro tanto fazer a Face,& outros ſemelhantes modos,em que tambem ha grandes incõmodos em quãto á generalidade com que os querem accõmodar,ou a todas, ou a quaſi todas as figuras de qualquer numero de lados; ſobre que não faço particular reparo porque ſeria alargarme mais do que convem ; & porque em particular tratto de o fazer aqui acerca da Fortificaçaõ de hũa Praça Real;que na ſua Academia enſina o Commendador, & Capitaõ de Couraças D.Diogo Henriques de Vilhegas,cuja fabrica he ſemelhante á de Chriſtovaõ de Rojas;como adiante direi; ou quaſi ſemelhante à de Fritach para hum Forte pentagonico de campanha;no qual toma $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior para Demigolla: outro tanto para Flanco: $\frac{4}{5}$ da Cortina para Face.

Poem Vilhegas o lado do Polygono interior de 1100.pès Geometricos [que he grande exceſſo,ſobre que aqui não diſputo,ſem embargo de que o pè Geometrico ſeja ainda menor do que elle cuida; pois não chega a igualar o terço da vara Caſtelhana,q̃ elle me diſſe igualava juſtamente,& ſe devia fundar na autoridade de Chriſtovaõ de Rojas, que aſſim o traz na ſegunda parte Cap.3:]a Demigolla de 180. que vem a ſer hum ſexto do ditto lado menos $3\frac{1}{3}$ pès;que parece lhe tirou o Autor tomando ſòmente os dittos 180. pès por disfarçar o valerſe de proporçaõ; pois tambem me diſſe naõ queria uſar de proporçoẽs,& as reprova em varios lugares da ſua Academia.Sendo que nunqua pòde deixar de haver algũa entre quaeſquer numeros que tome;como eſta que vem a ſer em minimos termos a Demigolla $\frac{9}{55}$ do lado do Polygono juſtamente.

Poem por Flanco 133.pès; que vem a ſer quaſi a oitava parte do meſmo lado, menos ſòmente $4\frac{1}{2}$ pès por disfarçar a proporçaõ em numeros proximos á unidade.

Por Face toma 400. pès que ſaõ $\frac{20}{37}$ da Cortina; pois eſta lhe fica de 740.

Seja como for,ou uſaſſe de proporçaõ disfarçada,ou abſolutamente daquelles numeros que lhe pareceraõ convenientes para as quantidades da Demigolla,Flãco,Face,& Cortina de hũa Fortificaçaõ Real,vem a ſer o meſmo eſtilo de Chriſtovaõ de Rojas; o qual toma o lado do Polygono interior de 660. pès: à Demi-

golla de 132.que he a ſua quinta parte;de que lhe reſulta a Cortina ſempre de 396: o Flanco faz de 90. que ſaõ $\frac{3}{22}$do ditto lado:a Face de 310 , medidas que ſegue no Quadrado , & Pentagono. Mas para o Hexagono,Heptagono,&figuras ſeguintes,toma 600 de lado de Polygono : a meſma quinta parte que ſaõ 120 . para Demigolla;de que reſulta a Cortina de 360. Naõ diz ſe deve tomaro meſmo Flanco , & Face que havia poſto para o Quadrado, & Pentagono.

Porèm nas Plantas que traz deſtas figuras ſaõ as medidas differentes da doutrina ; porque em nenhũa ha Flanco ſecundario, devendo preciſamẽte reſultar da fabrica que enſina,& os angulos flanqueados ſerem cada vez mais agudos do Pẽtagono para cima; & elle os faz nas Plantas menos agudos aſſim como vai creſcendo a fig.no numero dos lados. As Faces vaõſelhe diminuindo devẽdo ſer ſempre as meſmas conforme a doutrina . Mas por ventura que reconheceria os inconvenientes que della reſultavaõ, & por iſſo os remediaria nas Plantas;ſe bem incorreo em outros defeitos que aqui nos não incumbe moſtrar , & ſòmente que de ſe ſeguir ſempre hũa certa Demigolla,certo Flanco,& certa Face, reſultaõ intoleraveis abſurdos:aſſim que o meſmo Rojas não foi coherente nas Plantas com a doutrina,& de hum,& outro modo ſe lhe ſeguem,ou abſurdos, ou inconvenientes grandes.

Ou imitaria o Capitaõ Vilhegas a Henrique Hondio,que tambẽ toma certo o lado do Polygono interior,certos a Demigolla, Flanco,& Face cada hum de ſeu numero differente ; ſe bem tambem he differentemente em cada fig. do Quadrado atè o Octogono de que falla,& naõ ſempre as meſmas quantidades em todas as figuras,como faz Vilhegas.

E poſto que Hondio varie a conſtrucçaõ do Quadrado até o Octogono; todavia porque do Octogono para cima nas mais figuras toma ſempre a meſma Demigolla , o meſmo Flanco , & a meſma Face, ſe lhe vai diminuindo o angulo flanqueado de modo,que ſendo no Octogono(como inveſtiguei por calculo)de 78 gr.38.min.vai diminuindo nas mais figuras atè que na linha recta lhe fica ſómente de 66.gr.25.min.couſa que ſenaõ deve admittir pellas razoens que abaixo diremos contra elle, & cõtra Vilhegas.

Vem tambem a ſer o que faz o Capitaõ Vilhegas hũa ſemelhãça do Pentagono de campanha de Fritach,em tomar certa Demigolla,

golla,certo Flanco,certa Face,certa Cortina,& isto taõ firmemẽte que o que Fritach faz sòmente no Pentagono de campanha, quer o Autor fazer em todas as figuras em que se haja de formar Praça Real;& ainda com outra circunstancia superstiçiosa;a qual he que hajaõ de ser precisamente as partes nomeadas daquelles numeros de pés que aponta ; pois se cança por todo o segundo, terceiro,& quarto Cap. do liv. em querer provar (mas de balde) que o lado do Polygono interior não deve ser menor que os dittos 1100.pès que elle toma,& no Cap.5.despois de hum larguissimo discurso acerca da Demigolla conclue com estas palavras. (Sea la conclusion que la cantidad de 180. pies que determinamos a la media golla ser la ajustada que pide, siendo todo lo que fuere mas,superfluo;siendo todo que fuere menos,diminuto.)

No Cap.6.§.3.conclue que a Cortina de 740.pés he a da quãtidade devida ao lado de 1100.pès para seu fim, & emprego; como que se esta materia procedesse por pontos indivisiveis.

Sobre o Flanco,despois de outro larguissimo discurso no Cap. 7. resolve no §.3.que deve ser de 133.pès não mais, nem menos, dizendo o mesmo q̃ havia ditto da Demigolla nas palavras(Siendo diminuto todo que fuere menos; siendo superfluo todo que fuere más) com a mesma superstiçiosa limitaçaõ.

Naõ he meu intento querer aqui desfazer as razoẽs sofisticas com que pertende firmar estas suas resoluçoens. Mostrarei sómente os intoleraveis absurdos,que se seguem da generalidade cõ que poem esta doutrina em todas as figuras regulares do Pentagono para cima;donde se colherà tambem quaes podem ser as razoens que traz em seu apoyo.

He o primeiro absurdo que de tomar sempre certa a Demigolla,certo o Flãco,& certa a Face, lhe resultaõ os angulos flanqueados cada vez menores,assim como vai crescendo a fig.no numero dos lados;porque sahindolhe o angulo do Pentagono (que he a primeira fig. que fortifica) de 68.gr.2.min.20. seg. se lhe vai diminuindo nas de mais lados de modo que no Octogono será de 65.gr.46.min.20.seg. na de 20. lados de 59.gr.32. min. na linha recta de 53.gr.29.min.como acharà quem lhe fizer o calculo.

Semelhantemente se acharâ em quaesquer outras figuras intermedias menor angulo flanqueado na demais lados; mayor na de menos.

Quem

Quem dirà que esta Fortificaçaõ não he ás avessas; pois quando haviaõ de crescer os angulos flanqueados se diminuem;& que se possaõ permittir angulos taõ agudos,quando a experiencia ha mostrado sua debilidade contra a fortaleza que devem ter, para resistir ás baterias, & incapacidade contra a largueza necessaria para os usos militares; (fallo no sentido cõmum em quanto se entende o que digo do corpo incluso,entre as faces que concorrem para a formatura do angulo solido do Baluarte,&proximo a elle; pois nenhum angulo plano,nem solido he quantidade, nem faz pouca, ou muita resistencia; sem embargo de Clavio, & muitos Cõmentadores de Euclides terem para si ser o angulo quantidade) por cuja causa todos os Autores os não admittem menores de 60.gr.& ainda constrangidos da qualidade da fig.quadrada, q̃ obriga a esta menoria;que todavia outros alargaõ mais fazẽdoos de 65. atè 70. gr. por naõ quererem ainda abaixar ao menor termo de 60.gr.

E posto que pella practica de Hondio que elle imitou não he taõ grande o absurdo; pois lhe sahe na linha recta o angulo flanqueado de 66.gr.25.min. quando a Vilhegas sòmente de 53.gr. 29.min; nem hum,nem outro se deve seguir nesta parte.

Vejamos agora se com as suas medidas, & angulos agudos lhe resultaõ os Baluartes melhores que os dos Autores que reprova; pois na pag.72.diz que os que seguem o modo de proporcionar, attenderaõ sòmente à proporçaõ das partes, não à melhor defensa,& mais vehemente offensa;& na pag. 204. que pertendeo cada hum dos Autores executar com exacçaõ a regularidade da proporçaõ que elegeo,não attendendo â melhor defensa,nem à mais vehemente offensa.He necessario acudir pella opiniaõ dos Autores no que não merecem censura,& não consentir,que sejaõ calũniados taõ absolutamente como quer Vilhegas.

He todo seu fundamento hũa livre conjectura contra os Autores;pois de elles seguirem o modo de proporcionar nas Fortificaçoẽs regulares; não póde inferir, que attendessem sómente á proporçaõ das partes,& naõ á melhor defensa,& mais vehemente offensa como diz nas paginas 72. & 204. já citadas.

Mas para que se veja quanto mais attenderaõ a melhor defensa,& mais vehemente offensa,fundados nas proporçoẽs que escolheraõ para a valentia dos Baluartes,& partes defendentes do q̃ o mesmo

mesmo Vilhegas na fabrica da sua Praça Real,cotejemos hum, & outro modo.

Vilhegas toma sempre por lado do Polygono interior 1100. pès (de cujo excesso não disputo aqui): á Demigolla assina sempre 180.pès: ao Flanco 133: á Face 400: & esta vem a ser toda a sua doutrina no tocante ao desenho das Praças Reaes do Pentagono para cima;pois não tem o Quadrado por fig.capaz de nella se construir Praça Real.

Supponhamos qualquer dos modos proporcionaes dos Autores.Seja por exemplo o primeiro modo de Fritach supponđo em hum Pentagono o mesmo lado de Polygono interior de 1100. pès que toma Vilhegas,& proporcionando pellas taboas daquelle Autor sahirà a Face de 428|99. que este faz de 400. A Demigolla por Fritach de 228|26.por Vilhegas de 180: o Flanco por aquelle de 125|12;por este de 133;de modo que sò no Fláco excederá o de Vilhegas ao de Fritach por 8. pès: mas isto sòmente no Pentagono;porque no Hexagono será por Fritach o Flanco de 141|05: a Face de 423|14: a Demigolla de 232|67; de modo que já o Flanco vem a exceder ao de Vilhegas,& se se fizer a cōta no Heptagono, & mais figuras, excederáõ as Demigollas muito mais.

Porèm se fizermos o calculo pello segundo modo, & segunda taboa de Fritach se acharà,que logo no Pentagono sahe o Flanco muito mayor,porque se acharà de 175|13. quando em Vilhegas he sòmente de 133. A Demigolla sahirà conforme aquelle Autor de 199|65.quando neste he sòmente de 180. A Face resultará de 467.que Vilhegas faz de 400. & nas mais figuras sahem muito mayores estas partes que pella sua fabrica.

Acrescentase que vem a ficar a Cortina mais curta [naquelle demasiado lado que poem Vilhegas] quando os Baluartes mayores;& que isto he mais cōmodo assim para a defensa como para a offensa;porque para aquella ficaõ os corpos,& suas partes mayores,& mais capazes para sofrerem as baterias, & haver mayor espaço em que fazer mais cortaduras;& para a offensa ficaõ as fixātes menores que as excessivas que resultaõ de sua fabrica a respeito da grande Cortina que deixa,como Jeronymo Cataneo,& outros antigos reprovados nesta parte pellos modernos;de que nelles se pòde ver a razaõ;& por tanto seraõ os tiros mais vehementes para a offensa contra quem se acostar ás Faces dos Baluartes,

ou pertender atravessar o Fosso; & tambem assim para a offensa como para a defensa saõ os mayores Baluartes, & os mayores Flãcos capazes de mayor numero de defensores,& de artilheria,pello que respectivamente ao Polygono que Vilhegas suppoz resultaõ muito mayores os Baluartes,conforme a doutrina de Fritach, Dogen,Celario,& outros modernos;não fallando jà na incapacidade dos angulos flanqueados,que pella sua fabrica resultaõ cada vez menores,assim como a fig. cresce no numero dos lados.

Porém ainda que hei mostrado os Baluartes destes Autores mayores,& mais capazes que os de Vilhegas; não pertendo com isto inculcar que senão possaõ admittir menores que huns, & outros,em Fortificaçaõ Real; pois tanto que hum Flanco tem 80. pès,& hũa Face 200. serà robusto,& capaz o Baluarte tendo sufficiente angulo flanqueado;por cuja causa,& porque as Cortinas da fabrica Hollandeza eraõ curtas respectivamente ao Polygono (como o mesmo Vilhegas nota) usou Goldman de outra proporçaõ:de que lhe resultaõ mayoresCortinas,se bẽ os Baluartes mais pequenos que os dos sobredittos Autores,havendoos por bastãtissimos de 240.pès de Face,& de 60.até 120.de Flanco, de cuja fabrica ainda que nas Faces resultaõ menores que os de Vilhegas, todavia nos Flancos,& Demigollas sahem mayores em algũas figuras.

Tambem se fizermos a conta pella doutrina de Antonio de Ville sahiràõ as Demigollas pouco mayores,que as de Vilhegas; os Flãcos com excesso,posto que as Faces mais pequenas; porèm nem a doutrina de Ville nesta parte he boa;porque não convem que as faces sejaõ menores que ametade da Cortina, & por outras razoẽs que havemos apontado;& para melhor devem as Demigollas ser mayores que os Flancos que em Ville saõ iguaes; se bem assim as admittimos.

Finalmente de fazer Vilhegas o lado de 1100.pès se segue tãbem o absurdo da demasiada Cortina, & excessiva linha fixante. O mesmo serà da fabrica de Goldman se tal lado se admittir; por cujo respeito ordenou tal proporçaõ que della lhe não resultasse o lado do Polygono interior mais que de 699|412. que saõ quasi 700. pès até 819|412. ou quasi 820. aquelle pello menor, este pello mayor termo,como se pòde ver das suas taboadas.

Se se me arguir que no meu Methodo tambem sigo hũa mesma pro-

proporçaõ do Enneagono inclusivè atè a fig. de 30. laços, & logo outra da de 31. atè a linha recta; respondo que procedo por outro novo estilo; de cuja proporçaõ naõ resultaõ os inconvenientes apontados, como largamente tenho escritto em alguns §§. desta segunda Parte Qualificativa, & se vè dos angulos, & linhas calculados, & dispostos nas taboas numeros. 8. 9. 10. &c.

§. 23.

Propoemse a demonstraçaõ da practica dada no Cap. 9. §. 5. da Secçaõ II. da primeira Parte Operativa acerca da mediçaõ de hũa circunferencia elliptica.

HE a practica que havemos dado para se medir qualquer circunferencia elliptica, por exemplo L M N O que se imaginassem outras duas Ellipses A C B D menor, P Q R S mayor igualmente distantes da intermedia pertendida L M N O; cujas areas se investigassem pellos preceitos de Archimedes conforme o ditto no §. 4. do Cap. 9. & tirando a menor da mayor, restará hũ espaço entre a menor peripheria elliptica A C B D, & a mayor P Q R S; o qual applicado, ou repartido por A P, ou C Q daria no quociente a peripheria elliptica L M N O; para cuja demonstraçaõ se supponha que a semiperipheria externa P Q R se estẽde em hũa linha recta T V, & a interna A C B na recta X Z parallelas, & distantes entre si pella linha x b, ou z d igual com A P, ou B R distancia das semiperipherias como estas se suppoem na fig. 127. A pertencente ao §. 5. do Cap. 8. da Secçaõ II. Unaõ-se T V, X Z com as duas linhas T X, V Z. Digo pois que o Trapezio T V Z X se iguala ao espaço entre as duas semiperipherias ellipticas porq̃ o ditto Trapezio he igual ao Parallelogrammo a o i r, & este não sò igual, mas issoperimetro ao ditto espaço entre as linhas curvas ellipticas, por quanto T V [a] se iguala cõ P Q [r] R, & X Z [a] cõ A C [r] B: mas a sõma de T V, [a] X Z he igual com a somma de a r, [a] o i, logo tambẽ a somma destas se iguala cõ a de P Q [r] R, & A C [r] B; & tambem suas iguaes distancias A P, [r] B R entre as linhas ellipticas com a o, [a] r i entre as mesmas estendidas nas linhas rectas T V, X Z, ou entre suas iguaes a o, r i: seraõ por tanto iguaes o rectangulo a o i r; o Trapezio T V Z X, & o espaço P Q R B C A P entre as semiperiferias ellipticas.

Fig. 127. A

Fig. 126. B
Fig 127. A

Fig. 126. B

[a] Fig. 126. B
[r] Fig. 127. A
[a] Fig. 126. B

Mas assim no Trapezio T V Z ª X como no rectangulo, a r i o, repartida a área pella distancia x b, ou z d igual com, a o, ou, i r, dà a linha m n que os divide em duas partes iguaes ao comprido, & he a ditta linha, m n, meyo arithmetico entre T V, & X Z; logo igual com a linha semielliptica L M r N, que divide pello meyo o espaço igual, & isoperimetro ao rectangulo, a r i o; & por tanto a semiperipheria elliptica L M r N será meyo arithmetico entre P Q R, & A C B. Semelhante demonstraçaõ corre se por esta via se quizer inquirir a peripheria, ou semiperipheria, de hum circulo, & se acharà experimentalmente; porque se se tirar a área do circulo A B C D da área do circulo E F G H, restará a superficie inclusa entre as duas peripherias; a qual repartida pella linha A E, ou C G dará no quociente a peripheria I M N O taõ distante da externa como da interna, & da mesma quantidade como se fora buscada por seu diametro I N.

Fig. 127. E

§. 24.

Demonstrase com Clavio a descripçaõ das figuras ovadas com determinado comprimento, & determinada largura, na fórma que se ensinou na Secçaõ II. Cap. 9. §. 9. da prim. Part. Operat.

POR quanto os dous lados O P, P F saõ [d] iguaes aos dous C P, P F & comprehendem angulos rectos [d] que saõ iguaes [e] serão [t] as bases O F, C F tambem iguaes; & acrescẽtadas as iguaes [a] O M, C I, resultarão [g] iguaes F M, F I: por tanto o circulo descripto do ponto F por M passará [u] pello ponto I, no qual tocará [p] o circulo pequeno I A K. Semelhantemente se demonstra que passará pellos pontos H K, onde tocarà os circulos pequenos em H & K, que he o que se devia demonstrar.

Fig. 131. & 132.
d Pella operac.
e Axiom. 12.
t 4 prim.
a Pella operac.
g Axiom. 2.
u Defin. 15. primi.
p Schol. 13. tertij.

§. 25.

§. 25.

Assinase a razão de quinta Regra do Cap. 11. da primeira Part. Operativa Secçaõ I. para reduzir palmos cubicos, & seus quebrados no modo da Dizima a braças, multiplicando o numero dos palmos, & seus quebrados por 4.

PRoponhamos que temos hum numero de palmos para reduzir a braças a ſaber 4328. propoſtos no primeiro exẽplo da quinta regra, & porque 250. cubicos fazem hũa braça, tal proporçaõ teraõ os 250. para os 4328. como o quadruplo de 250. a ſaber 1000. para o quadruplo de 4328. a ſaber para 17312.

Suppondo pois que a braça tem 1000. partes, diremos por regra de tres. Se 1000. partes daõ hũa braça, que daraõ 17312? & na operaçaõ ſe eſcuſa multiplicar o ſegundo termo pello terceiro; porque como o ſegundo he 1. gera o meſmo terceiro 17312. que reſultou da multiplicaçaõ de 4328. por 4; por tanto havendoſe de partir 17312. por 1000. primeiro termo, ſe eſcuſa a operaçaõ com ſe cortarem as tres letras direitas dos 17312. que ſaõ tantas como ha cifras no partidor 1000. & as cortadas ficaõ ſendo partes milleſimas de hũa braça partida em 1000. partes, como he notorio aos Arithmeticos.

Mas ſe ao numero dos palmos primeiro propoſtos houver annexos primos, & ſe multiplicar pellos 4. geraõſe tambem primos, de mais do numero dos palmos inteiros ſegundo a regra da Dizima, & ſe houver annexos ſegundos, geraõſe ſegũdos, &c. os quaes partidos pello partidor 1000. daraõ no quociente hum numero affecto com os meſmos exponentes de primos, ſegundos, terceiros &c. que houver no numero que ſe parte.

Mas porque para a ditta partiçaõ ſe fazer, ſem que della ſobeje algũa couſa, he neceſſario acreſcentarlhe tres cifras (a ſaber tantas como ha no partidor 1000.) & por cada cifra que ſe acreſcenta, ſahe no quociente mais hum exponẽte de quebrado mais miudo na ordem da Dizima, vem a coincidir no meſmo que cortar do numero que ſe gerou da multiplicaçaõ por 4. tres letras numericas, & mais tantas, quantas ſe denominaõ pello ultimo exponẽte que houver no ditto num. partido.

 EXEMPLO.

EXEMPLO.

OS 7254|34. palmos cubicos do segundo exemplo da ditta quinta regra multiplicados por 4. produzem 29017|36.& como seu ultimo exponẽte seja de segundos, se se repartir aquelle producto por 1000, sahiráõ no quociente primos, & segũdos alem dos inteiros; mas porque ainda assim sobejaõ da repartiçaõ alguns quebrados; para que não sobejem, & se faça tambẽ partiçaõ delles; he necessario acrescentar o numero 29017|36. cõ tres cifras, por respeito de ter o partidor outras tantas, & ficará sendo o numero que se há de partir 29017|36000. cuja ultima cifra deve ser affecta com o exponente de quintos. Dividido pois este numero assim acrescentado pello partidor 1000. sahiraõ no quociente 29|01736; cuja ultima letra numerica 6. será affecta com o exponente de quintos: por tanto se escusa esta repartição cõ se cortarem do numero producto da multiplicaçaõ dos palmos, seus primos; & segundos por 4. as cinco letras numericas da parte direita, a saber tres por respeito de que o partidor tem tres cifras, & duas mais por respeito dos segundos, que havia no numero da partiçaõ 29017|36, & ficará entaõ o ditto numero disposto nesta fòrma 29|01736. que significa 29. braças, & $\frac{01736}{100000}$ de braça respondentes aos 7254|34. palmos cubicos.

§. 26.

Apontase a construcçaõ da taboada num. 14. B cujo uso se explicou no Cap 1. §. 2. da segunda Secçaõ.

SUppuz para a cõstrucçaõ a Cortina sempre invariavel de 500 pès para a mayor Fortificaçaõ Real, quando não haja necessidade urgente q̃ obrigue a alargala mais atè ficar regulada pella mayor linha fixante de 900. pés segundo havemos apontado na nota I. despois do Cap. 1. A Face do Baluarte suppuz os $\frac{3}{5}$ da Cortina a saber de 300. pès pella razaõ apontada no §. 2. do Cap. 2: o Flanco para o Quadrado de 100. pès que he $\frac{1}{5}$ da Cortina: para o Pentagono de 110, ou $\frac{11}{50}$ da Cortina: para o Hexagono de 120. ou $\frac{12}{50}$ da Cortina: para o Heptagono de 130. ou $\frac{13}{50}$: para o Octogono de 140, ou $\frac{14}{50}$: para o Enneagono, & todas as mais figuras, & linha recta de 150. que saõ $\frac{15}{50}$ ou $\frac{3}{10}$ da Cortina. O angulo flanqueado

suppuz

ſuppuz compoſto da ametade do angulo da fig. & mais a quinta parte de hum recto,que ſaõ 18. gr.

Com eſtas ſuppoſiçoens inveſtiguei os angulos,& linhas da taboada num.14. B pello ſeguinte modo, & ſe pòde inveſtigar por outros.

Seja o exemplo em hum Pentagono que entendamos ſer a fig. 17. ſuppondo eſtar fortìficado com as proporçoẽs ſobredittas, (poſto que eſteja cõ outras) por eſcuſar multiplicar figuras. Procederemos pois ſemelhantemente, como diſſemos no §. 4. deſta ſegunda parte Qualificat.

Por quanto no Pentagono regular ſaõ conhecidos,aſſim o angulo do centro K X Y ,como o da fig. S K I, fica tambem conhecida ſua ametade X K Y, & a eſta acreſcentando a quinta parte de hum recto, reſulta o valor do angulo flanqueado N A O; cuja ametade tirada do valor do ſemiangulo X K I, reſta o valor do Flanqueãte interior K G A;ao qual ſe iguala o diminuto O A L:

O do Flanco,& Razante I O G ſe conhece tirando o Flanqueãte interior I G O do valor de hũ recto,& o reſto o moſtrarà,por quanto O I he perpendicular ſobre I G.

O da Eſpalda I O A ſe ſabe tirando o angulo I O G do valor de dous rectos.

O Flanqueante exterior A R B ſe conhece ſommando os dous Flanqueantes interiores R G T,R T G,& a ſomma diminuida de dous rectos, reſtará ſabido o ditto Flanqueante exterior A R B.

Iſto he couſa vulgariſſima a quem tem hũa leviſſima noticia da Geometria,& por iſto, & porque no §. 4. ò trattei mais eſpecificamente,não faço mais que apontalo aqui.

As linhas inveſtiguei do ſeguinte modo ,que tambem aponto por mayor.

No Triangulo rectangulo O I G ſe ſuppoem dado o Flanco O I,& ſaõ já conhecidos os angulos,dos quaes ſuppoſtos ſe inveſtiga o complemento da Cortina G I pellos preceitos da Trigonometria,que póde ver quem não os ſouber pello compendio, que deſta arte ajunto a eſte Trattado.

No meſmo Triangulo inveſtiguei a extenſaõ da Face O G;cõ a qual ajuntando a Face A O que he dada,reſulta conhecida a linha Razante G A.

A Capital K A ſe ſaberà pello Triangulo G K A, no qual ſaõ jà ſabidos os angulos,& o lado A G.

No

No mesmo Triangulo se investigue a linha K G; da qual tirãdo o complemento da Cortina G I jà descuberto, resta sabida a Demigolla I K.

A somma das duas Demigollas K I, Y F & da Cortina F I jà sabidas compoem o lado do Polygono interior K Y.

A Sobreface A L se sabe pello Triangulo rectangulo A L O; no qual saõ já conhecidos os angulos,& a Face A O dada.

A Extensaõ do Flanco O L pello mesmo Triangulo, a qual junta com o Flanco I O dado, resulta sabido o Flanco prolongado I L.

O lado do Polygono exterior A B resulta da somma das duas Sobrefaces A L, B H, & da linha H L igual com a Cortina F I.

A linha da defensa fixante F A, se descubrirà pello Triangulo rectangulo F H A; no qual se daõ jà sabidos o lado A H composto da Sobreface A L já conhecida, & da linha L H igual com a Cortina I F dada; & o Flanco prolongado F H igual com I L já achado, & recto o angulo A H F; donde se descubrirá a fixante F A.

O semidiametro menor X K se descobre pello Triangulo K X Y; no qual se daõ sabidos os angulos,& o lado do Polygono interior K Y jà descuberto.

O semidiametro mayor X A se compoem do aggregado do semidiametro menor X K, & Capital K A jà investigados. Na Fortificaçaõ da linha recta não se podem dar estes semidiametros por naõ ser fig.

O Gosier, ou Golla legitima S I pello Triangulo S K I; no qual se daõ conhecidos os angulos,& as Demigollas K I, K S.

§. 27.

Propoemse a demonstração da practica do §.6. Cap. 9. da Secçaõ II. para achar a circunferencia elliptica por seus diametros mayor, & menor, por differente modo, & mais facil do que se propoz no §. 5. do ditto Cap.

DIssemos no Cap. 9. §. 6. da Secçaõ II. que a proporçaõ da semisomma dos diametros mayor, & menor de hũa Ellipse para

para ſua circunferencia, ou peripheria elliptica era a meſma, que do diametro de hũ circulo para ſua circunferencia, ou peripheria circular, para cuja demonſtraçaõ propomos primeiro o ſeguinte

LEMMA.

Se forem quatro linhas A B, C D, E F, G H, proporcionaes em cõtinua, ou diſcreta proporçaõ, aſſim ſe haverá a ſemiſomma da primeira A B, & terceira E F, para a ſemiſomma da ſegunda C D, & quarta G H, como a primeira A B, para a ſegunda C D, ou como a terceira E F para a quarta G H. Fig. 140.

Porque a primeira A B he [γ] taõ multiplice da ſegunda C D, como a terceira E F da quarta G H, ſerá [ε] o aggregado da primeira A B, & terceira E F tanto equimultiplice do aggregado da ſegũda C D, & quarta G H, como a primeira A B da ſegunda C D, ou como a terceira E F da quarta G H; & por tanto ametade do primeiro aggregado tanto [a] equimultiplice da ametade do ſegundo, como a meſma primeira linha A B para a ſegunda C D, ou como a terceira E F para a quarta G H q̃ he o que ſe devia demõſtrar: o meſmo corre ſendo as primeiras linhas ſubmultiplices das ſegundas.

γ Pella hypot.
ε 1. quint.
a 15. quint.

Suppoſto o precedente Lemma advirto que neſta demonſtraçaõ por eſcuſar repetiçaõ de palavras chamo à peripheria elliptica ſòmente peripheria; & a circular circunferencia. Fig. 141.

Supponhamos pois duas Ellipſes ſemelhantes A B C D mayor, E F G H menor, a ſaber que tal ſeja a proporçaõ do diametro mayor A C da primeira para a mayor E G da ſegunda, como o menor B D daquella para o menor F H deſta, & como a peripheria A B C D para a peripheria E F G H, que eſtas ſaõ as condiçoens da ſemelhança.

Por tanto aſſim ſe haverá [γ] a ſemiſomma de A C, B D para a ſemiſomma de E G, F H, como A C para E G, ou como B D para F H: porém como A C para E G, aſſim [t] a peripheria mayor para a peripheria menor; logo tambem como a ſemiſomma de A C, B D para a ſemiſomma de E G, F H, aſſim [a] a meſma peripheria mayor para a peripheria menor.

γ Pello Lemma anteced.
t Pella hypot.
a 11. quint.

Supponhaõſe tambem dous circulos, a ſaber o circulo L I N M mayor cujo diametro L N, ou I M ſeja igual à ſemiſomma dos diametros A C, B D da Ellipſe mayor, & o circulo P O R Q cu-

jo diametro P R, ou O Q seja igual á semisomma dos diametros E G, F H da Ellipse menor.

Isto supposto: se provará por semelhante demonstraçaõ à superior, que assim se haverà a semisomma dos diametros L N, I M para a semisomma dos diametros P R, O Q como a circunferencia mayor L I N M para a menor P O R Q. Mas a semisomma de

d Pella operac.

A C, B D he [d] a mesma que a semisomma de L N; I M, & a de E G, F H a mesma que de P R, O Q; logo a mesma proporçaõ tẽ

o 11. quinti.

[o] a peripheria A B C D para a peripheria E F G H que a circũferencia L I N M para a circunferencia P O R Q. Temos logo proporcionaes.

A semisomma dos diametros A C, B D para a semisomma dos diametros E G, F H, como a peripheria A B C D para a peripheria E F G H.

E na mesma proporçaõ a semisomma dos diametros L N, I M para a semisomma dos diametros P R, O Q, como a circunferẽcia L I N M para a circunferencia P O R Q. E alternando.

A semisomma dos diametros A C, B D para a peripheria A B C D, como a semisomma dos diametros E G, F H para a peripheria E F G H.

Assim mesmo alternando

A semisomma dos diametros L N, I M para a circunferencia L I N M como a semisomma dos diametros P R, O Q para a circunferencia P O R Q.

Deixando pois destas duas ultimas series as duas ultimas magnitudes da primeira, & as duas ultimas da segunda por escusadas, ficaõ na mesma proporçaõ as primeiras duas magnitudes da primeira serie, que as primeiras duas da segunda, a saber.

A semisomma dos diametros A C, B D
Para a peripheria A B C D
Como a semisomma dos diametros L N, I M
Para a circunferencia L I N M.

Porèm a primeira quantidade, a saber a semisomma dos diametros A C, B D he [g] igual a terceira a saber à semisomma dos

g Pella operac.

diametros L N, I M; logo a segunda a saber a peripheria A B C D serà [p] igual á quarta a saber à circunferencia L N I M.

p 14. quinti.

Temos logo a peripheria da Ellipse A B C D igual á circunferencia L N I M, & a semisomma dos diametros A C, B D q̃ he o seu

ſeu meyo arithmetico igual pella operaçaõ á ſemiſomma dos diametros L N, I M a ſaber a hum delles L N, ou I M; tem logo a peripheria elliptica para o meyo arithmetico de ſeus diametros a proporçaõ, que a circunferencia do circulo para ſeu diametro, que he o que ſe devia demonſtrar.

SCHOLIO.

DE ſe ſaber que a proporçaõ da peripheria elliptica para o meyo arithmetico de ſeus diametros, & viceverſa he como da circunferencia de hum circulo para ſeu diametro, & viceverſa; conforme havemos achado, & demonſtrado ſe ſegue poderſe ſaber a ſuperficie de hum cylindro elliptico, do meſmo modo que ſe ſabe a ſuperficie de hũa Sphera, & de hum cylindro circular, ſegundo a doutrina de Archimedes; couſa que atègora não me cõſta que Autor algum achaſſe, & o corroboro com o que diz o Padre Andre Tacquet da Companhia de Jesvs inſigne Geometra, na obra com que ſahio a luz o anno de 1669; onde no liv. 3. da Geometria practica Cap. 18. probl. 2. diz eſtas palavras.

Non dum inventa eſt ratio metiendi cylindri ſcaleni, multo minus elliptici, & aliorum.

A ſaber que ainda ſenão achou razaõ de medir a ſuperficie do cylindro ſcaleno, muito menos do elliptico, & de outros.

No que toca a ſuperficie do cylindro ſcaleno, naõ me incumbe agora trattar da materia; mas que ſe poſſa medir a do cylindro elliptico na meſma fòrma, que ſe pòde medir a ſuperficie de hum cylindro circular; que elle cõ todos os Geometras mede no problem. 8. conſta manifeſtamente da invençaõ da peripheria elliptica q̃ havemos enſinado nos §§. 5. 6. do Cap. 9. da Secçaõ II; pois achada aquella, & multiplicada por qualquer altura gera a ſuperficie do cylindro elliptico que tenha a tal altura; aſſim como a circunferencia de hũ circulo multiplicada por hũa altura gera a do cylindro circular ſendo os cylindros rectos; pois o meſmo Tacquet define [r] o cylindro elliptico.

Cylindrus ellipticus eſt, qui ex ellipſeos ductu recto producitur, vel qui plano ſectus recto ad axem, ellipſim exhibet. a ſaber. [r] Lib. 1. cylind. & annular. def. 5.

O cylindro elliptico he o que ſe gera do movimento recto da Ellipſe: ou aquelle que cortado com hum plano recto ao exo moſtra por ſecçaõ hũa Ellipſe.

O cylindro circular define [a] Cylin- [a] Def. 4.

Cylindrus circularis rectus est qui fit ex ducto recto circuli, vel qui sectus plano ad axem recto, circulum exhibet. a saber.

O cylindro circular recto he o que se gera do movimento recto do circulo; ou aquelle que cortado com hum plano recto ao exo, mostra por secçaõ hum circulo.

As quaes definiçoẽs saõ toçantes aos cylindros corporeos, mas acerca de suas superficies curvas, traz [a] a seguinte regra.

[a] Geomet. pract. lib. 3. c. 18 probl. 2.

Cylindrica superficies producitur ex circunferentia basis ducta in altitudinem a saber.

A superficie cylindrica se produz, ou gera da circunferencia da base conduzida, isto he multiplicada pella altura.

Logo hũa vez que achamos a circunferencia elliptica, conduzida esta pella altura, gera a superficie do cylindro elliptico.

E posto que diz que a regra acima se entende acerca dos cylindros rigurosamente dittos, & rectos, assim o circular, como o elliptico saõ rectos conforme o mesmo Tacquet; pois acerca da definiçaõ quarta diz.

Omnis igitur circularis cylindrus essentialiter rectus est.

Que todo o cylindro circular he essencialmente recto.

E acerca da definiçaõ 5.

Omnis igitur cylindrus ellipticus necessario rectus est.

Que todo o cylindro elliptico necessariamente he recto.

Multiplicadas pois as circunferencias das Bases por alturas perpendiculares ás mesmas Bases, se geraõ as superficies cylindricas, assim circular, como elliptica.

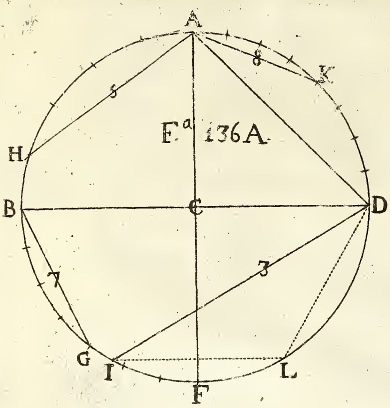
§. 28.

Propoemse a demonstraçaõ da practica do §. 8. Cap. 9 da II. Secçaõ para investigar a superficie de hũa Spheroide.

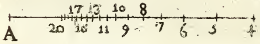
DIssemos no §. 8. do Cap. 9. que pellos diametros mayor, & menor da Spheroide se buscasse a área da maxima Ellipse sua secçaõ conforme o ditto no §. 4. do mesmo Cap. a qual área multiplicada por 4. daria a superficie da Spheroide, ou esta fosse larga, ou longa; de modo que o que o grande Archimedes achou acerca da superficie da Sphera, a saber que he quadrupla da área do circulo maximo sua secçaõ, demonstrarei ser o mesmo acerca

da

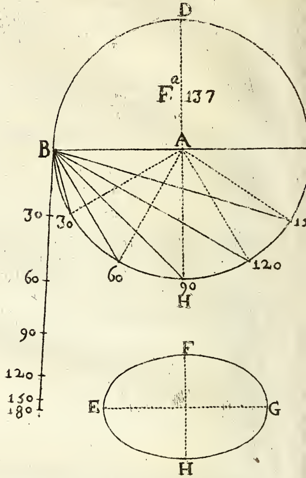
Fª 136A.



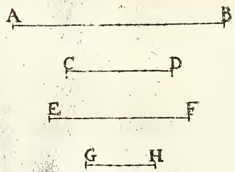
Fª 136.B.



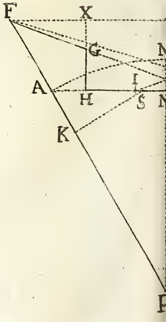
Fª 137



Fª 140

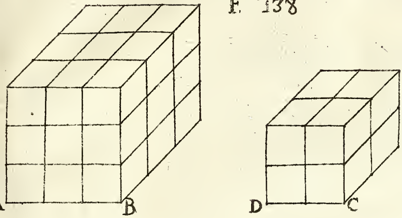


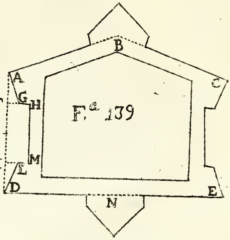
Fª 1



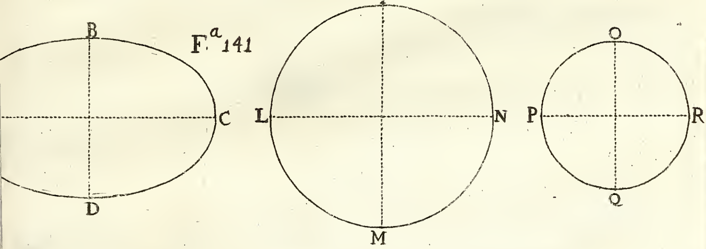
XXX

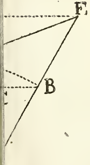
Fa 138



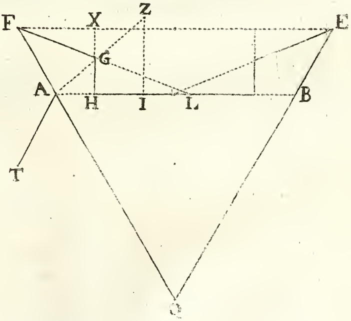


Fa 141





Fa 148



tes analogias se provarâ que assim se há a Ellipse mayor para a superficie da Spheroide mayor, como a Ellipse menor para a superficie da Spheroide menor.

Mas o circulo mayor he subquadruplo da superficie da Sphera mayor,& o menor subquadruplo da superficie da menor; logo a Ellipse mayor será subquadrupla da superficie da Spheroide mayor,& a Ellipse menor subquadrupla da superficie da Spheroide menor,por serem iguaes os circulos,&Ellipses,& se ter provado estarem na mesma proporçaõ os circulos para as superficies das Spheras, as Ellipses para as das Spheroides.

Corollario.

DESTA demonstraçaõ se colhe ser a mesma a superficie da Spheroide larga, que a da longa, porque hũa, & outra he quadrupla da Ellipse secçaõ da Spheroide,& a mesma Ellipse,ou secçaõ,he da Spheroide larga que da longa; pois aquella se gera [a] da revoluçaõ da Ellipse á roda do menor diametro, & esta da revoluçaõ da mesma Ellipse á roda do mayor. No Capit. 9. §. 8. da Secçaõ II. havemos promettido de mostrar o que se contém neste Corollario,& com elle satisfazemos.

[a] Tacquet lib. 3. Geomet. pract. probl. 13 cap. 18.

§. 29.

Demonstrase a segunda regra que dissemos no §. 8. Cap. 9. da segunda Secçaõ para achar a superficie de hũa Spheroide.

DIssemos na II. regra do §.8.Cap.9 da Secçaõ II. que para se achar a superficie de hũa Spheroide, se armasse hũa regra de tres,pondo em primeiro lugar o diametro mayor: em segundo o menor:em terceiro a superficie da Sphera do diametro mayor, & executada a regra, sahiria no quociente a superficie de hũa Sphera;cujo diametro seria meyo proporcional entre o mayor,& menor da Spheroide; a qual superficie seria igual com a da Spheroide.

A razaõ he porque havemos ditto que o circulo, cujo diametro for meyo proporcional entre o mayor, & menor de hũa Ellipse, será igual à mesma Ellipse por Archimedes,conforme demonstra Clavio [u] & no §. antecedente temos mostrado que a superficie

[u] Geomet. pract. lib. 4. c. 8 reg. 5.

perficie da Spheroide he quadrupla da Ellipse sua secçaõ, & as das Spheras quadruplas dos circulos; logo a superficie da Sphera do diametro mayor, ou circunscripta á da Spheroide (que he a mesma que da Sphera do diametro meyo proporcional) & a da Sphera inscripta saõ [r] continuamente proporcionaes na proporçaõ do circulo mayor para a Ellipse (ou circulo do diametro meyo proporcional) ou da Ellipse para o circulo inscripto. [r] 15. Quinti.

Mas esta proporçaõ he [a] duplicada da dos diametros, a saber como do mayor para o menor, q̃ he duplicada da do mayor para o diametro meyo proporcional; logo assim se haverâ o diametro mayor para o menor, como a superficie da Sphera ambiente para a superficie da Spheroide, ou da Sphera do diametro meyo proporcional; que he o que se devia demonstrar. [a] Pella 2. do 12 & 20. do 6. de Eucl.

A mesma demonstraçaõ corre se puzermos por primeiro termo o diametro menor; por segundo o diametro meyo proporcional, por terceiro o diametro mayor; pois tambem se ha o diametro menor para o mayor, como a superficie da Sphera do diametro menor para a superficie da Spheroide, como dissemos no exemplo do ditto §.8.

§. 30.

Demonstrase a regra que demos no fim do §.7. Cap. 9. para achar, assim o corpo da Spheroide longa, como da larga.

NO Cap. 9. §. 7. da II. secçaõ dissemos o modo de se achar o corpo de hũa Spheroide, ou seja larga, ou longa conforme Tacquet, que alli allegamos. Porèm no fim do mesmo §. apontamos outra regra; a qual he que o corpo da Spheroide longa se acha multiplicando a área da Ellipse, sua maxima secçaõ, pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor, & o corpo da Spheroide larga multiplicãdo a àrea da mesma Ellipse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro mayor, o que neste lugar demonstraremos.

Demonstraçaõ.

POR quanto o diametro menor da Ellipse, o meyo proporcional entre o menor, & mayor, & o mayor estaõ [o] em continua proporçaõ, ficaõ [a] tambem em outra continua proporçaõ os [o] Pella operac. [a] Schol. 22. exti.

tres

tres circulos menor, medio proporcinal, & o mayor: mas o medio [d] he igual á Ellipse; logo saõ continuamente proporcionaes o circulo do diametro menor, a Ellipse, & o circulo do diametro mayor, & o circulo menor para a Ellipse, como [e] o diametro menor para o mayor; logo o mesmo producto será [f] do circulo menor pello diametro mayor, ou por seus $\frac{2}{3}$ q̃ o producto da Ellipse pello diametro menor, ou por seus $\frac{2}{3}$. Mas o producto do circulo menor pellos $\frac{2}{3}$ do diametro mayor he [i] igual ao corpo da Spheroide longa; logo o producto da Ellipse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor será [u] tambẽ igual ao mesmo corpo da Spheroide lõga.

[d] Clavio Geomet. pract. lib. 4. c. 8. reg. 5.
[e] Corol. 20. sexti.
[f] Por semelhãte â 16. do sexto.
[i] Tacquet lib. 3. Geomet. pract. probl. 13.
[u] Axiom. 1. primi.

Semelhantemẽte porque o circulo do diametro mayor he para a Ellipse como o diametro mayor para o menor, será o producto do circulo mayor pello diametro menor, ou por seus $\frac{2}{3}$ igual ao producto da Ellipse pello diametro mayor ou por seus $\frac{2}{3}$: mas o producto do circulo mayor pellos $\frac{2}{3}$ do diametro menor he igual ao corpo da Spheroide larga; logo o producto da Ellipse pellos $\frac{2}{3}$ do diametro mayor será igual â mesma quantidade corporea da Spheroide larga; que he o que se devia demonstrar.

§. 31.

Examinase, & censurase a fabrica do Orelhaõ, & Praça baixa, que nelle ensina por novo invẽto o Capitaõ D. Diogo Henriquez de Vilhegas.

TRaz na sua Academia da Fortificaçaõ hum desenho de Espalda (a q̃ chama Orelhaõ) no qual fabrica hũa Praça baixa, de mais da ordinaria, que se faz no Flanco cuberto, dandolhe nome de novo invento, & representandoo em hũa fig. por perspectiva, em outra por Planta, fazendo grandes misterios desta nova invençaõ.

Mas como isto seja hũa cousa totalmente chimerica, & me incumbe por meu exercicio, & posto, evitar que senaõ persuadaõ alguns dos nossos Portuguezes a semelhantes erros; pois nem todos penetraõ á primeira vista, o que se lhe propoem com razoẽs sofisticas, ou com pinturas mal formadas, trattarei de mostrar, como a idea deste invento de nenhum modo he possivel nos termos em que a propoem; & assim deixo de põderar não sò os incõmodos,

dos, mas os absurdos que consigo traria a ser possivel sua fabrica.

Propoem o Autor as medidas que diz que precisamente deve ter hũa Praça Real, naõ mais, nem menos, a saber 1100. pès de lado de Polygono interior; 180. de Demigolla; de que resulta a Cortina de 740 & que o Flanco deve ser de 133. a Face do Baluarte de 400. sobre que jà temos falado no §. 22. da segund. part. Qualificativa.

Na pag. 232. fórma a Espalda (chamarlhe-hei Orelhaõ com o Autor, que vai pouco nisto) do seguinte modo.

Dos 133. pés conteudos no seu Flanco A B separa A T de 40 para o Flanco cuberto, em que accõmoda tres peças de artilheria a $13\frac{1}{3}$ pès de espaço para cada hũa; restaõ 93. pès na linha T B para a base do Orelhaõ. Na Face G B produzida toma B H de 120. & por haver tomado a Face G B (a que na lingua Castelhana chama Frente) de 400. pès, resulta toda G H de 520. o q̃ diz se entende no plano do Fosso. A linha T V diz que será dos mesmos 120. & o Trapezio fechado com a linha H V; a que naõ determina quantidade certa; por quanto [r] diz que esta ha de resultar da inclinaçaõ de T V segundo a parte da Contrascarpa, Fosso ou frente do Baluarte opposto que se pertende descubrir da Canhoneira do Flanco cuberto. Esta he a do Canhaõ traditor. Fig. 142. [r] Pag. 233. lin. 13.

Porèm ainda que naõ determina quantidade certa na linha H V, claramente insinua que nella pòde tomar 40. pès para frente do Orelhaõ baixo; por quanto diz [a] que no Flanco cuberto A T de 40. pès pertende accõmodar tres peças de artilheria, capacidade bastante para o manejo de todas tres a $13\frac{1}{3}$ pès para cada hũa; & logo diz [u] que se fará hum parapeito de 30. pès de largo acostado à frente H V do Orelhaõ com tres canhoneiras para tres peças de artilheria; com que suppoem que pòde tomar na ditta linha H V ao menos 40. pés para ellas, como no Flanco cuberto A T que tomou de outros 40. por capacidade bastante para o mesmo effeito. [a] Pag. 232. [u] Pag. 234.

Diz [r] mais que se levantará a Espalda T V H B atè seu plano ficar alivelado com o da Estrada encuberta. Era escusado dizer q̃ se levantasse; pois allí está o terreno natural de que fòrma este Orelhaõ já alivelado, ou pouco mais alto, ou pouco mais baixo, que o da Estrada encuberta. Nisto vai pouco, parecerlhehia que assim se explicava melhor. [r] Pag. 234. lin. 8.

Diz [a] tambem que descontada a Escarpa que ha de pender da profũdidade do Fosso atè a ditta posiçaõ,& suppoem [b] de 5.pès, se farà hum Parapeito de 30. pès de largo acostado á linha H V do Orelhaõ, & detraz, o plano de sua Praça baixa de 50.de retirada;que com os primeiros 5.da Escarpa (ou mais propriamente seu Talud) monta tudo 85. & que apartado tãto como esta quãtidade, se irá levantãdo o Orelhaõ atè altura do plano do Baluarte;ficando nesta parte o plano do residuo da Espalda igualmente alivelado com o plano do Baluarte; & que nesta altura apartado 10. pès da linha B T, & chegado para a imaginaria H V (chamára eu neste caso Real a H V, & imaginaria a B T) se levantará hum Parapeito igual em tudo ao que coroa o Baluarte.

[a] Pag.234.lin.1
[b] Pag.234. lin. 27.

Esta he a sua fabrica. Entremos agora no exame della, & mostrarei que em nenhũa fig.regular se póde obrar o que propoem por doutrina para todas do Pentagono inclusivè para cima, que he a primeira que admitte para nella se poder fabricar hũa Praça Real, & que absolutamente em nenhũa das sobredittas, nem na Fortificaçaõ que assentar sobre linha recta continuada com Baluartes,que por este respeito se chamaõ planos,póde tal cousa ser, quando o Autor a ensina por taõ possivel,que a dâ por doutrina geral para todas.

Seja o primeiro exemplo no seu Pentagono,em que traz a Praça baixa no Orelhaõ com titulo de novo invento em fig. Scenographica,& outra Ichnographica com o num.7.ambas delineadas differentemente do que propoem na doutrina,que se conforme a ella as delineára, logo conhecera a impossibilidade.

Porém eu tratto de o mostrar por meyo da Trigonometria, q̃ he mais scientifico,& puro; não como o podia fazer por hum Petipè na fig. Ichnographica qualquer practico sem noticia algũa da Theorica.

Por tanto supponhamos o Orelhaõ formado conforme a doutrina do Autor, mas que a linha T V produzida imaginariamente vá ao ponto N, onde concorrem as Faces do Baluarte opposto que he aonde para bem deve ir, sem embargo de que alguns, & o Autor queiraõ và a topar em algum ponto da Face entre N &D; sobre que agora me naõ incumbe mostrar as razoẽs;porque adiãte mostrarei a mesma impossibilidade ainda na supposiçaõ do põto da Face N D, a que o Autor dirige a ditta linha T V.

Lancese

Lancese a linha chamada Formaflanco L B,& do ponto T a linha T I parallela ao lado L R do Pentagono atè topar com o ponto I da Capital R N. Do angulo da fig. R se deite sobre T I a perpendicular R O, & a Face N D se produza imaginariamente atè encontrar a linha T I no ponto Q.

1 Supposta esta preparaçaõ considerese agora o Triangulo rectangulo [e] L A B; no qual saõ dados. [e] Per operat. vel per hypot. Authoris.

O Flanco A B de 133|0. pés.

A Demigolla A L de 180|0.

O angulo recto [d] L A B. [d] Per operat. seu hypoth.

Dos quaes suppostos se sabe o angulo Formaflanco A L B sempre invariavel de 36.gr.27.min.40.seg.& daqui o reliquo A B L de 53.gr.32.min.20.seg. & a linha L B Forma flanco de 223|80

2 Ajuntando o semiangulo do Polygono y L A 54.gr. ao Formaflanco A L B achado no num.1.de 36.gr.27.min.40.seg.compoem o angulo y L B de 90.gr. 27.min. 40.seg. Este tirado da somma de dous rectos, resta o angulo G L B de 89.gr.32.min.20 segund.

3 No Triangulo B G L se daõ sabidos.

A Face B G de 400|00. pella hypothesi

A linha Formaflanco L B investigada no num.1.de 223|80.

O angulo G L B de 89.gr.32.min. 20. seg. achado no num. 2.

Dos quaes suppostos se sabe

O semiangulo flanqueado L G B de 34.gr.1.10.seg. & daqui.

Todo o flanqueado de 68.gr.2.min.20.seg.

A Capital L G de 333|30.

4 No Triangulo R I O saõ conhecidos.

O angulo R I O de 54.gr. igual ao semiangulo do Pentagono X R F.

O angulo recto R O I

O angulo I R O de 36. gr.

O lado R O de 40|00. igual com o Flanco cuberto A T

Dos quaes suppostos se investigará

A Hypothenusa R I de 49|44.

O lado I O de 29|06.

5 Da Capital R N igual com L G (no regular de que trattamos) achada no num.3.de 333|30.se tire R I descuberta no num. 4.de 49|44.

Resta I N de 283|86.
E o lado I O tambem jà sabido no num. 4.de 29|06.
Junto com T O de 920.[por ser igual com A R dos mesmos 920 somma da Cortina 740.& Demigolla 180.]
Compoem toda a linha T O I de 949|06.

6 No Triangulo T I N se conhecem.
O lado T I de 949|06. inquirido no num.5.
O lado I N de 283|86. achado no mesmo num.
O angulo comprehendido N I T de 126.gr. por ser complemento do semiangulo pentagonico para dous rectos.
Dos quaes suppostos se descubrirà
O angulo I T N de 11.gr.37.min.40.seg. Este tirado do recto I T B
Resta N T B (o mesmo que C T B) de 78.gr.22.min.20.seg.

7 No Triangulo T B C he sabido
O angulo T B C de 70.gr.1.min.10.seg.por quanto o angulo y L K conhecido de 54.gr. (por ser o semiangulo pentagonico) se iguala aos angulos L G K já descuberto no num. 3. de 34. gr. 1. min.10.seg. & L K G; donde se conhece este de 19.gr. 58. min. 50.seg. o qual diminuido de hum recto no Triangulo rectangulo K A B, resta conhecido o angulo K B A (o mesmo q̃ T B C) de 70.gr. 1.min.10.seg.

8 No Triangulo T C B saõ conhecidos.
O angulo C T B de 78.gr.22.min.20.seg. investigado no num.6
O angulo T B C de 70.gr.1.min.10.seg. inquirido no num.7. & daqui
O reliquo T C B de 31.gr.36.min.30.seg.
O lado T B 93. pella hypothesi.
Dos quaes suppostos se investigará
O lado C B de 173|80.
O lado C T de 166|76.

9 Do lado C B descuberto no num.8.de 173|80. se tire B H que o Autor toma de 120.
Resta esta H C de53|80.
E do lado C T achado no mesmo numero de 166|76. diminuindo T V que tambem o Autor toma de 120.
Resta V C de 46|76. Lançese H V.

10 No Triangulo H C V se daõ sabidos

O lado

O lado H C achado no num.9. de 53|80.
O lado V C no mesmo num.de 46|76.
O angulo V C H [o mesmo que T C B] descuberto no num. 8. de 31.gr.36.min.30.seg.

Dos quaes suppostos se achará
O angulo C V H de 88.gr.5.min.15.seg.
O angulo C H V de 60.gr.18.min. 15.seg.
O lado H V frente do Orelhaõ ultimamẽte pertendida de 28|21.

De modo que a frente H V serà de pouco mais de 28. pès no Orelhaõ do Pentagono, se se tomarem B H, & T V cada hũa de 120. pés como o Autor ordena, por onde propoem hum impossivel que he poderemse tomar os 40. pés que insinua na linha H V, quando esta he sòmente de $28\frac{21}{100}$ insensivelmente mayor que $28\frac{1}{5}$.

SCHOLIO I.

SE o Autor me disser que elle naõ lança a linha directiva T V N ao angulo flanqueado N do Baluarte opposto; mas outra linha directiva T E ao ponto E na Face do Baluarte distante 20. pès do angulo flanqueado N; como insinua na pagina 306. falãdo da Canhoneira do Canhaõ Traditor; faremos o calculo nesta supposiçaõ; para que ainda assim se veja que lhe não sahirà a ditta frente H V sensivelmente mayor do que havemos achado, & por tanto que ainda assim senão podem tomar na ditta Frente os 40. pès que pertende, & ensina para os tres Canhoens.

Naõ fallo em se tirar a ditta linha directiva de modo que và por fòra do ponto N; pois entaõ he manifesto que muito menor resultará a linha H V.

Façamos pois o calculo com a directiva T E que vai ao ponto E distante 20. pès do angulo flanqueado N: para o que se lance a linha E P parallela a N I parte da Capital, & se produza a Face N D atè o ponto Q.

11 No Triangulo Q N I se daõ sabidos.
O angulo Q I N de 126.gr. por ser complemento do semiangulo pentagonico para dous rectos.
O angulo I N Q igual aò angulo L G B achado no num.3.de 34 gr. 1.min.10.seg. & daqui
O reliquo I Q N de 19.gr.58.min. 50.seg.

Dase mais sabida a linha N I parte da Capital descuberta no numero 5. de 283|86.

Dos quaes suppostos se descubrirá

A linha N Q de 672|19.

O lado I Q de 464|76.

Do lado N Q descuberto no numero 11. de 672|19. se tire a porçaõ N E tomada pella operaçaõ, ou hypothesi do Autor de 20. resta E Q de 652|19.

12 Façase agora que como Q N achada no numero 11. de 672|19. para N I inquirida no num.5.de 283|86.assim Q E descuberta no num. 11.de 652|19.para E P que se acharà de 275|41

Outra vez, ao lado N Q de 672|19. Q I de 464|76. E Q de 652|19. se busque a quarta proporcional Q P que sahirà de 450|93.

13 Tirando Q P 450|93.achada no num. 12. de Q I descuberta no num. 11. de 464|76. resta I P de 13|83. Esta tirada de I T investigada no num.5. de 949|06, resta sabida P T de 935|23

14 Considerese agora o Triangulo T E P no qual se daõ sabidos

O lado T P descuberto no num. 13. de 935|23.

O lado P E investigado no num. 12.de 275|41.

O angulo T P E de 126.gr.complemento do semiangulo pentagonico para dous rectos.

Dos quaes suppostos se investigará

O angulo P T E de 11. gr.28.min.50.seg.

O angulo P E T de 42.gr.31.min.10.seg.

Do angulo recto P T B se tire o angulo P T E aqui achado de 11. gr.28.min.50.seg. resta o angulo E T B (o mesmo que M T B) de 78. gr. 31.min. 10.seg.

15 No Triangulo M T B saõ conhecidos

O angulo M T B de 78.gr.31.min.10.seg.achado no num. 14.

O angulo M B T (o mesmo que T B C) descuberto no num. 7. de 70.gr.1.min.10.seg. & daqui o reliquo T M B de 31. gr. 28. min.40.seg.

O lado T B pella operaçaõ de 93|00.

Dos quaes suppostos suppostos resulta

O lado B M de 174|54.

O lado T M de 167|38.

16 Da linha B M achada no num. 15. de 174|54. ſe tire B H que o Autor toma de 120. reſta H M de 54|54.

E da linha T M inveſtigada no meſmo num. de 167|38. ſe tire T r que toma dos meſmos 120. reſta r M de 47|38.

17 Do ponto H ao ponto r ſe lance a frente do Orelhaõ H r como o Autor manda, & vejamos de que quantidade reſulta para nella ſe tomarem os 40. pés que o Autor quer para a frente do Orelhaõ baixo, & accõmodar tres peças de artilheria; para o que ſe conſidere.

O Triangulo r H M, no qual ſe daõ ſabidos
O angulo r M H (o meſmo que o angulo T M B) achado no num. 15. de 31. 28. ſeg. min. 40. ſeg.
O lado H M deſcuberto no num. 16. de 54/54.
O lado r M inveſtigado no meſmo num. de 47|38.

Dos quaes ſuppoſtos ſe acharà
O angulo M r H de 88. gr. 15. min. 30. ſeg.
O angulo M H r de 60. gr. 15. min. 50. ſeg.
O lado H r de 28|45.

De modo que quer o Autor fazer a frente do Orelhaõ baixo na linha H r de 40. pès de comprido, quando ella não tem mais que 28|45. quaſi, ainda que a linha directiva T r vâ ao ponto E apartado 20. pès do angulo flanqueado N como o Autor inſinua na pag. 306. jâ citada.

E he taõ pouca a mayoria que reſulta na frente H r ſobre a frẽte H V em ir a linha directiva T r ao ponto E, ou a directiva T V ao angulo flanqueado N que naõ chega a $\frac{1}{4}$ de pè; porque indo T V ao angulo flanqueado N, reſulta a frẽte H V de 28 $\frac{21}{100}$ como ſe vio no num. 10. & indo T r ao ponto E da Face N D reſulta de 28 $\frac{45}{100}$ como ſe vio no num. 17. ſendo a mayoria de H r ſobre H V ſómente $\frac{24}{100}$ de pé.

NOTA.

Porém a mayor maravilha he, que ſendo o Autor noticioſo, & previſto, naõ advirtio, que ainda dado caſo que a ditta linha H r podéra ter os 40. pès que nella quer tomar, naõ podia fazer a Praça baixa que pertende no Orelhaõ; pois ſe lhe há de dar 30. pès de Parapeito, aſſim na ditta frente H r como na linha H B da parte da Eſtrada encuberta, ſegundo declara na pag. 234. &

em

em outras naõ lhe pòde ficar por Praça baixa do Orelhaõ espaço para hũa gayola, pois nem o tal Parapeito de 30.pès de largo poderá accõmodar em hũa, & outra linha das sobredittas, ficando praça vazia; sendo assim que toda a nossa consideraçaõ, & calculo foi feito suppondo a frente H r do Orelhaõ investigada no plano do Fosso, como o Autor considera nesta, & em todas as mais linhas Ichnographicas da sua fig. segũdo expressamente diz na pag. 233.lin.10. pois he certo que por razaõ da Escarpa, a que attribue 5. pès de Base, ou Talud desde o fundo do Fosso atè a altura da Praça baixa do Orelhaõ, que suppoem igual à da Estrada encuberta como diz pag. 234. da regra 23. até a regra 28. será ainda a linha H r menor no plano da Praça baixa do Orelhaõ que no do Fosso, & por tanto naõ poderá ter os 28|45. pès que nella achamos no ditto plano do Fosso; pois ao menos será menor que os dittos 28|45. pès pellos 5. que elle na pag. 234. attribue de Talud ao Orelhaõ baixo; sendo que he pouco, pois assina 30.pès de profundo ao Fosso defronte do meyo da Cortina, & 40.junto do angulo flanqueado, como se vè pag. 432.lin. 12.& 15. donde se segue que no sitio do Orelhaõ baixo, será o Fosso de mais de 30. de profundo, por quanto o dispoem em ladeira do meyo da Cortina para os angulos flanqueados, & Flancos; assim q̃ no plano da Praça baixa do Orelhaõ virá a ficar a linha H r sòmente de 23|45 pès pello encolhimento que lhe causa a Escarpa desde o fundo do Fosso, a que sómente attribuo os 5.pès com o Autor.

Mal podera logo, ou impossivel será tomar 40.pés de distancia onde não hà mais que $23\frac{1}{2}$ escassos, nem acostarlhe o Parapeito de 30.pès de largo, se acostar outro dos mesmos 30. na linha B H como o Autor quer, & haver de ficar praça para as tres peças de artilheria que allí pertende accommodar.

SCHOLIO II.

SE a demonstraçaõ, & calculo se fizer em outra fig. de mais lados que a pẽtagonica, serà cada vez menor a linha que na fig. do Pentagono se denota com as letras [γ] H r; & daqui por diante na fig. do Octogono [a] se denotará com as letras H V como o Autor: serà digo cada vez menor atè desvanecer de todo, & se cruzaráõ a extensaõ da Face, & linha directiva no ponto M muito antes dos 120. pés que o Autor quer tomar em cada hũa dellas para formar

[γ] Fig. 142.
[a] Fig. 143.

formar o Orelhaõ baixo;com que nem os dittos 120. pès poderà tomar, quanto mais ficar frente para as tres peças da sonhada Praça baixa no Orelhaõ; & isto se reconhecerá tãto mais quanto a fig. for de mayor numero de lados;o que se prova pella demonstraçaõ,& calculo seguinte.

Com as supposiçoens do Autor propostas no Scholio antecedente, indo a linha directiva ao ponto E 20. pés apartado do angulo flanqueado N como elle quer,& feito o calculo ajustadamente se acharáõ os angulos,& linhas do valor, & quantidade seguintes. Fig. 143.

Valor dos angulos.	*Quãtidade das linhas.*
O ang. M T B he de 73.gr.39.min.	A linha N Q de 563|7. pès
T B M de 55.gr.23.min.10.seg.	E Q de 543|7.
T M B de 50.gr.57.min.50. seg.	I Q de 331|3.
T P E de 112.gr.30.min.	E P de 334|3.
P T E de 16.gr.21.min.	B M de 114|89.
P E T de 51.gr.9.min.	T M de 98|54.

Sendo pois a linha B M de $114\frac{9}{10}$ quasi, & a linha T M de $98\frac{54}{100}$ naõ he possivel que em cada hũa dellas tome o Autor os 120. q̃ dà por documento no seu novo invento,por se cruzarem as dittas linhas no ponto M antes dos 120. pès de comprimento,formando o Triangulo T B M, & não podẽdo ficar fòrma de Trapezio com a frente H V * ou H r para a Praça baixa do Orelhaõ,como na fig. do Pentagono,sendo que tambem nesta fig. havemos mostrado evidentemente não ser bastante a frente H V, nem a frente H r,por quanto as grossuras dos Parapeitos incapacitaõ totalmẽte a praça que ficar detraz de algũa dellas. * Fig. 142.

Consideremos agora a doutrina do Autor no Octogono, de q̃ já havemos apontado o valor, & quantidade de alguns angulos, & linhas,que resultaõ das suas supposiçoens, como acharâ quem por calculo Trigonometrico os investigar, segundo o Methodo declarado no Scholio I. ou por qualquer outra via Geometrica.

Lancemos a linha d V dos 40. pés de comprido que o Autor quer para a frente da Praça baixa do Orelhaõ ; a qual linha d V supponhamos parallela com A B [posto que conforme a doutrina do Autor não fica parallela sobre que adiante fallaremos] & Fig. 143.

porque assina 30. pès de grossura ao Parapeito assim da parte de d V, como da parte de d B, supponhamos de tantos a linha d i, q̄ o atravessa perpendicularmente segundo se devem medir as grossuras, sem que por agora fale no que a Escarpa desde o fundo do Fosso faz encurtar a linha d V porque lho dou de barato.

1 Considerese o Triangulo rectangulo d i H no qual se daõ sabidos.

O lado d i de 30. pès pella supposiçaõ do Autor.

O angulo H d i de 34.gr.36.min.50.seg. por quanto tirado o angulo M d H achado de 55.gr.23.min.10. seg. (por ser igual com M B T em razaõ das parallelas ᵒ B T, d H) do recto M d i, resta o ditto angulo H d i dos dittos 34.gr.36.min.50. seg. & daqui se conhece

ᵒ Per operat.

O reliquo d H i de 55.gr.23.min.10.seg. igual ᵃ com M d H

ᵃ 29.do 1.

Dos quaes suppostos se descubrirá

A Hypothenusa d H de 36|45. a qual tirada dos 40. suppostos em d V pello Autor para a frente da Praça baixa do Orelhaõ, onde quer accõmodar as tres peças, resta

H V de 3|55. para a frente do Orelhaõ.

Veja-se lhe fica bastante para as tres peças, quando a cada hũa assina 13⅓ pès.

2 Mostremos agora quanto espaço he necessario que fique apartada a linha d V do ponto M para que possa conter os dittos 40. pès; & porque saõ proporcionaes os Triangulos T B M, V d M, assim se haverá T B 93. para B M achada já de 114|89. (pella supposiçaõ das quantidades das linhas declaradas neste Scholio; que dissemos se investigassem, & achariaõ das que apontamos em resumo, feito o calculo por semelhante processo ao do Scholio primeiro, ou por outro legitimo) como V d de 40. para d M que feita a operaçaõ da regra aurea sahirá de 49|42. quasi, & feita outra semelhante. Assim B T 93. para T M 98|54. como d V 40. para V M, sahirà esta de 42|38.

3 Tirando pois d M 49|42. de B M 114|89, resta B d de 65|47

E tirando V M 42|38. de T M 98|54. resta T V de 56|16.

Lancese a linha d z perpendicular sobre B T & se considere.

4 O Triangulo rectangulo d z B no qual se daõ sabidos.

O angulo d B z [o mesmo que T B M achado no resumo de 55. gr.23.min.10.seg.]

O recto

O recto d z B de 90.gr.
O reliquos z d B de 34.gr.36.min.50.seg. [g] 32.primi.
O lado B d achado no num.3 de 65|47.

Donde se saberá o lado d z de 53|88.
O Autor necessita de 80. pès,a saber 30.para o parapeito em sua base,& 50.para a retirada da praça baixa do Orelhaõ que tantos lhe assina;& porque não lhe ficaõ mais que quasi 54.na linha d z he necessario que o plano desta praça baixa lhe entre 26|12. pès da linha T B para dentro do Baluarte.

E fazendo a conta de mais os 5. pès do Talud, ou base da Escarpa,entrará o plano da praça baixa atè 31|12. da ditta linha T B para dentro; pois segundo o mesmo Autor, [d] o recolhimento da Escarpa, o Parapeito, & o plano da Praça baixa montaõ 85. pés. [d] Pag. 234.

Veja agora como lhe pòde ficar residuo de Espalda, para seu plano ficar alivelado com o do Baluarte, & como nesta altura apartado 10.pès da linha B T para H V poderà levãtar o Parapeito para a Praça alta do mesmo Orelhaõ conforme diz, quando a Praça baixa acaba em 31|12. pés da mesma linha B T para dẽtro. Veja como poderá accõmodar tres peças de artilheria na frente H V, que lhe fica sòmente de $3\frac{55}{100}$pès,quando na sua opiniaõ lhe saõ necessarios ao menos 40. Veja o que resultarà quando a fig. for de mayor numero de lados q̃ de Octogono até a linha recta, onde os Baluartes que nella assentaõ feitos pella doutrina do Autor resultaõ com os angulos flanqueados de 53.gr.29. min. conforme havemos referido no §. 22. taõ agudos, que fica limitadissima sua capacidade interna,para desembaraçadamente poderem os defensores executar as operaçoẽs da defensa, contra o cõmum axioma, que não admitte angulo flanqueado menor de 60. gr. & isto ainda na fig.quadrada que obriga a esta menoria, ou a pouco mais;ficãdo tambem os Baluartes nesta fòrma incapazes de se lhe poder fazer Fosso,no qual se descubra do Flanco,ou de algũa sua parte o angulo da Contrascarpa, sem que fosse necessario fazelo taõ largo defronte da Cortina,que seria hum custo immenso,naõ haveria onde se accõmodar,& recolher a terra; descubriria o inimigo da campanha naõ só a superior,mas a inferior parte da muralha, dirigindo a bateria ao ponto que mais lhe conviesse para ser mayor a ruina,& cegar mais facilmente naquella parte o fosso

dispondo mais facil subida para a brecha, & outros incómodos q̃ o mesmo Autor aponta *p* cõtra os Fossos demasiadamẽte largos.

p Pag. 419.

Fig. 144.

Os Baluartes em linha recta segundo a doutrina do Autor se representaõ na fig. num. 144. Nelles se podem considerar os inconvenientes que havemos apontado, & outros mais. Parecem talhados para Mitras de Bispos, & Arcebispos.

NOTA.

SEM embargo que o que aqui advirtirei naõ pertença ao pôto de que hei trattado; com tudo porque topei casualmente com hũas taboadas que o Autor traz pag. 116. & 117. das áreas do Pentagono, atè o Decagono, segundo varios lados que suppoem em cada hũa destas figuras, sobre que primeiro faz hum discurso de pag. 112. atè 115. (cousa que importa pouco) comecei por curiosidade a tentar se trazia certas as áreas sobre que fundava o discurso, & começandoas a examinar, achei logo erro; com q̃ foi necessario proseguir na investigaçaõ das outras àreas em obsequio da verdade, para que naõ sejaõ enganados os que naõ sabem estas materias por seus fundamentos, dando credito ao que se lhe propoem sòmente pella autoridade do Escrittor.

Mas porque a materia naõ importa para o intento da Fortificaçaõ, examinei sòmente as primeiras tres fileiras de cada hũa das seis taboadas, & como todas achei erradas muito consideravelmẽte, excepto a primeira fileira da taboada das áreas dos Pẽtagonos, em que ha erro de pouco momento, me naõ quiz cançar com as mais fileiras das taboadas, supponda que tambem devem estar erradas. Quem quizer o pode examinar. Aponto sómente as que examinei.

Nas primeiras tres fileiras do Pentagono.

Suppondo o lado de 1100. pès traz por àrea 2:081750. sendo a verdadeira, ou quasi insensivelmente differente 2:081777 $\frac{62375}{100000}$

Suppondo o lado de 1085. traz 2:023525. sendo a verdadeira 2:025388 $\frac{97778375}{1000000000}$.

Suppõdo o lado de 1000. traz 1:720000. sendo 1:720477 $\frac{375}{1000}$

Nas primeiras tres fileiras do Hexagono.

Suppondo o lado do Hexagono de 1100. pès traz por àrea 3:154500, sendo na verdade 3:143672 $\frac{202}{1000}$.

Sup-

Suppondo o lado 1085. traz por área 3:049935. ſendo na verdade 3:058520 $\frac{254545}{1000000}$.

Suppondo o lado 1000. traz 2:220150. ſendo a área verdadeira 2:598076 $\frac{2}{10}$.

Nas primeiras tres fileiras do Heptagono.

Suppondo o lado de 1100. traz por área 4:389000, ſendo a verdadeira 4:397030 $\frac{46475}{100000}$.

Suppondo o lado 1085. traz 4:268390. ſendo a verdadeira 4:277929 $\frac{081706875}{1000000000}$.

Suppondo o lado 1000. traz 3:626000. ſendo a verdadeira 3:633909 $\frac{475}{1000}$.

Nas primeiras tres fileiras do Octogono.

Suppõdo o lado 1100. traz por área 5834400, ſendo 5:842396 $\frac{912}{1000}$.

Suppondo o lado 1085. traz 5:676720, ſendo a verdadeira 5:684145 $\frac{21052}{100000}$.

Suppondo o lado 1000. traz 4:824000. ſendo a verdadeira 4:828427 $\frac{2}{10}$.

Nas primeiras tres fileiras do Enneagono.

Suppondo o lado 1100. traz por área 7:819050, ſendo a verdadeira 7:480007 $\frac{2215}{10000}$.

Suppondo o lado 1085. traz por área 7:130725, ſendo a verdadeira 7:277397 $\frac{93498375}{100990000}$.

Suppõdo o lado 1000. traz por área 6169500. ſendo 6181824 $\frac{15}{100}$.

Nas primeiras tres fileiras do Decagono.

Suppondo o lado 1100. traz por área 9:306000, ſendo 9:309992 $\frac{5875}{10000}$.

Suppondo o lado 1085. traz por àrea 9:141975, ſendo 9:057814 $\frac{89571875}{100000000}$.

Suppondo o lado 1000. traz por área 7:290000, ſendo 7:694208 $\frac{75}{100}$.

Mas ainda concedendolhe que as taboadas eſtiveſſem certas (o que naõ he) todo o diſcurſo que nellas funda de pagina 112. até

115. he erroneo, porque as contas que allí faz estaõ tambem muito erradas em si, naõ só pello fundamento falso das taboadas erradas, que toma como certo para fundar o discurso. Remeto o exame aos curiosos que tiverẽ noticia da obra do Autor de quẽ falo.

E posto que não duvido que o Autor soubesse investigar a área de hũa fig. regular; todavia para que conste o modo por onde procedi, o aponto, tomando por exemplo o Enneagono de 1000. pès de lado, & se poderà examinar se houve, ou não, erro nas praxes arithmeticas das àreas que hei referido em lugar das que traz erradas nas taboadas.

Na fig. num. 9. desta obra que he de hum Enneagono regular seja M O perpendicular do centro M ao lado K H no ponto O, & porque supponho o lado K H de 1000. pés, será sua ametade K O de 500. O angulo do Enneagono he conhecido de 140. gr. logo sua ametade M K O de 70. & porque o Triangulo M O K he rectangulo; se K O for feito Radio, serà a perpendicular M O Tangente do angulo M K O conforme a doutrina dos senos; por onde assim se haverá o Radio K O para a mesma K O de 500. como a Tangente do angulo M K O de 70. gr. para a perpendicular M O reduzida a taes partes daquellas em que hà 500. em K O; pois as partes da mesma K O em quãto dividida como Radio nas taboadas, saõ das mesmas em grandeza que se contèm em M O como Tangente.

Nas taboadas commũas dos senos he o Radio 1000000. A Tangente de 70. gr. he 274747,74; por onde armando a regra aurea na seguinte fòrma. Se o Radio K O 1000000. se torna em 500. pella supposiçaõ; a Tangente M O 274747,74. em quantos se tornará? Multiplicando pois o segundo numero pello terceiro, & o producto 137373870000. partido pello primeiro 1000000. na fórma ordinaria, dá no quociente $1373\frac{7387}{10000}$. pellos pès conteudos em M O dos que há 500. em K O.

Achada a perpendicular M O bem se sabe que multiplicada pello semiperimetro da fig. resulta no producto a àrea em pés superficiaes. Semiperimetro he o mesmo que ametade da somma dos lados da fig. & porque saõ nove os lados, cada hum supposto de 1000. será o semiperimetro 4500. por tanto estes se multipliquem pellos $1373\frac{7387}{10000}$ que ha na perpendicular M O, resultará no producto o num. $6:181824\frac{15}{100}$ pellos pès quadrados superficiaes

ciaes que ſe contém na àrea deſte Enneagono regular.

No Hexagono por ſer o ſemidiametro M K igual ao lado K H da fig. ſe póde tambem buſcar a perpendicular M O pella 47. do 1. ou 31. do 6. de Euclides; porque no Triangulo rectangulo M O K he jà conhecido o lado M K ſer [r] dos meſmos 1000. que o lado K H; tirando pois do quadrado de M K o quadrado de K O, & do reſiduo tirando a raiz quadra, ſerá eſta a perpendicular M O. [r] Corol. 15.4.

§. 32.

Propoemſe, & cenſuraſe o Methodo de Frãciſco Florencia Milanez.

PRocede eſte Autor pello Polygono interior com hum meſmo Methodo que quer ſeja univerſal para todas as figuras, & linha recta, aſſim no regular como no irregular; advirtindo [a] que o lado do Polygono naõ ſeja menor de 36. vergas, nem mayor de 60. (uſa das Rinthlandicas de doze pès) porque hum Polygono menor de 36. diz que ſeria muito disforme, & o mayor que 60. excederia na defenſa o tiro de moſquete. [a] Pag. 9.

Toma [o] para Capital a terça parte do lado do Polygono interior: para Demigolla (a que com muitos chama Golla) a quinta parte do meſmo lado; para Flanco tres quartos da Demigolla, excepto na fig. de angulos rectos regular, ou irregular, onde toma [o] para Flanco ſòmẽte os $\frac{2}{3}$ da Demigolla; de que reſulta que ſempre a linha Forma Flanco (a que chama Tranſverſal, ou da prova) he igual á quarta parte do lado do Polygono interior; excepto no Quadrado, onde fica para o lado do Poligono como √ 13. para √ 225, ou como quaſi $3\frac{60555}{100000}$ para 15. [o] Pag. 12. [o] Pag. 17.

Na pag. 18. diz, que o mayor lado naõ exceda 800. pès de Bruſellas, que ſaõ quaſi os 720. ou 60. vergas de Rinthlanda, q̃ toma por mayor lado, como abaixo diremos; nem ſeja menor q̃ os 432 dos meſmos Rinthlandicos, ou de Hollanda que ſaõ as 36. vergas do ſeu menor lado, pella meſma razaõ apontada.

Nas pag. 34, & 35. diz que os pès de Bruſellas ſaõ mais pequenos que os de Hollanda, & que a quarta parte do pè de Hollanda contém 101. partes das q̃ tem 91. a quarta parte do de Bruſellas.

Daqui ſe ſegue que 91. pès de Hollanda, fazem 101. de Bruſellas; & por iſto as 60. vergas, ou 720. pés de Rinthlanda fazẽ 799 $\frac{11}{91}$ pellos quaes toma 800. de Bruſellas; o que apontei de caminho para

Proporçaõ entre os pès de Bruſellas, & os de Hollanda, ou Rinthlandicos.

para que se saiba a proporçaõ entre huns, & outros pés.

No irregular segue o mesmo Methodo, com a circunstancia de q̃ o angulo formado pellos lados desiguaes, se parta [u] pello meyo estendendose para fòra a Capital produzida quãto for necessario & toma os Flancos, Capital, & Demigollas, para cada Baluarte, pertencentes ao menor lado, assim [r] da parte do menor como do mayor, dos dous que formaõ o angulo do Polygono.

u Pag. 154.

r Pag. 156.

Mas se o angulo da fig. for recto diz [a] que o Flanco se tome entaõ de hũa verga menos, assim no regular, como no irregular.

a Pag. 157

Na pag. 158. diz que no irregular, & sendo o angulo recto se tomem para Flanco os $\frac{2}{3}$ da Demigolla; o que concorda com a doutrina que ha dado para o regular.

Na pag. 162. traz outro modo com o exemplo de dous lados, hum de 400, outro de 700, que formaõ o angulo da fig. para se usar delle, se parecer, & q̃ da parte do lado mayor fica o Baluarte com pequena Demigolla, & pequeno Flanco, & he o seguinte.

Deixa a mesma Capital pertencente ao menor lado, & da parte do mayor toma a Demigolla que lhe pertence, a saber a sua quinta parte, & o Flanco os $\frac{3}{4}$ da Demigolla. Estende outro tanto o Flanco que fica da parte do menor lado, deixando a Demigolla que lhe pertence, & deita as Faces dos extremos dos Flancos iguaes até o extremo da Capital. Isto he o que o Autor diz neste ponto com a lingoagem algum tanto confusa, & barbara, como he em todo o livro; as figuras miudissimas, embrulhadas, & em parte erradas; posto que a doutrina em parte naõ seja mâ, como diremos.

Censura.

NAõ determinava fallar nos Methodos deste, & de outros alguns Autores, porque do que apontei no §. 22. se colhem os incómodos que consigo trazem. Mas por satisfazer á curiosidade de alguns que me pediraõ, dèsse delles hũa breve noticia, apõtarei sòmente algum incõmodo em cada hũ dos Methodos de que fallar em particular, sendo muitos os que pudera apontar, que resultaõ da generalidade com que querem que hum sò lhe sirva para todas as figuras.

A doutrina deste Autor naõ he mà para as figuras do Pentagono atè a de 20. lados [já hei ditto nesta obra, que ainda que naõ

haja

haja Praça regular de tantos lados; com tudo que do regular pẽde o mais acertado desenho do irregular; & que por isso consideramos todas as figuras regulares, & tambem o desenho da Fortificaçaõ sobre linha recta, pois se dá muitas vezes de facto,& desta se faz tambem combinaçaõ com lados da fig. irregular:]digo q̃ naõ he má a doutrina deste Autor para do Pentagono atè a figura de 20.lados;mas daqui para cima he necessario mudar a proporçaõ, a respeito que pello Methodo sobreditto se vai diminuindo a Face do Baluarte,& jà quando chega á fig.de 20. lados se torna a Face diminuida atè alguns poucos pès mais q̃ ametade da Cortina;porque sendo por exemplo o lado do Polygono interior de 720.pès, será no Pentagono a Face de 297|81 : no Decagono de 249|15: no vigintagono 222|73: na linha recta 195|34,como achará quem lhe fizer o calculo;sendo sempre,& em todas as figuras a Cortina de 432. na ditta supposiçaõ do lado do Polygono interior de 720.

E como nòs naõ admittimos que a Face seja menor que a ditta ametade da Cortina,segundo largamente havemos ditto,naõ approvamos esta proporçaõ genericamente para todas as figuras;alem de que lhe podemos accõmodar mayores Flancos, ficando as Demigollas capacissimas segundo a grandeza do Polygono,as Faces nunqua menores que ametade da Cortina ; mayores sempre; & por tanto ficar a Fortificaçaõ mais robusta,& defensavel segũdo se vè das nossas taboadas numeros 13.& 14.& de suas proporçoens.Com tudo se a proporçaõ se variar a outra que sirva para da fig. de 20. lados para cima,& as mais vezes que for necessario, para que a Face fique sempre mayor que ametade da Cortina, naõ he para desprezar a doutrina deste Autor;pois sem embargo que os Flancos puderaõ ser mayores , todavia ficaõ bastantes segundo a grandeza do Polygono;& alguns outros inconvenientes saõ de qualidade que se podiaõ dissimular.

§.33.

Do Methodo do Capitaõ Iozeph Barca Tenẽte General da artilheria pella Magestade Catholica no Estado de Milaõ.

SAhio este Autor com hum Trattado, que intitula Compendio de Fortificaçaõ moderna; impresso em Bolonha no anno

de 1643: o seu Methodo he o seguinte. Faz o angulo flanqueado os $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. de q̃ lhe resulta recto no Octogono; o qual conserva nas mais figuras seguintes, & linha recta. Toma certa a Face, & certa a Cortina em todas as figuras, como tambem faz Dogen; mas com esta differença, que tomando Dogen a Face de 2. partes, & a Cortina de 3. toma Jozeph Barca a Face de 4. partes, & a Cortina de 7. que he melhor proporçaõ; porque ainda q̃ as Faces de 24. vergas, ou 288. pès que traz Dogen, Marolois, & Fritach para Fortificaçaõ Real sejaõ bẽ grandes; todavia as Cortinas de 36. vergas, ou 432. pès saõ curtas, como havemos ditto q̃ aponta [r] o mesmo Dogen por parecer de bons Engenheiros, que já reconheciaõ serem curtas as Cortinas Hollãdezas, & que assentaraõ que ficando as Faces de 24. vergas se fizessem as Cortinas de 42. que vem a ser as Faces os $\frac{4}{7}$ das Cortinas: o angulo forma flanco sempre invariavel de 40. gr. Assim q̃ este modo de Jozeph Barca he em termos o mesmo que o segundo de Dogen; ordenãdo Barca que o angulo formado pello flanco, & linha Forma flãco se faça de 50. gr. que vem a ser o mesmo que fazerse o angulo Forma flanco de 40. como Dogen.

[r] Lib. 1. cap. 12 pag. 109.

A Face que Dogen toma, para Fortificaçaõ Real de 24. vergas, ou 288. pés, faz Barca de 56. passos, ou 280. pès, & pella Cortina que Dogen seguĩdo a os Engenheiros Jacobo Witsio, Pedro Persevallo, Joaõ Bossio, & approvaçaõ do Principe de Orãge diz se deve fazer de 42. vergas, ou 504. pés para a Fortificaçaõ ficar melhor proporcionada, a toma Barca de 98. passos, ou 490. pès, de modo que hum, & outro faz a Face os $\frac{4}{7}$ da Cortina: os angulos Forma flancos invariaveis de 40. gr. & assim como hum conserva o angulo flanqueado recto (que tal lhe resulta desta construcçaõ no Octogono, & em todas as mais figuras seguintes, & na linha recta, do mesmo modo o faz o outro.

Censura.

O Modo sobreditto he bom na sustancia; porèm quizera que da fig. de 18. lados para cima se deixasse a teima de querer conservar recto o angulo flanqueado; pois nesta fig. jà o Flanco secundario resulta mayor que ametade da Cortina; porque se esta se tomára de 36. vergas conforme a practica Hollandeza, seria o Flanco secundario 18. & outro tanto o complemento da Cor-

tina

tina conforme se vè da taboada de Dogen; por onde como quer que hajamos de tomar a Cortina de 42. vergas, ou 504. pès, ficando conservado o angulo recto na fig. de 18. lados, fica o mesmo complemento da Cortina de 18. vergas, ou 216. pés, os quaes diminuidos dos 504. da Cortina, restaõ por Flanco secundario 288. tãto como a Face: mas como ametade da Cortina he de 252 já o Flanco secundario a excede por 36. pés, ou 3. vergas.

Na mesma proporçaõ se entende tomando a Face de Barca de 56. passos, ou 280. pès, porque se conservar recto o angulo flanqueado na ditta fig. de 18. lados, lhe ha de resultar o complemẽto da Cortina de 42. passos, ou 210. pès, que diminuidos da sua Cortina de 98. passos, ou 490. pès, restaõ 56. passos, ou 280. pès por Flanco secundario tanto como a Face; mas como ametade da Cortina lhe he de 49. passos, ou 245. pés, já o Flanco secundario a fica excedendo por 7. passos, ou 35. pés, que tem a mesma proporçaõ para os 98. passos, ou 490. pès da Cortina de Barca, que as 3. vergas, ou 36. pès para as 42. vergas, ou 504. pès da Cortina reformada de Dogen.

Por onde como quer que na fig. de 18. lados jà o Flanco secũdario passe da ametade da Cortina reformada, convem que nas mais figuras daquella para cima senaõ queira conservar recto o angulo flanqueado; pois iraõ crescendo mais os Flancos secundarios sobre ametade da Cortina; de que resulta difficuldade em se descubrir do Flanco primario; ou de hũa sua parte, bastante para a Praça baixa, o angulo da Contrascarpa sem hũa demasiada largura do Fosso defronte da Cortina; ainda q̃ aquelle se faça obliquo na fórma em q̃ o disponho nos Capitulos 16. & 17. Secçaõ I. da primeira Parte, ou em outra, & ficando tambem muito descuberta a Face do Baluarte, ao menos do meyo della para a parte do angulo da Espalda a respeito da grande largura do Fosso, que tambem allí deve ficar para o ditto effeito de se poder de grande parte do Flanco primario descubrir o angulo da Contrascarpa, sobre os inconvenientes dos immensos gastos, & de naõ haver onde accõmodar tãta terra, quanta sahiria do Fosso taõ largo, & ser tambem necessario metter muito na cãpanha os Revelins que se fazem defronte das Cortinas, & ficarem pequenos em suas capacidades; a respeito do terreno que se havia de tirar do Fosso, que não se fazendo taõ largo, ficaria o tal terreno incorporado nos mesmos Revelins.

Por tanto se se insistir em querer conservar recto o angulo flã-queado em figuras de mais lados, que o Octogono, naõ seja mais que atè a fig.de 18. lados;daqui para cima se tome sempre o Flanco secundario,como na ditta fig.de 18. a saber tanto como a Face que saõ os $\frac{4}{7}$ da Cortina, porque não convem fazelo mayor pellas sobredittas razoens.

Porém ainda tenho por melhor que se siga o mesmo Methodo de Barca,& segundo deDogen,sem que se queira conservar o angulo flanqueado recto mais que no Octogono, onde sòmente resulta tal por virtude da construcçaõ, fazendose sempre (desde o Quadrado atè a linha recta) o angulo flanqueado igual aos $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. A Face os $\frac{4}{7}$ da Cortina.O angulo Forma flanco de 40.gr.pois daqui vem a resultar o flãqueado no Quadrado de 60. gr.o menor que admittimos: nas mais figuras vai crescendo, atè q̃ na linha recta resulta de 120. cuja obtusidade naõ causa incómodo algum atè este termo,que tambem admittimos pello mayor;ainda que não haja necessidade de se fazer o angulo obtuso. De modo que os angulos flãqueados por nós admittidos para as Fortificaçoens regulares saõ de 60. atè 120.gr. salvo se na Fortificaçaõ irregular obrigar o sitio a promovelo ainda mais, como atè 130.gr.

Deste modo resultaõ ainda mayores Flancos primarios,& dos quaes,ou de grandes Praças baixas em suas ametades, ou terças partes se pòde descubrir o angulo da Contrascarpa sem demasiada largura do Fosso;porque se me disserem que sendo os Flancos muito grandes,he tambem necessario abrir hũ larguissimo Fosso defronte da Cortina,lhe responderei que poderemos deixar hũa larga Falsabraga ao pè da Cortina no modo que adiante apontaremos sobre a Fortificaçaõ de D.Alonso de Zepeda do Polygono exterior para dentro, sem se me poder replicar que o mesmo se poderà fazer cõforme o modo de Barca, & segundo de Dogen ficando os angulos flanqueados rectos, porque entaõ como os Flancos primarios naõ ficaõ taõ grandes, não convem fazer a tal Falsabraga muito larga a respeito q̃ o pé della no fundo do Fosso naõ fica defendido de grande porçaõ do Flanco; o que não succederà quando os Flancos forem muito grandes; porque entaõ, sómente aquella parte que fica da Falsabraga para fóra, he taõ grande como hum Flanco ordinario;& assim nesta fòrma de que

os

os angulos flanqueados se façaõ do valor que sahirem, à saber dos $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. o angulo Fòrma flanco de 40.gr.as Faces os $\frac{4}{7}$ das Cortinas, approvarei este modo; naõ obstante que eu sigo outro do meu invento, em que naõ quero em lado de Polygono exterior de 864. pés, Flanco que passe de 120. pello haver por muito capaz para os usos militares a respeito do tal lado, & quando este seja mayor, entaõ sahirá o Flanco mayor, sobre que já havemos discursado bastantemente nos §§. 6. & 7. da segunda Part. Qualificat. combinando hum dos meus Methodos com os dos Autores modernos de mayor nome.

Porèm sem embargo que approvo este Methodo de Barca, & Dogen sem limitar os angulos flanqueados a rectos do Octogono para cima; mas que sejaõ sempre os $\frac{2}{3}$ do angulo da fig. todavia tem a difficuldade, de que necessita de taboada feita para por ella se proporcionarem as partes na suppoſiçaõ de mayor, ou menor lado de Polygono exterior, ou interior (determinado para se fortificar) que o que se suppozer na taboada calculada; por cuja causa Fritach, Dogen, Cellario, Goldman, & outros fizeraõ diversas taboadas com diversos lados de Polygonos exteriores, & interiores, para que os que naõ soubessem proporcionar mediante hũa só taboada, & a regra aurea, ou por lhe poupar o trabalho, se valessem do lado que achassem em algũa das taboadas mais proximo ao que lhe fosse dado para fortificar, & da tal taboada tomassem a Face, Flanco, Cortina, & as mais linhas, & angulos de que lhe fosse necessario valeremse para a execuçaõ do desenho na campanha.

Os meus Methodos que hei dado dos Polygonos exteriores para dentro, & dos interiores para fòra assim no regular, como no irregular escusaõ taboada, & regra aurea, como delles se vè, excepto o que dei na Secçaõ II. da primeira Part. Cap. 2. §. 2. para os Polygonos regulares, que sòmente necessita dellas; & se eu trago taboadas dos mais Methodos na segunda Part. Qualificat. naõ he porque seja necessario valer dellas, mas para que se veja como em hum espelho o valor dos angulos, & quantidades das linhas q̃ resultaõ dos dittos Methodos, & a excellencia com que ficaõ todas as partes se vè do que dizemos em varias partes da segunda Part. Qualificat. assim no regular, como principalmente no irregular, onde se obrava por fantesia, sem regras certas, & determinadas, que agora dou nesta obra.

Proponho finalmente as medidas que resultaõ do Methodo de Barca em algũas figuras que sòmente calculei.

Supponddo com o Autor a Face os $\frac{4}{7}$ da Cortina; aquella de 56 passos, ou 280. pès; esta de 98. passos, ou 490. pès; o angulo Forma-flanco de 40. gr. sempre invariavel, resultaõ as medidas seguintes.

No Quadrado.

A Face $\frac{4}{7}$ da Cortina, & tomada de 280|0. pès ——	280	0
A Cortina $\frac{7}{4}$ da Face	490	0
A Sobreface	270	5
A Exensaõ do Flanco	072	5
A linha Forma-flanco	140	5
A Capital	230	2
O Flanco primario	090	3
A Demigolla	107	7
O complemento da Cortina	337	1
O Flanco secundario	152	9
A Extensaõ da Face	349	0
A linha Razante	629	0
O lado do Polygono exterior	1031	0
O lado do Polygono interior	705	4
A linha da defensa fixante	777	7

O angulo flanqueado de 60. gr.

No Enneagono.

A Face supposta de 280. pés $\frac{4}{7}$ da Cortina ——	280	0
A Cortina $\frac{7}{4}$ da Face	490	0
A Sobreface	257	1
A Extensaõ do Flanco	110	9
A linha Fòrma-flanco	216	7
A Capital	266	3
O Flanco primario	139	3
A Demigolla	166	0
O Complemento da Cortina	323	0
O Flanco secundario	167	0
A Extensaõ da Face	351	7
A linha da defensa Razante	631	7

O lado

O lado do Polygono exterior	1004|2
O lado do Polygono interior	822|0
A linha da defensa fixante	787|8
O angulo flanqueado 93.gr.20.min.	

Na linha recta.

A Face 280. pès $\frac{4}{7}$ da Cortina	280|0
A Cortina $\frac{7}{4}$ da Face	490|0
A Sobreface	242|5
A Extensaõ do flanco	140|0
A linha Forma flanco	316|5
A Capital	343|5
O Flanco primario	203|5
A Demigolla	242|5
O complemento da Cortina	352|4
O Flanco secundario	137|6
A Extensaõ da Face	406|9
A linha da defensa razante	686|9
O lado do Polygono exterior imaginado	975|0
O lado do Polygono interior imaginado	975|0
A linha da defensa fixante	809|0
O angulo flanqueado 120. gr.	

De modo que do Quadrado atè a linha recta vai o Flanco crescendo mais de outro tanto por ser no Quadrado de 90|3.& na linha recta de 203|5. & o angulo flanqueado outro tanto justamẽte por ser no Quadrado de 60.gr.& na linha recta de 120. Tudo na supposiçaõ de senaõ querer conservar o angulo flanqueado recto do Octogono para cima,mas que sempre seja os $\frac{2}{3}$ do angulo da fig.& o Forma flanco de 40.gr. invariavel.

Assim fica boa a Fortificaçaõ,& se na linha recta,& nas figuras de 18. ou 20. lados para cima não quizerem taõ grandes Flancos primarios como vaõ sahindo, he facil diminuir o angulo flãqueado, tomando mayor Flanco secundario ; de que resultará o primario mais moderado;porèm naõ se tome mayor secundario que ametade atè os $\frac{4}{7}$ da Cortina ; porque naõ convem fazelo mayor omo já nesta Censura havemos ditto.

§. 34.

§. 34.

Do Methodo do Capitaõ Pietro Ruggiero Engenheiro do exercito delRey Catholico em Milaõ.

SAhio este Autor no anno de 1661. com hum livro que intitula. [Fortificaçaõ moderna] dedicado ao Senhor D. Joaõ de Austria; de q̃ já no Scholio do Cap. 33. Secçaõ I. da primeira Part. apontei parecerme obra menos digna, de se dedicar a hum Principe taõ grande soldado, & taõ intelligente da Architectura Militar; Principe que em Evora andou desenhando as Fortificaçoẽs no sitio de Santo Antonio, que incorporava com a Cidade, trazendo por seu Ajudante, senaõ fosse honrando-o como companheiro naquelle exercicio ao Engenheiro Nicolao de Lãgres, que entre nòs havia servido.

He pois o Methodo de Ruggiero [r] que toma para Capital a terça-parte do lado do Polygono interior: para Demigolla a quinta parte; & para Flanco a differença entre a ditta terceira, & quinta parte; que em sustancia vem a ser os $\frac{2}{15}$ do ditto lado do Polygono interior.

[r] Lib. 2. pag. 90 92. & 99. &c.

Censura.

ACerca deste Methodo naõ digo mais que o que jà apontei no §. 22. & acerca do Methodo de Francisco Florencia no § 32. & do de Zepeda direi no §. 35. A lingoagem, & explicaçaõ he hũ pouco barbara, & enleada: a sustãcia da doutrina muito pouca, & sem coherencia; porque para achar os angulos flanqueados, diminutos, & os mais, usa do Methodo de Marolois, & de Goldman [que he hum dos que tambem trazem Fritach, & Dogen, acrescẽtando 15. gr. ao semiangulo do Polygono, para que desta somma resulte o flanqueado, & daqui investigando o da defensaõ interior &c.] sendo isto hũa falsidade nas supposiçoens que ha tomado da Capital, Demigolla, & Flanco; pois no liv. 2. Cap. 24. pag. 91. investiga em hum Hexagono os angulos pello sobreditto modo de Marolois, dizendo ser o Fanqueado de 75. gr. o da defensaõ interior de 22. gr. 30. min. sendo que conforme as dittas supposiçoens que toma no Cap. 23. lhe ha de sahir aquelle de 86. gr. 18. min. 40. seg. este de 16. gr. 50. min. 40. seg. como acharâ quem fizer

fizer o calculo:& no Quadrado onde tambem o calculei, lhe sahirà o flanqueado de 63.gr.34.min.& o da defensa interior de 13 gr.13.min.trazendo elle na taboada despois da pagina 92.aquelle de 60.gr.& este de 15. conforme a regra de Marolois; & tudo o mais semelhantemente errado.

De modo que quando usa de diversa proporçaõ tomando a terceira parte do lado interior para Capital: a quinta para Demigolla:os $\frac{2}{15}$ para Flanco: quer que os angulos resultem como os de Marolois,onde as dittas linhas ficaõ em outra proporçaõ. Toco isto por mayor:he escusado cãçar mais acerca da doutrina deste Autor;do qual todavia tomei(no Scholio do Cap.33.)por me parecer boa, a Estacada que alli trago;& elle refere de outros.

§. 35.

Propoemse, & censuraõse os modos de desenhar de Dom Alonso de Zepeda, & Adrada.

ESTE Autor no seu Epitome da Fortificaçaõ moderna, impresso em Brussêlas no anno de 1669. procede assim pello lado do Polygono interior como pello exterior, conforme os seguintes modos.

Primeiro modo pello lado do Polygono interior.

DIvide o lado do Polygono interior em 6. partes. Toma hũa para Dèmigolla, outra para Flanco, & tira a Razante no Quadrado, & Pentagono do angulo do Flanco,& Cortina(a que chamamos angulo flanqueante.) No Hexagono, Heptagono, & Octogono a tira da terça-parte da Cortina. No Enneagono, & mais figuras atè a linha recta inclusivè a tira da ametade da Cortina.

Censura.

ESTE modo he bastante para algũas figuras regulares. Mas tomandose sempre a mesma Demigolla, & o mesmo Flanco em todas as figuras,& linha recta,resultaõ os inconvenientes que se podem colher do que dissemos no §.22.por cuja causa variei as proporçoens em diversas figuras como se vè dos Capitulos 1. & 2.da Secçaõ II. da primeira Part. desta obra; posto que atè entaõ

naõ tivesse visto este Autor que naõ tinha sahido a luz, nem Frãcisco Florẽcia posto que mais antigo por naõ ter chegado a meu poder, de cuja doutrina trattei no §. 32.& da censura q̃ alli fiz se podem tambem colher os inconvenientes da generalidade com que Zepeda propoem tambem a sua doutrina, & reconhecerem os scientes a melhoria, que resulta da mudança das proporçoens que fiz em varias figuras nos Capitulos apontados, & das minhas taboadas 13.& 14.

Segũdo modo de Zepeda pello mesmo Polyg. interior.

Fig. 145. FOrma hum angulo de 20.gr. a que chama proporcional com as linhas A G, A E iguaes cada hũa ao lado da fig. & do centro A descreve o arco G F E que o subtende. Divide o angulo em duas partes desiguaes, hũa que he o angulo E A F de $11\frac{1}{2}$ gr. outra o angulo G A F de $8\frac{1}{2}$. No semidiametro da fig. produzido toma para Capital a Corda do arco G E: para Demigolla a Corda do arco F E: para Flanco a Corda do arco G F.

Ou variando a circunstancia da Capital em Flanco secundario, toma para Demigolla a mesma Corda do arco F E: para Flanco a mesma do arco G F, & sem tomar Capital determinada tira a linha Razante no Quadrado, & Pentagono do angulo flanqueãte: nas figuras de 6, 7, & 8, lados da terceira parte da Cortina: no Enneagono, & mais figuras atè a linha recta inclusivè da ametade da Cortina, na mesma fòrma em que tira as Razantes no primeiro modo acima declarado.

Censura.

ESTE modo he impracticavel para desenho na cãpanha; pois se naõ podẽ andar là tomando Cordas de arcos para Capital, Demigolla, & Flanco, & ainda para o papel tem difficuldade, & no fim he necessario vir a conhecer de que quantidade he cada hũa destas Cordas a respeito do lado do Polygono: quanto mais que em sustancia no que toca á Demigolla; & Flanco vem este modo a coincidir nas medidas com o terceiro seguinte do mesmo Zepeda, & na Capital com pouca differença, como mostraremos na Censura do ditto terceiro modo.

Tem o sobreditto modo em que toma para Capital, Demigolla, & Flanco as Cordas de 20.de $11\frac{1}{2}$ & de $8\frac{1}{2}$ gr. outra falta, a qual

he

he que fortificandose hum Quadrado segundo aquelle Methodo, naõ sòmente fica a Fortificaçaõ sem Flanco secundario, mas a Razante vai cortar parte do primario, & por tanto hũa parte deste proxima á Cortina naõ flanquea a Face do Baluarte opposto, ficando inutil para este effeito como achará quem fizer a fig. ajustada conforme a doutrina referida.

Terceiro modo de Zepeda.

PARA Capital toma a terceira parte do lado do Polygono interior. Para Demigolla a quinta parte do mesmo, & para Flanco os $\frac{3}{4}$ da Demigolla, excepto no Quadrado, onde toma para Flanco sòmente os $\frac{2}{3}$ da Demigolla.

Censura.

ESTE modo he em proprios termos o mesmo que o de Francisco Florencia ditto no §. 32. & nenhũa razaõ ha para que Zepeda o inculque por seu, havendoo escritto Florencia no anno de 1645. & Zepeda no de 1669.

O segundo modo que acima havemos proposto por de Zepeda impertinente por aquelle estilo para a practica, em sustancia vem a ser o mesmo que este terceiro, no que toca à Demigolla, & Flanco, ainda que a Capital seja algum tanto mayor, como por 10. pès, na supposiçaõ do lado do Polygono de 720. porque como os Senos saõ as ametades das Cordas dos duplos Arcos, de que Fig. 145.
as ametades saõ Senos, & as ametades tem a mesma proporçaõ, que os todos, se segue que o Seno de 30. gr. se ha para a Corda A G de 60. igual [a] ao lado do Polygono supposto de 720. pès, como o Seno de 10. gr. para a Corda do Arco G E de 20. q̃ buscada pella regra aurea, se achará de 250|05. pés para de outro tanto se tomar a Capital, que pello terceiro modo havia de ser de 240. a saber a terça parte dos 720. do lado supposto do Polyg. interior.

[a] Pella hypot.

Semelhantemente porque no mesmo segundo modo toma para Demigolla a Corda F E de 11$\frac{1}{2}$ gr. & assim se há o Seno de 30. gr. para a Corda de 60. como o Seno de 5. gr. 45. min. para a corda de 11. gr. 30. min. buscada esta pella regra aurea se achará de 144|27. que he a Demigolla, & pello terceiro modo lhe sahe de 144|00; por onde a mesma Demigolla he a que se acha por hum, & outro modo.

O Flanco se acharà conforme o segundo modo por meyo da mesma regra aurea de 106/72. que pello terceiro modo tomando os-$\frac{3}{4}$-da Demigolla sahe de 108/00, & assim he a differẽça de pouco mais de hum pè na supposiçaõ do lado do Polygono de 720. que se for menor, será menor a differença.

Por onde o segundo modo de Zepeda pello angulo que chama proporcional coincide com o terceiro, que elle tomou de Francisco Florencia em proprios termos sem nomear o Autor.

Sobre os inconvenientes que se seguem da generalidade que seus Autores querem attribuir a estes modos, temos já ditto nos §§.22.& 32.

Modo de Zepeda para desenhar do lado do Polygono exterior para dentro, que faz géral para todas as figuras do Triangulo até a linha recta inclusivé.

NO Trattado I. Cap.7.reprova o modo de fortificar,ou desenhar as Fortificaçoẽs do lado do Polygono exterior para dentro com pouco fundamento;pois aquelle he o proprio,& genuino modo pellas razoens que avemos apontado no Cap. 1. da Secçaõ II. da primeira Part.mas com tudo ensina o desenho pello seguinte.

Em qualquer fig.faz A B o lado do Polygono exterior,& suppoem lançados os semidiametros D A,D B &c. Do ponto B, a qualquer intervallo descreve o arco E G subtendente do semiangulo da fig. & o divide em 3.partes iguaes E F,F I, I G. Pella primeira parte E F lança a linha B F H até cortar o semidiametro D A no ponto H, & diz que servirá H A de Capital, a saber do põto H [onde a linha B C produzida que fica sendo a Razante concorre com o semidiametro D A] atè o ponto A,posto q̃ esta naõ he a legitima Capital, mas a porçaõ x A. Pella segunda divisaõ F I do arco E G deita a linha B I K. No semidiametro B D toma B Q igual com A K, & do ponto A atè Q lança a linha A Q q̃ corta B H no ponto C [que elle traz na fig. com a mesma letra Q] & no ponto C será onde se levantará o Flanco. (Tambem este ponto estava jà determinado em O pella linha A M semelhante com B H, & pella linha B K onde se cruzaõ no ditto ponto O.) Finalmente donde se cortaõ as duas Razantes A O, B C no ponto P toma P R igual com P O, & P V igual com P C,& levanta os Flan-

Fig. 146.

Flancos O R, C V atè as Razantes. Resulta desta fabrica o angulo flanqueado igual aos $\frac{2}{3}$ do angulo da fig.

Censura.

ESTE modo do desenho do Polygono exterior para dentro he galante,& tem pouca difficuldade para a execuçaõ na campanha, sabendo o Engenheiro reconhecer de que valor lhe fica o angulo diminuto A B C, & o seu dobro B A C,para por meyo do instrumento poder riscar no terreno as linhas B C, A C & assim reconhecer o ponto C, donde se deve levantar o Flanco C V atè a linha Razante A O. Semelhantemente reconhecer o ponto O para levantar o Flanco O R atè a Razante C B. Cõcorda com o Methodo de Barca na circunstancia de resultar o angulo flanqueado igual aos $\frac{2}{3}$ do da fig. se no modo daquelle Autor [ou no segundo de Dogen que he o mesmo tomandose a Cortina de 42. vergas] senaõ quizer conservar recto do Octogono para cima atè a linha recta na fòrma que havemos apontado na censura do §.33.

Porém por duas razoens entre outras principaes o naõ admittimos atè a fig.de 20. lados exclusivè. A primeira porq̃ naõ queremos Fortificaçaõ sem Flãcos secundarios,sem embargo da doutrina de Pagan, & de outros como já disse no §. 6. pois ha razoẽs urgentes que assim o obrigaõ, as quaes hei apontado na Hercotectonica,& escuso referir aqui por ser facil a qualquer noticioso o reconhecelas.

A segunda porque ficaõ as Cortinas muito curtas;as Faces demasiadamente compridas, ainda que este naõ he taõ grande incõveniente,como o pouco comprimento das Cortinas pellas razoẽs que em algũas partes desta obra havemos apontado.

Na fig.de 20.lados,& daqui para cima se pòde jà admittir, porq̃ vaõ crescendo as Cortinas ainda que seja o mesmo o lado do Polygono exterior em todas as figuras, & tambem o exterior imaginado na linha recta, onde fica igual com o interior imaginado. A demasiada grandeza das Faces se vai diminuindo do Quadrado atè a fig. de 20. lados, de modo que nesta fica jà a Face sendo sómente quasi os $\frac{2}{3}$ da Cortina, & esta acrescentada na quarta parte, ou ainda algũa cousa mais do que ficava no Quadrado: o Flanco taõ grande que suppre bem a falta do secundario,quando

este se queira escusar contra a minha opiniaõ, & a commua: o angulo flanqueado bem capaz, que sempre em todas as figuras fica sendo os $\frac{2}{3}$ do angulo de cada hũa.

E quanto mais a figur. vai crescendo no numero dos lados de 20. para cima, vai assi mesmo diminuindo a Face, & a Cortina crescendo atè que na linha recta, será a ditta Cortina justamẽte igual à ametade do lado do Polygono exterior, & a Face ficarà todavia mayor que ametade da Cortina.

E se na linha recta naõ resultàra o Flanco excessivamente grãde; de que resulta ser necessario abrir hum Fosso immenso defrõte da Cortina, podia o Autor dizer que na linha recta ficava esta Fortificaçaõ com excellentes qualidades que apontaremos; & se o Autor disser q̃ deixará hũa Falsabraga bem larga ao pè da Cortina por evitar o immenso custo, & por haver onde possa accommodar a terra, que naõ haveria a abrir todo o Fosso defronte da Cortina, lhas concederei; pois lhe resultaõ taõ grandes Flancos que nelles póde accommodar muita artilheria: & na porçaõ do Flanco que ficar da Falsabraga para fòra pòde dispor hũa Praça baixa de muito grande frente, cuberta com seu Orelhaõ, ou Espalda; de modo que o Flãco lhe fique repartido em ttes porçoẽs iguaes, ou desiguaes segundo a sua grandeza; hũa para Flanco alto proximo á Cortina, levantada sobre a Falsabraga, & atè algum espaço fòra della, subindo já aqui o Flanco do fundo do Fosso: outra para a frente da Pràça baixa: outra para a base do Orelhaõ, ou Espalda, que ha de ficar na altura do Baluarte, & na da primeira porçaõ do Flanco proxima â Cortina, & detraz da Praça baixa (q̃ póde ficar, ou na media, ou quasi na media porçaõ das tres do Flanco) fazer a Praça alta na fòrma conveniente, ou na que dissemos no Cap. 29. da prim. Part. Operat. ou ainda duas Praças conforme faz Pagan, & diremos no Appendiz II. sobre a sua Fortificaçaõ; com que ficaràõ os Flancos assim dispostos capazes de taõ grande numero de artilheria, & taõ grandes, que seja difficillimo, ou arruinalos de todo, ou resistir na passagem do Fosso a taõ multiplicada offensa de artilheria, como delles se pòde fazer. Porèm hũa Fortificaçaõ destas necessita do cabedal do China, ou do gram Mogor; se o houver para assim se fazer, & guarnecer seria muito boa; principalmente contra os exercitos do Turco, ou para as Praças a elle fronteiras.

E se

E ſe ſe quizer encurtar hum pouco o Flanco, ficarà a Fortificaçaõ ainda com grandiſſimo,& com Flanco ſecundario, & aſſim melhor em razaõ de poderem os tiros do Flanco ficar mais fixantes á brecha, que o inimigo abrir na Face do Baluarte oppoſto, & por outros reſpeitos que pedem Flanco ſecundario; pois naõ reſulta incõmodo, antes cõmodidade, & utilidade deſta grandeza de Flancos primarios, à reſpeito que delles ſe adminiſtra a principal defenſa da Praça,que he cõtra as Traveſſas,& Galerias,pois naõ obſta o ſegundo axioma de Goldman (que havemos admittido) de que o Flanco naõ ſeja menor que a quarta parte da Face nem mayor que ametade, reſultando pella fabrica de Zepeda na linha recta o Flanco igual á Face como abaixo ſe verà; porque aquelle axioma corre nos deſenhos feitos por outro eſtilo, nos quaes fica reſultando algum inconveniente, ſe o Flanco exceder ametade da Face, ao menos com grande exceſſo; mas neſta fabrica de Zepeda naõ vejo que reſulte inconveniente, mais que o apontado da exceſſiva largura do Foſſo, que ſe remedea cõ a Falſabraga larga ao pè da Cortina,& por outra parte recreſce a utilidade da grande valentia do Flanco; ſe tambem abſtrahirmos da conſideraçaõ do gaſto, a que ſenaõ deve attender (ſe houver cabedal) atroco da melhoria,mayor defenſa, & ſegurança da Praça fortificada

Nem a demaſiada largura do Foſſo defronte da Cortina(ou o demaſiado vaõ entre eſta,& a Eſtrada encuberta) traz conſigo os inconvenientes contra a defenſa que reſultaõ da demaſiada defronte das Faces dos Baluartes; pois aqui naõ convem a reſpeito de que o inimigo naõ poſſa deſcubrir na Face tãta muralha de alto abaixo, que poſſa dirigir a bateria a tal parte inferior que a ruina traga conſigo muita ſuperior,cegue o Foſſo,& facilite a ſubida, como jà neſta obra havemos apontado; circunſtancias que na Cortina não tem lugar pella mayor diſtancia,em que della fica a bateria inimiga,mayor difficuldade incomparavelmente de por aqui arruinar,& entrar na Praça por entre os Flancos; mayormẽte taõ grandes,& valentes,como os de que aqui havemos trattado conforme Zepeda.

O angulo flanqueado reſulta na linha recta de 120.gr.que approvamos por ultimo termo;pois os admittimos de 60. atè 120. ſalvo em caſo de neceſſidade no irregular,onde permittimos paſ-

ſarem

sarem de 120.gr. se de outra maneira senaõ puder accommodar a Fortificaçaõ sem mayor inconveniente; pois daquelle resulta sòmente (que entre em consideraçaõ) irse tornando o Baluarte menos capaz para as Cortaduras; porèm naõ que de todo as impida.

Mostremos agora o processo do calculo, que sómente fiz no Quadrado, Vigintagono, & na linha recta, & medidas que delle resultáraõ, pois nestas figuras, & linha recta foi bastante para fundar o discurso antecedente.

Processo para o calculo na Fortificaçaõ de Zepeda do lado do Polygono exterior para dentro.

SUpponhamos o lado do Polygono exterior de 864.pés, quãto havemos supposto para os calculos das taboadas dos nossosMethodos do Polygono exterior para dentro; porque assim se verá mais patentemente a differença entre as linhas, & angulos de hũa, & outra Fortificaçaõ.

No Quadrado.

1 Considerese o Triangulo A O B, no qual se daõ sabidos o angulo O A B [p] de 15.gr. o angulo O B A de 30. & o angulo B O A de 135. [r] com o lado A B de 864. [a] pès; dos quaes suppostos se investigarà a Razante A O de 610|94; & a linha O B de 316|25.

Fig. 146. [p] Per operat. [r] 32.primi. [a] Pella hypot.

2 A Cortina C O he dos mesmos 316|25. igual com O B por quanto em razaõ das iguaes [o] A C, B O, & angulos iguaes C A B, O B A ficaõ sendo parallelas A B, C O; de que resulta igual o angulo O C R com o angulo A B C, & este he igual [d] com O B C logo tambem o angulo O C B se iguala [e] com O B C; & portanto he Isosceles o Triangulo B O C, & iguaes os lados O B, O C oppostos a iguaes angulos.

[o] Per operat. [d] Per operat. [e] Axiom. 1.

3 No Triangulo rectangulo [n] O C V se daõ sabidos a Cortina C O achada no num. 2. de 316|25. o angulo C O V de 15.gr. [a] & daqui o reliquo C V O de 75.gr. donde se investigará o Flanco C V de 84|74 & a Extensaõ da Face V O de 327|41.

[n] Per operat. [a] Per operat.

4 Da Razante A O achada no num. 1. de 610|94. tirada a Extensaõ da Face 327|41. descuberta no num. 3. resta sabida a Face A V de 283|53.

5 No

5 No Triangulo A X C saõ conhecidos o angulo A C X de 30.gr.por ser [q] este igual ao seu ad verticem T C O,igual [r] com C A B dos mesmos [o] 30: o angulo C A X de 15.gr. [f] & daqui o reliquo A X C de 135.gr. [t] o lado A C igual com O B descuberto no num.2.de 316|25. donde se investigará a Demigolla C X de 115|75. & a Capital X A de 223|62.

q 15.prim.
r 29. primi.
o Per operat.
f Per operat.
t 32.primi.

O angulo flanqueado se vé patentemente que fica de 60.gr. nesta fig. quadrada.

No Vigintagono figura de 20. lados.

Por semelhante processo sahe a Razante A O de 707|70.
A Cortina C O 397|14.
A Extensaõ da Face V O 445|70.
A Face A V 262. que vem a ser quasi os $\frac{2}{3}$ da Cortina.
O Flanco C V 202|35.
A Demigolla C X 182|54.
A Capital X A 325|30.
O angulo flanqueado fica de 108.gr.

Na linha recta.

Sahe a Razante A O de 748|25.
A Cortina C O igual com O B de 432|00.
A Extensaõ da Face V O 498|83.
A Face A V 249|42.
O Flanco C V 249|42.
A Demigolla C X 216|0.
A Capital X A 374|13.
O angulo flanqueado de 120.gr.

§. 36.

Propoemse, & censuraõse os Methodos de Allain Manesson Mallet.

ESTE Autor sahio no anno de 1671. com hum livro impresso em París em lingoa Franceza,que contèm primeira, & segunda parte, intitulado Trabalhos de Marte; cuja doutrina em sustancia vem a ser.

r Prim.Part. pag.42.

e Segund.Part. pag.2.

Suppoem [r] o lado do Polygono interior para Praça Real de 100. toesas,ou 600. pès Regios de França,quãdo a Fortificaçaõ naõ houver de ter Praças baixas,a que chama Casas matas:porèm se as houver de ter, o suppoem [e] de 120. toesas, ou 720. pès Regios.

d Ex pag.39. pag. 158. in fine.

Em todas as figuras regulares começando pello Quadrado toma [d] a terça parte do lado do Polygono interior para Capital: a quinta parte para Demigolla como Florencia,& Zepeda. Tira a Razante do ponto em que se une a Cortina, & Demigolla atè o extremo da Capital. Levanta o Flanco de modo que faça angulo de 98.gr.com a Cortina atè encontrar com a Razante.

i Prim. Part. pag.158.in fin.

Nos Baluartes que assentaõ sobre linha recta continuada na Fortificaçaõ irregular toma [i] as medidas da Capital,&Demigolla na mesma proporçaõ com o lado interior; o mesmo angulo de 98.gr.formado pello Flanco, & Cortina: mas limita todavia o Flanco de 20. a 24. toesas atè 30. quando o lado do Polygono interior for de 120. toesas,ou 720.pès, & limitado assim o Flanco,lança a Face entre seu extremo,& o da Capital; de que entaõ resulta haverem de ficar Flancos secundarios;posto que o Autor o naõ diz.

Censura sobre o Methodo de Mallet.

O Methodo que este Autor inculca com muitos encarecimentos he o mesmo que de Florencia proposto no §. 32. no que toca á Capital,& Demigolla; & o que sómente variou cõ pouco fundamento,foi que deita a Razante do ponto,onde concorre a Cortina,& Demigolla atè o extremo da Capital, & levãta o Flanco com angulo de 98.gr.com a Cortina atè topar com a Razante.

Este modo naõ admittimos assim por ficar a Fortificaçaõ sem Flancos secundarios,sem embargo que o Autor se cance em querer, que seja assim melhor, & dizendo que assim o entendem os melhores modernos [deve de meterse nesta conta] como tambem porque vaõ resultando as Faces muito pequenas.

Do Quadrado atè o Octogono se pudera dissimular: mas na fig.de 12. lados sahe jâ a Face menor que ametade da Cortina,& vai diminuindo de maneira, que se na linha recta quizer usar da mesma proporçaõ,resulta a Face de pouco mais que a quarta par-

te

te da Cortina; sem embargo que elle na linha recta toma outra proporçaõ que havemos referido; de que lhe resultaõ Flancos secundarios: assim que he cousa de nenhum momento que o Flanco faça angulo de 98.gr. com a Cortina (como mostraremos) & resulta o danno das Faces muito pequenas; pois o que o Autor diz [r] que quanto mais breve a Face, tanto melhor; & que desta opiniaõ saõ os mais intelligentes desta materia não ha tal, nem tẽ proposito: escuso dar as razoẽs porque saõ notorias. A Face deve ter sua medida conveniente para que naõ seja facil ao inimigo arruinala toda com a brecha, & fique todo o Baluarte patente: para que este seja capaz para as funcçoens militares, & por outras muitas razoens.

[r] Segund. Part. pag. 26.

Dizer que todos os intelligentes deste mister da Fortificaçaõ saõ de acordo que as Faces mais pequenas saõ as melhores, he dito livremente. Folgara de saber quem saõ estes todos, & que me apontâra algum que o diga; quanto mais com o aperto na menoria que o Autor propoem. Parece que reconheceo o inconveniẽte que lhe resultava do seu angulo de 98. gr. & entaõ quiz tomar a salva com dizer este absurdo.

O discurso que faz [o] sobre os seus angulos do Flanco, & Cortina he aereo; porque os Flancos dos Autores que nomea Marolois, Ville, & outros naõ saõ pequenos para nelles se formarẽ Praças baixas (falo em Fortificaçaõ Real,) & se o Autor quizer mayor Praça baixa que a de que he capaz cada hũ dos Flancos Reaes daquelles Autores, será muito facil fazer menor Flanco secundario (quando o Autor nenhum faz) & crescerâ o primario ainda que seja perpẽdicular sobre a Cortina para nelle se poder dispor mayor Praça baixa. Mas com as capazes de tres, ou de quatro canhoens nos contentaremos.

[o] Segund. Part. pag. 20.

Dizer que os Flancos perpendiculares naõ descobrem bastantemente o Fosso, nem a Contrascarpa, & que por isso os levanta com angulo de 98. gr. tambem he cousa vaã; porque a artilheria pellas Canhoneiras, ou à barba he que descobre, & naõ importa para este effeito que fique mais, ou menos perpendicular (cousa inconsideravel) sobre o Parapeito; pois as Canhoneiras tẽ largura interior, & exterior para se poder bornear a peça, para hũa, ou outra parte, quanto baste para o intento.

O que diz acerca dos Flancos de Barleduc que reprova na si-

tuaçaõ,naõ encontro; nem que os de Pagan sejaõ muito expostos;mas tambem os seus o ficaõ com o angulo de 98. gr. & resulta o danno das Faces demasiadamente pequenas, & daqui o Baluarte.

Naõ duvido que os seus Flancos lhe resultaõ bem grandes:mas se tirar o Flãco secundario nos Methodos dos Autores como faz no seu,& fez Pagan,& algum moderno,deitando a Razãte do angulo do Flanco,& Cortina,verá,lhe resultaõ grandissimos Flancos primarios, sem que todavia resulte o incõmodo da brevidade das Faces.

Naõ se cance nisto, q̃ nos naõ diz cousa nova de ficar hũa Fortificaçaõ sem Flancos secundarios,& com os primarios em angulos obtusos com a Cortina.Bastantemente se tem altercado o põto, se convem,ou naõ Flancos secundarios, & se os primarios devem fazer angulo agudo,recto,ou obtuso, com a Cortina: A resoluçaõ mais ajustada està pellos Flancos secundarios, & pellos primarios perpendiculares. As razoens escuso apontar aqui por me naõ dilatar mais. Os scientes as reconhecem, & os que tem a minha Hercotectonica Militar manuscripta, veraõ aquestaõ largamente altercada,& resoluta.

Mas porque de muitas não deixe de apontar algũas, direi sòmente duas, a saber a primeira,que a dobrada defensa he preferida á singela,conforme o axioma de Goldman, Dogen,& outros, muitas vezes repetido;sem que obste poderse responder que em lugar do Flanco secundario, de que a Fortificaçaõ fica destituida,suppre a mayoria do primario;naõ convindo tanto a defensa sòmente por este meyo;quanto por meyo do Flanco primario,& juntamente do secundario,em razaõ da outra,&segunda circunstancia relevante que entaõ resulta; a qual he de ficarem os tiros do primario mais fixantes á brecha que o inimigo abrir na Face do Baluarte opposto; a que se pòde ajuntar que por respeito dos mestres Albanès que executaõ a obra cõvem sempre deixar Flãco secundario a respeito que muitas vezes erraõ a Escarpa, ou modo de obrar, & vem a comer o Flanco secundario, & talvez quando a Fortificaçaõ chega a estar já levantada no alto, vem a Razante a cortar algũa parte do Flanco primario: sendo que o desenho fora feito com Flanco secundario segundo largamente tenho advertido no Cap. 26. da primeira Parte Secçaõ I. que se

pòde

pòde ver;& naõ ſò a cõtemplaçaõ me ha feito conhecer iſto, mas a experiencia de ver ſahirem erradas neſta parte algũas Fortificaçoens executadas por alguns Engenheiros, contra o que ſe havia riſcado no terreno.

Nem em contrario me poderá o Autor reſponder que ſe naõ devem dar regras para prevençaõ de erros;pois ſe deve ſuppor q̃ aſſiſte á obra Engenheiro, ou peſſoa intelligente, que a ſaiba fazer executar;porque a iſto lhe replico que como os Engenheiros ſeguem diverſos Autores pellos quaes aprenderaõ, & os mais deſtes faltaraõ neſte ponto, enſinando, ou ſuppondo que a verdadeira linha Ichnographica, ou fundamental he a exterior que deſcrevem nas Plantas; da qual para dẽtro mettem aſſim o Talud da Eſcarpa como a groſſura da muralha;de que reſulta que a Fortificaçaõ deſpois de ſubir ao alto,fica emcima differente do que foi riſcada no terreno, & do que eſtava deſcripta no papel; mayormente ſendo irregular diſpoſta por ſitio que ſobe, & deſce; daqui naſce que os meſmos Engenheiros erraõ perſuadidos do conceito que tem feito de haver de entrar aſſim a Baſe da Eſcarpa como a groſſura em que a muralha ha de acabar no alto da linha exterior (que riſcaõ no terreno) para dentro; & entre elles he o meſmo Mallet que moſtra eſtar com eſte conceito.

Trago agora o reſumo do calculo que fiz de algũas figuras cõforme as ſuppoſiçoens do ſeu Methodo para que ſe veja como a Face ſe vai diminuindo de modo que já no Duodecagono fica menor que ametade da Cortina.

Suppuz o lado do Polygono interior de 120. toeſas, ou 720. pès,que elle ſuppoem quãdo a Praça houver de ter Caſas matas.

No Quadrado.

Sahe o angulo da defenſaõ interior,& o diminuto, cada hum de 12.gr.49.min.20. ſeg.

O angulo flanqueado de 64.gr.21.min.20.ſeg.

A linha Razante de 764|7.pès.

O Flanco 102|6.

A Extenſaõ da Face 457|7.

A Face 307|0.

A Cortina 432|0.

No Octogono.

O angulo da defensaõ interior,& o diminuto cada hum 18.gr.22 min.

O angulo flanquead o 98.gr.16.min.

A Razante 703|7. pès.

O Flanco 151|9.

A Extensaõ da Face 47 75.

A Face 226|2.

A Cortina 432|0.

No Duodecagono.

O angulo da defensaõ interior, & o diminuto cada hum 19.gr. 58.min.

O Flanqueado 110.gr.4. min.

A Razante 678|9.pès.

O Flanco 167|0.

A Extensaõ da Face 484|4.

A Face 194 5.

A Cortina 432|0.

De modo que no Duodecagono he jà a Face menor que ametade da Cortina.

Na linha recta.

O angulo da defensaõ interior, & o diminuto cada hum 22.gr. 37.min.10.seg.

O Flanqueado 134.gr.45.min.40.seg.

A Razante 624|0.pés.

O Flanco 193|1.

A Extensaõ da Face 497|1.

A Face 126|9.

A Cortina 432|0.

De modo que se seguir o mesmo estilo na linha recta lhe sahirá a Face pouco mais que a quarta parte da Cortina, cousa que senaõ deve admittir,& o angulo flanqueado demasiadamẽte obtuso,sem embargo de o ditto Mallet os admittir de 64.graos atè 140. que he grande excesso; naõ obstante que semelhantes, ou mayores resultem da doutrina de Pagan, sobre que se veja o Appendiz

pendiz que trago de seu resumo; & censura sobre elle; pois resultaõ inconvenientes conhecidos, sobre que escuso de me cançar em lhe dar as razoens. Eu os admitto de 60. atè 120.gr. como hei ditto, sem embargo que pello meu Methodo não chega o angulo flanqueado a 120.gr. na Fortificaçaõ regular, nem na que assenta sobre linha recta continuada.

SCHOLIO.

SUpposto que naõ determinava falar em outras cousas que inconsideradamente dìz Mallet no seu livro da Fortificaçaõ; sobre cujo Methodo hei feito a censura antecedente; todavia tẽdo noticia dellas dous Engenheiros nossos o Capitaõ D. Diogo Pardo de Ozorio que executou a Fortificaçaõ de Evora, & o Capitaõ Francisco Joaõ da Sylva que assistio a execuçaõ da de Estremoz meus discipulos, estranhàraõ, ou se escandalizàraõ da grãde confiança cõ que em França taõ perto deste Reyno, foi Mallet imprimir hũ livro, no qual blasona das muitas obras q̃ diz fez nelle, & hum dos dittos Engenheiros me escreveo com grande aperto quizesse dar noticia do que me refere em hũa carta sobre este particular; pois naõ era justo lhe deixasse usurpar, ainda que fosse em França, o louvor do trabalho que elles tiveraõ, sem em cousa algũa entrar nem apparecer o ditto Mallet; & posto que muito recusei o fazer caso disto, todavia porque muito me apertàraõ da sua parte, referirei aqui a sustancia da carta, na qual se contém os seguintes pontos.

1 Intitulase Mallet Engenheiro dos campos, & exercitos del-Rey de Portugal, Sargento mòr da artilheria, o qual posto naõ ha, nem houve neste Reyno.

2 Diz [r] que propoem hũa mais facil construcçaõ que a experiencia lhe ha feito conhecer, fortificando dentro nos Reynos de Hespanha, & Portugal as Villas de Evora, Estremoz, Arronches, Ferreira, &c. [r] Prim. Part. pag.2.

3 Diz [a] que no anno de 1668. tirou a Planta, & Perfil de Villa-Viçosa por ordem de Monsieur o Conde de Schomberg. [a] Prim. Part. pag.166.

4 Diz [o] que tirou a Planta de Evora em 1666. quando elle fazia trabalhar nas reparaçoens do Baluarte dos Padres da Companhia de Jesvs, que traz em hũa Planta copiada, & reduzida a menor fòrma, sinalado com a letra A. [o] Prim. Part. pag.210.

5 Diz

r Prim. Part. pag. 212.

5 Diz [r] que em 1667. antes da paz começou por ordem delRey de Portugal a emendar algũas faltas na Villa de Estremoz, da qual traz a Planta mal copiada, & com o Fortim de S. Joseph fòra de seu lugar, & que trabalhou em hum Baluarte, que traz sinalado com a letra A (este he o collateral á porta de Santo Antonio da parte do mesmo Fortim de Saõ Joseph) & que lhe fez o angulo flanqueado muito obtuso obrigado da dureza da rocha de marmore que naõ permittia estenderse mais; & que o Baluarte B o havia feito fortificar regularmente com sua camisa. Este he o q̃ fica da parte esquerda sahindo pella porta de Santa Catherina.

u Prim. Part. pag. 218.

6 Diz [u] que fortificou inteiramente por elRey de Portugal o famoso Castello de Ferreira, despois de ter a honra de haver levantado as baterias, & conduzido as Trincheiras (Approxes) no sitio que lhe p oz Monsieur o Conde de Schomberg, & o render em 27 de Abril de 1667.

d Prmi. Part. pag. 222.

7 Diz [d] que tirou a Planta da Fortaleza de S. Giaõ, (S. Juliaõ) da barra de Lisboa por ordem delRey de Portugal em 15. de Junho de 1667.

g Prim. Part. pag. 246.

8 Diz [g] que tirou a Planta de Setuval por ordem delRey de Portugal em 6. de Mayo de 1667.

a Segund. Part. pag. 22.

9 Diz [a] que em 1666. o mandou o Conde de Schomberg por ordem delRey a fortificar Arronches, & que em 6. de Abril começou a traçar a Cortina chamada de Santa Maria de Elvas; sobre a qual fez os Flancos com angulos de 98. gr. practicando as mesmas medidas nos Flancos dos Baluartes do Castello, que fortificou á moderna, & continùa atè pag. 23. com outros dittos de que o General da cavalleria Dinis de Mello de Castro & Joaõ da Sylva de Sousa General da artilheria tendo cuidado sobre as Fortificaçoẽs de Estremoz, lhe fizeraõ a honra de o eleger, excluindo hum Engenheiro Italiano que estava empregado em algũas outras obras, (este era Victorio Antoniacci) & que fortificou por ordem dos sobredittos o grande Baluarte chamado de Santa Catherina, onde levantou os Flancos com angulos de 98. gr. sobre a Cortina. Este he o de que já havia falado na Prim. Parte pag. 212.

Estas, & outras pataratas foi Mallet vender a França, & posto que V. mercè o conhece, pois o examinou por ordem de S. Magestade quando pertendeo que o admittissem a Engenheiro no

anno

anno de 1666. & V.mercè o approvou (favorecendo-o o Conde de Schonberg) sòmente para Ajudante de Engenheiro; em cuja fórma foi despachado, & se lhe passou a patente em 10. de Mayo de 1666. regiſtada a folhas 325. do livro sexto dos regiſtos da Contadoria Geral de guerra com dez mil reis de soldo como V. mercè informou; todavia tornando a requerer com o favor de alguns Cabos Francezes, representando ser estrangeiro, a quem se costumavaõ dar soldos aventajados aos dos naturaes, se lhe acrescentaraõ mais quatro mil reis de soldo por hũa postilla posta na mesma patente em 28. de Outubro de 1666. que tanto tardou neste requerimento, & ainda se deteve sem passar para a Provincia de Alem-Tejo a exercitar o cargo tanto tempo, q̃ naõ começou a servir senaõ em 14. de Fevereiro de 1667. & continuou atè 4. de Mayo de 1668. em que se lhe deu baixa na reformaçaõ geral do exercito;& posto que tudo isto conste a V. mercè com tudo lhe remetto a certidaõ inclusa da Vèdoria, & Contadoria Geral da repartiçaõ da artilheria desta Provincia tirada do livro da matricula dos officiaes da primeira plana a folhas 84. verso, donde consta o sobreditto.

Respondo agora aos pontos referidos nos numeros antecedentes que elle diz no seu livro.

Em quanto ao primeiro dos titulos arrogantes que elle usurpa, importa pouco.

Sobre o segundo digo que he desaforo ir publicar por estampa em França que elle fortificou Evora, Estremoz, Arronches, Ferreira,&c.começãdo elle a servir em 14. de Fevereiro de 1667 & havendo muitos annos antes que se fortificavaõ as dittas Praças,com assistencia de Engenheiros Portuguezes.

Ao numero terceiro digo que poderia ser que o Conde de Schomberg no anno de 1668. lhe mandasse tirar a Plãta de Villa-Viçosa; pois não será facil provar a negativa: mas quando assim seja,que grande cousa he esta para blasonar della? Mas o certo he que a copiou como todas as mais que no livro traz por ser o seu exercicio mais de pintor que de Engenheiro.

Acerca do num.4.em q̃ diz tirou a Planta de Evora em 1666. quando elle fazia trabalhar nas reparaçoens do Baluarte dos Padres da Companhia de Jesvs, he hũa desaforada patarata;porque nem Ajudante de Engenheiro era entaõ Mallet; pois começou a

servir em 14. de Fevereiro de 1667. como Ajudante de Engenheiro,& sòmente estando lá servindo de soldado com o Coronel Cheveri,tirou a perspectiva da Cidade como pintor,& a Plãta procurou despois para a copiar.Nem o Baluarte dos Padres da Companhia necessitou algũa vez de reparaçoens,& sempre ficou no estado em que atè o prezente está,como a V m. he patente, q̃ tantas vezes, & taõ continuamente tem ido a Evora; o qual Baluarte foi delineado pello Tenente General, & Engenheiro Pedro de Santa Colomba Francez, & o Baluarte q̃ chamaõ do Principe , por desenho do Tenente General Engenheiro Nicolaõ de Lan gres tambem Francez.

Tudo o mais da Cidade he por desenho de V. m. sem embargo de varias Plantas que se haviaõ feito; no Forte de Santo Antonio se intrometeo a desenhalo,& executalo o General da artilheria Agustinho de Andrade Freire governando aquella Cidade, & estando V. m. auzente; sobre que houve o que V. m. sabe melhor que eu.

Ao num.5. respondo que tudo quanto nelle diz he falso; pois em Estremoz estava eu; muito bem o sabe V. m. pois tantas vezes corria a Provincia,& nomeava os Engenheiros que haviaõ de continuar com a execuçaõ das obras. O que sòmente fez Mallet em Estremoz foi hum Relojo de Sol na parede de hũas casas em que tinha o quartel junto á porta de Santo Antonio,que despois de o haver feito achou errado.

Acerca do Baluarte A a que no mesmo numero diz que fez o angulo flanqueado obtuso por respeito da rocha de marmore,nẽ foi feito por elle,nem sabe o que diz;pois não foi a rocha a causa da obtusidade do angulo.O Baluarte B que traz na mesma Planta de Estremoz foi feito regularmente de formigaõ naõ estando ainda Mallet em Portugal, pello desenho de V. m. que he o do circuito da Villa principal.

No tocante ao num.6.tambem he falso o que diz;pois ao Castello de Ferreira veyo com infanteria,& cavalleria Affonso Furtado de Mendõça Governador das Armas da Provincia da Beira: chegou diante com a cavalleria seu filho Jorge Furtado de Mendõça Tenente General della a tomar os postos;o qual logo principiou o Approxe,começandose a cubrir contra hum Revelim que cobria a porta; chegou logo o Engenheiro Francez Diogo

Truel

Truel de Cohon que V.m. havia examinado,& approvado,quãdo veyo a este Reyno,& foi mãdado para a Beira,continuou este em melhor fòrma com o Approxe q̃ os soldados tinhaõ começado; & já ao quarto dia em que de Alem-Tejo chegou o Conde de Schomberg, tinha Affonso Furtado de Mendõça, feito chamada,& os Castelhanos ditto que senaõ haviaõ de render sem artilheria.Quando cõ ella chegou Schomberg com quem foi Mallet, trabalhou este algũa cousa aquella noite no Approxe q̃ Cohon continuava, ajudou a levantar algũa terra para se accõmodar a artilheria,que foi de Valença;& ao primeiro,ou primeiros tiros capitularaõ logo os do Castello.

Esta foi a unica cousa em que Mallet se achou. Ficou em Ferreira perto de hum mez; começavase a fortificar o Castello com hũa Estrada encuberta,quando chegou ordem que se voasse por naõ ser conveniente conservalo: assim se fez; por onde he falso dizer que o fortificou inteiramente por ordem delRey de Portugal;nem houve taes quatro Baluartes que traz na sua Planta, nem tençaõ de se fazerem.

Ao num. 7. digo que he boa patarata escrever que tirou a Plãta de Saõ Juliaõ da barra de Lisboa em 15. de Junho de 1667. como se elRey de Portugal (por cuja ordem diz que a tirou) necessitasse de Mallet para este effeito. Pudera dizer que a copiou de algũa, das muitas que ha com varios pẽsamentos acerca de varias obras que se lhe querem acrescẽtar;& por isso traz nella muitas obras exteriores que atè gora senaõ fizeraõ, nem começaraõ; & por ventura que naõ hajaõ de ser nem tantas, nem naquella fòrma.

O mesmo respondo acerca do numer. 8. onde diz que tirou a Planta de Setuval por ordem delRey de Portugal em 6. de Mayo de 1667. por quanto despois de rendido o Castello de Ferreira em 27. de Abril de 1667. esteve Mallet lá perto de hũ mez, por onde naõ podia estar em 6. de Mayo seguinte em Setuval tirando a Planta.

Ao numero 9. de que em 1666. o mandou o Conde de Schõberg por ordem delRey a fortificar Arronches, & que em 6. de Abril começou a traçar a Cortina de Santa Maria de Elvas, naõ tenho que dizer mais,de que o Conde naõ havia de mandar Mallet a hũa cousa como esta; não tendo elle ainda praça, nem de A-

judãte de Engenheiro; pois pella certidaõ que remetto da Vèdoria,& Contadoria da artilheria deste exercito,começou a exercitar aquelle posto em 14. de Fevereiro de 1667. & assim o naõ havia de mandar o Conde antecedentemente a este tempo em 1666. mais de dez mezes antes de começar a exercitar o seu posto; nem fiar delle sómente este negocio, havendo Engenheiros Portuguezes antigos,& experimentados.

No que toca a dizer no mesmo numero que no Baluarte de S. Catherina em Estremoz levantou os Flancos com angulos flanqueantes de 98. gr. he tambem falso,porque nem elle obrou cousa algũa no ditto Baluarte, segũdo hei referido, nem taes angulos flanqueantes de 98.gr. ha nelle, nẽ nòs consenteriamos que mayor pessoa bulisse no desenho de V.m. quanto mais Mallet.

Acerca da presumpçaõ que V.m. tem de que ainda que o Methodo de Mallet naõ he cousa digna de se aceitar,& que por tanto o ha censurado,com tudo por algũas razoẽs presumia que o livro naõ era seu, mas de algum Cabo Francez que o quizera publicar por via do mesmo Mallet,& em seu nome, saiba V.m. que naõ he a presumpçaõ em tudo temeraria;porque elle me mostrou em sua casa em Estremoz no anno de 1667. hum livro de Fortificaçaõ escritto em Francez de letra de maõ em meya folha,encadernado em pasta vermelha, & dourada; o qual tinha os delineamentos das figuras na propria fòrma do que agora imprimio, & me disse que aquelle livro havia composto hum seu parente grande Engenheiro,& que por morte delle em França o houvera a seu poder. Acrescentoulhe o q̃ diz das nossas Praças,& as Plantas,& perspectivas que dellas traz para melhor o disfarçar.

Atéqui he da carta do Engenheiro que contra minha vontade referi,pois entendia me naõ era decente fazer caso dos dittos que Mallet foi escrever em França.

§. 37.

Acerca da compilaçaõ das Fortificaçoens Francezas, Hollandezas, Hespanholas, Italianas, & compostas, por Sylvere de Bitainuieu.

REfere este Autor em hum livro com que sahio no anno de 1665. impresso em Paris varios Methodos que compilou segundo o estilo practicado por diversas naçoens. Pri-

Primeiro Methodo do lado do Polygono interior para fóra.

PEllo Methodo Francez no Quadrado, & Pentagono divide [r] o lado do Polygono interior em 6. partes iguaes: toma hũa dellas para Demigolla; outra para Flanco, & deita a Razante do angulo do Flanco, & Cortina pello extremo do Flanco atè cortar a Capital produzida.

[r] Trattado 2. pract. 7. & 8.

Isto he [o] de Antonio de Ville: mas sem Flancos secundarios nenhũa Fortificaçaõ de Praça me parece bem. Já em varios lugares apontei as razoens.

[o] Lib. 1. part. 4. c. 67. & 68.

Para o Hexagono, Octogono, & Decagono reparte [a] o lado interior nas mesmas seis partes iguaes, das quaes toma hũa para Demigolla; outra para Flanco como nas figuras sobredittas. Mas para formar as Faces, & o angulo flanqueado deita hũa linha trãsversal pellos extremos dos dous Flancos de hum Baluarte, onde se formaõ os angulos da Espalda, a qual linha corte em angulos rectos a Capital (nas fig. regulares das quaes aqui trattamos) & do pōto da secçaõ toma na Capital para a parte de fòra hũa porçaõ igual a ametade da transversal, & pello extremo desta porçaõ & extremos da transversal deita as Faces; da qual fabrica lhe resulta recto o angulo flanqueado, dizendo [i] que assim fica esta fig. fortificada â Franceza segundo a approvaçaõ de bons Autores.

[a] Trat. 2. pract. 9. & 10.

[i] Trat. 2. pract 9.

Esta delineaçaõ he tambem practica de Antonio [e] de Ville, de que resulta no Hexagono muito pequeno Flanco secundario, as Faces pequenas; & no Octogono, & Decagono, posto que já bons Flancos secundarios, tambem pequenas as Faces; & o mesmo no Heptagono, & Enneagono, figuras intermedias entre as sobredittas, que suppoem fortificadas pello mesmo teor: as Gollas menos capazes do que deviaõ, & podiaõ ser, & outros incommodos, que temos apontado nesta obra contra a doutrina de Ville.

[e] Lib. 1. part. 1. c. 8.

Segundo Methodo de Sylvere de Bitainvieu do lado do Polygono exterior para dentro.

TRaz [r] este Methodo chamãdolhe [a] quasi universal, & porque he o mesmo que havemos referido no §. 35. por de Zepeda

[r] Trat. 2. pract 11. 12. 13.

[a] Trat. 2. pract

peda para desenhar do Polygono exterior para dentro, naõ ha para que fazer outra censura sobre elle, mais que remetter á que largamente havemos feito sobre o ditto modo, que allí havemos nomeado por do ditto Zepeda, por naõ ter ainda chegado a nosso poder o livro de Sylvere de Bitainvieu, impresso no anno de 1665. sendo o de Zepeda impresso no de 1669. donde podemos fundamentalmente conjecturar, que o modo que allí propuz por de Zepeda, o tomou do ditto Sylvere.

Terceiro Methodo de Sylvere pello lado do Polygono interior.

d Trat. 2. pract 14. & 15.

O Terceiro modo de Sylvere he [d] mediante hum angulo a q̃ chama Director, & vem a ser em termos o mesmo que no §. 35. apontamos por segundo de Zepeda; que tambem o devia tomar de Sylvere por ser este primeiro impresso.

e Fig. 145.

Acrescenta Sylvere q̃ se nas figuras do Quadrado para cima se naõ quizer Flanco secundario, que se tome sòmente a Demigolla que se mostra no angulo Director a saber a Corda E F [e] subtensa de 11 $\frac{1}{2}$ gr. de que A F, igual ao lado do Polygono interior q̃ se fortifica, he Corda de 60. graos, ou semidiametro do circulo de que he porçaõ o arco E F G de 20. gr. & que se levante o Flanco igual com a ditta Demigolla, & se tire a Razante do angulo do Flanco, & Cortina.

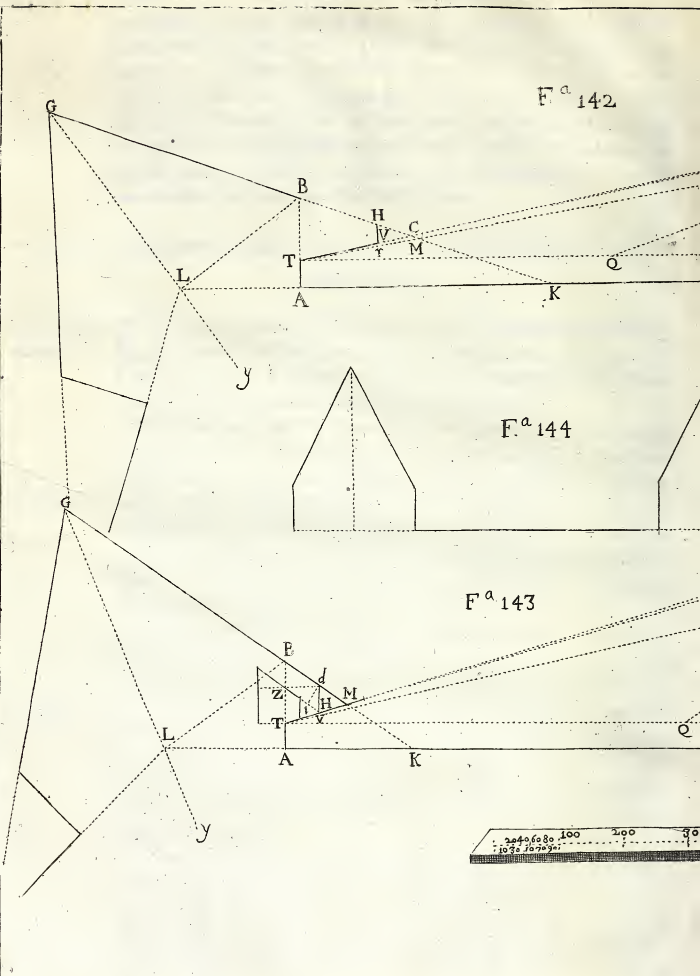
A estes dous ultimos modos applicamos a mesma censura que fizemos ao segundo de Zepeda no §. 35.

n Tract. 2. pract. 16.

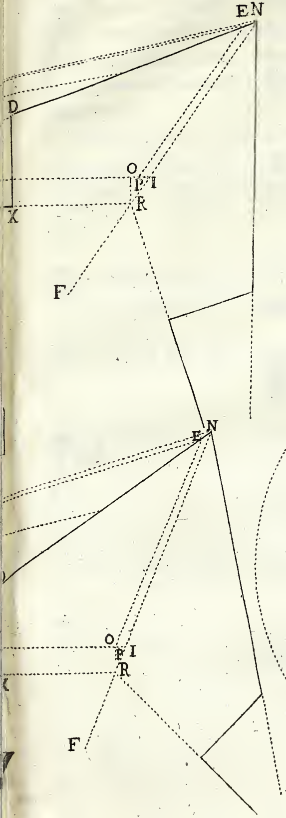
Traz [n] Sylvere tambem hum modo particular para a Fortificaçaõ irregular mediante o mesmo angulo Director, que naõ approvamos por ser impertinẽte, impracticavel, ou difficilimo para a execuçaõ no terreno, & resultar a Fortificaçaõ muito disforme podendose chegar mais á regularidade, & por ficar sem Flancos secundarios; sobre que naõ fazemos individual censura por mais nos naõ alargarmos.

Nem apontamos os modos das Fortificaçoens que chama estrangeiras por serem algũas das de Rojas, Medina Barba, Lorini, Sardi, Ville, Marolois, Fritach, Dogen, & outros conhecidos, nos quaes, & no mesmo Sylvere se podem ver, & de que havemos dado algũa noticia, & em varias partes apontado as reformas de que

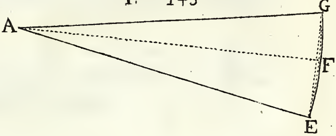
as



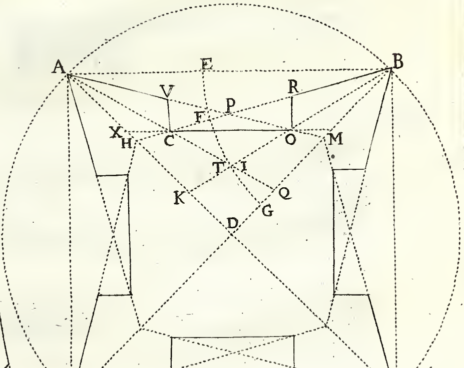
XXXI



F.a 145



F.a 146



M.es f.

as Fortificaçoẽs Hollandezas neceſſitavaõ, em ſe lhe fazerem nas que de novo ſe obrarem as Cortinas mais compridas, do que daõ por doutrina Marolois, Fritach, Dogen, & outros, & em naõ ſe inſiſtir em ſe querer conſervar ſempre recto o angulo flanqueado tanto que a eſte termo chega, que todavia refere aſſim Sylvere, & traz taboadas para o deſenho, ſemelhantes âs de alguns daquelles Autores.

O ditto Sylvere de Bitainvieu de quem hei falado, he digno de eſtimaçaõ pellas noticias que dá dos varios Methodos, & clareza com que os explica, no que delle vi por mayor.

§. 38.

Dos Methodos de D. Vicente Mut, Sargento Mòr, Engenheiro, & Croniſta do Reyno de Malhorca.

Primeiro Methodo para do Quadrado, atè a figura de 12. lados.

NO Triangulo A P B hum dos que inteiraõ o plano da fig. toma A S igual a dous quintos do lado do Polygono interior A B. Do ponto S deita ſobre o ſemidiametro P A a perpendicular S K com a qual faz igual a Capital A F, & B E, por cujos extremos F, E tira a linha F E que lhe he o lado do Polygono exterior. Do centro P pellos pontos A, B deſcreve a porçaõ de circulo A N B, & eſtende a perpendicular P M N atè o circulo chamandolhe linha da Guia, que parte pello meyo o triangulo A P B & a linha A B perpendicularmẽte no ponto M, do qual para hũa, & outra parte corta M I, M L cada hũa igual com M N Seno verſo da Corda A B. Dos pontos I, L aos extremos E, F das Capitaes B E, A F tira as Razantes I E, L F. No lado exterior F E, aſſina F X igual a $\frac{1}{3}$ do lado interior A B. Do pōto X deita a perpendicular X G H que determina a Face F G, o Flanco G H, & a Demigolla A H. A linha da defenſa fixante ſerá C F. Iſto para as figuras de 4. atè 12. lados, ſuppondo para Praça Real o lado do Polygono interior A B de 150. paſſos, cada hum de 5. pès antigos Romanos que faz iguaes aos Rinthlandicos de que ha 12. em hũa verga, allegando Willebrordo Snellio in Eratoſth. Bat. Figur. 147.

lib.

lib.2.Cap.5.Se bẽ o Padre Ricciolo quer fundamentalmente cõtra Willebrordo que o pè antigo Romano seja menor que o de Leyda, que he o Rinthlandico.

Acrescenta que quem quizer fazer o angulo do Baluarte recto em passando á fig. de 10.lados,como diz ser a opiniaõ commua,o pòde fazer por hũa regra que allí traz, que naõ refiro por ser cousa facil formalo por varios caminhos no extremo da mesma Capital.

Segundo Methodo geral de Dom Vicente Mut.

TRaz outro Methodo no Cap. 36. que diz ser geral para qualquer fig. regular, ou irregular até os Baluartes assentarem sobre linha recta, na fórma seguinte.

Fig.148. Sobre qualquer ponto do lado A B do Polygono interior se levante a perpendicular I Z a qual se tomará de 5. partes de 6. em q̃ se deve repartir,ou suppor repartida a porçaõ A I. Do põto A ao extremo Z lãça a linha A Z á que chama Guia do Travez,ou Flanco. Despois disto acrescenta 20.gr. ao angulo da circunferencia,ou Polygono T A H.Deste aggregado toma a quarta parte,& de outros tantos passos corta a linha Forma flanco A G. Do ponto G lança a linha G F de 55.passos, de modo que venha a cortar a Capital A F no ponto F & pello mesmo ponto G deita sobre o lado A B a perpendicular X G H ficando determinado o Travez G H, & determinando a Demigolla A H. Tira o lado exterior F E & a Razante F L pellos pontos determinados F, G atè L.

A Cortina diz que pòde ser da quantidade que resta em cada fig. abatido o duplo da Demigolla A H dos 150. passos que suppoem no lado do Polygono interior A B para Fortificaçaõ Real. Mas que nos Polygonos de mais lados (entende de mais de 12.) se póde fazer a Cortina quasi de 100. passos, ou se pòde fazer a fixante igual com o Polygono interior A B & que nestes casos aparta hũa Demigolla mais da outra, estendendo o lado do Polygono,para que fique mayor Cortina.

Diz que este modo por ser geral tem a mesma falta que a fórma Hollandeza de fazer mayores as Demigollas que os Travezes, o q̃ tem por mao nos Polygonos menores atè o Octogono; porèm naõ ha razaõ para isto, com tanto que os dittos Travezes

ſejaõ de juſta, ou mais dilatada quantidade ſem incommodo das outras partes. Sobre eſtes fundamentos traz calculadas duas taboadas, cujas proporçoens de hũas para com outras linhas, & valor dos angulos me parecem bem por mayor, porque por chegar eſte livro muito tarde a meu poder, naõ fiz o exame, & calculos neceſſarios em varias figuras. O que poſſo dizer he que reconheci o Autor por ſciente naõ ſò na Fortificaçaõ, mas em materias mais levantadas.

Os diſcurſos, razoens, & exemplos, que traz ſobre o mais da Fortificaçaõ me parecem excellentes, & tanto mais quanto em quaſi tudo acho eſtarmos ajuſtados nelles, excepto em algũas couſas poucas, em que nos naõ conformamos, como he querer q̃ ſeja melhor o deſenho (como tambem querem outros) pello lado do Polygono interior, a cujas razoens reſpondera ſe tivera lugar agora de me divertir, & ſemelhantemente em outras poucas porque nas mais nos ajuſtamos. Falo acerca dos diſcurſos, & razoens em que os funda. Neſte Methodo conſerva o Autor recto o angulo flanqueado na fig. de 12. lados, & della para cima atè a linha recta incluſivamente na qual toma por lado de Polygono interior imaginado 170. paſſos, a Face ſempre de 55. paſſos, a Cortina ſempre de 90. aſſim na meſma linha recta como nas figuras ſegundo ſe vê da taboada que traz dos calculos reſpondentes a ſua fig. 15. que vai incorporada com a ſua 14. que nos fica em n. 148; & logo formando recto o angulo do Baluarte traz na linha recta o Flanco ſecundario L C de 32. paſſos, ſendo que por fazer o Flanco H G de outros 32. o complemento da Cortina H L he que devia reſultar dos dittos 32. paſſos, & o Flanco ſecundario de 58.

Tambem me parece ſe acharàõ muitos inconvenientes, de ſe ſeguir hum Methodo geral para todas as figuras, & linha recta como ſe pòde colher dos diſcurſos que havemos feito a ſemelhantes propoſtas; o que agora me naõ deixa o tempo averiguar; ſendo que todavia o Autor reconheceo [o] que naõ era bom atarſe à hum modo geral de delineaçaõ, poſto que foi com a mira à intento particular. De qualquer modo ſempre o Autor fica para comigo na eſtimaçaõ de ſciente, & de bom juizo nos diſcurſos.

[o] Cap. 14. pag. 49.

§. 39.

Do Methodo de D. Pedro Antonio Ramon Folch de Cardona, olim de Aragon Duque de Segorbe, & de Cardona, &c. na sua Geometria militar impressa em Napoles anno 1671.

FUnda a sua doutrina supponđo o angulo flanqueado composto da ametade do angulo da fig. ou Polygono, & mais 20 gr. como hum dos modos de Fritach de que lhe resulta recto no Enneagono, o qual conserva nas mais figuras seguintes atè a linha recta inclusivamente como o mesmo Fritach, Dogen, & outros Hollandezes.

Toma para a mayor Fortificaçaõ Real a Cortina de 36. vergas: a Face de 24. o Flanco com variedade, a saber na fig. quadrada de 6. vergas, no Pentagono de 7. no Hexagono de 9. (onde Fritach o toma de 8.) Naõ fala no Heptagono, onde aquelle o suppoem de 9. mas no Octogono se ajusta com Fritach tomandoo de 10. como tambem no Enneagono de 11. no Decagono de 12. que conserva nos mais Polygonos de mayor numero de lados. Isto traz na proposiçaõ 11. do primeiro livro. Presumo q̃ foi falta da impressaõ naõ falar no Heptagono, & que devia estar escritto no original. No Hexagono de 8. no Heptagono de 9. pois segue a Adam Fritach em hum dos seus modos, & na propos. 7. do primeiro livro diz que o segue commumente chamandolhe Adam Freitas com o sobre-nome variado da impressaõ.

Com estes suppostos calculou hũa innumeravel multidaõ de taboadas. A primeira que chama fundamental supponđo os angulos das figuras crescendo de grao a grao em imitaçaõ de Dogen de 90. atè 180. gr. em que já cessa o angulo; se bem naõ podè ficar assim regulares mais que aquellas, a que respondem os graos, ou graos, minutos, & segundos que lhe respondem conforme o numero de seus angulos, & na mesma taboada suppoem o lado do Polygono exterior de 100. vergas; a cujo respeito traz calculadas outras muitas linhas. Mas na segunda taboada fundamental deduzida da primeira pella regra aurea procede pello mesmo incremento de angulos começando com o lado do Polygono exterior de 82. vergas que vai diminuindo de hũa a hũa atè 6. vergas,

em

em imitaçaõ de Fritach, que ſuppondoo de 75. procede nas ſuas taboadas por diminuiçaõ de 5. a 5. atè o menor lado exterior de 15. vergas, o que o Duque fez com intento de livrar os Engenheiros dos calculos, ou lhe eſcuſar a operaçaõ da regra aurea, & aos que naõ ſaõ baſtantes Arithmeticos, nem ſabem a Trigonometria, facilitarlhe o uſo da Fortificaçaõ dandolhe as linhas jà calculadas nas taboadas; & com o meſmo intento fabricou outras muitas a cerca das quantidades planas, & corporeas da Fortificaçaõ imitando a Goldman com incrivel trabalho, & deſvelo, como elle meſmo refere; [d] ſe bem me parece demaſiado encarecimento dizer que por meyo daquellas taboadas pòde qualquer naõ ſò ſer Engenheiro, mas meſtre de Engenheiros, & conhecer, & emendar os erros que os outros comettem nas fabricas. Naõ duvido que ſeraõ de utilidade para muitos; & que he digno de grande louvor pello intento, & fim que conſeguio hũa peſſoa taõ grãde occupado no governo de Napoles, onde foi Vice-Rey, ſem o divertir de taõ immenſo trabalho, a occupaçaõ do governo, ſendo mayor a ſua conſtancia para o vencer em utilidade da patria, & ſerviço de ſeu grande Rey; para com o qual me parece deve ficar muito benemerito, ſòmente por eſta obra que lhe dedicou, quando ainda naõ houvera os quilates que notoriamente avantajaõ a eſclarecida caſa de Cardona.

d Lib. 1. ca p.

§. 40.

Do Methodo de Sir Ionas Moore.

ESTE Autor ſahio com hum livrinho que intitula Moderna Fortificaçaõ, ou Elementos da militar Architectura na lingoa Ingleza, impreſſo em Londres em 1673. Devolhe a corteſia de mo fazer remetter por via do Embaxador de Portugal D. Franciſco de Mello, & jũtamente hum Sector munitorio de marfim, do qual tratta no meſmo livro, em que diſpoz varias linhas conforme os Methodos de alguns Autores, & a elle devo a noticia do que refere por delRey da Gram Bretanha Carlos II. & o das Fortificaçoẽs de Aeth, & Liſle, que ſe entende ſer do famoſo, & bellicoſo Rey Chriſtianiſſimo de França Luis XIV. que hoje reyna, como tambem o do Emperador Ferdinando III. os quaes traz Moore, & delle os refirirei.

Mas como eſtes Methodos ſejaõ de peſſoas taõ grandes, ſe deve ter por certo ſerem aſſaz qualificados: por tanto nem em penſamento entrei mais que de os venerar, & naõ de fazer juizo algũ acerca delles; & pois o ditto Autor me deo eſta noticia pello ſeu livro, proponho tambem os ſeus Methodos ſem cenſura.

Methodo de Sir Ionas Moore pello Polyg. interior.

Approva a Fortificaçaõ do Conde de Pagan, acreſcentando alguns termos para deſenhar pello Polygono interior. No Appendiz que eu trago da ditta Fortificaçaõ (com titulo de Pagan reſumido) ſe podem ver as cenſuras que ſobre aquelle Methodo tenho feito. Porém Moore o diſpoem pello ditto Polygono interior na fórma ſeguinte.

Divide o lado do Polygono interior pello meyo, & do ponto da diviſaõ para hũa, & outra parte toma $212\frac{1}{2}$ pès Inglezes por meya Cortina, com que eſta fica ſendo de 425. Do ditto ponto meyo da Cortina levanta para fòra hũa perpendicular de $243\frac{3}{4}$ pès, que vem a ſer a diſtancia entre os Polygonos interior, & exterior; pello extremo da qual lança o lado do Polygono exterior parallelo ao interior. Divide aquella diſtancia dos Polygonos de $243\frac{3}{4}$ pès em duas partes, a ſaber hũa mais proxima á Cortina de $63\frac{3}{4}$ ficando a parte mais remota da Cortina, & mais proxima ao lado exterior de 180. Pello extremo do primeiro ſegmento dos $63\frac{3}{4}$ tira as Razantes dos extremos da Cortina que tem já tomado de 425. pès; & neſtes meſmos extremos levanta os Flancos perpendiculares ás Razantes que allí concorrem, atè cada hũ dos Flancos levantado ſobre hũa topar com a outra Razante que o limita; & o Flanco cortando a Razante determina a Face ficãdo o ditto Flanco em angulo obtuſo com a Cortina. Diz q̃ deſte modo ficarà a obra como ſe fora deſenhada pello Polygono exterior conforme Pagan. Naõ tratto de o averiguar: ſupponho que aſſim ſerá, pois o Autor o diz.

Outro modo do meſmo Autor pello Polyg. interior.

Divide o lado do Polygono interior em 1000. partes iguaes: deſtas toma no Quadrado 398. para Capital: 155. para De-

Demigolla. No Hexagono 367. para Capital: 203. para Demigolla. No Heptagono 333. para Capital: 242. para Demigolla. No Octogono 312. para Capital: 252. para Demigolla. No Enneagono 300. para Capital: 260. para Demigolla. No Decagono 291. para Capital: 263. para Demigolla. Daqui ſalta á linha recta, na qual toma 233. para Capital; 300. para Demigolla; & ſem deixar Flanco ſecundario lança a Razante ao extremo da Capital em todas as figuras, levantando ſobre aquella o Flanco em angulos rectos atè topar com a outra Razante; de que reſulta formar o Flanco tambem angulo obtuſo com a Cortina.

Outro modo do meſmo Autor Sir Ionas Moore pello lado do Polygono interior do Hexagono incluſivamente para cima.

NO Hexagono, & em todas as mais figuras ſeguintes toma o lado do Polygono interior, ou o ſuppoem repartido em 1000. partes iguaes: deſtas toma 367. para Capital: 203. para Demigolla, a que elle como muitos chama golla. Tiremſe as linhas da defenſa Razante, dos pontos onde ſe une a Demigolla cõ a Cortina atè a extremo da Capital, & levantemſe os Flancos em angulos rectos ſobre as Razantes na meſma fòrma ſobreditta. Naõ pòde ſer couſa mais facil ſe he que naõ reſultaõ incõmodos; mas conſideremſe as circunſtancias que reſultaõ nas figuras regulares, & principalmente nas irregulares, & ſe ajuſtarâ hũa Face com a outra em hum meſmo Baluarte, ajuntandoſe no meſmo põto da Capital para formarem o angulo flanqueado, quando os lados do Polygono interior forem deſiguaes por ſer a fig. irregular, & o meſmo acerca dos modos ſobredittos.

Outro modo de Moore pello Polygono exterior.

TRaz tambem Moore q̃ ſuppondo o lado exterior de 1000 partes, ſeja a parte da perpendicular tirada do meyo do lado exterior para dentro atè o põto por onde nella cruzaõ as Razantes, de 150. & que deſte ponto atè a Cortina ſeja a porçaõ da meſma Razante de 185. o que diz pòde ſer proporçaõ geral, ſem embargo que a diſtancia ſeja qual for: deve querer dizer a do Polygono exterior, pois procede por proporçaõ de partes, mas

deve ser aquelle tal, que fiquem os Baluartes defendidos dentrõ de tiro vehemente de mosquete, por onde não deve ser de demasiada distancia, como nem de taõ curta que a Praça resulte mais pequena que de petit Royal, se he que se deve fazer Fortificaçaõ Real como suppoem. Os Flancos levanta da mesma maneira em angulos rectos sobre as Razantes sem deixar Flancos secũdarios.

Isto he do Pentagono inclusivamente para cima: mas para o Quadrado altera as proporçoens na fòrma seguinte.

Toma a porçaõ exterior da perpendicular no grand Royal de 162 . partes em lugar das 150. nas outras fig. no moyen Royal, ou media Fortificaçaõ Real de 144 . no pequeno Real de 126: mas a porçaõ da Razante do ponto do concurso das duas atè à Cortina na Fortificaçaõ grande Real de 228. partes em lugar das 185. nas outras figuras de mayor numero de lados que o Quadrado: na media Fortificaçaõ Real de 198 : na pequena Real tambem de 198.

§. 41.

Do Methodo del Rey da Gram Bretanha.

ELREY de Inglaterra nas suas Fortificaçoens novas usou do Methodo do Conde de Pagan com pouca mudãça, porque o Conde em cada hũa das suas Fortificaçoens Reaes sinala a mesma perpendicular do meyo do lado do Polygono exterior para dentro em todas as figuras do Pentagono inclusivamente para cima; mas elRey o naõ faz senaõ do Hexagono pordiante; & faz o lado do Polygono exterior para Fortificaçaõ Real de 1200 pès Inglezes, q̃ Pagan faz na mayor de 1200. Francezes; na media de 1080; na mais pequena de 960. A proporçaõ do pè Inglez para o Regio de França diz Moore que he como de 1000 . para 1068. ainda que outros Autores variaõ nesta combinaçaõ.

Por este Methodo se diz que mandou elRey fazer a Fortaleza de Sheernesse situada na embocadura do rio Tamesis que guarneceo com 200. peças de artilheria, & outra de Tilbury que fica pello rio dentro mayor que a sobreditta, mas que naõ estava ainda de todo acabada.

§. 42.

Do Methodo com que elRey Christianissimo Luis XIV. mandou fortificar Aeth, & Lisle.

DEterminou pellos seus Engenheiros o lado do Polygono interior de tantos pésRegios por mayor extremo que conforme o que diz Moore fazem 768. Inglezes. Naõ lhe dâ Flancos secundarios: as Demigollas a que chama Gollas $\frac{1}{5}$ do lado do Polygono interior, ou 200. partes supondo aquelle de 1000. os Flancos mais compridos que as Demigollas a saber de 240. partes, ou $\frac{6}{25}$ do ditto lado interior: formando angulos de 100. graos com a Cortina.

§. 43.

Do Methodo do Emperador Ferdinando III.

MUdou com mais fundamẽto os desenhos que Fritach, Dogen, Goldman, & Faulhabero faziaõ por angulos, a desenhos por linhas; & naõ ha duvida ser assim melhor. Publicou este Methodo Gaspar Schotto em 1662. acrescentandolhe algũas annotaçoens ao que havia já sido publicado em 1654. em hum livro intitulado. Amussis Ferdinandea.

Propoem a Magestade Cesarea na proposiçaõ, ou problema 60 hum Methodo por proporçaõ de partes, universal para todas as figuras, a saber. O lado do Polygono interior de 66. partes: a Demigolla (a que tambem chama Golla) de 15: o Flanco de 12: a Capital de 24. ou em numeros menores 22. 5. 4. 8. Ou supondo o lado interior de 1000. que seja a Demigolla 227: o Flanco 181: a Capital 363. Deita os Flancos em angulos rectos com a Cortina, & diz que he este Methodo Epitome das Fortificaçoens Hollandezas excepto no Quadrado, no qual senaõ acha Flanco secundario, & que este modo deve ser preferido ao Hollandez.

Fiz grande estimaçaõ de achar estas noticias em Moore, por coroar esta minha obra com o Methodo de pessoa constituida na mayor dignidade secular.

NOTA.

NOTA.

NAõ fallei no Methodo de Joaõ Bryois Engenheiro,& Geografo ordinario delRey Christianissimo, que no anno de 1666. sahio com hũa nova maneira de Fortificaçaõ(assim o intitula) dividida em quatro partes (de que sò a primeira que tinha impresso chegou a meu poder) por me parecer hum Methodo muito impertinente,com muita operaçaõ,& impracticavel para a execuçaõ na cãpanha, como saõ todos os que se haõ de valer dos semidiametros das figuras na fórma em que este se vale; sendo tambem sobre a difficuldade, a sustancia cousa pouca.

Tambem naõ fallo em alguns outros modernos que hei visto por naõ seguirem Methodo particular. Há annos que vi hum livrinho de Frey Genaro Afflitto:pareceome hum resumo da doutrina de Fritach. Como agora o naõ tenho presente, naõ posso dizer mais.

O Capitaõ D. Juan de Santans y Tapia Engenheiro militar em Flandres sahio com hum Trattado no anno de 1669. impresso em Madrid; no qual segue recopiladamente a doutrina de Fritach,que he boa, se se fizerem as Cortinas mais compridas,& naõ se insistir em conservar recto o angulo flanqueado, como elle faz por hum dos seus modos da figur. de 9. lados para cima, & pello outro da fig.de 12. se bem esta doutrina tem o inconveniente de necessitar de taboada para por ella se proporcionar em mayor,ou menor lado,como já havemos advertido acerca do Methodo de Barca,& Methodo segundo de Dogen.

O Padre Claudio Francisco Milliet Dechales da Companhia de Jesus sahio no anno de 1677. com hum livro impresso em París em lingua Franceza que intitulou, Arte da Fortificaçaõ,& da Defensa,& Offensa das Praças, dedicado á Alteza Real do Serenissimo Principe Victorio Amedeo Duque de Saboya. Naõ traz Methodo seu particular, mas hum resumo dos Methodos de fortificar á Franceza, Hollandeza, & Italiana, com bom estilo, clareza, & disposiçaõ.

APPEN-

APPENDIZ I.

PAGAN RESVMIDO,

OU

COMPENDIO DAS FORTIFICAÇOENS do Conde de Pagan,

EXAMINADAS, E REDUZIDAS EM ALGUMAS cousas a melhor disposiçaõ.

PROLOGO.

DE todos os Methodos de desenhar que hei visto, nenhum me ha parecido taõ facil como o do Cõde de Pagan. Reforça os desenhos com dobrados Fossos, & Reparos, & as obras exteriores com as mesmas circunstancias: nos Flancos com tres Praças (que naõ he invento seu, posto que a si o queira arrogar, & muitos assim o cuidem) tornando por este meyo hũa Praça bem mais forte que com as Fortificaçoens ordinarias.

A objecçaõ que se lhe poem he ser esta fabrica muito custosa; ao que por elle posso responder, que isto naõ tira a facilidade do desenho, nem tiraria sua bondade se a tivesse absolutamente; porque a quem se quizer contentar com as obras ordinarias, deixando as dobradas que aponta, naõ será o desenho de mayor custo; se bem naõ poderà negar que ficaria melhor com aquellas.

Ficou o Autor celebre por este desenho, & obras: porèm como talvez se estabelece hũa opiniaõ pella novidade, apoyo de hũa naçaõ, sequito, & vozes de amigos, favor de Magnates, ou semelhante causa, em quãto senaõ faz o exame necessario de seus fundamentos, corre atègora com celebridade.

Porém examinandoo eu com particular attençaõ, achei ter grandes incõmodos, principalmente nas figuras de muitos lados, segundo se verà no discurso deste Compendio; alguns dos quaes todavia se podem remediar debaixo do mesmo Methodo, & tambem disporemse as tres Praças em Flancos perpendiculares à Cortina, & com secundarios na fòrma que apontarei, por ser facil acrescentar, ou variar algũa circunstancia a o que jà està achado. Assim mesmo accõmodaremse as obras exteriores do Autor em qualquer outro desenho por naõ serem mais peculiares a hum que a outros.

Tambem observei que senaõ póde por este Methodo fortificar o irregular geralmente do Polygono exterior para dentro, & que o que o Autor diz acerca de fortificar do interior para fóra, he muito imperfeito: por tanto, que melhor seria obrar por fantesia sem certa, & determinada regra; donde resultarà conhecida, & abonada a mayor facilidade, & generalidade do meu Methodo Lusitanico declarado na prim. Part. Operat. cuja perfeiçaõ fica jà provada nos §§. das combi-

naçoens com os Methodos de outros Autores, que trouxemos na ſegunda Parte Qaulificativa, & ſe verà na conferencia com eſte.

Finalmente moſtro como o meſmo deſenho de Pagan ſe póde reduzir a mayor facilidade, & brevidade pella ſua meſma practica, & com melhores circunſtancias, ainda que ſenaõ façaõ aquellas grandes obras de dobrados Reparos, Meyas-luas, Foſſos, Contraguardas, ou grande Contraſcarpa, que o Autor faz; o que tudo fora bom ſe o Principe naõ tivera mais que hũa Praça que fortificar, & reparar; mas como tem muitas, naõ póde haver cabedal para tanto, ſe o houver, o approvarei, principalmente nas Praças fronteiras ao Turco, onde he neceſſario valer muito das obras da Arte contra a grande força de exercitos taõ copioſos.

Ultimamente moſtro como no meu Methodo do Cap. 47. ſe podem accõmodar as meſmas tres Praças nos Flancos como ſe verà do ſegundo Appendiz.

As figuras que ſervem para eſte primeiro, & ſegũdo Appendiz vaõ nas eſtampas num. 32. & 33.

CAP. I.

Da disposiçaõ com que o Conde de Pagan procede na doutrina do seu livro das Fortificaçoẽs.

EStabelece todas suas regras sobre os angulos flanqueantes (estes saõ nelle os que nòs chamamos com o cõmum dos Autores angulos da defensaõ mayor, ou da Tenalha, ou Reintrãtes) fundado [a] em que as qualidades activas regem as passivas, & por tanto devem os angulos flanqueados como passivos serem sujeitos aos flanqueantes como activos, por serem estes os que tem a principal acçaõ da defensa. Porèm isto naõ he mais particular no seu Methodo que nos dos outros, se o quizermos notar com attẽçaõ; porque ainda que os Autores modernos seguindo o estilo Hollandez não formem na Fortificaçaõ regular angulo mayor q̃ recto, tanto que a este termo chegaõ, no flanqueado do Baluarte, variando o angulo flanqueante segundo a disposiçaõ, & numero dos Polygonos; sendo ao contrario em Pagan, que poem sempre o mesmo angulo flanqueante nas suas Fortificaçoens Reaes do Pentagono para cima; variese, como se variar o flanqueado do Baluarte; todavia não hâ para que este Autor arrogue por esta causa especialidade no seu Methodo de ficarem os angulos flanqueados sujeitos aos flanqueantes; pois em todos os Methodos he o mesmo, ainda que o angulo flanqueado não passe de recto; que todavia no de Pagan vem a resultar demasiadamente largo na linha recta como em seu lugar se verá. *a Cap.1.pag.5.*

A primeira Fortificaçaõ que propoem he a regular do Pentagono atè a linha recta; pois por quanto no seu Methodo, [r] naõ passa no Quadrado o angulo flanqueado de 60. gr. salvo por alguns minutos no seu segundo, & terceiro modo; mas no primeiro fica ainda menor de 60. gr. por alguns minutos, & o mayor Flanco poucas vezes chega a 15. toesas, que saõ 90. pés, naõ o conta no numero dos Polygonos para Praça perfeita. *r Cap.9. pag. 64.*

Trattando pois das Praças Reaes regulares as distingue [e] em grandes, medianas, & pequenas, dando para cada hũa, hũa sô regra desde o Pentagono atè a linha recta; & preferindo [o] as da grande, & mediana ás da pequena. *e Cap.3.pag.11* *o Cap.3. pag. 12.*

Depois disto ensina [o] outras tres regras para o Quadrado de per-si segundo houver de ser a Fortificaçaõ grande, mediana, ou pequena.

o Cap.9. de pag.65.atè 70

Em terceiro lugar propoem tres sortes de Hornaveques a que chama Tenalhas, de que a mayor tem por lado de Polygono exterior $\frac{7}{10}$ do lado do Polygono exterior da Fortificaçaõ Real grãde: a segunda $\frac{6}{10}$: a terceira $\frac{5}{10}$ ou ametade; tendo [a] estes Hornaveques pellos mais perfeitos, & necessarios para as diversas occurrẽcias que succedem nesta Arte pella situaçaõ natural dos lugares cercados de morraçaes, paües, alagadiços, & ribeiras, ou de precipicios nas collinas, ou para fechar com lados mais curtos que os das tres ordens de Fortificaçaõ Real o circuito de hũa irregular, ou para cubrir a entrada de algũa ponte, ou o grande comprimento de hũa muralha velha.

a Cap.10.pag. 74.

Finalmente ensina a Fortificaçaõ irregular pellos modos da regular, & das Tenalhas, estando os lados do Polygono exterior irregular entre as medidas assinadas aos da Fortificaçaõ Real, & aos das Tenalhas; de que tudo daremos compendiosa, mas clara, & total noticia, com o juizo que fazemos de cada hum de seus modos de fortificar; seguindo a sua mesma ordem que começou pello Pentagono; postpondo o Quadrado na ordem da doutrina pello naõ ter por Polygono sufficiente para Praça perfeita segundo havemos ditto.

CAP. II.

Propoemse o Methodo da Fortificaçaõ regular do Conde de Pagan do Pentagono atè a linha recta inclusivé disposto por tres modos, para Fortificaçaõ Real grande, mediana, & pequena do lado do Polygono exterior para dentro.

ADvirto primeiro que este Autor usa de Toesas medida de França, cada hũa das quaes tem seis pès dos que lá chamaõ regios. Podemos fazer conta que saõ como os nossos de palmo, & meyo cada hum; tomando indifferentemente huns por outros; pois segundo consta da nossa Taboa das medidas, & suas propor-

çoens

çoens o pê portuguez contém ao Regio de França, & mais 33. partes de outro repartido em 1600. a saber o Portuguez he para o de França como $1\frac{33}{1600}$ para 1. mas como 33. partes de 1600. seja cousa inconsideravel na practica, suppomolos iguaes, assim que pois havemos de fallar por toesas segundo o estilo do Autor; quẽ quizer saber quantos pès fazem naõ tem mais que multiplicar o numero das toesas por 6. & resultarà o numero dos pès que importarem as toesas, entendaõ se pès Franceses, ou Portugueses.

Para traçar a Fortificaçaõ Real grande.

DEscrevase a Base A B [esta he o lado do Polygono exterior] de 200. toesas: dividase pello meyo no ponto D; do qual se levante para dentro da fig. a perpendicular D C de 30. toesas. Lancemse as duas linhas da defensa; hũa que saya do ponto A passando por C atè N; outra do ponto B tambem por C atè M ambas de bastante comprimento, que se pòde continuar quando naõ baste. Figura. Estampa 32.

Isto feito. Sinalemse nas mesmas linhas da defensa as duas Faces dos Baluartes A E, B F de 60. toesas cada hũa, & logo os dous complementos das duas linhas da defensa C M, C N; cada hum de 37: toesas. Ultimamente se lancem os Flancos E M, F N, & a Cortina M N.

Esta regra se observará sempre em todos os lados dos Polygonos exteriores de 200. toesas desde o Pentagono inclusivè atè a linha recta inclusivè; com que ficará descripta a frontaria da grande Fortificaçaõ Real com as seguintes medidas.

As Faces dos Baluartes A E, B F de 60. toesas. Os Flancos E M, F N de 24. toesas $2\frac{1}{5}$ pès. A Cortina M N de 70. toesas $4\frac{1}{2}$ pès. As linhas da defensa M C B, N C A de 141. toesas $2\frac{2}{5}$ pès. O angulo flanqueante A C B de 146. gr. 36. min. achado facilmente por Trigonometria; pois no Triãgulo rectangulo A D C se daõ sabidos pella construcçaõ os dous lados A D, C D com o angulo recto A D C; de donde se achará o angulo D C A; que dobrado compoem o angulo flanqueante A C B. O do Flanco, & Razante F N A de 90. gr. 9. min. 30. segund. achado tambem facilmente pellos mesmos preceitos da Trigonometria.

Mas os angulos flanqueados chamados por antonomasia dos Baluartes, & os dos Polygonos se descubriraõ do seguinte modo.

Do angulo flanqueante A C B se tire o do centro do Polygono, & restarà o flanqueado; pois se se imaginar produzida a linha D C atè o centro da fig. por exemplo atè o num. 72. centro do Pentagono, ficaraõ descriptos dous Triangulos iguaes (no Regular) A C 72. B C 72. & o angulo externo A C D igual aos dous internos oppostos C A 72, C 72 A: tirando logo de A C D o angulo A 72 C, restará o semiangulo do Baluarte 72 A C: portanto se do dobro de A C D, a saber de A C B angulo flanqueante se tirar o dobro de A 72 C a saber o angulo A 72 B (que he o do centro) restará o dobro do angulo 72 A C; que vem a ser o do Baluarte nas figuras regulares.

Mas o da fig. se sabe tirando o do centro de 180. gr. valor de dous rectos por serem [r] os tres angulos do Triangulo A 72 B iguaes a dous rectos, & iguaes os angulos 72 B A, 72 A B nas figuras regulares.

r 32. do 1.

Para traçar a Fortificaçaõ Real meã.

Fig. 2.

DEscrevase a Base A B de 180. toesas: dividase pello meyo no ponto D; do qual se levante para dentro da fig. a perpendicular D C de 30. toesas. Lancemse as duas linhas da defensa, hũa que saya do ponto A passando por C atè N, outra do pōto B tambem por C atè M, ambas de bastante comprimento, que se pòde continuar quando naõ baste.

Isto feito, sinalemse nas mesmas linhas da defensa as duas Faces dos Baluartes A E, B F de 55. toesas cada hũa, & logo os dous complementos das duas linhas da defensa C M, C N cada hum de 32 toesas. Ultimamente se lancem os Flancos E M, F N, & a Cortina M N.

Esta regra se observará sempre em todos os lados dos Polygonos exteriores de 180. toesas desde o Pentagono inclusivamente atè a linha recta inclusivamente, com que ficará desenhada a frontaria da Fortificaçaõ Real meã com as seguintes medidas.

As Faces dos Baluartes A E, B F de 55. toesas. Os Flancos E M, F N de 23. toesas $5\frac{1}{2}$ pès. A Cortina M N de 60. toesas $4\frac{3}{10}$ pès. As linhas da defensa M C B, N C A de 126. toesas $5\frac{4}{5}$ pès cada hũa. O angulo flanqueante A C B de 143. gr. 7. min. 48. seg. O do Flanco, & Razante F N A de 89. gr. 45. min. 4. seg.

Mas

Mas os angulos flanqueados dos Baluartes, & os dos Polygonos se achaõ do seguinte modo.

Do angulo flanqueante A C B se tire o angulo do centro da fig. & restará o flanqueado: O mesmo angulo do centro se tire de 180. gr. & restará o do Polygono, ou fig.

Para traçar a Fortificaçaõ Real pequena.

DEscrevase a Base A B de 160. toesas: dividase pello meyo no ponto D; do qual se levante para dentro da fig. a perpendicular D C de 30. toesas. Lancemse as duas linhas da defensa; hũa que saya do ponto A passando por C até N; outra do pōto B tambem por C atè M ambas de bastante comprimento, que se póde continuar quando naõ baste. Fig. 3.

Isto feito: sinalemse na mesma linha da defensa as duas Faces dos Baluartes A E, B F de 50. toesas cada hũa, & logo os dous complementos das duas linhas da defensa C M, C N cada hum de 27. toesas. Ultimamente se lancem os Flancos E M, F N, & a Cortina M N.

Esta regra se observará sempre em todos os lados dos Polygonos exteriores de 160. toesas do Pentagono inclusivè atè a linha recta inclusivè; com que ficará desenhada a frontaria da Fortificaçaõ Real pequena com as seguintes medidas. As Faces A E, B F dos Baluartes de 50. toesas cada hũa. Os dous Flancos E M, F N de 23. toesas, $1\frac{4}{5}$ pè. A Cortina M N de 50. toesas $3\frac{36}{100}$ pès. As linhas da defensa M C B, N C A de 112. toesas $2\frac{65}{100}$ pés cada hũa. O angulo flanqueante A C B de 138. gr. 53. min. 20. seg. O do Flanco, & Razante F N A de 89. gr. 16. min.

Mas os angulos flanqueados dos Baluartes, & os dos Polygonos se achaõ do seguinte modo. Do angulo flanqueante A C B se diminua o do centro da fig. & restará o flanqueado. O mesmo angulo do centro se tire de 180. gr. & restará o da fig. ou Polyg.

Para as mais Praças regulares, cujos lados de Polygonos exteriores estiverem entre 160. & 200. toesas se podem tomar as partes proporcionaes aumentando, ou diminuindo em proporçaõ as Faces dos Baluartes, & complementos das linhas da defensa observando sempre a mesma perpendicular D C de 30. toesas; porque como as bases, ou lados dos Polygonos differem por 20. toesas, hũas das outras, & as Faces dos Baluartes, & complemen-

tos

tos das linhas da defensa sómente por 5. ficaõ 4. toesas da Base respondendo a hũa nas Faces,& complementos das linhas da defensa;como por exemplo. Dandose hũa Base de 168. toesas, tomarsehaõ 52. para as Faces dos Baluartes,& 29. para os complementos das linhas da defensa;que saõ duas toesas de mais do que na pequena Fortificaçaõ, respondentes ás 8. que de mais tem a Base. Os semidiametros crescem na mesma proporçaõ.

SCHOLIO.

PRopuz o segundo,& terceiro modo para a Fortificaçaõ Real meã,&Real pequena pellas mesmas palavras,por seguir quasi em traducçaõ o que diz Pagan; posto que se pudera escusar a repetiçaõ; dizendo sòmente que se obrasse como no primeiro modo,& apontando as medidas das partes, que todavia puz mais apuradas do que traz o Autor,a saber as que resultaõ das que suppoem;& ainda que a differença naõ he consideravel na practica; nem ainda que fora mayor; todavia no escrever se devem pòr as cousas ajustadas com pureza, como fiz inquirindo as medidas ao certo por calculo Trigonometrico. Exemplo. Diz [r] o Autor q̃ nesta sua practica fazem todas as linhas dos Flancos angulos rectos com todas as linhas da defensa. Isto se deve entender proximamente,porq̃ em rigor naõ he assim; pois na Fortificaçaõ Real grande fazem angulos de 90.gr. 9.min.30.seg.na mediana de 89 gr.45.min.4.seg. na pequena de 89.gr. 16. como se acharà pello ditto calculo,& dizemos nas medidas.

[r] Cap.4.pag. 23.

O angulo flanqueante A C B na meã Fortificaçaõ diz ser de 143.gr.6.min.sendo na verdade de 143.gr.7.min.48.segund;na pequena diz ser de 138.gr.54.min. sendo de 138.gr.53.min.20 seg. Nisto naõ vai nada; mas digoo porque me naõ reparem em verem os numeros que trago com algũa differença dos de Pagan.

E todavia em alguns numeros traz já erro consideravel para o calculo; como no primeiro Hornaveque diz pagina 76. ser o angulo flanqueante A C B de 140.gr. 48. min. naõ sendo os minutos mais que 41.& 40. seg.

Pag.84. diz que a distancia da Base do Quadrado grande,atè a Cortina he de 40. toesas, naõ sendo cõforme a sua fabrica mais que de 36. toesas, $5\frac{4}{10}$ pés; se bem isto senaõ deve considerar em este Autor ser erro de sciencia,mas da impressaõ;pois alèm de sua grande

grande experiencia tenho noticia ser bem sciente.

Acerca dos semidiametros das figuras que traz o Autor naõ fiz exame por ser escusado,& porque se algũa differença achasse seria cousa de pouquissimo momento . Quem todavia for curioso, o pòde fazer.

CAP. III.

Descrevemse os modos de fortificar o Quadrado para Praça grande, mediana, & pequena.

Para o Quadrado da Praça grande.

RIsquese a Base A B (he o lado do Polygono exterior) de 200. toesas a saber de 1200. pès. Dividase pello meyo no ponto D; do qual se levante para dentro a perpendicular D C de 27. † toesas. Fig. 4.

Lancemse as duas linhas da defensa, hũa que saya do ponto A passando por C atè N; outra do ponto B tambem por C atè M, ambas de bastante comprimento; que se poderá continuar quando naõ baste. Isto feito. Sinalemse nas mesmas linhas da defensa as duas Faces dos Baluartes A E, B F de 60. [d] toesas cada hũa; & logo os dous complementos das linhas da defensa C M, C N cada hum de 38. [a] toesas: ultimamente se lancem os Flancos E M, F N, & a Cortina M N; cõ que ficarà descripta a frõtaria da Fortificaçaõ do Quadrado grande por hum de seus lados com as seguintes medidas.

† 162. pès.

[d] 360. pès.

[a] 228. pès.

As Faces A E, B F cada hũa de 60. toesas. Os Flancos E M, F N cada hum de 21. toesas $4\frac{8}{10}$ pés. A Cortina M N de 72. toesas $5\frac{4}{10}$ pès. As linhas da defensa A N, B M de 141. toesas $3\frac{54}{100}$ pès. O angulo flanqueante A C B de 149. gr. 47. min. do qual tirando o angulo do centro (que he de 90. gr.) restaõ 59. gr. 47. min. que de tantos ficaõ os angulos flanqueados dos Baluartes do Quadrado grande. Semelhantemente se proceda com os mais lados.

Para o Quadrado da Praça meã.

OBrese do mesmo modo com as medidas seguintes. A Base A B de 180. toesas. A perpendicular D C de 24. As Faces A E, B F de 55. Os complementos C M, C N de 33 . & lançan- Fig. 5.

do os Flancos E M, F N,& Cortina M N ficará deſcripta a frontaria de hum lado do Quadrado da meã Fortificaçaõ com as ſeguintes medidas.

As Faces A E, B F de 55.toeſas. Os Flancos E M, F N de 18. toeſas $5\frac{94}{100}$ pès. A Cortina M N de 63. toeſas $4\frac{62}{100}$ pés. As linhas da defenſa A N, B M de 126. toeſas, & $\frac{9}{10}$ de pè. O angulo flanqueante A C B de 150.gr. 8. min. 20. ſeg. do qual tirando o angulo do centro (de 90.gr.no Quadrado) reſtaõ 60.gr.8.min. 20. ſeg. que de tantos reſultaõ os angulos flanqueados dos Baluartes deſte ſegundo Quadrado. Semelhantemente ſe proceda com os mais lados.

Para o Quadrado da Praça pequena.

OBreſe do meſmo modo com as medidas ſeguintes. A Baſe A B de 160. toeſas. A perpendicular D C de 21.As Faces A E, B F de 45. Os complementos C M, C N de 33. (como na meã) & lançando os Flancos E M,F N, & Cortina M N, ficará deſcripta a frontaria de hum lado do Quadrado da pequena Fortificaçaõ com as ſeguintes medidas.

As Faces A E, B F de 45. toeſas. Os Flancos E M, F N de 18. toeſas $3\frac{12}{100}$ pès. A Cortina M N de 63. toeſas 5. & $\frac{4}{100}$ pès. As linhas da defenſa A N, B M de 115. toeſas, & $4\frac{26}{100}$ pès. O angulo flanqueante A C B de 150.gr.35.min. do qual tirando o angulo do centro de 90.gr.reſtaõ 60. gr. 35. min. que de tantos ficaõ os angulos flanqueados dos Baluartes deſte terceiro Quadrado pequeno. Semelhantemente ſe proceda com os mais lados.

Eſtes ſaõ os tres modos com que deſenha a Fortificaçaõ no Quadrado grande, meaõ, & pequeno das medidas ſobredittas. No Scholio ſeguinte diremos o q̃ nos parece ſobre eſta doutrina.

SCHOLIO.

COnforme eſtas fabricas vem a ficar na Fortificaçaõ do Quadrado grande o angulo flanqueado menor de 60.gr.por 13. min. a ſaber de 59.gr.47. min. & ainda que a pequena differença de 13.min.para chegar aos 60. gr. naõ he conſideravel na practica; com tudo por naõ ſe violar aquelle termo minimo de 60. gr. preſcripto pellos Autores, naõ devemos admittir proporçaõ de que reſulte menor angulo flanqueado; pois ficará o Baluarte in-

capaz

capaz pella agudeza para as funcçoens militares, como largamente havemos mostrado na nossa Hercotectonica militar, & impugnado, & desfeito as razoens do Capitaõ D Diogo Henriquez de Vilhegas Portuguez que na sua Academia da Fortificaçaõ o admitte de 40. gr. assim que sou de parecer que na ditta fig. se tome a perpendicular D C de 26 $\frac{3}{4}$ toesas em lugar das 27. q̃ manda Pagan; porque daqui resulta o angulo da defensaõ menor C M N de 14. gr. 58. min. 30. seg. do mesmo valor o diminuto M B A; mas o flanqueante A C B de 150. gr. 3. min. o do Flanco, & Razante F N A de 89. gr. 13. min. 50. seg o flanqueado do Baluarte de 60. gr. 3. min. A linha A C de 103|52. toesas; he o mesmo que 103. toesas 3 $\frac{12}{100}$ pès. A Razante A N de 141|52. toesas: val o mesmo que 141. toesas 3 $\frac{12}{100}$ pès. O Flanco N F de 21|73. toesas, idest 21. toesas 4 $\frac{38}{100}$ pès. A Cortina M N 73|42. toesas hoc est 73. toesas, 2 $\frac{52}{100}$ pés; as quaes medidas differem insensivelmente das mesmas que Pagan traz, crescendo todavia o angulo flanqueado mais 16. min. quanto vai de 59. gr. 47. min. que resultaõ da sua supposiçaõ da perpendicular D C de 27. toesas, a 60. gr. & 3. min. que resultaõ de se suppor a ditta perpendicular de 26 $\frac{3}{4}$ toesas.

CAP. IV.

Dos Hornaveques, a que Pagan com alguñs impropriamente chama Tenalhas.

FOrma tres sortes de Hornaveques sobre Bases mais curtas q̃ as que tomou para as tres sortes de Fortificaçoens Reaes declaradas no Cap. 3. com intento de se valer dellas em diversas occurrencias de lugares cercados de morraças, paũis, ribeiras, collinas com precipicios, & outros sitios irregulares.

A Base do mayor Hornaveque assenta de 140. toesas: a do medio de 120. a do pequeno de 100. a fim de poder construir Fortificaçoens sobre Bases, ou lados de Polygonos exteriores de 100 atè 200. toesas assim pello Methodo que aqui se dirà, como pellos dittos nos Capitulos 2. & 3. para mayores Bases que de 140. toesas, tomando as partes proporcionaes segundo o Methodo applicado à Base mais proxima a aquella que se dâ para se fortificar,

car. Assim pois propoem Pagan os seus Methodos dos Hornaveques com nome de Tenalhas.

Para traçar o primeiro, ou mayor Hornaveque.

Figura. 7.

DEscrevase a Base A B de 140. toesas de comprimento. Dividase pello meyo no ponto D; do qual se levante a perpẽdicular D C de 25. toesas. Lancemse as duas linhas da defensa; hũa que saya do ponto A passando por C atè N; outra do ponto B tambem por C atè M, ambas de bastante comprimento; que se póde continuar quando naõ baste.

Isto feito. Sinalemse nas mesmas linhas da defensa as duas Faces dos Baluartes A E, B F de 40. toesas cada hũa; & logo os dous complementos das duas linhas da defensa C M, C N cada hũ de 27. toesas. Ultimamente se lancem os Flancos E M, F N, & Cortina M N, com que ficará desenhada a frontaria do primeiro, ou mayor Hornaveque com as seguintes medidas.

As Faces dos Baluartes A E, B F de 40. toesas. Os Flancos E M, F N de 21. toesas $3\frac{12}{100}$ pés. A Cortina M N de 50. toesas $5\frac{1}{10}$ pès. As linhas da defensa M C B, N C A de 101. toesas $2\frac{98}{100}$ pès. O angulo flanqueante A C B de 140. gr. 41. min. 40. seg.

Para traçar o segundo, ou mediano Hornaveque.

Fig. 8.

O Segundo Hornaveque traça o Autor pello mesmo estilo do primeiro, com as seguintes supposiçoens.

A Base A B de 120. toesas. A perpendicular D C de 24. Os dous complementos das linhas da defensa C M, C N cada hum de 21. toesas. As duas Faces A E, B F de 36. toesas cada hũa.

Destes suppostos resultaõ as seguintes medidas. As Faces dos Baluartes A E, B F de 36. toesas. Os Flancos E M, F N cada hũ de 19. toesas $4\frac{44}{100}$ pés. A Cortina M N de 39. toesas. As linhas da defensa A N, B M de 85. toesas $3\frac{72}{100}$ pès. O angulo flanqueante A C B de 136. gr. 23. min. 40. seg.

Para traçar o terceiro, ou pequeno Hornaveque.

Fig. 9

O Terceiro Hornaveque traça o Autor pello mesmo estilo do primeiro, com as seguintes supposiçoens.

A Base A B de 100. toesas. A perpendicular D C de 23. Os dous complementos C M, C N de 15. As duas Faces A E, B F de

de 32. Destes suppostos resultaõ as seguintes medidas. As Faces dos Baluartes A E, B F cada hũa de 32. toesas. Os Flancos E M F N cada hum de 17. toesas $2\frac{1}{2}$ pès. A Cortina M N de 27. toesas $1\frac{1}{2}$ pé. As linhas da defensa A N, B M cada hũa de 70. toesas,& $\frac{24}{100}$ de pè que he quasi hum quarto. O angulo flanqueante A C B de 130.gr.35.min.40.seg.

NOTA.

ATéqui he a doutrina do Conde de Pagan tocante á Fortificaçaõ regular, sobre que se veja a censura do Capit. 12. Seguese a da Fortificaçaõ irregular.

CAP. V.

Das Fortificaçoens irregulares conforme a practica do Conde de Pagan.

FAZ o Autor primeiramente o seguinte discurso. As Fortificaçoens irregulares, ou saõ permanentes, ou temporarias. As permanentes,as q̃ se fabricaõ com vagar á roda das Praças importantes,& fronteiras para ficarem em Fortalezas de longa duraçaõ: as temporarias as que se levantaõ ligeiramente com pressa & pouca despeza na occasiaõ de hũa guerra presente,& de pouca dura; no qual caso basta sòmente reformar os Reparos, fazer os Parapeitos a prova de canhaõ; abrir os Fossos em certas partes [a saber onde estiverem entupidos] formar simples meyas-luas de terra,& cespedes diante das portas,& junto das muralhas em distancias proporcionadas com Contrascarpas, & outras ligeiras obras de pouco tempo.

Atèqui o Autor, escusandose de mais falar destas obras temporarias por trattar de suas Fortificaçoens irregulares,estaveis,& permanentes.

Para isto traz primeiro hũ resumo dos intervallos,pellos quaes em cada hũa das suas Fortificaçoens descriptas nos Capitulos antecedentes, ficaõ os lados dos Polygonos exteriores apartados das Cortinas,& lados dos Polygonos interiores.Isto a respeito de que na Fortificaçaõ das Praças irregulares nos valemos ordinariamente das antigas muralhas, ou velhos reparos; para nos ser-

virem de Cortinas; & porque nas Fortificaçoens regulares que descreveo, & temos referido nos Capitulos antecedentes, lhe ficão sempre os lados dos Polygonos exteriores (a que chama Bases) parallelos ás Cortinas, & pertende fortificar o irregular pello Methodo do regular, traz primeiramente os intervallos entre as Bases, & Cortinas com os numeros seguintes, que havemos apurado, conforme o que na verdade resulta de suas suppoſiçoens.

Mas no Cap. 13. mostraremos que lhe naõ resulta a Fortificaçaõ irregular accõmodada pello seu Methodo da regular com a perfeiçaõ que elle intima.

Saõ pois as distancias entre as Bases, & Cortinas, as seguintes.

Fig. 1. Na grande Fortificaçaõ a Base A B de 200. toesas, dista da Cortina M N por 40. toesas $3\frac{78}{100}$ pès.

Fig. 2. Na meã Fortificaçaõ a Base A B de 180. toesas, dista da Cortina M N por 40. toesas, & $\frac{72}{109}$ de pè.

Fig. 3. Na pequena Fortificaçaõ a Base A B de 160. toesas, dista da Cortina M N por 39. toesas $2\frac{88}{100}$ pès.

Fig. 7. No Hornaveque grande a Base A B de 140. toesas, dista da Cortina M N por 34. toesas, & $\frac{48}{190}$ de pè.

Fig. 8. No Hornaveque mediano a Base A B de 120. toesas, dista da Cortina M N por 31. toesas $4\frac{8}{10}$ pès.

Fig. 9. No Hornaveque pequeno a Base A B de 100. toesas, dista da Cortina M N por 29. toesas $1\frac{62}{100}$ pès; posto que o Autor diga * 24. toesas por erro de penna, senaõ he da impressaõ.

* pag. 87.

No tocante as Fortificaçoens dos Quadrados.

Fig. 4. NO Quadrado grande a Base A B de 200. toesas, dista da Cortina M N por 36. toesas $5\frac{4}{10}$ pès, sem embargo de que o Autor diga por erro de penna, ou da impressaõ 40. toesas.

Fig. 5. No Quadrado mediano a Base A B de 180. toesas, dista da Cortina M N por 32. toesas, 3. pès.

Fig. 6. No Quadrado pequeno a Base A B de 160. toesas, dista da Cortina M N por 29. toesas, $2\frac{28}{100}$ pés.

De todas as quaes distancias (diz o Autor) seraõ tomadas as partes proporcionaes, conforme as medidas das Bases aumẽtadas ou diminuidas, segundo a diversa occurrencia dos lugares, & necessidade de as tomar mayores, ou menores do que saõ em cada hũa das figuras que traz descriptas.

CAP.

CAP. VI.

Descreveſe em particular a fabrica do Conde de Pagan na Fortificaçaõ das Praças irregulares.

DIvide as Praças irregulares em tres ſortes. A primeira das q̃ por ſeu circuito exterior podem ſer cercadas com lados entre ſi iguaes do comprimento de hũa das tres Baſes de ſua Fortificaçaõ Real deſcripta no Cap.2.a ſaber de 200. toeſas,ou 180 ou 160. cada lado; mas que os angulos comprehendidos pellos taes lados ſejaõ diſſemelhantes, ou deſiguaes. Figura com lados iguaes, & angulos deſiguaes como aqui ſuppoem o Autor, bem póde ſer;de que diremos no Scholio ſeguinte.

Neſte caſo diz que não há mais que eſcolher hũa das tres regras que havemos declarado no Cap. 2. conforme a natureza, ou capacidade dos lugares pedirẽ mayores, ou menores lados exteriores, a ſaber de 200. 180. ou 160. toeſas; ſobre que o Autor funda os tres modos de ſua Fortificaçaõ Real,& regular; advertindo que podendo ſer ſe prefira o ſegundo modo de fũdar ſobre a Baſe de 180. toeſas ao primeiro das 200. eſte ao terceiro das 160. riſcando no terreno à roda das muralhas velhas tantas linhas direitas do comprimento da baſe eſcolhida,quantas ſe julgar ſerem neceſſarias, ou convenientes: mas com tal condiçaõ que o maïs pequeno dos angulos por ellas comprehẽdidos ao menos chegue ao valor de 100. gr. a fim que o mais agudo dos Baluartes poſſa exceder 60.gr. em ſua abertura; o que feito, ſe ſiga hum dos tres modos conforme os lados dos Polygonos exteriores,ou Baſes forem de 200. 180. ou 160. toeſas;com que eſta Praça irregular ficará fortificada como regular, & ſó com differença no valor dos angulos flanqueados;o que [diz o Autor] vem a ſer de pouca importancia.No Cap.13.diſcorreremos ſobre eſte,&outros pontos.

A ſegunda ſorte de Praças irregulares,he das em que os lados dos Polygonos exteriores naõ podẽ ſer iguaes; ſeja pella difficuldade da ſituaçaõ,ou pella fórma deſigual das antigas muralhas,& velhos reparos; mas que todavia por toda a parte, & de todos os lados podem ſer fortificadas pellas tres regras,ou modos do Cap. 2.(terceiro em Pagan;)no qual caſo diz o Autor que naõ há mais

que

que traçar á roda da Praça irregular diverſas Baſes; hũas de 200. toeſas, outras de 180. & de 160. ſegundo a occurrencia dos lugares, & comprimẽto das muralhas, ou velhos reparos, aos quaes as dittas Baſes devem ſer tiradas parallelas, & tomadas em certas r diſtancias das Cortinas, a ſaber nas dittas no Cap. 5. com a meſma condiçaõ, de que os mais pequenos angulos formados pellos encontros das differentes Baſes, ſejaõ ao menos de 100. gr. para que o mais agudo flanqueado dos Baluartes poſſa exceder o valor de 60. gr.

r Vejaſe o cap. 5. ſobre eſte ponto.

Iſto feito: ſe traçará em cada hũa das Baſes a frontaria que lhe reſponde conforme pedirem a conſtrucçaõ de cada hũa das tres regras, ou modos differentes dittos no Capit. 2. com que ficarà a Praça irregular fortificada perfeitamente, & com pouca differença da primeira irregular acima ditta, & com os Baluartes naõ menos excellentes, ainda que lhe fiquem as Faces deſiguaes.

Mas porque o Autor naõ eſpecifica em que diſtancia ſe devẽ riſcar as Baſes apartadas das muralhas, devendo ſer hũa meſma, para que as Baſes venhaõ a ajuſtar em hum ponto da Capital, onde ſe deve formar o angulo do Polygono exterior, & o Flãqueado do Baluarte; pois como as tres diſtancias tocantes á grande, mediana, & pequena Fortificaçaõ Real, ſejaõ diverſas; poſto que inconſideravelmente na practica; a ſaber na grande 40. toeſas $3\frac{78}{100}$ pés: na mediana 40. toeſas, & $\frac{72}{100}$ de pè: na pequena 39. toeſas $2\frac{88}{100}$ pès; como ſe diſſe no Cap. 5. naõ ajuſtariaõ bem as ſobredittas Baſes; nem ficariaõ em hũa meſma diſtancia apartadas das Cortinas; como ſe requere para perfeiçaõ do deſenho, por tanto nòs o declaramos aqui; a ſaber que ſe tome a mais pequena das dittas tres diſtancias; que he de $39\frac{1}{2}$ toeſas (tomo $\frac{1}{2}$ toeſa pellos $2\frac{88}{100}$ pés) para conforme a eſta ſe tirarem as Baſes apartadas das muralhas velhas; poſto que as dittas Baſes ſejaõ entre ſi differentes, de 160. 180. ou 200. toeſas; uſando das mais medidas conforme o Methodo reſpondente a cada hũa das Baſes.

Mas ſe eſtas naõ forem preciſamente das toeſas declaradas; porèm de outro numero entre 160. & 180. ou entre 180. & 200. ſe tomaráõ as partes proporcionaes reſpondentes ao numero das toeſas, excepto a diſtãcia entre a muralha velha, & Baſe; que ſempre ſerá das $39\frac{1}{2}$ toeſas, & a perpendicular D C r ſempre de 30.

r Fig. 3.

A terceira, & ultima ſorte de Praças irregulares (proſegue o Autor)

Autor) he daquellas que naõ podem ser fortificadas em certas partes senaõ pellas regras dos tres Hornaveques descriptos no Cap. 4. cujas Bases ao mais saõ de 140. toesas: ou tambem daquellas que naõ podendo dar commodidade em algum lugar certo para se formar mayor angulo que de 90. gr. vos obrigaõ a cõstruir allí duas frontarias de Fortificaçaõ conforme as regras dos tres Quadrados, grande, medio, & pequeno descriptos no Cap. 3. segundo pedir o comprimento de cada Base; para que o angulo flanqueado resulte ao menos de 60. gr. & as Demigollas capazes de conter Flancos de tres Parapeitos sobre a prolongaçaõ das linhas da defensa, como adiante diremos quando trattarmos das Praças dos Flancos.

Destas derradeiras Praças irregulares as mais perfeitas saõ aquellas em que as mais curtas Bases se apartaõ menos do comprimento da Base do mayor Hornaveque, & em que os dous lados exteriores que formaõ o angulo recto saõ Bases do Quadrado grãde, ou ao menos do mediano; assim pella capacidade dos Flancos, que desta resultaõ; como pello bastante comprimento da linha da defensa do primeiro, ou mayor Hornaveque.

Assim que as primeiras destas Praças irregulares saõ aquellas em q̃ as Bases [ou lados dos Polygonos exteriores] sendo iguaes entre si, contèm cada hũa de 160. atè 200. toesas: mas os angulos do Polygono exterior desiguaes entre si, & o menor delles ao menos de 100. gr.

Resumo das Fortificaçoens irregulares de que tratta o Conde de Pagan.

As segundas aquellas em que as Bases saõ de differente comprimento de 160. toesas atè 200. & em que o mais pequeno angulo he tambem ao menos de 100. gr.

As terceiras aquellas, em que as Bases saõ desiguaes de comprimento de 100. atè 200. toesas, ou aonde hum dos angulos do Polygono exterior naõ passa de 90. gr. porque he necessario absolutamente evitar em todas as Praças irregulares (segundo a opiniaõ do Autor) Fortificaçoens sobre menores Bases que de 100. toesas, & angulos de Polygono exterior menores que de 90. gr. & isto quando assim Bases, como angulos naõ possaõ ser mayores. Sobre este, & outros pontos se veja nosso parecer no Cap. 13.

Acerca dos Flancos, Reparos, Fossos, meyas-luas, & outras Fortificaçoens exteriores de todas estas Praças irregulares, diz se tomem as formas, medidas, & instrucçoens das figuras regulares,

 de

de que havia trattado, & nòs adiante diremos; porque primeiro quizemos trazer os desenhos regulares , & irregulares das linhas ichnographicas,ou fundamentaes.

NOTA.

ESTA he em sustancia a doutrina do Conde de Pagan sobre a Fortificaçaõ irregular; que quasi em traducçaõ aqui declarei;como da regular nos Capitulos antecedentes: mas porque me parece se pòde reduzir a mayor brevidade, o dispuz na fórma que se verà no Capit.14. para a qual escolhi das suas medidas aquellas,que me pareceraõ mais commodas,& se eu usara desta fabrica,fora na fòrma que proporei no ditto Cap.

SCHOLIO.

NEste Cap. temos referido de Pagan a primeira sorte; q̃ faz de Praças irregulares,a saber daquellas;cujo circuito pòde ser guarnecido exteriormente com lados entre si iguaes de 200, ou 180,ou 160. toesas;mas os angulos desiguaes. Que isto assim possa ser (contra o que alguns podem presumir , & contra o que Campano interprete de Euclides,& outros tiveraõ para si) & tãbem figuras com os angulos iguaes,& os lados desiguaes demonstra o Padre Clavio sobre a proposiçaõ 16 . do 4. livro de Euclides.

CAP. VII.

Dos Flancos cubertos com tres Praças que Pagan chama Casas matas.

DIvide o Flanco em duas partes quasi pello meyo. A primeira da parte da Cortina sempre de 12. toesas para o espaço do Flanco cuberto : mas o resto atè a Face do Baluarte para se formar, o Orelhaõ,ou Espalda de 12. toesas, $2\frac{3}{5}$ pès na fortificaçaõ grande: de 11. toesas, $5\frac{1}{2}$ pès na media: de 11. toesas, $1\frac{4}{5}$ pe-na pequena.

Todos os Flancos cubertos, [a que chama retirados;sendo que no Pentagono da pequena Fortificaçaõ , nem retirado , nem cuberto se pòde chamar conforme a sua fabrica nesta fig.] saõ divididos em tres Praças de diversas alturas, com o plano de cada hũa

de

de quatro a cinco toesas de retirada,ou fundo para dentro, a fora o Parapeito de tres de grosso. Saõ todas estas Praças formadas sobre a linha da defensa razante prolongada para a parte da Demigolla,& todas as linhas dos tres Parapeitos parallelas entre si, & perpendiculares sobre a extensaõ da ditta Razante.

*Na fig.num.*10.

A Fòrma do Flanco do Pentagono da pequena Fortificaçaõ està notada em particular; por quanto sò neste Polygono Fig.10. das tres Fortificaçoẽs do Autor,naõ fica a extensaõ da linha Razante pella Demigolla mais que de 21|86. toesas por calculo que fiz,& vem a ser quasi as 22. toesas que elle diz; & que por tanto o primeiro dos tres Parapeitos (q̃ he o da Praça mais baixa) naõ pòde ficar retirado; mas na mesma linha do Flanco inteiro; nem os espaços das primeiras duas Praças podem ser mais que de quatro toesas de fundo para dentro da Demigolla.

A segunda linha do segundo Parapeito he de comprimento de 14.toesas,& a segunda do terceiro, de $14\frac{1}{2}$ serradas com outra linha que lhe fica obliqua para dar mais commodo a alojar dous canhoens encubertos à bateria; que o inimigo puzer da parte da Contrascarpa opposta.

Com o que neste Flanco repartido em tres Praças fica espaço para se accõmodarem treze peças de artilheria grossa; a saber 4. na primeira,& mais baixa Praça;na qual o Parapeito de 12. toesas de comprido deve ter quatro Canhoneiras em distancias proporcionadas: 4.na segunda,& intermedia Praça baixa;cujo Parapeito de 14. toesas terá outras quatro Canhoneiras em tal proporçaõ que a que fica da banda do Baluarte entre com parte de seu vaõ comendo algũa cousa da grossura do muro, que por alli une,&cerra as Praças,para que assim fique a peça mais encuberta; & cinco Canhoneiras na terceira,& mais alta Praça igual na altura â do Reparo, o Parapeito da qual he de $14\frac{1}{2}$ toesas; dispostas aquellas de tal modo que a da parte do Baluarte seja semelhantemente aberta,como a da segunda Praça com parte de seu vaõ em roço do muro.

Na fig. num. 11.

A Fòrma dos Flancos do Pentagono da mediana Fortificaçaõ,& do Hexagono da pequena,se vè representada com a Fig.11.

Praça baixa já retirada;& encuberta com a Eſpalda ; por quanto a Demigolla do Pentagono arriba jà a 25|83. toeſas; que Pagan nomea por 26. pella pouca differença ; & a do Hexagono da pequena diz [r] que arriba a 27. ſerâ pouco menos, que lhe naõ fiz a conta por eſcuſado.

[r] Cap.4.pag. mihi 29.

A primeira linha do primeiro Parapeito (que he de 12. de cõprido) tem cinco toeſas de retirada para dentro da Demigolla. A ſegunda do meſmo Parapeito he de comprimento de 14. A derradeira do terceiro he de 15. toeſas de comprido a fim de poder haver junto da linha obliqua (que he o muro que atraveſſa os Parapeitos,& Praças do Baluarte) tres peças encubertas dos 13. Canhoẽs de batter que pòde haver neſte Flanco repartidos nas tres Praças; como na fig. n. 11.

As Plataformas (a ſaber os planos das Praças) não tem mais q̃ quatro toeſas de largura [que vem a ſer a retirada, ou fundo para dentro da Demigolla.] Os Parapeitos de tres toeſas, em que entra a groſſura de tres pès de muralha de pedra,& cal; o que ſe deve entender no alto, a fora o Talud de ſua Eſcarpa;de que Pagan naõ faz mençaõ;& por tanto nos fundos das Plataformas ſe devẽ dar $2\frac{2}{5}$ pès de mais que reſpondem ás Eſcarpas de ſuas muralhas, alèm das 4. toeſas que lhe aſſina; porque ainda que aquellas venhaõ de mais debaixo que dos planos das Plataformas, & por tãto hajaõ miſter mayor Talud a reſpeito de 1. pè a cada 5. de altura;todavia a mayoria do ditto Talud mais que os $2\frac{2}{5}$ pès,vem a ficar por baixo dos planos das dittas Plataformas ſem lhe diminuir algũa couſa de ſua retirada, ou fundo, & o meſmo ſerá ainda que do plano de cada Plataforma para baixo vá o muro a plumo mais largo atè os $2\frac{2}{5}$ pès por ſe lhe fazer cepo, ou relexo.

O Talud da muralha exterior da mais baixa Plataforma;pòde entrar nas cinco toeſas de retirada em que ella começa da Eſpalda para dentro da Demigolla.

Pello que as tres Praças, alta,media,& baixa ficaõ diſpoſtas de tal ſorte que da primeira linha do Flanco total até a derradeira do terceiro Parapeito ha 22. toeſas,$4\frac{4}{5}$ pès poſto que Pagan diga ſómente 22. toeſas por naõ fazer mençaõ dos Taludes das Eſcarpas de ſeus muros que correm atraveſſados pello fundo de cada hũa, ſuſtentando o Terrapleno da ſuperior ; ſendo que no Perfil deſtas Praças os repreſenta.

Mas

Mas com tudo a fig. do ditto Perfil naõ mostra bastan temente a declividade no alto dos Parapeitos, que nelles deve ha ver para flanquearem o Fosso, pello que a apurei nesta parte, ajustandome com sua doutrina; como se vé na fig. n. 13. adiante.

Na fig. num. 12.

A Fórma dos Flancos do Pentagono da grande Fortificaçaõ: do Hexagono da meã: do Heptagono da pequena, & geralmente de todos os outros Polygonos das tres Fortificaçoens atè a linha recta se vè representada, onde as menores Demigollas dos Baluartes excedem 30. toesas, diz Pagan; & feito o calculo acho que no Pentagono da grande Fortificaçaõ sahe a Demigolla de 30|03. toesas: no Hexagono da mediana de 32/24: no Heptagono da pequena de 32|29. Fig. 12.

Mas porque a differença destes Flancos aos do Pentagono da meã Fortificaçaõ não he outra que na largura das Praças: estas aqui de cinco toesas: as outras de quatro, & no resto semelhantes; naõ há outra cousa que advertir mais de que as portas, ou entradas das Praças devem ser por dentro dos Reparos da parte da Villa, ou Cidade fortificada.

Na fig. num. 13.

O Perfil do Flanco do Pentagono da grande Fortificaçaõ se vè representado, & figurado sobre a muralha da Demigolla na continuaçaõ da Razante, ou linha da defensa. A mais baixa linha da maõ direita mostra o fundo do Fosso, & retirada de cinco toesas da primeira Praça baixa. Fig. 13. Estampa 33.

As tres Praças se vem em suas justas proporçoens pello Petipè. A primeira, & mais baixa de altura de duas toesas: A segunda, & media de quatro: A terceira, & mais alta de seis, tudo do fundo do Fosso; supporido a altura do Reparo de tres toesas sobre o livel natural do terreno, & a profundidade do Fosso outras tres mais abaixo.

Mas se a altura do Reparo, & a profundidade do Fosso juntamente naõ fossem por exemplo mais que de quatro toesas, seria necessario reduzir as proporçoens das alturas das Praças a oito pès por cada hũa, & deixar o de mais semelhante, & conforme as medidas do petipè; cuja intelligencia he facil.

Iſto he o que o Conde Bras Franciſco de Pagan diz que aqui referi quaſi em traducçaõ, mudadas ſò, ou acreſcentadas algũas palavras para melhor me explicar; ſobre que adiante no Cap. 12. ſe diſcorrerá.

CAP. VIII.

Dos Baluartes, Reparos, & Foßos.

o Cap. 5. NEſte Cap. faço hũa traducçaõ de tudo o que diz[o] o Conde de Pagan, & he a ſeguinte.

Todas as obras da Fortificaçaõ, & dos trabalhos de terra naõ conſiſtem mais que em Foſſos, & Reparos: os Foſſos ſe paſſaõ depois de desfeitas as defẽſas pella artilheria: os Reparos ſe ſobẽ depois de arruinados pellas Minas. Mas oppondo por eſtes novos inventos artilheria a artilheria para defenſa dos Foſſos, he neceſſario aſſim meſmo oppor Mina â Mina para conſervaçaõ dos Reparos a fim de occaſionar tanta tardança na paſſagem do Foſſo; como difficuldade, & demora no ataque do Reparo; cujo intento naõ ſe podendo todavia conſeguir ſem nova mudança na diſpoſiçaõ interior dos Baluartes, ſe vè eſta na figur. n. 14. na qual o dobrado Reparo dá cõmodidade de os poder defender, mantendo as Praças bem mais longo tempo; porque ſe o Baluarte, he todo cheyo de terra como ſaõ ordinariamente; os inimigos eſtaõ ſempre metidos com voſco, & pella violencia das Minas, & Fornilhos reiterados vos obrigaõ a render em menos de tres dias; & voſſas cortaduras interiores, & pouco profundas não vos daõ outra ventajem mais que para poderes trattar da ſaude, & vida; porque ſe o Baluarte não he fechado mais que com hum ſimplez Reparo, & o tempo, & outras occupaçoens dos ſoldados naõ vos permittirem levantar hũa grande, & conveniente Cortadura, vòs ſois entaõ conſtrangido a capitular antes que o Baluarte ſeja aberto pella primeira Mina. (Fig. 14.)

Mas ſe depois do Reparo tendes hum Foſſo de arrezoada profundeza, & logo outro Reparo taõ alto como o primeiro; da maneira que a fig. (em Pagan pag. 33.) moſtra hum Baluarte perfeito, & acabado ſegundo eſtas novas maximas, & na noſſa ordem a fig. 14. dous meyos Baluartes, que baſta para a demonſtraçaõ cõſiderandoſe acabados por naõ multiplicar as figuras; podereis entreter (Fig. 14.)

treter

treter muito longo tempo os invasores com a occupaçaõ de ganharem o primeiro Reparo,tanto pella difficuldade que lhe causaraõ os tres canhoens encubertos dos Flancos, quanto pellas Contraminas feitas por baixo do vosso Reparo a tempo, & do fundo do segundo Fosso.

Mas senaõ obstante estas difficuldades os inimigos se alojarem sobre a primeira ruina de sua Mina, vós os combatereis entaõ pordiante de vosso segundo Reparo a tiros de artilheria, & de mosquete: de ilharga,& a golpes de armas de maõ pellos dous lados do primeiro Reparo,& tomando promptamente o baixo do Reparo com o favor do segundo Fosso,o derrotareis pellos Fornilhos feitos à pressa.

Assim servindo-vos sempre do mesmo artificio,os obrigareis a começar muitas vezes o mesmo jogo com tanta perda sua quanta ventajem,& gloria vossa. Entretanto a fim de lhe impedir passarem por baixo do segundo Fosso para minarem o segundo Reparo,& abrirem caminho de hũa vez ao centro do Baluarte, naõ falteis em fazer abrir hũa profunda Trincheira junto do segundo Fosso da parte do mesmo ataque(Mas sem embargo de Pagan assim o dizer vejase sobre este ponto a nota adiante.) Continua pois na fórma seguinte.

A fig. representa a Planta de dous meyos Baluartes perfeitos de grãde Fortificaçaõ,para servir de modelo geral a todas as outras figuras;não differindo entre si mais que na variedade dos angulos,& nos diversos comprimentos das linhas. (Escuso trazer a sua fig. pag. 33. do Hexagono,porque com a apontada que elle traz pag.43. se representa o mesmo)Todos os Reparos desta fig. saõ de sette toesas de largura;entrando as tres dos Parapeitos;nas quaes se incluem assi mesmo os tres pés da grossura das muralhas. Fig.14.

O Reparo das Cortinas, & dos Baluartes que he o mesmo que o da Praça he de 6.toesas de altura do fundo do Fosso atè o Terrapleno da superficie; sobre a qual se eleva o Parapeito de 6. [r] pès de alto por dentro,& cinco por fòra;ao qual todos os outros Parapeitos saõ semelhantes. O grande Fosso da Praça he de 16. toesas de largura,& 3. de profundeza. Se fosse mais largo, a contrabateria dos inimigos teria muita fronte sobre a Contrascarpa, & incommodaria muito o Flãco opposto;mas se elle he mais profundo, he ainda melhor; porq̃ faz mais difficeis ao inimigo assim as descidas,como as passagens.

[r] Deve suppor duas Banquetas pois faz os Parapeitos taõ altos, & nelles Canhoneiras.

Os

Os dous Flancos deste Baluarte saõ semelhantes aos da fig. n. 12. do Cap.7.& pello perigo das entreprezas a respeito de suas Praças baixas, deve haver muros de pedra, & cal, feitos sobre os primeiros Parapeitos dos Flancos, (a saber sobre a grossura superior de sua muralha)de hũa altura igual á da Praça;os quaes seraõ facilmente derribados quando se offerecer occasiaõ de vos servires dos Flancos em tempo de sitio.

As duas Faces do pequeno Baluarte do centro sahem sempre dos cantos das primeiras linhas dos ultimos Parapeitos,parallelas âs muralhas das Faces de todo o Baluarte formando o mesmo angulo flanqueado:mas as dittas primeiras linhas dos ultimos Parapeitos devem ser promovidas hum pouco,quanto baste para que por razaõ da obliquidade da Face, naõ resulte o seu Parapeito mais estreito que das mesmas tres toesas; devendo ser o Reparo da mesma altura,& largura que o da Praça,& semelhantemente o Parapeito,unindose pello modo sobreditto ao terceiro Parapeito dos Flancos.

Quanto á largura do Fosso comprehendido entre o primeiro, & segundo Reparo do Baluarte não he sempre semelhante; mas diversa segundo a Fortificaçaõ,& o Polygono. Sua profundidade de 2. toesas,ou mais segundo o tempo, ou despeza.E para cõmunicaçaõ de dentro da Praça ao primeiro Reparo do Baluarte (a saber ao exterior que tambem faz da mesma altura) as quatro portas dos Flancos saõ as mais commodas passagens como se vè na fig.14.

Da grande Contrascarpa,de seu Fosso,& da pequena Contrascarpa que o cobre se fala no Cap. seguinte;naõ sendo postas nesta fig. mais que por representar a fòrma que devem ter nos angulos flanqueados,ou pontas dos Baluartes; a cujas Faces, todas as linhas das Contrascarpas saõ parallelas.

No que toca aos Taludes (saõ as Bases das Escarpas) dos Reparos de terra: á alvenaria dos muros, & outras cousas commuas, & ordinarias,convem remeter á disposiçaõ dos mais experimentados,& á diversa natureza dos terrenos, da pedra, & do tijolo. Sòmente se deve advertir que naõ he necessario outro caminho para as Rondas, mais que a Banqueta do Parapeito a fim de naõ acrescentar a largura do Reparo; que antes, se pudesse ser, se faria menor para a facilidade das Contraminas abertas do fundo do

se-

segundo,& mais interior Fosso: assim que não fazendo mais que Guaritas em todos os angulos do Baluarte,&Canhoneiras nos Parapeitos; as Rondas podem facilmente ver o pè da muralha.

Atèqui he quasi hũa traducçaõ de Pagan; a que sò acrescentei, ou mudei poucas palavras por melhor explicaçaõ, & deixando algũa cousa desnecessaria por estar jà ditta.

NOTA.

MAS offereceseme hũa duvida no que diz das portas para cõmunicaçaõ de dentro da Praça ao Reparo exterior do Baluarte;parecendome que ou senaõ explica bastantemente, ou naõ dá bastante satisfaçaõ, porque diz que as quatro portas nos Flancos(que a fig. mostra) saõ a mais commoda passagem. Estas portas saõ por baixo do Terrapleno,fazendo entrada para a Praça mais baixa,& para a intermedia;& se huns sinaes brancos, que apparecem no muro,que atravessa as Praças da parte do Baluarte saõ representativos de outras entradas; devia reparar que por allí senaõ pòde passar ao Reparo exterior, para o qual he necessaria a serventia;pois lhe fica interposto o Fosso medio,sobre cujo fundo o plano da primeira praça mais baixa fica elevado hũa toesa [ficando duas sobre o fundo do Fosso principal] segundo as medidas do Autor: o da intermedia tres toesas: assim que naõ aponta por onde devem ser estas serventias;pois não o declara cõ o que diz das portas nos Flancos; pello que me parece conveniẽte,que seja por ponte de madeira do meyo do Reparo interior ao exterior; como se costuma passar do Reparo da Cortina atè o Revelin fronteiro, & tambem que o muro i b naõ corra na fórma que elle mostra;mas como se representa por e b, podendose entaõ dar pella praça baixa serventia em ladeira para o Reparo exterior na parte da Espalda. Fig.14.

Tambem duvido no que diz de que a fim de se impedir ao inimigo a passagem por baixo do segundo Fosso,para minar o segũdo Reparo,& abrir caminho de hũa vez ao centro do Baluarte, não falte o defensor em fazer abrir hũa profunda Trincheira jũto do segundo Fosso da parte do ataque. Naõ se declara o Autor bastantemente;nem vejo disposiçaõ para esta Trincheira na fòrma que elle diz;porque junto do segundo Fosso não ha outro lugar mais que no alto do primeiro Terrapleno, que já suppoem

arruinado pella Mina;ou ao pè na margem que deve haver entre elle,& o Fosso; onde naõ ha sitio para isto; nem que o houvera podia ser por proximo,immediato, & inferior ao primeiro Terrapleno ainda que arruinado. Parece logo que deve querer dizer dentro no segũdo Fosso a modo de Falsabraga; para que com seu Parapeito se cubraõ, & defendaõ contra o alto do primeiro Terrapleno, onde o inimigo se pòde alojar, & cubrir ainda que arruinado;pello que neste caso deve ser a Falsabraga apartada do primeiro Terrapleno;porque ainda que mais baixa,& dentro no Fosso, poderá seu Parapeito cubrir os soldados; se bem naõ com tanta commodidade como a Falsabraga ordinaria do Fosso;(de q̄ havemos trattado no Cap41. do nosso Methodo Lusitan.) pòde cubrir dos tiros do inimigo alojado na Estrada encuberta; pois neste primeiro Terrapleno ficará mais alto, & por tanto a Trincheira dentro no Fosso naõ poderà cubrir tambem os soldados; assim que o Autor falou cõfusamente neste ponto, & naõ me accõmodo com o que se percebe das suas palavras neste particular.

Em algũas cousas mais hâ que reparar: falohemos no Scholio depois do Cap. seguinte com nosso parecer sobre ellas.

CAP. IX.

Das Meyas-luas, & das Cõservas, ou Contraguardas que o Conde de Pagan chama Contrascarpas.

DEspois das Fortificaçoens interiores descriptas nos Capitulos antecedentes prosegue com a descripçaõ das exteriores alèm do grande Fosso;de que poem duas sortes;hũa daquellas Obras externas que diz ficaõ defendidas pella mosquetaria das internas;outra pella artilheria: se bem naõ consinto na especialidade; porque hũas, & outras podem ser defendidas assim pella mosqueteria,como pella artilheria;ainda que esta não fique para este effeito nos Flancos cubertos, mas na Face,& Espalda do Baluarte; se bem alli mais exposta à bateria do inimigo.

Representa pois na fig. 14. hũa Praça perfeita da grande Fortificaçaõ; na qual o grande Fosso he de 16. toesas de largura;tres de fundo, demarcado pellas duas linhas parallelas às Faces dos
Fig. 14. Baluartes,& pella linha da defensa, formando hum angulo reintrante

trante sempre igual ao angulo flanqueante B C A da mesma Fortificaçaõ.

O Revelin a que chama Meya-lua se forma sobre o angulo reintrante por suas duas Demigollas de 30. toesas cada hũa, & por suas duas Faces exteriores, cada hũa de 50. toesas de comprido, formando hũ angulo de 70.gr.9.min.20. seg. na ponta da Meya-lua sempre invariavel na grande Fortificaçaõ do Pentagono atè a linha recta, por ser sempre invariavel o angulo da Tenalha.

O pequeno Revelin, ou Meya-lua mais interior se traça por duas linhas parallelas as primeiras duas Faces, & distantes dellas por 15. toesas.

Mas devese entender que o Fosso intermedio naõ terá mais q̃ cinco toesas de largo na boca, & duas de profundo; porque as tres toesas que demais há entre as parallelas internas do Reparo externo, & Faces do Revelin interno seraõ duas para o Talud da subida ao Reparo exterior; que por haver de ser de duas de alto sobre o livel da campanha, necessita de outras duas para Base de sua subida, & a outra toesa complemento de 8. será para Lisira entre a Escarpa interna do Reparo exterior, & o Fosso intermedio, porque naõ deve ficar a subida para o Reparo immediatamente na borda do Fosso; & juntas as sette toesas de que deve constar o Reparo exterior do Revelin com as 8. inteiraõ as 15. da distancia entre as Faces do Revelin externo, & as do interno: Nomeio aqui indifferentemente Revelin, & Meya-lua pella mesma cousa.

Semelhantemente se deve entender quãdo se fizer o Fosso entre os dobres Reparos dos Baluartes, que será tambẽ de duas toesas de profundo; ao qual todavia senaõ póde assinar largura certa porque pende da diversidade da fig. mas devese deixar lugar para o Talud interior da subida, para o Reparo externo; & tambem para a Lisira, por naõ começar aquella immediatamente da borda do Fosso intermedio. Isto se colhe do que abaixo diremos da doutrina do Autor.

Os Reparos do Revelin, ou Meya-lua saõ de 7. toesas de largura (comprehendidos os Parapeitos largos tres toesas.) Sua altura de 4. toesas sobre o plano do seu Fosso; que tem duas de fundo, & doze de largo em sua boca segundo se colhe da doutrina do Autor, sendo o Fosso principal de tres toesas de profundo, & desaseis de largo; pello que como o Reparo da Fortificaçaõ principal

em que entraõ os dobres Reparos dos Baluartes ſejaõ de 6.toeſas de alto (ſem contar o Parapeito)ſobre o plano de ſeu Foſſo,vem a ficar os dobres da Meya-lua mais baixos hũa toeſa, que os da Fortificaçaõ principal.

O Foſſo de entre hum, & outro Reparo da Meya-lua não he mais que para melhor ſe defender o primeiro,conforme as maximas do Cap. antecedente acerca dos dobrados Reparos dos Baluartes. A grande Contraſcarpa,por outro nome Contraguarda, ou Conſerva he de 15. toeſas de largura,comprehendido o eſpaço de terreno natural entre o grande Foſſo, & Reparo da Contraguarda.

Se os Parapeitos, & Reparos ſaõ parallelos a ſuas Faces, os Reparos tambem de 7. toeſas de largo entrando as tres do Parapeito,& altos as meſmas 4.toeſas ſobre o plano de ſeu Foſſo,fundo duas toeſas,& largo 12. com que vem a ficar elevados 5. toeſas ſobre o plano do principal,&hũa mais baixos que os Reparos da Fortificaçaõ da Praça.

Iſto ſe colhe da doutrina do Autor,porque naõ declara baſtãtemente eſtas circunſtancias;& poſto q̃ diz na terceira regra pag. 42. q̃ os Foſſos da Cõtraguarda,& da Meya-lua ſaõ de 12. toeſas de largura,indo ao grande Foſſo da Praça,com que parece inſinua que ſejaõ da meſma profundidade; todavia não ſe deve aſſim entender;mas ſòmente que vaõ a cõmunicarſe com elle; poſto que ſeu plano fique mais elevado hũa toeſa, que o do grande Foſſo;pois pag. 45. diz expreſſamente q̃ os Foſſos das ſuas obras exteriores que neſte Capit. havemos ditto,& diſſermos ſaõ de 2. toeſas de profundo,& ſeus Reparos altos 4. toeſas; o que ſe entende ſobre os planos dos meſmos ſeus Foſſos; porque ſobre o do principal ficaõ mais elevados ainda por hũa toeſa; & por tanto mais baixos os Reparos das obras exteriores que os dos Baluartes,& Cortinas pella meſma toeſa,os quaes tem 6. de alto ſobre o fundo de ſeu Foſſo; de que tres toeſas ſaõ ſobre o livel da campanha.

A pequena Contraſcarpa (entende a Eſtrada encuberta) por fóra,& à róda de todos eſtes Foſſos he de 4. toeſas de largo com ſua Banqueta,& Explanada pello modo ordinario.

Eſtas medidas podem ſervir nas tres ſortes de Praças que ſe tẽ deſcripto ſem outra mudança mais que no valor do angulo da meya-

Meya-lua; o qual se diminuirà se o Flanqueãte,ou da Tenalha se diminuir, como succede na meã,& pequena Fortificaçaõ:mas como seja muito pouco o que se diminue,não dá outra fòrma destas obras exteriores mais que a representada na fig. 14.

Na outra fig. n. 15. se representa hũa Praça perfeita da meã Fortificaçaõ. O Fosso he de 16. toesas de largura; tres de profũdidade,traçado por duas linhas parallelas ás Faces dos Baluartes & linhas da defensa, formando hum angulo reintrante sempre igual ao Flanqueante exterior da mesma Fortificaçaõ, & sempre semelhante em todos os numeros de seus Polygonos Fig. 15.

A grande Contrascarpa D C,C H q̃ corre em toda a roda do Fosso da Praça he sempre de 25. toesas de largura:seu Reparo B C he de sette toesas de largo; sobre o qual assenta o Parapeito de tres toesas,comprehendidos nellas os tres pès da grossura da muralha;com que vem a restar 18. toesas no espaço A B para Base da subida de duas toesas,& para os alojamentos à maneira de arrabaldes entre o Terrapleno, & Fosso.

Os Flancos desta grande Contrascarpa comprehendem cada hum tres Parapeitos na fòrma dos dos Baluartes, & podem conter, o primeiro tres Canhoens, o segũdoquatro, o terceirodous, que fazem nove Peças em todos tres; destas podem estar duas escondidas; como as dos Flancos da primeira fig. do Capit. 7. & quanto a suas particulares fòrmas, será mais facil de as conhecer, & medir na fig. que de as apprehender por muitas palavras confusas.

O Fosso C E da grande Cõtrascarpa he de doze toesas de largo, duas de fundo, limitado por duas linhas parallelas a seu Reparo sobre o angulo reintrante; das quaes se traça o Revelin (a que chamaM eya-lua) cõ suas duas Demigollas de 20.toesas cada hũa,& suas duas Faces cada hũa de 34.toesas de comprido;formando o angulo G de 67. gr. 50. min. 20. seg.

O Reparo do Revelin,ou Meya-lua he como os outros a saber de sette de largo emcima, & duas de alto sobre o livel da campanha, ou quatro sobre o fundo do seu Fosso,largo 10. toesas, a saber duas menos que os mais Fossos das obras externas, & a pequena Contrascarpa (he a Estrada encuberta;que assim lhe chama Pagan) dos Fossos da grãde Contrascarpa, & da Meya-lua he de quatro toesas de largura com suas Banquetas,& seu Glacis [is-

to he a Explanada; a que alguns chamaõ Glacis, outros Spalto, outros Arcen,em diversas linguas] como nas mais obras sobreditas.

E porque todas estas medidas podem tambem servir, como as da primeira fig. nas tres regras, ou modos de Fortificaçoens dittos nos Capitulos 2. & 3. sem outra variedade mais que no valor do angulo do Revelin; o qual crescerá na grande Fortificaçaõ, diminuirá na pequena conforme o angulo flanqueante;diz o Autor que naõ affina outra forma desta sorte de obras externas mais que a apontada para a Fortificaçaõ meã.

A profundidade dos Fossos destas duas Fortificaçoens exteriores he de duas toesas; a largura de doze; excepto o da Meya-lua singela,que tem 10. de largo sòmente. A altura dos Reparos de quatro sobre o plano de seu Fosso,sem contar os Parapeitos, &havendose de escolher,prefere o Autor a grande Contrascarpa da segunda Praça meã á Contraguarda da primeira Praça grande, assim pella commodidade de seu alojamento capaz de recolher grande numero de gente,& de animaes necessarios,mas perigosos dentro na Praça cercada; como pella forte defensa que toma da artilheria dos Flancos da grande Contrascarpa; pois que a mosqueteria naõ he taõ favoravel neste caso; como sabem os experimentados.

Todavia a Meya-lua da Praça grande naõ se deve desprezar pello artificio demonstrado de defender seus dobrados Reparos com o Fosso intermedio,&juntamente pella defensa das Contraguardas.

SCHOLIO.

ATèqui he a representaçaõ que o Conde de Pagan faz das duas Praças grande,& meã, a que chama perfeitas: porém contra a perfeiçaõ que quer intimar(alem de outros inconveniẽtes que adiante apontaremos) se póde oppor,que na Praça grande, que guarnece com o Revelin de dobrados Reparos, cõ o Fosso intermedio,& com as Contraguardas se podem encubrir algũs homens ao pè da Praça mais baixa no angulo que aquella fórma com a continuaçaõ da Razante, sem serem descubertos de parte algũa contra a maxima da Fortificaçaõ,que naõ deve haver nella ponto algum,que de outros naõ seja descuberto, & flanqueado: assim

assim que neste caso ainda seguindo a fabrica do Autor, despois de achados os pontos O, V na continuaçaõ das Razantes; dos quaes devem sahir os Flancos mais baixos, lançaria eu a Cortina direita do ponto O ao ponto V, porq̃ entaõ se descubrirá qualquer delles de todo o Flanco, ficando este sempre quasi perpendicular á Razante como elle quer, & em angulo obtuso com a Cortina. Fig. 14.

Muito mais avulta o sobreditto inconveniente na grande Cõtrascarpa da fig. da segunda Fortificaçaõ meã; por quanto a ditta Contrascarpa faz no meyo de sua Cortina hum angulo sahido para fòra; que naõ deixa descubrir em muito mayor espaço o angulo que faz o seu Flanco com a tal Cortina: por onde tambem eu deitára esta direita de Flanco à Flanco; pois o permitte o espaço que fica della para dentro antes do Fosso principal dando lugar para os Terraplenos. Fig. 15.

Tambem tenho por cousa fòra da boa Fortificaçaõ serem os dous Reparos do Baluarte da mesma altura de seis toesas sobre o fundo do Fosso grande; como tambem serem da mesma de quatro toesas os dous Reparos do Revelin sobre o fundo do seu Fosso; que vem a ser de cinco sobre o do principal; pois he maxima bem fundada que sempre as obras exteriores sejaõ mais baixas, & sujeitas ás interiores; & se os dobres Reparos dos Baluartes saõ da mesma altura, & tambem de outra igual os do Revelin; ganhando o inimigo o primeiro Reparo, fica igual com os defensores do segundo.

Pello que eu dispuzera a altura dos Reparos na seguinte fòrma.

O da Cortina, & o mais interior dos dous de cada Baluarte de seis toesas; que saõ 36. pès, de altura sobre o plano do Fosso principal de tres toesas, ou dezoito pès de fundo, & como o Fosso intermedio entre os dous Reparos seja sòmente de duas toesas, ou 12. pès de fundo, ficarà o Reparo interior elevado sobre elle cinco toesas, ou trinta pès.

O Reparo exterior dos dous de cada Baluarte elevado $5\frac{1}{3}$ toesas, ou 32. pès sobre o plano do Fosso principal que lhe corre pello pè de sua muralha; de modo que fique $\frac{2}{3}$ de toesa, ou 4. pès mais baixo que o Reparo interior.

O Reparo interior dos dous do Revelin, alto sobre o plano do grande Fosso $4\frac{2}{3}$ toesas ou 28. pès; & sobre o seu Fosso intermedio

medio $3\frac{2}{3}$ toesas, ou 22. pés;por quanto este Fosso he de 2. toesas, ou 12. pès de fundo.

O Reparo exterior do Revelin, & os Reparos das Conservas 4. toesas, ou 24. pès sobre o fundo do Fosso principal,& sobre o seu particular Fosso 3. toesas,ou 18. pès; por ser este de 2.toesas ou 12. pés de fundo, sendo o principal de tres toesas, ou 18.pés.

De modo que o Reparo da Cortina, & interior do Baluarte fique sempre elevado tres toesas, ou 18. pès sobre o livel da campanha raza;que he onde fazemos esta cõsideraçaõ das Praças regulares que descreve o Conde de Pagan; porque sendo o sitio montuoso se deve haver respeito a sua disposiçaõ.

O Reparo exterior do Baluarte $2\frac{1}{3}$ toesas, ou 14. pés sobre a campanha raza.

O Reparo interior do Revelin $1\frac{2}{3}$ toesas, ou 10. pés sobre a mesma campanha.

O exterior do Revelin,& os das Contraguardas hũa toesa, ou 6. pès sobre o ditto livel;que he o da Estrada encuberta neste caso, & a mayor altura que daõ os Autores às Meyas-luas,& Revelins nas Fortificaçoens regulares; a saber de 4. atè 6. pès de altura. Tudo isto se entende sem entrar a altura dos Parapeitos.

Na fig.15. da Praça meã com a grande Contrascarpa, que se pòde tambem accommodar a todas as figuras grandes (como o Autor diz) se guardará semelhante disposiçaõ nas alturas dos Reparos, a saber.

O Reparo da Cortina,& interiores dos Baluartes de 6. toesas, ou 36. pès de altura sobre o fundo do Fosso principal,mas de 5. toesas sobre o do Fosso intermedio.

Os Reparos exteriores dos Baluartes de $5\frac{1}{3}$ toesas,ou 32. pès de altura sobre o plano do Fosso principal.

O Reparo de toda a grande Contrascarpa de 4.toesas,& dous terços, ou 28. pès sobre o livel do plano do Fosso grande:3.toesas,& 2.pès sobre o fundo de seu particular Fosso,por ser este de 2. toesas de profundo.

O Reparo do Revelin de 4. toesas sobre o fundo do grande Fosso,ou de 3.sobre o seu particular,que he no mesmo livel,que o da grande Contrascarpa;de modo que este Revelin vem a ficar hũa toesa; ou 6. pès sobre o livel da campanha, ou Estrada encuberta.

Mas

Mas porque neste caso, nem ainda na doutrina de Pagan devem ser os Fossos taõ largos, de que adiante assinamos a razaõ, apontaremos ahi sua largura.

Tambem advirto que na Contraguarda da fig. 14. lhe naõ fizera eu Parapeito da parte opposta á Face do Revelin, pella mesma razaõ pella qual se não faz nos lados das Meyas-luas fabricadas defronte dos angulos flanqueados dos Baluartes; a saber para que seu plano possa ser flanqueado do Revelin; pois estas Contraguardas de Pagan, naõ saõ outra cousa mais que hũas Meyas-luas de Faces mais compridas, que as ordinarias, & nunqua convem que tenhaõ Parapeito contra a Face do Revelin; porque se o inimigo allí entrar fique descuberto aos tiros do ditto Revelin ainda que por dentro fica a Contraguarda descuberta aos do Baluarte.

Porém o mayor reparo que tenho contra esta doutrina de Pagan he, que não tem onde accõmodar a terra que sahir destes Fossos que faz, nem os Terraplenos que aponta de 7 toesas de largura, 3. de altura sobre o livel da campanha, & os das obras exteriores das mesmas 7. de largura, & 2. de altura saõ capazes de recolherem em si tanta terra; havendo de necessidade sobejar hũa grande immensidade da que sahir dos taes Fossos, & não tem onde a accõmodar, ainda que a espalhe pella Explanada, demais da que embebem os Parapeitos, & a vá accõmodando nos Terraplenos internos dos Baluartes, como poderà reconhecer quem lhe fizer a conta, & os experimentados melhor conheceràõ; mayormente quando estes reconhecem que dous pès cubicos de terreno natural cavados, & conduzidos ao Terrapleno, vem a occupar ordinariamente espaço de 3. pès, ainda que a terra seja bem batida com os pizoens, como me consta por experiencia em Alẽ-Tejo, donde se colhe que com muito mayor excesso virâ a sobejar a terra, que se tirar dos Fossos, da que houverem de embeber os Reparos de 7; toesas de largura, & seus Parapeitos de 3.

Mas esta duvida parece se torna contra mim ainda com mayor força, que contra o Conde de Pagan; pois tenho ditto, que lhe não approvo serẽ os dobrados Reparos do Baluarte de hũa mesma altura; mas que seja mais baixo o externo: assim mesmo os do Revelin mais baixos successivamente que os dos Baluartes: & tambem os das Conservas, ou Contraguardas.

Respondo que assim o reconheço,& digo que assim Pagan como eu devemos satis fazer a esta duvida;& por tanto que elle naõ faz bem em ordenar os Fossos de tanta largura, que não tenha onde accõmodar a terra;& ainda que tivera se podiaõ escusar taõ largos Fossos, ao menos nas obras exteriores, como tambem os intermedios dos Baluartes, & Revelin,& q̃ convem fazer os Terraplenos mais largos,assim por embeber a terra que sahir dos Fossos, como porque a largura superior de 7. toesas he muito pouca para Praça Real;por quanto assinando 3.toesas de largura ao Parapeito, restaõ 4. de largura para o Terrapleno;que saõ 24. pés; dos quaes descontando ainda 3. pès pella largura da Banqueta, restaõ 21. de largura livre no Terrapleno superior; quando saõ necessarios de 27. para cima a respeito do que occupaõ os Canhoens nas carretas, & do que recuaõ;assim que de 30,ou35.pès convem fazer a largura do Terrapleno a fora o Parapeito, & Bãqueta,& se for de mais largura, melhor ficarâ para as Cortaduras, & outros usos militares; pello que os Terraplenos se devem ordenar das alturas que hei ditto sempre mais superiores os internos: mas suas larguras,& assim as dos Fossos na fórma que aponto no II. Appendiz adiante.

CAP. X.

Do numero, & uso da artilheria que o Cõde de Pagan applica a estas suas Praças Reaes.

ESTE ponto tratta o Autor no seu Cap. 7. que eu tinha traduzido para incorporar aqui: porém como elle se encontra em algũas partes no que naquelle diz;& em outras naõ me parece que fala muito ajustadamẽte; sobre que era necessario fazer particulares reparos,& alargarme por esta causa; podendose escusar de se escreverem as mais das cousas que diz, basta referir do ditto Cap. que dá por bastante artilheria para a guarniçaõ de hũa destas suas Praças Reaes 30. meyos Canhoens de 24. livras,& que se mais ajuntarem 10. Peças de 12. & 6. livras, haverá abundantemente artilheria para a mais perfeita (assim lhe chama) de suas Praças; fundado em que os mayores,& mais importantes exercitos nunqua haõ feito mais que dous Ataques, naõ pella conside-

raçaõ

raçaõ das Praças invadidas, mas pella impossibilidade de poderẽ fazer mais; especialmente contra Fortalezas semelhantes ás suas; & que contra os dous Ataques naõ he necessario empregar mais que dous Flancos; dispõdo nelles parte da artilheria, & outra parte no principio do cerco sobre os Reparos da grande Contrascarpa, ou de seus Baluartes, a fim de obrigar os inimigos a se alojarem mais apartados da Praça; a fazer a circunvallaçaõ mais dilatada; a começarem os Approxes de mais longe, & endereçarem as Baterias desde a abertura das Trincheiras (isto he donde começaõ a abrir os Approxes) por alongar o tempo, & lhe causar mais despeza, & que quando jà os Parapeitos dos Reparos, & Baluartes da grande Contrascarpa estiverem muito arruinados pella Bateria inimiga, se retirem as Peças para as tres Praças, & Orelhoens dos Flancos da Praça principal, deputados para defender as Faces dos Baluartes, & Contrascarpas atacadas; servindose assim da artilheria retirada, como da propia da Praça nas mais occurrencias necessarias.

SCHOLIO.

POsto que deixei de falar em muitas cousas do Cap.7. de Pagan dignas de reparo; com tudo me parece fazelo de algũas, para que os que nelle as lerem vaõ com mais cautela, se houverem visto este nosso Compendio.

O que diz, acima referido, de que os mais importantes exercitos nunqua haõ feito mais que dous Ataques, pella impossibilidade de poderem fazer mais, me parece ditto livremente.

No sitio de Evora q̃ recuperamos naõ fizemos mais que dous pella pouca gente que tinhamos; que seriaõ oito mil infantes ao mais, despois de havermos rechassado o inimigo com hũa larga refega em Odegebe ribeiro no territorio de Evora, & despois vencido a celebre batalha do Amexial cousa de hũa legoa de Estremoz. Mas se tiveramos mais gente, fariamos terceiro Approxe pella parte da Cartuxa contra o Forte de Sãto Antonio; & assim mo disse o Conde de Schomberg, practicãdo eu com elle no sitio sobre este ponto, dando a razaõ da pouca gente que tinhamos para terceiro Ataqne; sendo que a Praça estava guarnecida com 3U500. infantes Castelhanos, & 700. cavallos, que rendemos.

No sitio que no anno de 1658. puzemos a Badajoz se come-

çaraõ tambem fòmente dous Approxes tarde,& mal;ſendo a circunvallaçaõ exceſſiva,podendo ſer muito mais reſumida.

As cauſas diſto naõ ſaõ para eſcrittas; mas a publica de ſe naõ poderem começar mais que dous Approxes, era porque naquelle tempo naõ havia gente baſtante para mais, a reſpeito da exceſſiva circunvallaçaõ, Reduttos, Fortins, & Baterias em outeiros; pois o mayor numero de gente que tivemos pellas liſtas,que por muitas vezes vi todas as ſomanas, foraõ 12U300. infantes,& ordinariamente eſtavamos em numero de dez, ou onze mil: outras vezes menos; ſem embargo de ſe reforçar tanto o exercito que entraraõ nelle mais de 27 U: porèm naõ entrava leva, que naõ ſahiſſe outra igual, ou mayor de enfermos bem examinados pellos medicos.

Porèm as principaes cauſas, & os motivos de ſe naõ ganhar aquella Praça ſaõ mais occultos.Muitos ha vivos que naquelle ſitio ſe achàraõ como eu, & teraõ diſto conhecimento.

Diz tambem o Conde de Pagan no ſeu Cap. 7. que todos os Flancos dos Polygonos deſtas ſuas Fortificaçoens, ſaõ da meſma grandeza capazes de conter 15. Peças de groſſa artilheria dentro na capacidade de ſuas 50. toeſas de Parapeitos.

Porèm naõ acho iſto conforme a doutrina que tinha dado,por quanto naõ podem ſommar os tres Parapeitos das tres Praças,ou Caſas-matas dos Flancos 50. toeſas,como allí diz; mas combinãdo o que havia eſcritto pag.25.28. & 29. ſerá a ſomma de $40\frac{1}{2}$, ou $43\frac{1}{2}$toeſas;& por tanto conforme a conta, que faz para a diſtancia das Canhoneiras, não ſe alojaraõ mais que 13. Peças; de que faz mençaõ pag.28.

Iſto he ſe ſeguirmos a ſua doutrina, em que ſahe a cada Peça tres toeſas por diſtancia entre meyo, & meyo da Canhoneira; quando a hum Parapeito de 12. toeſas de comprido attribue 4. Peças; ou dando a cada hũa $3\frac{1}{2}$toeſas; quando ao Parapeito de 14. aſſina as meſmas 4. Peças, ou dando a cada hũa $2\frac{9}{10}$ toeſas quando ao Parapeito de $14\frac{1}{2}$determina 5. Peças; ou finalmente dando tres toeſas, quando a hum Parapeito de 15. aſſina as meſmas cinco.

Mas ſe limitarmos mais o eſpaço entre Canhoneira,& Canhoneira,que temos ditto baſta de 12.pès, ou $11\frac{1}{4}$Portuguezes;que ſaõ inſenſivelmente mayores que os Regios de França(de que 6. en-

entraõ em hũa toesa) poderaõ affestarse muito bem as 15. Peças (que diz no Cap.7.) nos tres Parapeitos das tres Praças, & ainda mayor numero:assim que o que diz o Autor das 15. Peças posto que seja differente do que havia ditto [que era armar os tres Parapeitos das tres Praças sòmente com 13. Peças]com tudo a doutrina não he errada;pois se podem accõmodar as 15. muito folgadamente,& ainda mais se mais quizerem; com tanto que fiquẽ ao menos duas toesas entre meyo,& meyo de Canhoneira.

A razaõ que no ditto Cap. dà contra os Flancos secundarios he de pouco momento; pois ainda que nas figuras de poucos lados (naõ em todas) he difficil bater delles o fundo do Fosso pello lanço da Face do Baluarte opposto; todavia não he impossivel, como elle affirma;pois posta a artilheria á barba no Flanco secũdario,& sendo necessario escarpando mais o Parapeito por cima pella direitura da pontaria da peça endereçada ao Fosso, q̃ corre pello pè da Face do Baluarte, se pòde descubrir bastantemente; devendose no tempo da guerra trabalhar nos Parapeitos, & em outras partes conforme he necessario;quanto mais que qualquer defensa que o Flanco secundario fizer de mais do primario, vem a ser de mayor utilidade, quando por causa do secundario senaõ diminuir o primario cousa de consideraçaõ; pois a dobrada defensa he preferida â singela, conforme o axioma de Goldman jà repetido: a que se acrescenta que crescendo a fig. nos lados, vai o Flanco secundario ficando cada vez em melhor disposiçaõ,para delle se bater o fundo do Fosso: assim que se Pagan dera Flancos secundarios ás suas Praças de mais dos primarios, que lhe assina, ficariaõ melhores; por onde não tem razaõ de os reprovar, nem prova contra elles cousa algũa.

O que diz no mesmo Capit. acerca das Peças das Casas-matas, que para que não sejaõ taõ depressa desmontadas, ou tornadas inuteis pellos grandes combates da contrabateria, que os inimigos fizerem sobre a Contrascarpa, se escondaõ nuamente sobre leitos de cespedes detraz dos Parapeitos, sustentadas sobre paos rolissos meyos metidos no leito, a fim de as apartar mais facilmẽte com cordas, rolando por cima destes paos,& retirandoas ao lado das Canhoneiras,tornalas a carregar com menos perigo,&trabalho, me parece cousa impracticavel; salvo em hũa taõ grande necessidade de não ter outro modo de dispor a Peça para fazer o

tiro;porque confidero que pofta nuamente nos paos roliffos faltará com o tiro defcompoftamente,& ferá difficil tornala a accõmodar. Tal pòde fer a neceffidade de falta de carretas que obrigue a efte modo,& outros;mas faõ remedios forçados, & não devem fer voluntarios como quer Pagan.

CAP. XI.

Das Fortificaçoens de Campanha. Traducçaõ do Cap. 13. de Pagan.

A Sciencia das Fortificaçoẽs feria menos confideravel,fe ella naõ pudeffe fervir mais que á confervaçaõ das Praças, & das Villas:mas efta Arte paffa bem mais alem;pois nos enfina hum dos principaes meyos de conduzir os exercitos com fegurança; feja para conquiftas,ou para cercos. Aquelles que na execuçaõ de feus intentos preferem o numero,& a força dos homens à prudencia, & à induftria,fazem a guerra como felvajens,derramaõ o fangue, deftroem as campanhas, & naõ podendo entrar dentro nas Praças, faõ bem depreffa neceffitados a fe retirar,ou pello tẽpo,ou pella diminuiçaõ. Ao contrario, aquelles que juntaõ a fabiduria ao valor, acabaõ mais felizmente fuas emprefas; porque pella fegurança das Trincheiras eftaõ em repoufo dentro no feu alojamento:não combatem fenão com ventajem,& as Praças fortes no fim fe lhe vem a render.

E porque efte Methodo he o mais humano, & o mais regular, não fazendo o primeiro differença de hum incurfo tumultuofo de bandoleiros,quero moftrar nefte lugar qual he a Fortificaçaõ de campanha,que chamamos Cortadura,ou Entrincheiramento. Ella he como a outra Fortificaçaõ, ou natural,ou artificial, & tẽ por objecto, ou o alojamento de hum exercito, ou a circunvallaçaõ de hũa Praça cercada.

Para a Fortificaçaõ de hum campo fe ferviaõ os Gregos ordinariamente da natural: os Romanos fempre da artificial:& eu entendo que hũa, & outra, ou ambas juntas podem fer utilmente empregadas,fegundo a fituaçaõ,& a occurrencia dos lugares. Mas vòs deveis bem ter cuidado que voffo alojamento feja por toda a parte cuberto da invafaõ de hum vigilante inimigo; porque de outro modo, aquillo que podia fer caufa de voffa fegurança,ferà bem

bem facilmente occasiaõ de vossa perda; naõ se conhecendo cousa taõ perniciosa na guerra como a fraqueza de hum mediocre entrincheiramento. E sem allegar os exemplos dos seculos passados, quantas desordens tem succedido neste tempo pellas faltas destas Fortificaçoens? & quantas mais teriaõ acontescido se pello temor de huns, não estivesse a negligencia dos outros muitas vezes segura? Naõ vos confieis por tanto neste commum erro, & cercai sempre vosso campo de hum bom Parapeito com tres Banquetas á maneira de pequeno Reparo, & com hum Fosso de largura, & profundidade conveniente; seja pello tempo da detença que ahi fizeres, ou pello temor da vizinhança de hum Exercito.

No que toca às outras Peças das Fortificaçoens de campanha, alem das Meyas-luas, & Redentes; de que não discorro por muito cõmuns, eu vos mostrarei os Methodos de as cõstruir nesta sorte.

Para os Reduttos.

TRaçai hum simplez Quadrado de quatro lados, ou linhas do mesmo comprimento, de 10, de 20, ou de 30, toesas cada hũa; segundo a importancia dos lugares aonde as dispuzeres; nas quaes fareis Reparos, & Fossos convenientes a sua grandeza.

Para a Estrella de seis pontas.

DEsenhai hum Triangulo equilatero de tres linhas iguaes, cada hũa de 60. toesas de comprido, que dividireis em tres partes. Despois sobre cada hũa das partes intermedias formai outro Triangulo equilatero de 20. toesas por lado, & ficará traçada a Estrella de seis angulos de 60. gr. & doze Faces de 20. toesas. Mas se esta Estrella não vos parecer de bastante grandeza, não tendes mais que dar 90. toesas ás tres primeiras linhas do primeiro Triangulo, & 30. toesas a cada hum dos tres lados dos pequenos Triangulos.

Da Estrella Octogonal.

FOrmai hum simplez Quadrado de quatro linhas de 60. toesas, & dividi cada hũa em 3. partes. Despois sobre as do meyo levantai Triangulos equilateros de vinte toesas por lado; com q̃ formareis a vossa Estrella de 8. angulos; quatro de 90. gr. & quatro de 60. & desaseis Faces de 20. toesas cada hũa. E se a quizeres

res mayor, dareis 90. toesas aos lados do primeiro Quadrado, & 30. aos lados dos pequenos Triangulos.

Para os Fortes de quatro Baluartes.

SE se houverem de fazer sobre lados de comprimẽto de 100. toesas, tomese a ametade das medidas do Quadrado da grande Fortificaçaõ descripta no Cap. 3. & observando a mesma regra, se traçará logo o Forte de quatro Baluartes. Mas se houver de ser sobre lados de 90. toesas se tome a ametade das medidas do Quadrado da meã Fortificaçaõ. E se sobre lados de 80. tomese a ametade das medidas da pequena.

Se todavia naõ quizeres traçar sobre Bases mayores que de 60 toesas, tomai sòmente o terço das quatro principaes linhas do Quadrado da meã Fortificaçaõ nesta fòrma. 60. toesas para a Base: 8. toesas para a linha perpendicular: 18. toesas; & 2. pès para as Faces dos Baluartes: & 11. toesas para os complementos das linhas da Defensa. Por este modo consiguireis o intento.

Para os Fortes de cinco Baluartes.

SE os cinco lados exteriores saõ de 100. toesas, tomai ametade das medidas da grande Fortificaçaõ. Se saõ de 90. tomai ametade das medidas da meã, & se de 80. ametade das da pequena.

Mas se não forem de mais que de 60. toesas, tomai sòmente o terço das quatro linhas Capitaes da meã Fortificaçaõ; a saber 60 toesas pella Base: 10. pella linha perpendicular: 18. toesas, & 2. pès para as Faces; & 10. toesas, & 4. pès pellos complementos das linhas da Defensa. De sorte que observando com estas medidas as regras dos tres modos de Fortificaçoens, ficaraõ traçados estes pequenos Pentagonos.

Mas acrescenta o Autor que naõ faz delles muita estimaçaõ, & sòmente os admitte em caso de necessidade por razaõ da pequenhez de seus Flancos; ainda que elles sejaõ de 12. toesas, como sahem, quando a Fortificaçaõ he sobre Bases de 100. ou de 90. toesas segundo o ditto acima; podendo accõmodarse em cada hum quatro Peças de grossa artilheria por razaõ dos dobres Parapeitos & hum Canhaõ escondido no cabo do segundo Parapeito, como nos outros Flancos das Praças grandes.

NOTA.

NOTA.

NO que diz o Autor, que no Flanco de 12. toesas se podem accõmodar 4. Peças de grossa artilheria, por razaõ dos dobres Parapeitos, dà a entender que tambem nestes Flãcos faz differentes Praças; & assim no Flanco de 12. toesas, assinando ametade, que saõ 6. toesas para a Praça baixa, como tem ensinado; fica esta capaz de duas Peças; pois da sua doutrina se vè que a cada 3. toesas assina hũa Peça; & dando outras duas Peças para a Praça alta, vem a ser as quatro nas duas Praças que dá a entender nas palavras (Por razaõ dos dobres Parapeitos) & nunqua se deve entender que aqui faz tres Praças por naõ serem as Gollas capazes na fig. Pentagonica de 100, ou 90. toesas de Base; pois para as formar em Base de 160. toesas, que he a sua pequena Fortificaçaõ dos seus tres modos da Real, lhe não deixou Espalda na fig. Pentagonica; como se vè da doutrina dada, & assim as quatro Peças se entendem para a Praça baixa, & para a alta cõforme a sua doutrina, duas para cada hũa; naõ se podendo, nem devẽdo fazer Praça intermedia nestas figuras, em que as Bases forem de 100. 90, ou 80, toesas; porém entaõ convem, que a baixa fique a livel da Estrada encuberta, ou dous atè quatro pès mais abatida segundo a altura do Fosso.

Acerca do que diz de que naõ faz muita estimaçaõ destes Fortes Pentagonicos das medidas referidas, & que sòmente os admitte em caso de necessidade por razaõ da pequenhez de seus Flancos, ainda sendo estes de 12. toesas, se deve entender para Praça Real; que quando naõ seja assim, saõ estes Fortes desta grandeza assaz capazes; & talvez bem defendidos podem só per-si resistir a hum exercito; pois naõ he taõ pouca cousa hum Flanco de 12. toesas, que saõ 72. pès, porque como passa de 60. jà vai sendo capaz de Praça Real; antes já de 60. o fazem capaz da quadrada Real Fritach, Dogen, Cellario, Marolois, & outros; porque o admittem de 6. vergas, que saõ 72. pés Rinthlandicos, ou 60. daquelles de que se attribuem 10. a hũa verga, & por isto lhe chamamos Decimaes na nossa Hercotectonica, que saõ quasi como os nossos, segundo se póde ver na taboa das medidas numer. [r] 3. & Goldman que traz as suas medidas por pès duodecimaes lhe attribue 60.

[r] No Methodo Lusitanico Part. 1. c. 11.

Quanto mais que estes Fortes saõ para passajens,rios,sitios proximos a Praças,onde nem convem,nem póde ser fazerse hũa Fortificaçaõ Real de toda a conta;& neste caso, ainda menores Fortes do que elle diz saõ uteis,& necessarios,pois se aqui os naõ des creve com este intento, era escusado trazer sua fabrica, porq̃ para os Reaes de toda a conta, o havia jà feito;como se vè dos tres modos,que temos declarado em Bases de 200. 180, & 160. toesas.

CAP. XII.

Discorrese sobre a Fortificaçaõ regular do Conde de Pagan, & fabrica dos Hornaveques que nomea por Tenalhas.

COmo este Autor tratta [y] de fundar a defensa nos dobrados Reparos, no numero dos Canhoens bem empregados,& na bondade dos Fossos por elles defendidos, segundo havemos dito, ordenou nos Flancos tres Praças para haver onde se alojar mayor numero em defensa do Fosso contra as Galerias, & outras obras do inimigo. Daqui veyo que para as Demigollas serem capazes de receber em si as tres Praças, lhe pareceo necessario naõ só fazer muito grandes Faces dos Baluartes, mas deitar os Flancos perpendiculares,ou quasi perpendiculares sobre as linhas Razantes: se bem a invençaõ das tres Praças no Flanco naõ he sua, como insinua,&muitos cuidaõ;pois as refere Jeronymo [z] Maggi por de Jacome Castrioto,& se vè do desenho do Baluarte q̃ traz fol.46.vers.mais de 60.annos antes de sahir o livro de Pagan. Tãbem Simaõ Stevino de Brugges mais antigo as aponta na sua Fortificaçaõ, [a] & por ventura que outros.

[y] Cap.2.pag.8

[z] Lib.1.cap.11. pag.26

Ficaõ pois nesta Fortificaçaõ de Pagan as Faces demasiadamẽte grandes a respeito da Cortina, a saber conforme o primeiro modo (do Pentagono atè a linha recta) a Face do Baluarte quasi os $\frac{6}{7}$ da Cortina:conforme o segundo quasi $\frac{11}{12}$: conforme o terceiro quasi igual: de que resultaõ os Baluartes de disforme grandeza;de immenso custo,& necessitaõ de mayor guarniçaõ, pois ainda que se funde nas obras exteriores; perdidas estas, & retirada a guarniçaõ para as interiores, he necessario que seja proporcionada á grandeza do corpo que ha de animar. Alem do que [como bem

[a] Cap.2.pag. 646 & 651.

bem aponta Antonio [r] de Ville] a Fortificaçaõ he como o corpo humano: se tem hum membro desproporcionado ao todo, o torna disforme,& por ser muito grande não he mais perfeito, antes lhe occasiona incommodo, pello que os membros da Fortificaçaõ devem ter hũa certa composiçaõ,& symmetria, mediante a qual se distribuaõ as partes, & força igualmente, sem dar mais a hũa tirandoa a outra. Pella palavra igualmente de Ville,se entenda igualmente proporcional.

[r] Lib. 1. part. 1. c. 19.

Fundado nesta consideraçaõ quiz Goldman [a] que a Face fosse sòmente ametade da Cortina,porque com esta proporçaõ,sem detrimento de outras partes, se acrescentava o Flanco secundario,& se evitava a profusaõ de Baluartes enormes;se bem permittimos a Face até os $\frac{2}{3}$ da Cortina com Fritach, Dogen,Cellario, Marolois,& outros, rejeitandoas mayores (sem necessidade urgente) contra Errard de Barleduc, & Henrique Hondio, como tambem não as admittimos (sem necessidade) menores que ametade da Cortina contra Ville,Tensini,Jeronymo Cataneo,& outros. Seria mais largo,do que pede hum Compendio disputar sobre estes pontos. Os Scientes lhe busquem as razoens, que tambem hoje naõ saõ escondidas a alguns practicos.

[a] Lib. 1. prop. 15. pag. mihi 24.

O mesmo inconveniente ha no primeiro, & segundo desenho da Fortificaçaõ quadrada.

No terceiro da pequena Fortificaçaõ de 160. toesas de lado de Polygono exterior permittirei a sua fabrica, em que a Face fica de 45. toesas: a Cortina de 63. & 5. pès, a saber aquella pouco mais dos $\frac{2}{3}$ desta: E se de algũa proporçaõ das de Pagan para fortificar o Quadrado eu usara, fora desta, proporcionando as partes correspondẽtes ao lado exterior que me fosse dado, pellas que correspondem em Pagan ao lado exterior de 160. toesas; porque ficariaõ as Faces mais bem proporcionadas com as Cortinas, & crescendo ainda algũa cousa os Flancos; que saõ as partes em que mais consiste a defensa. Ou tambem pello modo que aponto no Cap. 14.

Nas fabricas dos Hornaveques ha o mesmo inconveniente, & com tanto excesso no terceiro modo, que vem a resultar a Face do Baluarte mayor que a Cortina. Se desta fabrica eu usara,escolhera antes o primeiro modo que os outros dous, & por elle proporcionara as partes que deviaõ corresponder ao lado do meu

Polygono exterior,com advertencia que ſenaõ poderà uſar delle; ſe naõ quando o angulo da fig. a que ſe houver de applicar Baluarte inteiro ſeja ao menos de 100.gr.para que o angulo flãqueado reſulte de 60.gr. ou mais alguns minutos; & ainda neſta conveniencia me parece melhor a fabrica do primeiro, ou mayor Hornaveque;porque ſe nos houvermos de valer da do ſegundo, he neceſſario que o angulo da fig. ſeja ao menos de 104. gr.ſe do terceiro que ſeja de 110, como ſe declarará no Cap. 13. em que diſcorreremos ſobre a Fortificaçaõ irregular do Autor; pello q̃ ainda que na Fortificaçaõ regular, já no Pentagono por ſer ſeu angulo de 108. gr. nos poderiamos valer do primeiro,& ſegundo modo dos Hornaveques; todavia pellas razoens ſobredittas preferi o primeiro.

Verdade ſeja que reſultará o Flanco algũa couſa menor do q̃ ſe proporcionàramos pella fabrica do ſegundo, & terceiro; mas couſa de pouco porte;pois ficaõ os Flancos bem grãdes a reſpeito do lado exterior,& compenſando aquella inconſideravel menoria dosFlancos com a menos disforme proporçaõ da Face para a Cortina.

Porèm ainda tenho por mayores inconvenientes os das exceſſivas Demigollas,&obtuſidade dos angulos flanqueados;porque no Pentagono do primeiro modo em que he o lado do Polygono exterior de 200. toeſas,vem a reſultar a Demigolla na continuaçaõ imaginaria da Cortina de 35|16. toeſas,& daqui vai creſcendo nas mais figuras atè que na linha recta vem a ſer de 64|69. & toda a Golla de 129|38. que fazem 776|28.pés quando a Cortina he ſòmente de 70|75. toeſas,que montaõ 424|5. pès,com que a Golla vem a ter outro tãto como a Cortina,& paſſante de quatro quintos mais;que he hum exceſſo enormiſſimo,& impracticavel pella impoſſibilidade das Cortaduras, que poſſaõ fechar tal Golla,& por outros inconvenientes notorios aos Scientes.

No Pentagono da Fortificaçaõ mediana ſahe a Demigolla de 30|44. toeſas donde vai creſcendo atè que na linha recta reſulta de 59|65. & toda a Golla de 119|30.quando a Cortina he ſòmẽte de 60|71. ſahindo aquella quaſi dobrada deſta; pois lhe faltaõ ſòmente 2|12. toeſas para inteirar o dobro da Cortina.

No Pentagono da pequena Fortificaçaõ ſahe a Demigolla de 26|04. toeſas; mas na linha recta de 54|72 & toda a Golla de

109|44.

109|44. quando a Cortina he sómente de 50|56. resultando aquella bem mais do dobro desta.

Mas porque as Demigollas em Pagan, não saõ na continuaçaõ imaginaria da Cortina; mas da Razante; fiz tambem os calculos, & no Pentagono da grãde Fortificaçaõ sahe a Demigolla na ditta continuaçaõ da Razante de 30|03. toesas, donde vai crescendo nas mais figuras atè que na linha recta será de 67|54. mayor ainda do que era a Demigolla ordinaria na continuaçaõ imaginaria da Cortina; que tinha 64|69.

No Pentagono da meã Fortificaçaõ fica sendo a continuaçaõ da Razante de 25|83. toesas, & daqui cresce nas mais figuras atè que na linha recta vem a ser de 62|88. quando a ordinaria na continuaçaõ da Cortina sahia de 59|65.

No Pentagono da pequena Fortificaçaõ sahe a continuaçaõ da Razante de 21|86. toesas, crescendo nas mais figuras atè que na linha recta he de 50|36. & sòmente (por este seu terceiro modo) sahiria na linha recta a Demigolla na continuaçaõ da Cortina mayor que na da Razante, a saber de 54|72. excedendoa por 4|36. toesas. Mas ainda sendo na continuaçaõ da Razante a Demigolla de 50|36. toesas, virá a ser a Golla na linha recta de 100|72 toesas insensivelmente menor que o dobro da Cortina; a saber menor sòmente que o ditto dobro por $\frac{4}{10}$ de toesa; que saõ 2|4. pès.

Supponhamos pois na grande Fortificaçaõ da linha recta o Flanco armado de tres Praças com Pagan, & porque assina 5. toesas de retirada para dẽtro da Demigolla ao Flanco cuberto a respeito do que ha de ficar mais sahida a Espalda; & ao Parapeito da primeira Praça 3. toesas: cinco ao plano: outras tres ao Parapeito da segunda Praça, & cinco a seu plano, vem isto a montar 21. toesas; que abatidas das 67|54. que se contèm na Demigolla da continuaçaõ da Razante, restaõ 46|54. por Demigolla do Baluarte interior pequeno; cujo dobro he 93|08. em que sòmente se ha de incluir de cada banda outro Parapeito de 3. toesas, & Terrapleno de cinco, que será a Praça mais alta: de modo que a somma das duas Demigollas do Baluarte mais pequeno, & interior he de 93|08. toesas, quando a Cortina he sòmente de 70|75. E se cõsiderarmos o Gosier que he a verdadeira Golla, na linha recta, temos achado acima ser de 129|38. toesas; pello que sempre cõs-

ta da demasiada grandeza.

Semelhantemente será nos tres modos das fabricas dos Quadrados, & dos Hornaveques; no derradeiro dos quaes avultarà esta disformidade com enormissimo excesso, se desta fabrica dos Hornaveques nos valermos para Fortificaçoens de Baluartes inteiros.

Os angulos flanqueados resultaõ tambem demasiadamente obtusos nas figuras de muitos lados, & na linha recta; onde pella fabrica da Fortificaçaõ Real grande sahirá o angulo flanqueado de 146.gr.36.min. Na mediana de 143.gr.7.min.40.seg. na pequena de 138.gr.53.min.20. seg.

Mas pellos modos dos Hornaveques applicados a Fortificaçaõ de Baluartes inteiros, resulta o angulo flanqueado na fabrica do mayor de 140.gr.41.min.40.seg: no mediano de 136.gr.23. min.40.seg: no minimo de 130.gr.35.min. 40. seg. que já se podia permittir a naõ ser o inconveniente da Golla, que resulta muito mayor que o dobro da Cortina nesta fabrica do minimo Hornaveque.

Quando trattarmos da fabrica da Fortificaçaõ irregular segũdo o Autor, apontaremos outros incommodos contra a sua doutrìna: por onde naõ he este Methodo, ainda que facil de desenhar, & do qual resultaõ grandes Flancos, livre de grandissimos inconvenientes; que na minha opiniaõ se naõ devem practicar.

CAP. XIII.

Discorrese sobre a Fortificaçaõ das Praças irregulares do Conde de Pagan descripta no Cap. 6.

ACerca da primeira sorte de Praças irregulares dos lados entre-si iguaes, mas os angulos desiguaes, diz ser necessario q̃ o menor angulo da fig. irregular arribe aos menos a 100.gr. a fim que o angulo flanqueado em sua abertura possa exceder 60. gr.

Isto succederá se os lados forem de 200. toesas, ou de 180. fortificandose aquelles pello primeiro modo de sua Fortificaçaõ Real; estes pello segundo; pois no primeiro caso resultará de 66. gr. 36.min. o angulo flanqueado do Baluarte que assentar sobre o angulo da fig. de 100.gr. no segundo de 63. gr.7.min.48. seg.

como

como facilmente achará quem lhe fizer o calculo pellos suppostos antecedentes.

Mas se os lados exteriores forem sómente de 160. toesas,quãto suppoem por lado da pequena Fortificaçaõ Real, & se seguir o seu Methodo da terceira regra, resultarà o angulo flanqueado sòmente de 58.gr.53. min. 20. seg. posto que o Baluarte assente sobre angulo de 100.gr. pello que neste caso he necessario que o menor angulo da fig. irregular seja ao menos de 102.gr. para que o do Baluarte possa exceder 60.gr. como o mesmo Conde de Pagan quer; [a] porque entaõ será já de 60.gr.53.min.20.seg. [a] Pag.86.

He tambem de notar; (o que o Autor não diz) que neste caso fica contingente servirem,ou naõ as muralhas velhas;pois havendose de tirar lados iguaes à roda dellas, poderaõ quasi sempre (pella irregularidade das Praças)não ficar naquella distancia;em que pella fabrica do Autor he necessario que o lado do Polygono exterior diste da Cortina,segundo se tem apontado no Cap.5

E ainda que o sitio offereça commodidade de se poderem tirar iguaes lados exteriores na distancia conveniente para que as velhas muralhas fiquem servindo de Cortinas; todavia pella regra do Autor(sem mais outra circunstancia)naõ se poderá isto obrar porque suppoem sabido o que ainda estâ por saber.

Declaro mais o ponto. Para se tirar o lado exterior, se deve saber a distancia em que convem ficar apartado da muralha velha; mas a distãcia pella sua regra não se sabe senaõ pella grandeza do lado exterior, a qual pende da distancia; logo fica isto em circulo vicioso como lhe chamaõ os Philosophos, a saber a grandeza do lado suppondo a distancia: esta suppondo a grandeza do lado.

Acerca da segunda sorte de Praças irregulares [em que os lados dos Polygonos exteriores não podem ser iguaes] declarada no ditto Cap. 6. comette tambem o Autor circulo, pendendo a grandeza do lado da distancia entre elle, & a muralha velha, & a distancia pendendo da grandeza do lado;pello que o seu Methodo declarado no Cap.6.atè a segunda sorte de Praças irregulares que pertende fortificar pello Methodo das regulares, se poderá executar quando não se dè a dependencia de ajustar a Fortificaçaõ ás muralhas velhas; mas sendo o terreno livre;ou permittindose poder entrar hum Flanco por dentro da muralha velha; outro ficar de fòra, sendo necessario fazer novas Cortinas; salvo se acciden-

accidentalmente ſucceder ajuſtarem os Flancos de algũa frontaria com a ditta muralha velha.

Naõ he iſto dizer que nos naõ poſſamos aproveitar facilmente das muralhas velhas ſenaõ houver algum inconveniente, que o eſtorve; mas que as Fortificaçoens irregulares em que houverem de ſervir as velhas muralhas não ſe podem executar pellas regras da Fortificaçaõ regular (que enſina) do lado do Polygono exterior para dentro com a facilidade, & perfeiçaõ que elle intíma pag.86. & 87. pois aquelles preceitos ſòmente, não podem dar na practica o effeito pertendido; como temos moſtrado.

O meſmo inconveniente há acerca da terceira ſorte de Praças irregulares, em que as Baſes ſaõ deſiguaes de 100. atè 200. toeſas, ou aonde hum dos angulos do Polygono exterior não paſſa de 90.gr. antes he mayor a difficuldade por ſerem mais differentes as diſtancias entre as muralhas, & Baſes pellas mayores differẽças, que eſtas ficaõ tendo entre 100. & 200. toeſas; diſtando a Baſe de 100. da Cortina por 29.toeſas, 1 $\frac{61}{100}$ pé: a de 200.toeſas por 40. toeſas 3 $\frac{78}{100}$ pés; como ſe vè do Cap. 5.

Acreſcentaſe que quando puderamos conhecer as diſtancias entre as muralhas velhas, & Baſes, ſem haver de preceder o conhecimento da grandeza das dittas Baſes, & tomaſſemos cada diſtancia conforme cada Baſe correſpondente, reſultaria daqui hũa disformidade, por quanto as Faces de hum Baluarte ſituado entre Cortina grande, & Cortina pequena naõ ajuſtariaõ em hum ponto da Capital que partiſſe o angulo da fig. pello meyo; mas ficaria eſpaço aberto na ponta do Baluarte entre Face, & Face.

E ſe me diſſeſſem que ſe as Baſes ſe naõ encontraſſem formando angulo na tal Capital, naõ podem deixar de ſe encontrar fòra della; confeſſo ſer aſſim; mas entaõ ficaõ as Baſes de outras differentes grandezas; ſegundo as quaes ſe ſe buſcarem as diſtancias proporcionadas, não viráõ os Flancos a ajuſtar com as muralhas velhas; alem do que reſultaria hũa Face grande reſpondente a Cortina pequena; hũa pequena a Cortina grande; muito fòra da boa proporçaõ, & ſymmetria; podendoſe ajuſtar muito melhor ſem aquella regra com ſe diſporem os Baluartes na Fortificaçaõ irregular por fanteſia; como vulgarmente ſe faz; que ſe for bom o diſcurſo de quem o executar, ſahira bom o deſenho.

Pello que as regras do Conde de Pagan para ſe fortificar o irregular

regular pello regular não podem sahir ajustadas se nos atarmos a aproveitar das muralhas velhas. Se sem depēdencia dellas se houver de fortificar hum sitio irregular do Polygono exterior para dentro, se pode muito bem obrar; proporcionando a perpendicular D C conforme a grandeza do lado do Polygono exterior segundo as regras dadas pello Autor para a Fortificaçaõ regular: porèm com advertencia que quando vos valeres de algũa das regras dos Hornaveques descriptos no Capit.4. ou de sua proporçaõ, *naõ* serà senaõ sendo o angulo da fig. capaz para o intento: quero dizer que para vos valeres da regra do primeiro, ou mayor Hornaveque, ha de ser o angulo da fig. a que se quer applicar o Baluarte ao menos de 100. gr. para que o angulo flanqueado resulte ao menos de 60. gr. ou mais alguns minutos, como neste caso. Mas havendovos de valer da regra do segundo Hornaveque; deve ser o angulo da fig. ao menos de 104. gr. & se da regra do terceiro, serà o angulo da fig. ao menos de 110.gr.

E não tendo taes angulos de fig. porèm menores atè 90.gr em tal caso vos valereis das regras dos Methodos dos Quadrados cōforme a grandeza do lado; proporcionando se for necessario todas as linhas pellas respondentes ao lado do Polygono exterior mais proximo ao vosso, & com a advertencia que havemos feito no Scholio do Cap.3. de que na Base de 200. toesas senaõ tomara a perpēdicular D C mais que de $26\frac{3}{4}$ (ou se tome de $26\frac{1}{2}$) toesas, & naõ de 27. como propoem o Autor; para que o angulo flāqueado seja de 60. gr. ou os exceda por alguns minutos.

NOTA.

ATèqui he o que me pareceo advertir no que ha que reparar acerca da Fortificaçaõ do Conde de Pagan sobre o regular, & irregular; de que naõ puz exemplos por figuras no irregular; porque para os versados nestas cousas basta o ditto, & para os que o naõ saõ, trago no Cap. seguinte reduzida esta doutrina a mayor brevidade, & facilidade, assim para o regular, como para o irregular do Polygono exterior para dentro sem dependencia das muralhas velhas; escolhendo hum sò dos tres modos da Fortificaçaõ Real grande para todas as figuras do Pentagono para cima. O sobreditto he alem dos inconvenientes, que jà apontei nos Scholios dos Capitulos 9. & 10.

CAP. XIV.

Propoemse mais abreviada, & facilitada a doutrina do Conde de Pagan, assim para o regular; como para o irregular do Polyg. exterior para dentro.

NO REGULAR.

PARA o Quadrado escolho o primeiro dos seus tres modos, mas apurado para que o angulo flanqueado lhe resulte de mais de 60.gr. que a elle lhe sahe menor por alguns minutos. Proponho pois em primeiro lugar a Fortificaçaõ do Quadrado por preceder na ordem numerica ao Pentagono.

Para o Pentagono, & mais figuras seguintes atè a linha recta inclusivè escolho tambem o primeiro dos seus tres modos (sem embargo que elle prefira o segundo ao primeiro; este ao terceiro) mas sendo os lados dos Polygonos exteriores de 200. toesas atè 155.

Porèm sendo os lados dos Polygonos exteriores de menos de 155. toesas até 50. escolho o primeiro modo com que descreve os Hornaveques.

Concordo com Pagan em se tomar o lado do Polygono exterior de 200. toesas pello mayor extremo. Discrepo no menor; porque elle toma 100. toesas, ou 600. pès [na descripçaõ dos Hornaveques] & eu admittn nesta practica 50. toesas, ou 300. pès por lado do Polygono exterior pellas razoens que me moveraõ ao admittir de 200. na minha practica do Capit. 13. da prim. Part. do Methodo Lusitanico.

Descripçaõ da Fortificaçaõ quadrada regular segundo o Conde de Pagan.

Fig. 4. PArtase o lado A B do Polygono exterior pello meyo no pōto D; cuja ametade B D se deve sempre entender repartida em 100. partes iguaes.

Do ponto D se levante à perpendicular D C de 26 $\frac{1}{2}$ partes (posto que Pagan diga 27.) das que B D tem 100.

Tiremse B C M, A C N indefinitas de racionavel grandeza: nellas

nellas se tomem C M,C N de 38.partes das 100. que ha em B D.

Do ponto M ao ponto N se lance a Cortina M N. Nas linhas B C M, A C N se tomem as Faces B F, A E de 60.partes das mesmas 100. de B D.

Dos pontos F, E aos pontos N,M se tirem os Flancos F N, E M; com que ficará descripta a linha ichnographica de hũa fachada do Quadrado regular.

Descripçaõ da Fortificaçaõ pentagonica, & das mais figuras regulares atè a linha recta inclusivé segundo o Conde de Pagan: mas sendo os lados dos Polygonos exteriores de 200. toesas até 155.

PArtase o lado A B do Polygono exterior pello meyo no pōto D; cuja ametade B D se deve sempre entender repartida em 100.partes iguaes. Fig.16

Do ponto D se levante a perpendicular D C de 30 partes das que B D tem 100.

Tiremse B C M, A C N indefinitas de racionavel grandeza: nellas se tomem C M, C N de 37.partes das 100. que ha em B D

Do ponto M ao ponto N se lance a Cortina M N.

Nas linhas B C M, A C N se tomem as Faces B F, A E de 60. partes das mesmas 100. de B D.

Dos pontos F,E aos pontos N, M se tirem os Flancos F N, E M; com que ficarà descripta a linha Ichnographica de hũa fachada do Pentagono,& mais figuras regulares atè a linha recta inclusivè; cujos lados de Polygonos exteriores forem de 200.toesas atè 155. inclusivè.

Descripçaõ da mesma fig. pentagonica, & mais figuras regulares até a linha recta inclusivè, sendo os lados dos Polygonos exteriores de menos de 155. toesas até 50. toesas, ultimo termo menor por nós admittido.

PArtase o lado A B do Polyg. exterior pello meyo no ponto D cuja ametade B D se deve sempre entender repartida em 70. partes iguaes. Fig.7.

Do poñto D ſe levante a perpendicular D C de 25. partes das que B D tem 70.

Tiremſe B C M, A C N indefinitas de racionavel grandeza: nellas ſe tomem C M, C N de 27. partes das 70. que ha em B D.

Do ponto M ao ponto N ſe lance a Cortina M N.

Nas linhas B C M, A C N ſe tomem as Faces B F, A E de 40. partes das meſmas 70. de B D.

Dos pontos F, E aos pontos N, M ſe tirem os Flancos F N, E M com que ficarà deſcripta a linha Ichnographica do Pentagono, & mais figuras regulares atè a linha recta incluſivè, cujos lados de Polygonos exteriores forem de menos de 155. toeſas atè 50. incluſivè.

SCHOLIO.

Fig. 4.

NA Fortificaçaõ regular Quadrada tomei a perpendicular D C de $26\frac{1}{2}$ toeſas; que Pagan tomou de 27. Daquella reſultaõ os angulos, & linhas, achados por Trigonometria das quantidades ſeguintes.

O angulo do Flanco, & Razante E M B de 89. gr. 21. min. 10. ſeg. que na fabrica de Pagan reſulta de 89. gr. 7. min. 50. ſeg.

O angulo C E M de 60. gr. 57. min. 50. ſeg. que em Pagan he de 60. gr. 39. min. 10. ſeg.

O angulo flanqueante A C B de 150. gr. 19. min. que em Pagan he de 149. gr. 47. min.

O angulo C M N de 14. gr. 50. min. 30. ſeg. que em Pagan he de 15. gr. 6. min. 30. ſeg.

O angulo diminuto D B C de 14. gr. 50. min. 30. ſeg. que em Pagan he de 15. gr. 6. min. 30. ſeg.

O angulo flanqueado de 60. gr. 19. que em Pagan he de 59. gr. 47. min.

A Face A E de 60. toeſas, como em Pagan.

O Flanco E M de 21|52 toeſas, que em Pagan he de 21|73. poſto que elle diga 22.

A Cortina M N de 73|46. que em Pagan he de 73|42.

A linha da defenſa A N de 141|46. que em Pagan he de 141|52 & vem a ſer nelle de 141. toeſas $3\frac{12}{100}$ pès; poſto que diga 141. toeſas, & 4. pès.

A linha A C 103|46. que em Pagan he de 103|52.

A linha E C 43|46. que em Pagan he de 43|52.

APEN-

APPENDIZ II.

DAS OBRAS DO CONDE DE PAGAN accõmodadas á noſſa deſcripçaõ ichnographica, & reguladas por noſſo Methodo.

§. 1.

Combinaõſe algũas circũſtancias entre a fabrica de Pagan, & a que proporei acerca da capacidade neceſſaria na Demigolla para ſe formarem tres Praças na correſpondencia do Flanco cuberto.

CONforme a conſtrucçaõ do Conde de Pagan o Flanco forma angulo obtuſo com a Cortina,&he quaſi perpendicular á Razante,como ſe vè do Cap.2. do primeiro Appendiz,em cuja ſuppoſiçaõ arma tres Praças em cada hum (excepto na fig. quadrada da pequena Fortificaçaõ Real) ſuppondo para eſte intento o menor lado do Polygono exterior de 160.toeſas que fazem 960.pès dos que chamaõRegios de França,&ſaõ na grãdeza quaſi como os noſſos podendoſe tomar indifferentemẽte huns por outros,ſegundo conſta da taboada das proporçoens das medidas q̃ trazemos no principio do Methodo Luſitanico; o qual lado he o mais limitado na grandeza das ſuas tres Fortificaçoens Reaes, como ſe vè do Cap.2.do primeiro Appendiz.

Nòs pertendemos moſtrar que ſe podem fazer as meſmas tres Praças deſenhando a Fortificaçaõ conforme o noſſo terceiro modo propoſto no Cap. 47 . do Methodo Luſitanico,ſendo o Flanco perpendicular à Cortina,& tambem na figur. Quadrada quaſi perpendicular á Razante ; ſobre que primeiro faremos hũa combinaçaõ entre o modo de Pagan, & o noſſo para que ſe veja a mayor cõmodidade que eſte offerece para o intento nas figuras de poucos lados (onde he a mayor difficuldade por razaõ da brevidade das Demigollas) ſe como elle faz, lançarmos o Flanco quaſi perpendicular á Razante,& que tambem as podemos fazer ainda que o lancemos perpendicular á Cortina tomando lado de Polygono exterior conveniente.

Repitamos pois(por renovar a memoria)o nosso terceiro modo de desenhar as Fortificaçoens regulares, ou irregulares declarado no ditto Cap.47. a saber.

No Quadrado.

Sobreface $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado $\frac{3}{5}$ da Sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado.

No Pentagono.

Sobreface $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado $\frac{2}{3}$ da Sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{4}{9}$ do Flanco prolongado.

No Hexagono.

Sobreface $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado $\frac{4}{5}$ da Sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{9}{20}$ do Flanco prolongado.

No Heptagono.

Sobreface $\frac{27}{100}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado $\frac{9}{10}$ da Sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{5}{11}$ do Flanco prolongado.

No Octogono.

Sobreface $\frac{27}{100}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado igual a sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado.

No Enneagono, & mais figuras até a de 30. lados inclusivé.

Sobreface $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado $\frac{10}{9}$ da Sobreface, a saber outro tanto, & $\frac{1}{9}$
Extensaõ do Flanco $\frac{1}{2}$ do Flanco prolongado.

Na fig. de 31. lados até a linha recta inclusivé.

Sobreface $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ do lado do Polygono exterior.
Flanco prolongado $\frac{5}{4}$ da Sobreface.
Extensaõ do Flanco $\frac{5}{9}$ do Flanco prolongado.

NOTA.

QUEM quizer póde guardar a proporçaõ do Octogono no Enneagono, Decagono, & Undecagono; mas daqui por diante na fig. de 12. lados,& seguintes, atè a de 30. inclu-

sivè

ſivè uſar da proporçaõ que acima ſe declara para o Enneagono, & da de 31. lados atè a linha recta incluſivè ſeguir a que ultimamente propuz para eſtas figuras.

Eſtas ſaõ as proporçoens do meu terceiro Methodo; porèm no que toca á do Quadrado acima ditta ſe ordene particular no modo ſeguinte, porque reſultará mayor Demigolla para ſe poderem accõmodar as tres praças, & nas mais proporçoens do Pentagono para cima na fòrma ſobreditta.

Para o Quadrado em particular.

A Sobreface $\frac{28}{100}$ do lado do Polygono exterior.
O Flanco prolongado $\frac{56}{100}$ da Sobreface.
A Extenſaõ do Flanco $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado.

E ainda quem quizer pòde tanto q̃ achar a Extenſaõ do Flanco L O, lançar do ponto O ao ponto R, onde a Razante B R corta a Cortina; a linha O R, a que chamaremos Flanco obliquo por formar angulo obtuſo cõ a Cortina, ainda que o forma quaſi recto com a ditta Razante a ſaber de 89. gr. 23. min. 10. ſeg. como achará quem lhe fizer o calculo. Fig. 16.

Iſto ſuppoſto: poderemos valernos de hũa de duas Demigollas, a ſaber, ou da Demigolla K I ſendo o Flanco O I, ou da Demigolla K R ſendo o Flanco O R quaſi perpendicular â Razante, & ſem Flanco ſecundario na fòrma que faz Pagan; para o que ſe buſque primeiro por Trigonometria o Flanco ſecundario I R na fòrma ſeguinte.

Suppondo o lado do Polygono exterior A B de 864. pès, & ſeguindo a proporçaõ ſobreditta ſerá a Sobreface A L 241|92. cujo dobro A L, B H 483|84. tirado do lado exterior A B de 864. reſta L H igual com a Cortina I F de 380|16.

O angulo diminuto L A O ſe acha por Trigonometria de 12 gr. 37. min. 40. ſeg. & outro tanto o angulo da defenſa interior E R F por ſerem iguaes; [a] & porque o Triangulo E F R he rectangulo, [r] fica tambem ſabido [o] o angulo R E F de 77. gr. 22. min. 20. ſeg. & conhecido o Flanco E F de 81|28512. por onde ſeguindo a proporçaõ da Extenſaõ do Flanco para a Sobreface, ſe achará o complemẽto da Cortina F R de 362|88. que tirados da Cortina I F de 380|16. reſta ſabido o Flanco ſecundario I R de 17|28.

[a] 29. Euclid.
[r] Pella operaçaõ
[o] 32. primi.

A

A Demigolla K I se acha facilmente na fig. quadrada tirando o Flanco prolongado L I [r] 135|4752. da Sobreface A L 241|92, & o resto 106|4448. será a ditta Demigolla K I, & se lhe ajuntarmos o ditto Flanco secundario I R de 17|28. comporseha a Demigolla acrescentada K R de 123|748. para haver de servir o Flanco obliquo O R se assim o quizerem sem haver Flanco secũdario na fòrma que Pagan quer; sem embargo que naõ vimos em se escusarem Flancos secundarios. O calculo sobreditto he na supposiçaõ do lado do Polygono exterior de 864. pès, como delle se vé, & consta do Cap. 47. do Methodo Lusitanico.

[r] Pella operac.

Investiguemos agora que lado de Polygono exterior nos serà necessario para que segundo a proporçaõ sobreditta que hei proposto da Face para o Flanco prolongado, & deste para a Extensaõ do Flanco nos saya a Demigolla capaz de tres praças, a quatro toesas, ou 24. pés de fundo, ou largo cada hũa, quanto Pagan sòmente lhe assina nas figuras quadradas da meã, & grande fortificaçaõ, nos Pentagonos da pequena, & meã, no Hexagono da pequena, por naõ ter bastantes Demigollas para as fazer mayores como se póde ver das suas figuras pag. 26. & 27. & da sua doutrina pag. 28. & 29. & os Parapeitos a tres toesas de grosso suppõdo que nelles entra a grossura da muralha de pedra, & cal, que sòmẽte faz de tres pés no alto em que acaba, sem que faça mençaõ do seu Talud, ou Base da Escarpa como devia fazer com que vem a ser necessarias 12. toesas, ou 72. pès para as tres praças, & 9. toesas, ou 54. pès para os tres Parapeitos, que montaõ 21. toesas, ou 126. pès, antes em rigor lhe saõ necessarios mais $4\frac{4}{5}$ pés que tudo faz 130|8. como se verá no §. 2. Mas na fig. quadrada da pequena Fortificaçaõ não fórma mais q̃ dous Parapeitos nas duas Praças inferiores, & na terceira superior sómente ametade de hum Parapeito, ou pouco mais, como se vè da sua planta pag. 69. por ter Demigolla sòmente de 15|31578. toesas; & naõ de 18. toesas & tres pés como equivocandose diz na pag. 72. porque os Flãcos saõ os que contèm as 18. toesas, & 3. pés, como havia ditto na pag. 70. & naõ as Demigollas que diz na pag. 72. pondo equivocadamente a palavra Demigollas em lugar da palavra Flancos, ou os numeros que pertenciaõ a estes em lugar dos das Demigollas, que não poz, & outro semelhante erro traz na pag. 71. nos Baluartes do grande, & mediano Quadrado, & ainda que a Demigolla

golla fora das 18. toesas,& 3.pés,não bastava para as tres praças, & tres Parapeitos, porq̃ necessitaõ de 21. toesas, as praças a quatro, & os Parapeitos a tres;& os 4|8 . pès para as Bases das Escarpas,de que se dirá no §. 2. Mas ainda sem falar nos 4|8. pès em que Pagan não fala, eraõ necessarias conforme a sua doutrina as 21. toesas.

Por tanto armaremos hũa regra de tres para achar o lado do Polygono exterior de tal comprimento que delle resulte a Demigolla K I capaz de nella accõmodar as tres praças na fòrma seguinte, fazendo todavia mençaõ dos 4|8 . pès necessarios para as Bases das Escarpas.

A Demigolla K I sendo de 106|4448 . dá por lado de Polygono exterior 864. pès, se for de 130|8. quanto dará pello ditto lado exterior? & executada a regra na fòrma ordinaria, sahirá de 1061|68831. quasi; pellos quaes tomamos 1062 . pés. Bastará logo hum lado de Polygono exterior de quasi 1062. pès para sahir a Demigolla K I de 130|8.em que se possaõ accõmodar as tres praças de 4. toesas,ou 24. pés de retirada, ou fundo cada hũa, & tres Parapeitos de tres toesas, ou 18. pès cada hum ; sendo assim que (como havemos ditto) nem no Quadrado da meã Fortificaçaõ, que tem por lado exterior conforme a sua hypothesi 180. toesas, ou 1080. pès, nem no da grande que tem 200 . toesas, ou 1200.pés accõmoda na Demigolla as dittas tres praças mais que das mesmas 4. toesas,ou 24. pès de fundo, ou largura.

Por onde se vé que pello meu Methodo posso accõmodar ainda na fig.quadrada as tres praças a 4.toesas mais livremente do que Pagan; pois me bastaõ para o intento 1062 . pès de lado de Polygono exterior, quando elle nem com 1080 . no Quadrado da meã Fortificaçaõ,nem com 1200. no da grande, accõmoda segundo sua construcçaõ praças mayores que das mesmas 4. toesas de fundo,& 3. de grossuras de Parapeitos, sem ainda fazer mençaõ do que occupaõ os Taludes das Escarpas dos muros que sustentaõ as praças; que se nòs tomarmos o ditto lado exterior de 1200. pès, como elle no Quadrado da grande Fortificaçaõ; sahirà a Demigolla por nossa fabrica de 147|84. de que abatidas as 9. toesas,ou 54.pès que occupaõ os Parapeitos,restaõ 93|84.para as tres praças que se podem repartir dando cinco toesas, ou 30. pés de largura á praça superior. & a cada hũa das inferiores 31|92.

pés entrando os 2|4. da Base,ou Talud da Escarpa do muro que a sustenta com que vem a ficar a largura livre de cada hũa 29|52. pès que saõ quasi outras cinco toesas, & he o mayor espaço que elle assina ao fundo,ou largura destas praças,onde as Demigollas lhe resultaõ capazes para o intento,que he noPentagono da grã-de Fortificaçaõ;nos Hexagonos da meã,&grãde,&geralmẽte nas figuras de mais lados que de seis, ainda que sejaõ fortificadas não sò conforme a grande,ou meã Fortificaçaõ, mas conforme a pequena;porque nas dittas figuras de mais de 6. lados lhe resultaõ asDemigollas capazes de nellas formar as tres praças a cinco toesas de fundo cada hũa; sendo assim que pello meu Methodo declarado no Cap.47 .&acima proposto jà no Hexagono,& em todas as figuras regulares de mayor numero de lados, ainda que o exterior seja sòmente dos 960. pès conforme a pequena Fortificaçaõ de Pagan, resultaõ as Demigollas capazes das tres praças a cinco toesas; pois no Hexagono sahe a Demigolla de quasi 144|67. em que se podem accõmodar; & nas mais figuras mayores Demigollas.

Vese logo que conforme o nosso Methodo podermos accommodar astres praças na Demigolla tanto,ou ainda mais livremente que Pagan na fig.Quadrada, onde ha a mayor difficuldade para o intento,& ainda nas outras figuras Pentagono,& Hexagono que nas de mais lados ha espaço bem livre por hum,& outro Methodo.

Mas se alguem quizer seguir o estilo de Pagan lançando o Flãco obliquo O R que fòrma angulo quasi recto com a Razante,& obtuso com a Cortina sem ficar Flanco secundario, & sendo entaõ a Demigolla K R mayor que K I, poderá accõmodar as tres praças na Demigolla do Quadrado muito mais livremente q̃ Pagan;pois havemos mostrado que sendo o lado do Polygono exterior 864. pès, resulta a ditta Demigolla K R de 123|7248. por onde supponDo aquelle de 960. conforme a pequena Fortificaçaõ de Pagan,sahirá a dittaDemigolla de 137|472.em que se podem accõmodar as tres praças, não sòmente a quatro toesas, ou 24.pès,mas a 26|224. a fóra os $2\frac{2}{5}$ pès de Talud para o muro da praça media,& outros $2\frac{2}{5}$ para o da superior.

Porèm se suppozermos o lado exterior de 180.toesas,ou 1080 pès conforme a sua meã Fortificaçaõ, nos resultarà a ditta Demigolla

migolla K R de 154|656. em que se podem accommodar as tres praças a cinco toesas,& sobejar espaço;quando conforme Pagan nẽ nesta,nem na grande Fortificaçaõ de 1200.pès de lado de Polig. exterior se podem accõmodar as tres praças mais que de 4. toesas na fig.quadrada,por naõ ter na Demigolla conforme a sua construcçaõ espaço para mais,entrando os tres Parapeitos de 3. toesas cada hum.

E fazendo a conta para se saber que lado de Polygono exterior haveremos mister precisamente para que a Demigolla K R resulte capaz de nella se embeberem as tres praças a cinco toesas,& os tres Parapeitos a tres,& mais 4|8. pés para os Taludes dos muros das duas praças intermedia, & superior, se acharâ que basta de 1039|1.menor que os 1080. da meã, & que os 1200. da grande Fortificaçaõ de Pagan na fig. quadrada, & naõ fazemos mençaõ do Talud da praça inferior,porsuppormos que no Fosso sahe para fòra da linha Ichnographica do Flãco cuberto.

Consta por tanto a mayor largueza que o nosso Methodo dá para se poderem formar as tres praças no comprimento da Demigolla, do que a construcçaõ de Pagan nas figuras de poucos lados onde ha a difficuldade para o intento.

§. 2.

Descrevemse as tres Praças no comprimento da Demigolla em correspondencia do Flanco cuberto.

FEito o discurso do §. antecedente, entremos agora a formar as tres praças baixas,& alta conforme o nosso Methodo, & proporçoens apontadas no principio deste Appendiz;mas sendo os Flancos perpendiculares à Cortina, & ficando algum Flanco secundario conforme nosso estilo, & parecer ainda na figur. quadrada,& supponhamos que nesta nos basta fazer as praças de 4. toesas como o Conde de Pagan.

E pois havemos ditto que para este intento basta que o lado do Polygono exterior seja de 1062. pès para que a Demigolla K I resulte de 130|8. ou quasi 131. bastante para as tres praças a 4. toesas com espaço mais para as Bases das Escarpas de dous muros da praça media, & da superior,& tres Parapeitos.

Tomaremos para a Sobreface E I $\frac{28}{100}$ dos 1062. pès, que saõ

297|36.&para o Flanco prolongado I A $\frac{56}{100}$ da Sobreface,que saõ 166|5216. para a Extensaõ do Flanco B I $\frac{2}{5}$ do Flanco prolongado,que saõ 66|60864.& resta por Flanco A B de 99|91296.

Determinado o Flanco A B, sobre sua ametade D B se forme a Espalda,ou Orelhaõ pello modo que havemos ensinado, tirando a linha D C direita ao angulo flanqueado do Baluarte opposto; que seja igual á terça-parte do Flanco total A B, & continuãdo a Face E B atè G tanto que B G seja tambem a terça parte de A B, se forme a Espalda,ou Orelhaõ como dissemos no Cap.28. da prim.part. operat.do Methodo Lusitanico. Fig.17.

Sobre o ponto D do Flanco cuberto A D se tire a perpendicular D i u r, na qual se tome D i de 3. toesas,ou 18. pés para a grossura do primeiro Parapeito, entrando os tres pès de grosso da muralha,& ficando o Talud de sua Escarpa,no plano do Fosso. O espaço i u de 4. toesas, & 2$\frac{2}{5}$pès ou 26$\frac{2}{5}$ pès necessarios para o plano da primeira praça, & para o Talud da parede, q̃ ha de sustentar a segunda intermedia;sendo que Pagan lhe assina sómente 4. toesas sem fazer mençaõ dos 2$\frac{2}{5}$pès necessarios para o ditto Talud:porèm o comprimento da ditta primeira praça se estenda de i atè d tanto como 2. ou 3. pès, formando a parede allí hum relexo,ou recanto,& correndo atè entestar com o do Parapeito n b, & da parte da Cortina haverá outro relexo, de que logo se dirá.

O segundo Parapeito u r de outras tres toesas, ou 18. pès no alto,entrando a grossura superior de 3.pès da parede. A segunda praça r t de outras 4. toesas, & 2$\frac{2}{5}$ pès de largura : porèm o comprimento desta segunda praça será mayor que o da primeira, estendendose mais para a parte da Face do Baluarte.6.pés de r atè n, & de t até s. A grossura do terceiro Parapeito t g de outras tres toesas entrando a grossura superior do muro, & por terceira praça alta ficarà servindo o Terrapleno interior do Baluarte;porque as primeiras duas praças, & os tres Parapeitos ficaõ por esta conta occupando 17. toesas, & 4$\frac{4}{5}$ pès que fazem 106|8. pès, & porque a Demigolla tem 130|8. pès, sobejaõ ainda 24. por Demigolla livre,& outros tantos da parte da outra Demigolla, que terraplenados servem de praças mais altas,& superiores, ficando por Gosier, ou entrada para o Baluarte interior 33|94112. isto he quasi 34.pés como achará quem fizer o calculo.

Da parte da Cortina corre a groſſura do Parapeito A, e perpendicular ſobre A D, donde ſe deixarà tambem hum relexo de 4. pès de e atè o, & outro dos meſmos 4. de m atè x na ſegunda praça; de modo que a parede o x, que de hũa parte forma as duas praças mais baixa, & intermedia, corra parallela cõ a porçaõ da Demigolla e m para que eſtas praças fiquem mais largas da parte da Cortina.

A letra F moſtra o Parapeito exterior de 3. toeſas H o Terrapleno de cinco, & mais largo no eſpaço L; de modo que o Reparo ſerá de 8. toeſas de largo em cima entrando as tres em quẽ aſſenta o Parapeito. Nas outras figuras ſerâ ainda mais largo.

O Foſſo intermedio, ſe moſtra com a letra M, cuja largura reſulta da meſma fabricaconforme for a fig. de menor, ou mayor numero de lados. Aqui he na fig. quadrada de que imos fallando.

Na parede n b que atraveſſa a largura do Foſſo intermedio ſerá bom haver hum Parapeito, para dallí ter eſte Foſſo algũa defenſa. O eſpaço K moſtra o Terrapleno interior do Baluarte que fica ſervindo de terceira praça mais alta.

Temos pois moſtrado que ainda em hum Quadrado de 1062 pès de lado exterior, que he menor que o de 1080. da meã Fortificaçaõ de Pagan, podemos accõmodar ſegundo noſſo Methodo as meſmas tres praças, dobrados Reparos, & Parapeitos, & o Foſſo intermedio que elle faz.

E poſto que no quadrado da pequena Fortificaçaõ naõ tenhamos Demigolla baſtante para as tres praças, & Parapeitos, tambẽ no deſenho de Pagan a naõ ha, & por iſſo na praça ſuperior não pode continuar os Parapeitos por todo o eſpaço neceſſario, por quanto lhe vinhaõ a fechar a entrada para o Baluarte, como ſe vè na ſua fig. do quadrado da pequena Fortificaçaõ q̃ traz na pag. 69

Iſto ſe prova mais evidentemẽte ſe por Trigonometria ſe buſcar a Demigolla, que forma na continuaçaõ da Razante, a qual conforme os ſuppoſtos q̃ toma neſta fig. ſe achará de quaſi 15|32. toeſas, conforme a pequena Fortificaçaõ; mas os tres Parapeitos a tres toeſas, duas praças as mais baixas a quatro, montaõ 17. toeſas, ſem ainda fallar nos $4\frac{4}{5}$ pès que mais ſaõ neceſſarios para os Taludes ſobredittos, com que não ha na ſua Demigolla capacidade para ſe formar o ſuperior Parapeito correſpondente ao Flanco cuberto, quanto mais para ficar eſpaço para a terceira praça

mais ſuperior,& por tanto prevendo a difficuldade,ou por calculo,ou pello petipè,deixou de continuar na figur. o Parapeito por todo o eſpaço neceſſario, & ainda que Pagan ſuppuzera o lado do Polygono exterior de 1062. pés, nem ainda aſſim tinha na Demigolla capacidade para as tres praças a 4. toeſas,& tres Parapeitos a 3. porque conforme a ſua conſtrucçaõ lhe ſahiria a ditta Demigolla de 16|94775. toeſas que fazem 101|6865.pès ſendo que para as tres praças a 4. toeſas, & tres Parapeitos a 3. lhe eraõ neceſſarias 21. toeſas,ou 126. pés,& mais os 4$\frac{4}{5}$ dos Taludes das Eſcarpas que montaõ 130|8. que ſaõ quaſi 131. o que naõ ſuccede no noſſo deſenho por ter baſtante Demigolla tanto que tomarmos 1062. pès de lado de Polygono exterior como havemos moſtrado.

E ainda que com os 1062. pes de lado de Polygono exterior fizeramos a conta conforme a conſtrucçaõ de Pagan para o Quadrado da meã Fortificaçaõ,nem aſſim lhe reſultaria a Demigolla baſtante;porque ſahiria de quaſi 20|93. toeſas, ou 125|58. pès; ſendolhe neceſſarios os 130|8. ou 131.que havemos ditto.

E ſe todavia quizermos uſar do deſenho que tambem apontei neſte,& no §. 1. lançando o Flanco do angulo da Eſpalda ao ponto onde a Razante corta a Cortina formando com eſta angulo obtuſo,& quaſi recto com a Razante; creſcendo por eſta cauſa as Demigollas,teremos eſpaço para neſta meſma figura quadrada fazer as praças a ſinco toeſas ſe tomarmos hum lado de Polygono exterior de 1039|3144.ou de 1040.pés que he menor q̃ os 1080 da meã Fortificaçaõ de Pagan, como já havemos apontado; que ſe nós o tomarmos dos meſmos 1080.pès, reſultarà a Demigolla K R dos 154|656. que havemos ditto no §. 1. em que poderemos accõmodar as praças a ſinco toeſas.

Todo eſte diſcurſo; & conta fiz para moſtrar a melhoria do meu deſenho ao de Pagan ainda para accõmodar as ſuas tres praças,& mais obras;donde cõſta ſer o de Pagan defectuoſo nas Demigollas de algũas figuras por naõ terem baſtante comprimento; em outras ſaõ taõ enormes por exceſſo,quanto havemos moſtrado no Cap. 12.do primeiro Appendiz.

Continuemos agora com referir a altura deſtas praças em que conſentimos com a doutrina de Pagan a ſaber.

A primeira,& inferior praça pòde ter duas toeſas de alto ſobre

bre o plano do Fosso principal, sendo este de 3. de profundo. A segunda, & intermedia 4. A terceira superior 6.

Mas naõ sou de opiniaõ em serem de igual altura ambos os Reparos do Baluarte como apontei no Scholio do Cap. 9. do I. Appendiz, porèm que o exterior H seja 4. pés mais baixo que o interior K; porque Pagan faz aquelle de 18. sobre o livel da campanha, ou 36. sobre o fundo do seu Fosso como o interior.

Mas nòs sòmente 14. sobre a campanha, ou 32. sobre o plano do Fosso principal. Isto quando houver as mais obras exteriores de Pagan que havemos referido, & vamos aqui descrevendo; porq̃ senão se houverem de fabricar, façase o Reparo exterior do Baluarte 6, ou 8. pès mais baixo que o interior.

Da largura do Fosso intermedio M entre os dobres Reparos se deve considerar que se deve abater o Talud da subida para o Reparo exterior, que occuparà 7. pès, & hũa Lizira de 4. ou 5. q̃ se deve deixar entre o Fosso intermedio, & a ditta subida. Tambem que o ditto Fosso intermedio ficarà tanto mais estreito no fundo, quanto montar o Talud de sua Contrascarpa, & da Escarpa da muralha do Reparo interior.

As serventias para as praças baixas, & intermedia vem de dentro da Praça principal sinaladas com as letras Z Z.

Pagan não forma Espalda nem Orelhaõ na fig. quadrada fortificada por algum de seus tres modos, nem na fig. pentagonica fortificada conforme o petit Royal, quando o lado do Polygono exterior he de 960. pés o mais pequeno que admitte para estas Fortificaçoens; porque como fórma a ditta Espalda do Flanco para dentro da Demigolla, não tinha lugar bastante para o intento das tres praças, & juntamente Espalda: porèm como nòs a formamos do Flanco para fóra pello modo ordinario, bem se póde fazer cõ as tres praças na fòrma que acima temos mostrado; porque seria grande defeito ficar a primeira praça baixa sem Espalda, ou Orelhaõ que a emparasse.

O Revelin (a que com muitos chama Meya lua) com dobres Reparos podemos tambem formar segundo nosso Methodo, a saber dispondo o Fosso obliquo na fòrma ditta no Cap. 16. do Methodo Lusitanico, se tome por Capital do Revelin a linha X V igual aos $\frac{3}{4}$ da Sobreface E I, & do ponto V se tire a Face do Revelim V R direita ao ponto C extremo da linha directiva D C, Fig. 17.

à qual

a qual Face (quando ſe naõ faz Eſpalda) havemos ditto ſe tire na fig. quadrada do primeiro Methodo declarado no Capitulo 14. direita a hũa parte da Cortina (junto do Flanco) igual á ſexta parte da Capital X V: mas nos Quadrados do ſegundo, & terceiro Methodo, que diſſemos nos Capitulos 45 . & 47. direita ao meyo do Flanco.

O Foſſo exterior do Revelin (que no noſſo Methodo havemos tambem feito obliquo) ſe póde aqui fazer parallelo igual ao terço, ou ao mais á ametade da largura do Foſſo principal defrõte da Face do Baluarte na ſua media largura; pois por ſer obliquo naõ tem hũa meſma em todo ſeu comprimento.

O Reparo exterior do Revelin pòde ſer de 8, ou 9. toeſas de largo entrando o Parapeito a fòra o que occupa a ſubida para o Terrapleno, ao pè da qual entre ella, & o Foſſo intermedio ſe deve deixar hũa lizira de 4. ou 6. pès de largo, para q̃ a ſubida naõ comece immediatamente da margem exterior do Foſſo intermedio, mas haja eſpaço, & largueza aſſim para poder andar gente pello pè deſte Reparo externo, como para que a terra da ſubida tenha em que ſe entreter ſem cahir no Foſſo.

O Foſſo intermedio entre os dobres Reparos do Revelin pòde ſer da quarta, ou terceira parte da largura do principal, na fòrma ſobreditta.

O Reparo interior do Revelin póde ſer de 8. ou 9. toeſas, ou cheyo todo.

A Contraguarda póde tambem ter 8, ou 9, toeſas de groſſura no Reparo entrando as tres que occupa o Parapeito a fòra a ſubida, ou ainda mayor largura, por ir embebendo a terra que ſahir dos Foſſos, pois lhe aſſina Pagan 15 .toeſas de largura entrando o terreno natural que ha de ficar ao pè della . Mas a ditta Contraguarda não deve ter Parapeito no lado q̃ olha para o Revelin pella razaõ que já havemos apontado.

Com eſtas larguras de Foſſos, & Reparos, & com as alturas atraz dittas ſe poderà accõmodar a terra que ſahir dos Foſſos, a ſaber a que ſobejar da que menos levaõ os Reparos menos altos; accommoda la nos mais altos, nos centros dos Baluartes, na Explanada, & em mais algũa groſſura de Parapeitos, que deſte modo ſe virá a embeber toda a que ſe tirar dos Foſſos; o que naõ poderia ſer nos Terraplenos de 7 . toeſas de Pagan com taõ grandes larguras de

Foſſos

Fig.ª I.ª

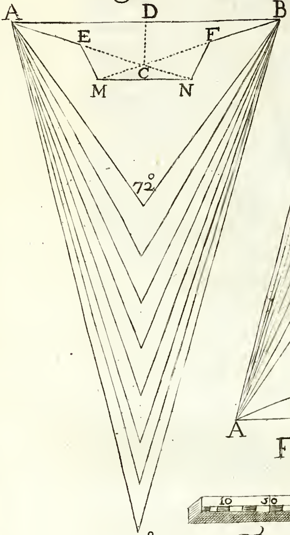
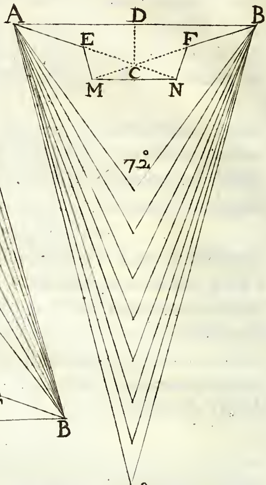


Fig.ª 2.ª



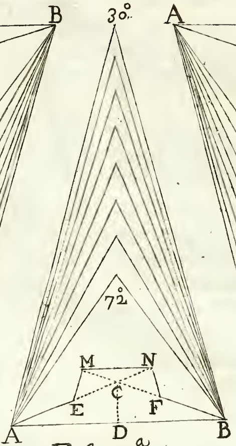
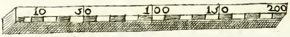


Fig.ª 3.ª



Toesas

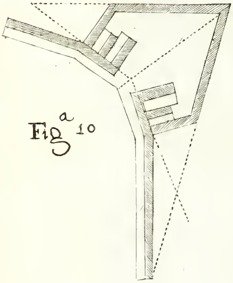


Fig.ª 10

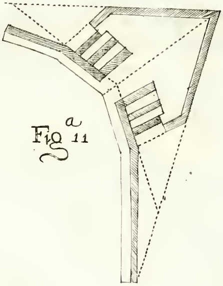


Fig.ª 11

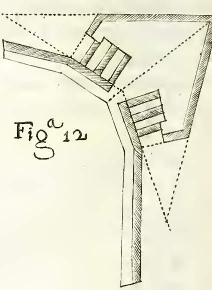
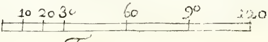


Fig.ª 12

XXXII



Toesas

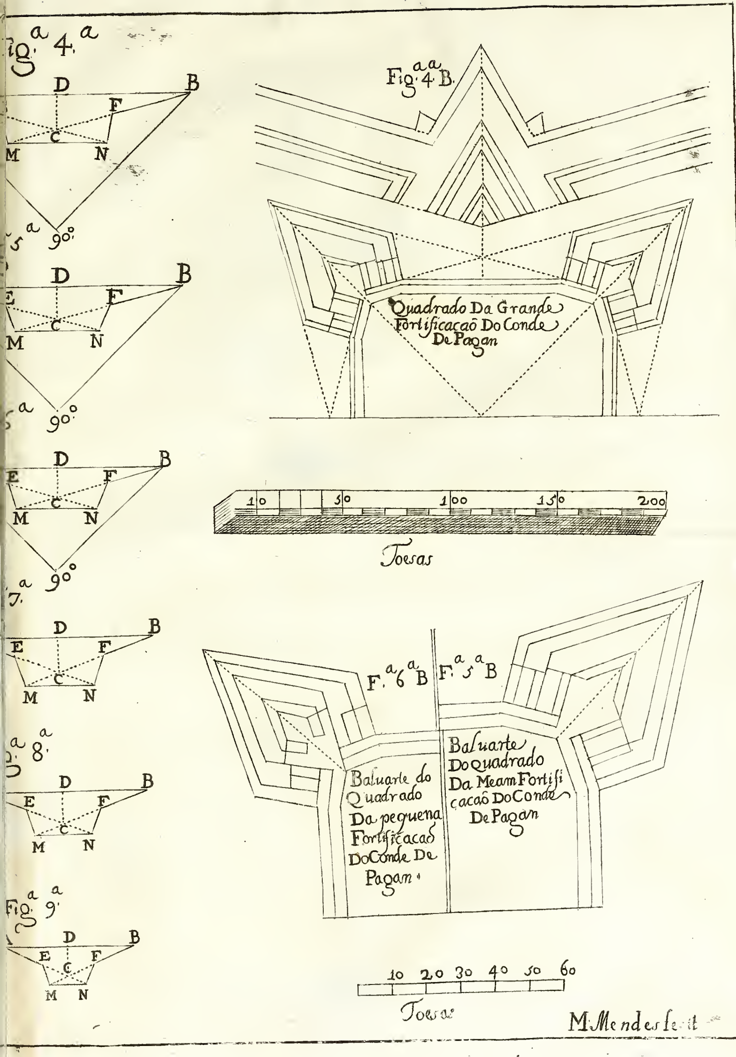
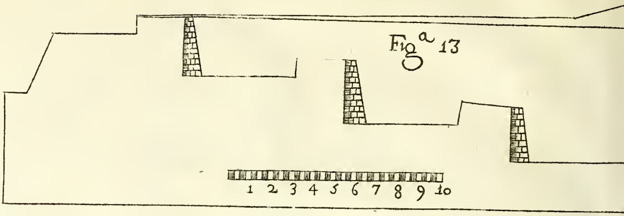
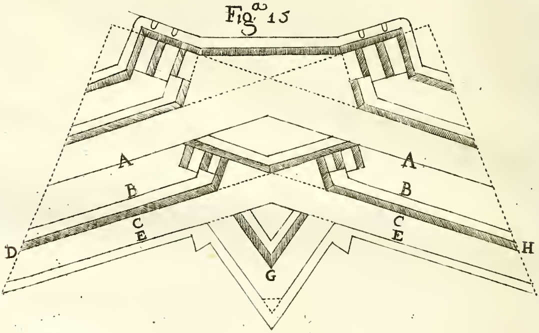


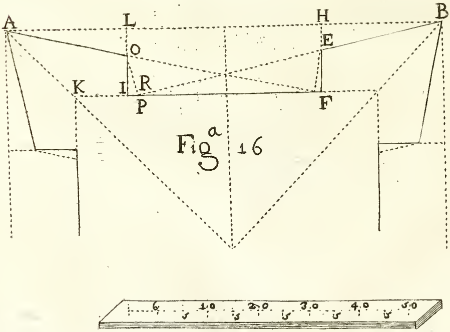
Fig.ª 4.ª
D B F C M N 90°
5ª 90°
D B E F C M N
6ª 90°
D B E F C M N
7.ª 90°
D B E F C M N
8.ª
D B E F C M N
Fig.ª 9.ª
D B E F C M N
Fig.ªª 4 B.
Quadrado Da Grande Fortificacaõ Do Conde De Pagan
10 50 100 150 200
Toesas
F. 6ª B
F. 5ª B
Baluarte do Quadrado Da pequena Fortificacaõ Do Conde De Pagan.
Baluarte Do Quadrado Da Meam Fortificacaõ Do Conde De Pagan
10 20 30 40 50 60
Toesas
M. Mendes fecit



Figª 13

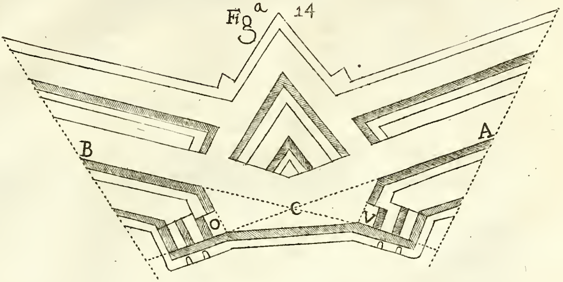


Figª 15

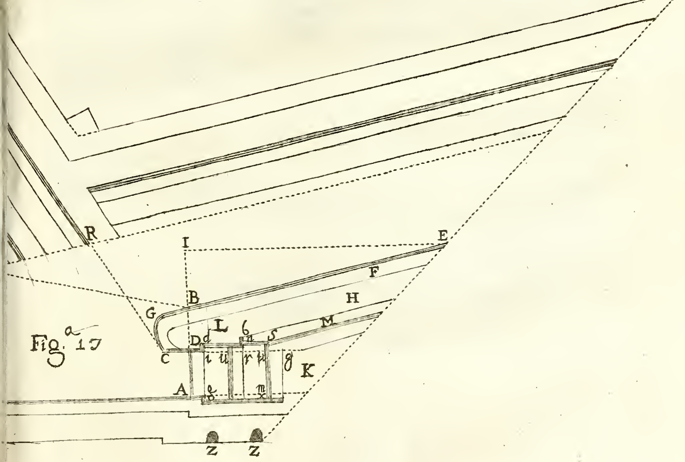


Figª 16

XXXIII



Figª 14



Figª 17

M Mendes fecit

Foſſos da profundidade que aſſina; ſendo que os que nòs aſſinamos ſaõ aſſaz largos,& a profundidade a meſma que de Pagan.

No que toca à ſegunda Praça de Pagan, a que tambem chamà perfeita com a grande Contraſcarpa, & Revelin por fòra dellà que traz na pagin. 43. & nòs no Cap. 9. do primeiro Appendiz, não venho em ſer a Cortina da ditta Contraſcarpa com o angulo no meyo ſahido para fòra,como elle faz,pellas razoens que allí apontamos. E poſto que ſe pudera fazer a Cortina direita;todavia porque não ha boa diſpoſiçaõ para eſte intento ſem ficar muito curta,& as ſuas Faces exceſſivas,me parece eſcuſarſe a ditta grande Conrraſcarpa,& quando ſe queiraõ fazer obras externas, que ſejaõ as Contraguardas,ou Conſervas, de que havemos trattado, & o Revelin com dobres Reparos, porque ha melhor diſpoſiçaõ para iſto em todas as figuras, & até no Quadrado (como havemos moſtrado) onde aquella he menos commoda que nas outras.

Nem tenho por melhor a grande Contraſcarpa,ainda que fora com a Cortina direita do que as Contraguardas,& Revelim; poſto que Pagan a prefira [r] de que eſcuſo apontar as razoẽs por não ſer mais largo,& porque em parte as havemos tocado.

[r] Cap.6.pag. 45.

Nas mais figuras atè a linha recta incluſivè ſe diſponhaõ as Fortificaçoens pello meſmo teor:nas quaes haverá ainda melhor diſpoſiçaõ para ſe accommodarem as tres praças nos Flancos; pois vaõ creſcendo as Demigollas, aſſim como vai creſcendo a fig. no num. dos lados,& por tanto ſe poderá dar mayor largura,ou fundo as praças como de 6. & mais toeſas para ficarem mais capazes, & tambem engroſſar mais ſeus Parapeitos ſe for neceſſario,attendendo á capacidade que a Demigolla offerecer para o intento;pois vimos que no Quadrado,onde ſe dá a menor Demigolla podemos diſpor as tres praças com tanta commodidade.

TRIGONOMETRIA PRACTICA RECTILINEA

POR

LUIS SERRAM PIMENTEL

PROLOGO.

A Trigonometria, ou mediçaõ de Triangulos, que vem a ser hũa sciencia, a qual por preceitos fundados theoricamente na Geometria, & Arithmetica, ensina practicamente a resolver em medidas hũas das quantidades de hum Triangulo, presupposto outras nelle conhecidas, he de tanto uso, taõ util, & necessaria, que me parece o naõ poderia referir bastantemente, ainda que escrevesse muitas paginas: por tanto o remetto aos livros dos famosos Autores que desta sciencia escreveraõ especulativa, & practicamẽte, que saõ em grãde numero

Basta significar com elles, que sem a Trigonometria ficaõ impenetraveis as mais das sciencias Mathematicas: com ella facilmente penetraveis, & ainda a mais difficil, & levantada, qual he a Astronomia, como se contêm no distiсho seguinte que vulgarmente exta.

Cuncta Trigonus habet, satagit quæ docta Mathesis,
Ille aperit clausum quid quid Olympus habet.

Naõ tratto mais que da practica, que he o necessario para o uso, tirada dos livros dos Autores celebres: pois a tem reduzido a taes termos, que parece naõ póde ser mayor a facilidade, & brevidade, & por tanto todos os modernos por hum, ou outro modo vem a escrever a mesma cousa.

Sigo a ordem de Adriano Ulacco na sua Trigonometria artificial, & de Henrique Gellibrando na sua Instituiçaõ trigonometrical; cuja practica me parece bẽ disposta, a que ajuntei algũas advertẽcias necessarias, que reconheci lhe faltavaõ, especialmente na Trigonometria spherica, como se verà na que em outra occasiaõ darei a luz.

Hũa, & outra Trigonometria, rectilinea, & spherica, tenho escritto ha muitos annos, & ditado algũas vezes aos meus ouvintes na Aula Regia com mais, ou menos largueza. A practica da rectilinea ordinaria, que aqui escrevo, me parece vai taõ copiosa, que lhe naõ faltaõ varios caminhos por differentes analogias para se conseguir a soluçaõ dos problemas ordinarios. Cada hum poderâ escolher o q̃ mais lhe agradar, porque qualquer acharà facil, & sem tropeço.

Advirto finalmente que convem primeiro exercitaremse na Arithmetica decimal, que dou separadamente em compendio antecedente a este Trattado: porque nelle, & em todos os meus calculos uso daquella Arithmetica, como faz em todos os modernos, pellas razoens que no prologo do ditto compendio aponto.

As fig. que servem para este Trattado, vaõ nas Estampas 34. & 35.

PRACTICA DA ARITHMETICA DECIMAL, OV Dizima.

PROLOGO.

A Dizima he hũa invençaõ de Simaõ Stevino de Bruges, a qual despois tomaraõ muitos modernos por ser excellente, para por seu meyo se acharem logo os quebrados com grande approximação, valendose sómente das quatro especies da Arithmetica ordinaria, & dos mesmos modos ordinarios de tirar mais, & mais approximadamẽte as raizes, quadras, cubicas, quadriquadras, surdesolidas, cubicubicas, &c. que de sua natureza forem irracionaes segundo as dignidades da Algebra numerosa, ou especiosa.

Seria necessario alargarme para inculcar sua facilidade, & utilidade para os calculos, & para todo o genero de contas sobre qualquer materia. Os versados nas Mathematicas o reconhecem bem pella liçaõ dos Autores que della usaõ. Donde eu deduzi este Compendio ha muitos annos, o qual hei lido na Aula Regia onde professo as Mathematicas, para exercicio dos calculos da Hercotectonica militar, que ditei; & posto que naõ havia visto Stevino quando escrevi esta practica, todavia vendoo despois me naõ foi necessario acrescentar, ou tirar algũa cousa do que havia escritto, parecendome telo feito bastantemente, referindo sómente agora de novo a definiçaõ da Dizima, que elle traz.

---

§. 1.

Que cousa seja Dizima.

DIzima he hũa especie de Arithmetica inventada pella decupla proporçaõ, consistente nos caracteres das cifras, pellos quaes se descreve qualquer numero, & pella qual se resolvem por numeros inteiros sem quebrados todas as contas, que intervem nos negocios dos homens.

Naõ examino agora filosoficamente a definiçaõ; mas sómente advirto, que em lugar das palavras [Decupla proporçaõ] que eu puz, traz Stevino (Decupla progressaõ.)

Vem a ser, que imagina qualquer inteiro repartido em dez partes, a que chama primos, cada primo em dez segundos, cada segundo em dez terceiros, & assim por diãte do mesmo modo, que os Mathematicos procedem pella divisaõ sexagenaria de hum

grao

grao em 60. minutos,hum minuto em 60. ſegundos, hum ſegundo em 60. terceiros, &c. De maneira, que ſe ſuppoſermos eſte numero 34|24679. quer dizer que ſaõ 34. inteiros,pès,palmos, vergas,legoas, eſtadios,ou outra qualquer medida de que ſe fala; & mais dous primos que ſaõ $\frac{2}{10}$ & alem diſto 4. ſegundos que vem a ſer $\frac{4}{100}$ & mais 6. terceiros que valem o meſmo que $\frac{6}{1000}$ & juntos com os primeiros dous numeros faz tudo ſomma de $\frac{246}{1000}$ & ainda mais 7. quartos ou $\frac{7}{10000}$ que com mais 9. quintos, ou $\frac{9}{100000}$ reſulta todo o quebrado $\frac{24679}{100000}$ atè onde chegaõ de ordinario os calculadores da Fortificaçaõ por fazerem o Radio, ou ſemidiametro do circulo de 10000.ſem embargo de que para a practica não he neceſſario mais,que chegar a primos,ou quando muito a ſegundos. E he de advertir que ſempre no quebrado deve ficar por denominador 1. com tantas cifras, quantas forem as letras do numerador.

Numerador he o numero de cima do quebrado. Denominador he o numero debaixo.

Mas quando algum dos numeros do numerador he ſignificativo,ou exponente de quebrado mais miudo, que de primos, ſe lhe devem imaginar da parte eſquerda tantas cifras, como quantos forem os lugares dos quebrados, que faltaõ como por exemplo ſuppondo,que temos 24. inteiros,& 6.terceiros ſe haõ de diſpor neſta fórma 24|006. que he o meſmo que 24$\frac{006}{1000}$.

Podeſe tambem imaginar o Radio repartido ainda em mayor numero de partes que 100000, como em 1000000, que ſe chamaõ ſextos,ou em 10000000,que ſe dizem ſeptimos,& aſſim por diante;mas ſerà eſcrupuloſa impertinencia paſſar de quintos.

Alguns ſinalaõ os numeros inteiros,primos, ſegundos, terceiros,&c. com os ſeguintes caracteres (0) ①②③④ &c. ou com outros varios accõmodados emcima dos numeros, a que pertencem, ou poem ſò o ultimo caracter em cima da ultima letra numerica. Deſtes uſaõ alguns Autores da Algebra; porém ſaõ cançados, & mais facil ficaria cifra por exponẽte de numeros inteiros; hũa riſquinha de primos; duas de ſegundos, &c. & ainda tenho por melhor,&mais facil para as operaçoens apartar o numero inteiro do quebrado com hũa riſca de alto a baixo como neſte num. 3428|76054. o qual ſignifica 3428. inteiros, & mais $\frac{76054}{100000}$ q̃ ſaõ quintos. Do que diſſermos adiante ſe percebera tudo melhor.

§. 2.

Da practica da Dizima.

AS especies da practica da Dizima saõ as mesmas, que da Arithmetica ordinaria; porque como procede com seus primos, segundos, &c. em proporçaõ de cupla dahi nasce ficar o mesmo processo, que das especies ordinarias, o que se verá dos seguintes exemplos.

Reduzir quebrados ordinarios a quebrados da Dizima.

AO numerador do quebrado se acrescente hũa, duas, tres, quatro, ou cinco cifras cõforme quizermos reduzilo a primos, segundos, terceiros, quartos, ou quintos, & o ditto numerador assim acrescentado com as cifras se parta pello denominador do quebrado, & o que sahir no quociente serâ o quebrado reduzido a primos, segundos, terceiros, &c. conforme a quantidade das cifras acrescentadas ao numerador.

EXEMPLO I.

PRoponhamos se quer reduzir o quebrado $\frac{3}{4}$ a outro da Dizima. Ao numerador 3. acresceto cinco cifras, & assim acrescẽtado 300000. o parto pello denominador 4. & sahem no quociente 75. pois atè a segunda cifra despois do 3. he, que se ajusta a repartiçaõ sem sobejar nada. E pois me naõ foraõ necessarias mais, que as primeiras duas cifras adiante do 3. para se ajustar a repartiçaõ; por tanto o numero 75. que sahio no quociente saõ 7. primos, & 5. segundos, ou 75. segundos, que valem o mesmo que $\frac{75}{100}$ porque sempre o denominador se deve entender, que cõsta de 1. com tantas cifras, como quantas letras numericas houver no numerador do quebrado da Dizima; ainda que neste algũas da parte esquerda sejaõ cifras.

Esta reducçaõ em sustancia vem a ser a practica da regra de tres; porque quando se propoem $\frac{3}{4}$ quer dizer que de hum inteiro feito em quatro partes se devem tomar as tres; pois em qualquer quebrado sempre se imagina hũa cousa partida em tantas partes

partes,quantas ſignifica o denominador do quebrado, pello que armando a regra de tres na fòrma ſeguinte.

Se hũa couſa repartida em 4. partes como moſtra o denominador do quebrado, me dà 3.como moſtra o numerador,que me daria a meſma couſa ſe ſe repartiſſe em 10. ou 100. ou em 1000. ou 10000. ou em 100000? & feita a conta ſahiráõ $\frac{75}{100}$ ou $\frac{750}{1000}$ ou $\frac{7500}{10000}$,ou $\frac{75000}{100000}$. E como na regra de tres ſe ha de multiplicar o ſegũdo numero pello terceiro, & eſte ſeja 10, ou 100, ou 1000, ou 10000,ou 100000, com ſe acreſcentarem cifras ao ſegundo,q̃ he o numerador do quebrado dado, fica feita a multiplicaçaõ, para ſe partir pello primeiro,q̃ he o denominador do ditto quebrado.

EXEMPLO II.

HAjaõ-ſe de reduzir $\frac{23}{57}$ a quebrado da Dizima: Ao numerador 23. acreſcento cinco cifras, & o numero compoſto 2300000. repartido pello denominador 57. dá no quociente 40350. mas porque ficaõ por repartir 50. que he mais que ametade do denominador 57. por tanto em lugar da ultima letra do quociente,que he cifra ponho 1. & fica o quociente mais proximo á verdade, 40351. que ſaõ 4. primos, nenhum ſegundo, 3. terceiros, 5. quartos, 1. quinto, ou fazendo mençaõ do valor de todo o numero,quarenta mil trezentos,& cincoenta, & hũ quintos,que valem o meſmo que eſte quebrado $\frac{40351}{100000}$.

Sommar numeros da Dizima.

QUerẽdoſe ſommar por exemplo tres fileiras de numeros, a ſaber oprimeiro 343|70467. o ſegundo 23|04300; o terceiro 0|57038; que ſe diſponhaõ em tres carreiras na fòrma que ſe diſpoem os numeros ordinarios para ſe ſomarem;ſómente com advertẽcia, que ſe haõ de pòr ſemelhantes debaixo de ſemelhantes, & quando faltar na ordem algum ſe deve ſuprir com hũa cifra;como ſe vè no exemplo junto,& a ſomma ſe fará pello modo ordinario, a qual ſerá 367|31805. q̃ he o meſmo,que 367 $\frac{31805}{100000}$.

343	70467
023	04300
000	57038
367	31805

Diminuir numeros da Dizima.

FAzſe a deminuiçaõ pello modo ordinario,devendo ſer o numero de cima mayor que o debaixo,& pondoſe ſemelhantes de-

debaixo de ſemelhantes, ſuprindoſe o lugar com cifra, quando nelle faltar numero, como por exemplo de 283|704. quero tirar 175|54278.diſponho os numeros na fòrma que ſe vè,& fazendo a ſubtracçaõ pello modo ordinario reſtaõ 108|16122. que valem o meſmo que 108| $\frac{16122}{100000}$.

283|70400
175|54278
108|16122

Multiplicar numeros da Dizima.

A Multiplicaçaõ ſe faz na meſma fòrma que a dos numeros ordinarios,& para ſe ſaber que eſpecie ſe gera no producto ſe ajunta o exponente da ultima letra da parte direita do multiplicador com o exponente da ultima letra direita do multiplicado,& a ſomma dos dittos exponentes ſerá o exponente da ultima letra do producto.

EXEMPLO.

QUerẽdoſe multiplicar 428|70456.por 32|23.diſponhaõ-ſe os numeros na fòrma ordinaria preſente, & feita a multiplicaçaõ ſahe no producto 13817|1479688.& porque o exponente ultimo direito do multiplicador era de ſegundos, & o do multiplicado era de quintos,juntos ambos os exponentes a ſaber quintos,& ſegundos fazem ſeptimos, porque dous com cinco fazem 7 exponẽte de ſeptimos,& tal ſe deve pòr em cima da ultima letra, que he 8. & como dalli para a maõ eſquerda vão diminuindo os exponentes por ſua ordem, vem a ficar á cifra exponente de inteiros em cima do ſegundo 7. para a maõ eſquerda, & ſahem 13817,& os mais quebrados adiante que valem o meſmo, que $\frac{1479688}{10000000}$.

428|70456
32|23
128611368
85740912
85740912
128611368
13817|1479688

NOTA.

SE ſe multiplicarem ſòmẽte quebrados da Dizima por outros quebrados da meſma, cuja ſomma dos exponentes denota o quebrado do producto, ſe contem os dittos exponentes por ſua ordem da maõ direita para a eſquerda;& ſe faltarem letras a que attribuir exponente,ponhaõ-ſe cifras em lugar das que faltarem atè o exponente de primos,& ficarà em quebrado, cujo denominador

nador ſerá 1. com tantas cifras como houver letras no numerador;como por exemplo multiplicando 4.terceiros por 5.primos & 3. ſegundos ſe geraõ no producto 212. quintos;logo começãdo a contar os exponentes a ſaber quintos em cima do 2. do maõ direita;quartos em cima do 1. para a maõ eſquerda; terceiros em cima do 2. mais para a maõ eſquerda; poremos mais hũa cifra tãbem para a maõ eſquerda ſobre que ſe imaginem ſegundos,& outra cifra ainda mais para a eſquerda onde ſe imaginem primos, & ficará o quebrado neſta fórma $\frac{00212}{100000}$.

Repartir numeros da Dizima.

O Repartir he tambem na fòrma ordinaria, & ſò para ſe ſaber que eſpecie ſahe no quociente ſe tira o exponente do ultimo numero da parte direita do diviſor do exponente ultimo direito do diviſo, & o que reſtar ſerá o exponente da ultima letra direita do quociente.

EXEMPLO.

DIvidaõ ſe 328|459. por 23|43. Diſponhaõ-ſe os numeros na fòrma ordinaria preſente, & feita a operaçaõ ſahe no quociente 14|0. porque tirando o exponente da ultima letra do diviſor que era de ſegundos, do exponẽte da ultima letra direita do diviſo que era de terceiros, fica o exponente de primos, que ſe deve pòr ſobre o ultimo numero direito do quociente.

```
  004
 0125
19413
328|459 |14|0
23|4333
  2344
   23
```

NOTA I.

SE os exponentes do diviſor forem mais altos no nome que os exponentes do numero que ſe quer dividir, ſe devem ajuntar ao dividendo tantas cifras atè que o exponente da ultima cifra direita iguale ao exponente da ultima letra direita do diviſor,ou ainda mais algũa cifra adiante,& ſe deve fazer a diviſaõ como eſtá ditto:mas para mayor clareza ponho ainda outro.

EXEMPLO.

QUerendose dividir 140|87. por 25|0675. porque o exponente do divisor he de mais alto grao no nome (por ser de quartos) que o exponente ultimo do dividendo (que he de segundos) acrescento ao ditto dividendo algũas cifras atè que seu ultimo direito exponente iguale, ou exceda ao do divisor. Acrescentēse tres cifras, por exẽplo, & ficarâ o dividẽdo 140|87000. cujo ultimo exponēte será de quintos, & feita a divisaõ sahirà no quociente 5|6. & porq̃ sobeja algũa cousa da divisaõ, se se quizerem ir acrescentando mais cifras ao dividendo, & continuando a repartiçaõ iraõ sahindo segũdos, terceiros, quartos, &c.

```
          2
       0  60
     034923
    0155355
   14087000  |5|6
    2506755
     25067
```

NOTA II.

SE se repartir sómente quebrado por quebrado de que sahe inteiro, ou inteiro, & quebrado, ou sòmente quebrado, & sempre qualquer que sahir no quociente he o que pertence á unidade, se devem pello mesmo modo ajuntar cìfras ao numero dividendo, quando seu exponente for de mais baixo grao no nome que o divìsor, atè que o daquelle iguale, ou vença o deste, & tirando o exponente do divisor do exponente do dividendo, se veja que exponente fica para a ultima letra da parte direita do quociente, & vindo deste exponente pellas mais letras do quociente para a maõ esquerda attribuindo a cada letra seu exponēte, conforme o lugar em que cahe; se as letras se acabarem primeiro que se chegue ao exponente de primos, poremos cifras nos lugares das letras que faltaõ para os exponentes succeſſivos até o de primos.

EXEMPLO.

REpartamos 2. terços por 4. prim. acrescentando hũa cifra ao 2. para se poder repartir fazem 20. quartos, que repartidos pellos 4. prim. sahem no quociente 5. terceiros; pello que pois faltaõ os exponentes de segundos, & primos; poremos cifras naquelles lugares, & serà o quebrado $\frac{005}{1000}$ terceiros pertẽcente à unidade;

dade; mas a cada hum dos quatro primos ſahem 1. terceiro 2. quartos, 5. quintos.

Outro exemplo em que ſahem inteiro, & quebrados.

REpartamos $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$ q̃ he o meſmo que repartir pella Dizima 7.prim.5.ſeg. por 4.prim. ſahe no quociente 1|875.pertencentes à unidade,& a cada hum dos 4. prim. ſahe|1875.quartos iſto he $\frac{1875}{10000}$.

Corollario.

DO ſobreditto ſe colhe, q̃ ſe ſe multiplicaõ inteiros por inteiros geraõ-ſe inteiros, porque ſeus exponentes ſaõ cifras & ſommadas fazem cifras,exponentes de inteiros, & aſſim inteiros por primos geraõ-ſe primos, inteiros por ſegundos reſultaõ ſegundos; inteiros por terceiros reſultaõ terceiros, & aſſim infinitamente porque a cifra exponente de numero inteiro junta com qualquer exponente naõ lhe acreſcenta couſa algũa.

Mas ſe ſe multiplicarem primos por ſegundos reſultaõ terceiros, porque unidos em hũa ſomma os exponentes fazem terceiros: ſemelhantemente ſegundos por quartos fazem ſextos em razaõ do aggregado dos exponentes fazer ſextos.

Semelhantemente ſe entende na diviſaõ,devendoſe tirar o exponente do diviſor do exponente do dividendo; porque ſe por exemplo ſe repartirem ſegundos por inteiros ſahiraõ no quociẽte ſegundos em razaõ de que cifra exponente de inteiros no diviſor tirada de ſegundos exponente do dividendo deixou o meſmo exponente de ſegundos; & ſe ſe repartirem quartos por primos ſahiraõ no quociente terceiros, porque tirado o exponente de primos (que he o do diviſor) do exponente de quartos,que he o do dividendo,reſtaõ terceiros exponente do quociente. Mas ſe o exponente do diviſor for de mais alto grao, que o do dividendo ſe devem acreſcentar tantas cifras ao numero dividendo, atè que ſeu ultimo exponente direito iguale,ou exceda ao exponente do diviſor; para que eſte ſe poſſa tirar daquelle, como ſe diſſe no exemplo atraz.

NOTA.

O Uſo da Dizima, ſe vè tambem excellentemente practicado na approximaçaõ das raizes irracionaes; que aſſim ſe chamaõ, porque nunqua ſe podem exprimir em numeros certos, ainda que infinitamente ſe podem approximar mais à verdade; por tanto naquelles numeros, que naõ tem raizes quadras, cubicas, quadradas de quadradas, ſurdeſolidas, quadricubicas, ou cubiquadras, &c. poſto que haja diverſos modos de approximar as ſuas raizes, de que largamente trattaõ os Arithmeticos; todavia nenhum he mais ajuſtado, que mediante a Dizima; pois por ella ſe podem infinitamente approximar as dittas raizes com o meſmo modo, ou practica da extracçaõ.

E porque meu intento naõ he aqui enſinar a Arithmetica, porque ſupponho, que falo com os exercitados nella, ao menos até a extracçaõ das raizes quadra, & cubica, tocarei ſómente como pella Dizima ſe approximaõ infinitamente aquellas que não ſaõ racionaes, para que tambem neſta parte ſe veja a excellencia deſte invento, que todavia neſte ponto da approximaçaõ he jâ muito antigo; pois ſe acha nos Autores que da Arithmetica eſcreveraõ, entre os modos de approximar tambem eſte, que he proprio, & particular da Dizima, poſto que entaõ ſenaõ reparava individualmente na origem donde ſe dirivava.

Supponho pois que ſe tira a raiz quadra por algum dos modos ordinarios dos Arithmeticos, & que pella não ter juſta o numero de que ſe tira, ſobeja algũa couſa da ultima repartiçaõ; para ſe ſaber pois quanto mais terá a raiz approximada, que o numero, q̃ tem ſahido no quociente, trattãdoſe de raiz quadra, ſe acreſcente ao numero dividendo da parte direita hum binario, ou par de cifras, & continuandoſe por diante a extracçaõ como ſe o dividendo aſſim acreſcentado foſſe hũ numero inteiro propoſto no principio para ſe delle tirar a raiz, & o numero que de novo acreſcer no quociente ſeraõ decimos, que acreſcem aos numeros dos inteiros do quociente.

E ſe ainda do dividendo aſſim acreſcentado ſobejar algũa couſa da repartiçaõ, ſe lhe acreſcente por diante da meſma parte direita outro binario de cifras, & continuando a operaçaõ acreſcerá outra letra no quociente, que junta com a primeira, que avia

acreſ-

acreſcido fazem centavos de hum inteiro anexos ao numero dos inteiros do quociente, & aſſim continuando por diante acreſcentando binarios de cifras ao dividendo, iraõ ſahindo milleſſimos, dez milleſſimos, cem milleſſimos, mil milleſſimos, &c.

Em alguns calculos meus chegava ordinariamente a cem milleſſimos, quando eraõ endereçados a couſas, que pediaõ ſemelhante miudeza; aſſim como ſe acharaõ os Senos, Tangentes, & Secantes, & o Principe dos Aſtronomos Ptolemeo inveſtigou mediante extracçoens de raizes quadras irracionaes bem approximadas as grandezas dos corpos, & Spheras celeſtes.

Quando ſe tratta da extracçaõ da raiz cubica approximada, & tirada por algum dos modos dos Arithmeticos, ſe acreſcẽtaõ ternarios de cifras ao numero dividendo, aſſim como para a quadra ſe acreſcentaõ binarios; para a quadrada de quadrada, ou por outro nome quadriquadra ſe acreſcentaõ quaternarios; para a ſurdeſolida quinarios, para a quadricubica ſenarios, &c. cujas demonſtraçoens, & as propoſiçoẽs em que ſe fundaõ as extracçoẽs deſtas raizes pedem mais alta contemplaçaõ, como ſe pòde ver nos Autores que na Algebra foraõ primeiras luzes, Diophanto Alexandrino, Fr. Lucas de Burgo, Cardano, Tartaglia, o noſſo inſigne Pedro Nunes, Rafael Bombello, Clavio, Stevino, Vieta, Renato de Cartes, Alberto Gerardo, Renaldino, & outros.

Fim da Dizima.

TRIGONOMETRIA PRACTICA RECTILINEA

CAP. I.

Das noticias que devem preceder para a intelligencia, & uso da Trigonometria.

§. 1.

Que cousa sejaõ graos, minutos, & segundos.

REpartem os Mathematicos a circunferencia de qualquer circulo, ou seja grande, ou pequeno em 360. partes iguaes que se chamaõ graos: cada grao em 60. partes mais miudas que se chamaõ minutos: cada minuto em outras 60. ainda mais miudas q̃ se dizem segundos, & assim pordiante continuando com a mesma divisaõ sexagenaria que he de 60. em 60. minutos.

A razaõ que tiveraõ para a dividirem em 360. partes mais que em outro qualquer numero, he porque aquelle tem muitas partes que chamaõ aliquotas sem quebrado, a saber ametade, que saõ 180. gr. a terça-parte que saõ 120. a quarta-parte 90. a quinta 72 a sexta 60. a oitava 45. a nona 40. a decima 36. & outras muitas sem entrar quebrado.

Com o mesmo fundamento repartiràõ o grao em 60. minutos porque naõ querendo repartilo em outras 360. partes por ser divisaõ muito miuda para o grao, escolheràõ outro numero abaixo de 360. que tivesse tambem muitas partes aliquotas, & naõ acharaõ outro tanto a proposito como o num. 60. porque este tem ametade que saõ 30: terço que saõ 20. quarto que saõ 15. o quinto 12. o sexto 10. & outras partes sem quebrado.

§. 2.

Que cousa he angulo plano rectilineo, como se mede seu valor, & de suas especies.

ANgulo plano rectilineo segundo Euclides he a inclinaçaõ de duas linhas rectas que reciprocamente se tocaõ, & naõ jazem

jazem em direito como por exemplo a inclinaçaõ que a linha A B tem para a linha C B, ou C B para A B tocandose reciprocamente no ponto B, & naõ jazendo em direito hũa da outra, he o angulo A B C rectilineo. Fig. 1. Estampa 34.

Esta inclinaçaõ que hũa linha tem a outra pode ser mayor, ou menor, & daqui resultar mayor, ou menor angulo, a saber mais ou menos aberto, & a medida por onde se mede sua grandeza he o arco descripto do ponto angular intercepto entre os lados que formaõ o angulo: como o arco A C descripto do ponto B como de polo, he a medida do angulo A B C: porque quantos graos, & minutos, &c. tiver o ditto arco A C, de tantos se diz ser o angulo, A B C & he o seu valor.

Para se saber pois o valor de cada angulo, ou do arco que o mede, como tambem os lados de hum Triangulo se inventou a Trigonometria, que he a doutrina da mediçaõ dos Triangulos de que trattamos na presente obra no tocante a practica, que he o de que mais se necessita para o uso das outras partes da Mathematica.

O angulo he de tres sortes, recto, agudo, & obtuso. O recto sempre consta de 90. gr. ou he medido pella quarta parte da circunferencia de hum circulo chamada Quadrante em que ha os dittos 90. graos. O agudo consta de menos graos que de 90, ou se mede por hum arco menor que Quadrante: O obtuso de mais de 90. gr. mas de menos que de 180. ou se mede por hum Arco mayor que Quadrante porém menor que semicirculo.

Semelhantemente se entende tudo o sobreditto acerca dos angulos Sphericos, de que diremos na Trigonometria Spherica em outro Trattado.

§. 3.

Que cousa seja Triangulo, & de suas especies.

Triangulo he hũa fig. comprehendida de tres lados que juntamente comprehẽdem tres angulos que ha no Triangulo.

O Triangulo he de tres sortes, rectangulo, obtusangulo, acutangulo.

Triangulo rectangulo he, *r* aquelle que tem hum angulo recto dos tres que nelle ha, como A B C que tem recto o angulo B. *r* Fig. 2.

Trian-

Triangulo obtusangulo D E F, que tem obtuso o angulo E

Fig.3.
Fig.4.
Triangulo acutangulo G H I, que tem todos os tres angulos agudos.

O Triangulo rectilineo,que tiver angulo recto, naõ pòde ter outro recto,nem obtuso; & o que tiver angulo obtuso naõ pòde ter outro obtuso,nem recto, porque todos os tres angulos de qualquer Triangulo rectilineo saõ iguaes [r] a dous angulos rectos,ou 180. gr. como se dirá na segunda propriedade dos Triangulos no §. 8.

r 32. primi. Euclid.

Porém nos Sphericos he differente, porque os tres angulos de qualquer Triangulo Spherico sempre saõ [a] mayores que dous rectos,& menores que seis,como se dirá na Trigonometria Spherica.

a Regiom. 49. Clav. prop. 31. Triang. Spheric.&alij.

Os Triangulos se denominaõ tambem pellos lados;porque se tiver todos os tres lados iguaes se diz equilatero,ou isopleuro: se dous iguaes, & hũ desigual se diz Isosceles: se todos tres desiguaes se diz Scaleno.

§. 4.

Dos Senos, Tangentes, & Secantes.

PARA a intelligencia da Trigonometria se devem primeiro saber algũas cousas,que lhe pertencem, & de que se val, como saõ os Senos,Tangentes,& Secantes, & o mais que explicaremos.

Devese pois saber, que o fundamento principal de quasi todas as sciencias Mathematicas consiste em saber medir, & reduzir a numeros,os lados,& angulos de hum Triangulo,como se descubrirà pello discurso deste Compendio. Para conseguir este fim, pouco a pouco foraõ os antigos engenhosamente descubrindo varias proporçoens, & regras, formando hũa nova sciencia nomeada Trigonometria,reduzida hoje a summa perfeiçaõ.

Dividio pois o antiquissimo Hipparcho,& despois delle outros, entre os quaes saõ os principaes Mileo Romano, & Ptolemeo Egypcio,a circunferencia de qualquer circulo em 360. partes, a q̃ chamaraõ graos; cada grao em 60. min. cada minuto em 60. seg. &c.como dissemos no §.1.Mas o diametro deste circulo em 120.

partes,

partes, ou o ſemidiametro em 60. & conforme a iſto inveſtigou Ptolemeo as partes, que ſe continhaõ em qualquer linha, que ſubtendeſſe hum arco de 30. min. & de todas as mais partes de hum quadrante de circulo, que ſe venceſſem de meyo, ameyo grao, como por exemplo ſeja a circunferencia A B C D dividida em 360 gr. & o diametro A C ſe reparta em 120. partes, ou o ſemidiametro A E em 60. Lanceſe a linha A H que ſubtenda o arco A H imaginado de $\frac{1}{2}$ gr. por naõ confundir a fig. com partes mais miudas, & logo a linha A K que ſubtende o arco A K de hum gr. A R que ſubtende o arco A R de $1\frac{1}{2}$ gr. A F de 2. gr. &c. Achou pois Ptolemeo, & diſpoz em taboas no 1. do Almageſto, quantas partes daquellas de que o ſemìdiametro A E contèm 60. havia em cada hũa recta das A H, A K, A R, A F, a que chamou Cordas, outros ſubtenſas, ou inſcriptas. Fig. 5.

Deſpois conhecendo outros que era couſa moleſta inveſtigar as Cordas de qualquer arco mayor, ou menor, que de 30, a 30, minutos em taes partes, quaes o ſemidiametro tiveſſe 60. por reſpeito de continuas multiplicaçoens, diviſoẽs, extracçoens de raizes, & outros calculos moleſtos de que tambem nascia difficuldade na mediçaõ dos Triangulos, viraõ que mais certa, miuda, & expeditamente ſe reſolveria o negocio, ſe o ſemidiametro foſſe dividido em mayor numero de partes que 60. & foraõ os primeiros, que o dividiraõ em 100000, & deſpois em 10000000, Georgio Purbachio, Joaõ de Regiomonte, & Pedro Appiano, por ſer numero de baſtantiſſima miudeza; & pureza, para os calculos, em cuja ſuppoſiçaõ foraõ inveſtigando as ametades das Cordas de qualquer arco em taes partes, quaes o ſemidiametro tiveſſe 10000000. por acharem que lhes ſervia de mais expedito uſo, q̃ inteiras, havendo jà eſtas ametades tomado o nome particular de Senos por inſtituiçaõ dos Arabes, q̃ primeiro viraõ darſe a meſma proporçaõ entre as Cordas, ou ſubtenſas, que entre os Senos que ſaõ ſuas ametades, & que mais facil, & expedito uſo davaõ os dittos Senos divididos em mayor numero, & partes mais miudas.

Mas o Seno em commum foi deſpois dividido em Seno total, Seno recto, Seno verſo, & Seno de complemento.

Seno total, ou Radio, ſe diz o ſemidiametro do circulo.

Seno recto ſe define a ametade da Corda que ſubtende o duplo do arco de que ſe diz Seno recto.

Fig.6. Seja a linha A C B Corda do arco A K B por tanto a ametade A C da Corda A C B ſe diz Seno recto do arco A K que he a ametade do arco A K B ao qual ſubtendia a Corda A C B.

Outros definem Seno recto ſer a linha perpendicular, que cahe de hum extremo do arco, de que ſe diz Seno recto, ſobre o diametro do circulo,que paſſa pello outro extremo como a linha A C que cahe perpendicularmente do ponto A extremo do arco A K ſobre o ponto C do diametro F E K que paſſa pello pôto K outro extremo do arco A K; & pella meſma razaõ he tambem a ditta linha A C Seno recto do arco F H A; de modo que cada Seno recto o he de cada hum de dous arcos, que inteiraõ hum ſemicirculo.

Seno verſo;ou ſagitta ſe diz a linha C K que he a parte do diametro,que fica entre o extremo K do arco A K de que ſe diz Seno verſo,& entre A C Seno recto do meſmo arco.

Seno de complemento ſe diz a linha A O que he Seno recto do arco A H compleméto do arco K A. Cõplemento de hũ arco he o que lhe falta para 90. gr.ou quadrante de hum circulo;ou tambem o arco que paſſa de quadrante,qual he A H que he complemento do arco K A, pois aquelle he o que a eſte falta para inteirar o quadrante K A H ou tambem o arco H L he complemento do arco K H L por ſer o que eſte paſſa de quadrante: ſemelhantemente o arco H M he complemento do arco K H M.

Outros por melhor diſtinçaõ chamaõ exceſſo ao complemento do arco mayor,que quadrante;como o arco H L he o exceſſo do arco K H L mayor que quadrante; & o arco H M, o exceſſo do arco K H M tambem mayor que quadrante; de modo que ao que a hum arco falta para inteirar hum quadrante chamaõ complemento;& ao que paſſa de quadrante chamaõ exceſſo. Iſto fica aſſim com mais diſtinçaõ.

Tambem reciprocamente ſe ſe conſiderar a linha A O Seno recto do arco A H, ſerà a linha A C Seno do compleméto do ditto arco A H que he o arco A K,& a linha O H Seno verſo do arco A H.

He porém de advertir que qualquer dos ſobredittos Senos,que o ſeja de hum arco, he tambem Seno do angulo a que eſſe arco ſubtende; por exemplo.O Seno A C que o he do arco A K, o fica tambem ſendo do angulo A E K,de que eſte arco eſtá deſcripto;

to; pois quantos graos tem o arco, de tantos se diz ser o angulo do qual como de cētro for descripto o ditto arco: assim mesmo C K serà Seno verso do angulo A E K, A O Seno recto do arco A H, & do angulo O E A, & tambem do angulo obtuso A E D pello ser do arco A K B D, que o subtende.

Achados os dittos Senos, delles colheraõ os modernos ultimamente com felicidade grande, outras linhas chamadas Tangentes, & Secantes, varias proporçoens entre ellas, & os Senos, & o modo de as dividir em semelhantes partes, de que o semidiametro tivesse 10000000; com que mais facilitaraõ o descobrimento dos lados, & angulos de qualquer Triangulo, que he todo o intento de tanto artificio.

He pois a Tangente de hum arco, ou angulo a linha que tocando o circulo na extremidade de hũ semidiametro a que seja perpendicular, & de hum arco menor que quadrante, fica entre o tal semidiametro, & entre a linha que do cētro do circulo se tira pello outro extremo do ditto arco atè a Tangente, qual he a linha A B Tãgente do arco E A & do angulo B C A; Mas a linha C B q̃ do centro C se estende atè cortar a Tãgente A B no ponto B se diz secante do ditto arco E A ou angulo B C A. Pella mesma razaõ a linha A F serà Tangente do arco A K, ou angulo F C A; & Fig. 7
a linha C F Secante do mesmo arco, ou angulo.

No que toca às Tangentes, & Secantes dos complementos se deve entẽder na mesma fòrma dos Senos, a saber que assim como a linha E H he Seno recto do arco A E conforme a definiçaõ do Seno, & a linha A B sua Tãgente; C B sua Secante; assim a linha E I he Seno do arco E D, complemento do arco A E: mas a linha D G sua Tãgente; C G sua Secante. O mesmo se entende a respeito dos angulos A C E; D C E por ser este complemento daquelle, assim como o arco E D he complemento do arco A E.

§. 5.

Da applicaçaõ dos Senos, Tangentes, & Secantes.

SUpposto o ditto no §. 1. & achadas proporçoens varias entre os lados de hum triangulo, Senos Tangentes, & Secantes de seus angulos como se vè em Purbachio, Regiomõte, & outros, houve meyo de dadas tres quantidades de hum triangulo achar

as outras tres,excepto quando sómente forem dados os tres angulos de hum Triãgulo rectilineo,pois entaõ senaõ podem saber os lados,mas sòmente a proporçaõ , que elles entre si tem , que será qual a dos Senos dos dittos angulos,porque como todo o Triãgulo tenha 6. quantidades, a saber 3. lados,& 3.angulos, dadas 3. se busca algũa de 4. linhas proporcionaes entre os lados,Senos, Tãgentes,& Secantes,de maneira que sempre,ou o lado buscado,ou o Seno do angulo buscado fique em quarto lugar, porque como dadas 4.linhas proporcionaes por exemplo,que assim se haja A B para D C como C F para B H;seja o rectangulo D F feito das intermedias D C, C F igual ao rectangulo A H composto das extremas A B, B H, & tambem dados 4. numeros proporcionaes a multiplicaçaõ dos intermedios,seja igual á multiplicaçaõ dos extremos,conheceraõ que de quatro quantidades proporcionaes, se as primeiras tres fossem sabidas,ou em linhas, ou em numeros, senaõ ignoraria a quarta,porque o producto da multiplicaçaõ da segunda pella terceira, repartido pella primeira daria a quarta, conforme Regiomonte na 19.do 1.de seus Triangulos,o que declaro com o seguinte.

Figur. 8.

EXEMPLO.

Fig. 9.

SEja o Triãgulo A B C,& nelle dados os lados A B de 50.palmos. B C de 60. & o angulo A de 40.gr. buscase o angulo B C A: pois por quanto conforme a proporçaõ 1.do 2. livro dos Triangulos de Regiomõte,& 1. dos triãgulos rectilineos de Clavio 3. do 1.de Ulacco 10. dos Triangulos de Magino,& por outros muitos,quaesquer dous lados tem entre si a mesma proporçaõ que os Senos dos angulos oppostos, seraõ proporcionaes,ou assim se haverá.

O lado B C de 60 palmos

Para o lado B A de 50

Como o Seno E F do angulo A dado de 40. graos que nas taboas se acha de 6427876.

Para o Seno H G do angulo B C A buscado. Pello que conforme o sobreditto , multiplicando o segundo numero 50.pello terceiro 6427876. & o producto 321393800. repartido pello primeiro 60.dará no quociente 5356563$\frac{1}{3}$ que he o Seno H G do angulo C inquirido ; o qual numero buscado nas taboadas dos Senos,

Senos,ou o mais proximo a elle,se acha responderemlhe 32. gr. 23. min. quasi,& de tantos proximamente diremos ser o angulo B C A buscado.

Isto supposto;devemos ter por assentado que quando na soluçaõ dos problemas triangulares houvermos de usar das taboas dos Senos Tãgentes, & Secantes, & nos propuzerem tres quantidades proporcionaes, se deve multiplicar a segũda pella terceira, & repartir o producto pella primeira, para que saya a quarta, ou seu Seno, Tangente,ou Secante, que he a operaçaõ da regra aurea,nomeada vulgarmente regra de tres.

Porém ainda despois de achadas as dittas proporçoens,&facilitado o uso da Trigonometria evitandose as difficuldades antigas, se deo em outra nova não pequena,que era o ser necessario, por obra da regra, aurea multiplicaremse dous numeros muito grandes hum por outro,& o producto repartirse por hum terceiro semelhante de que recrecia grande difficuldade,& trabalho na ditta operaçaõ; em tanto que com grande cuidado os modernos trabalharaõ por achar algum meyo, com que ou se evitasse, ou aliviasse o trabalho,& difficuldade. E sendo o primeiro Magino o que mais nisso trabalhou,& discubrio, ordenou os problemas do seu primeiro Movel de tal maneira, q̃ sẽpre no primeiro lugar da regra aurea ficasse o Seno todo; vendo que cõ isso aliviava, ou a mayor parte,ou ao menos ametade da operaçaõ,& trabalho;pois por ser o Seno todo 10000000. que he 1.com muitas cifras,& ficar servindo de divisor,não he necessario para por elle se dividir outro numero; mais que tirar tantas letras do dividendo da parte direita,quantas cifras houver no divisor como he notorio aos Arithmeticos, a qual traça evitou ao menos ametade do trabalho nas operaçoens.

Esta mesma difficuldade,& trabalho procurou evitar por outro caminho Nicolao Raymaro nos Triãgulos Sphericos com hũ Compendio engenhoso, a que chamou Prostapheresis (que significa igualaçaõ) com tanto que ficasse no primeiro lugar o Seno todo, o qual invento foi despois demonstrado ; & ampliado por Clavio no Lemma 53.do Astrolabio, & por Magino noprimeiro Movel liv.1.Theorema 33.& no livro. 2.pondo no primeiro lugar,naõ sò o Seno todo,mas qualquer outro num. de Tangente,ou Secante;se bem,pellas muitas cautelas,de que necessita, naõ li-

livra de embaraço, & moleſtia ao calculador; & por tanto naõ apontamos mais eſpecifica,& exemplificada noticia do ditto modo,paſſandonos ao admiravel dos Logarithmos de que cõmummente uſaõ os modernos em ſeus calculos.

§. 6.

Do admiravel invento dos Logarithmos.

SUppoſto o ditto nos §§. acima,& quãto procuraraõ os Mathematicos aliviar o trabalho, & embaraço da regra aurea exercitada em numeros taõ grãdes,como he nos Senos, Tãgentes, & Secantes a reſpeito do Seno todo dividido em 100000, ou em 10000000,foi o illuſtre Eſcocez Joaõ Nepero Baraõ de Merchiſtonio o primeiro,que glorioſamente entre varios modos bons,& excellentes achou hum ſuperior de abreviar, & facilitar o uſo da regra aurea por meyo de certos numeros, a que chamou Logarithmos, que da Algebra deduzio, & publicou no anno de 1620. reduzidos deſpois a melhor genero, & fòrma pello douto Henrique Briggio,ſe bem pello meſmo Nepero advertido. E porque o noſſo intento he trattar ſòmente do uſo dos dittos Logarithmos, de que ſò por agora neceſſitamos para a execuçaõ dos problemas que neſte compẽdio trattaremos, deixamos ſua primeira origem, & conſtrucçaõ,paſſando ſò a explicar,que couſa ſejaõ,& que effeito,& utilidade cauſem, & modo com que ſe applicaõ nos calculos dos triangulos rectilineos,& Sphericos,aſſim como apontamos dos Senos,Tangentes,& Secantes.

G

Numeros proporcionaes.	Log. A	Log. B	Log. C	Log. D
1	1	5	5	35
2	2	6	8	32
4	3	7	11	29
8	4	8	14	26
16	5	9	17	23
32	6	10	20	20
64	7	11	23	17
128	8	12	26	14
256	9	13	29	11

K

Numeros proporcionaes.	Log. F	Log. L	Log. M	Log. N
1	4	3	8	47
3	6	7	14	42
9	8	11	20	37
27	10	15	26	32
81	12	19	32	27
243	14	23	38	22
729	16	27	44	17
2187	18	31	50	12
6561	20	35	56	07

Define pois Adriano Ulacco liv. 1. Trigonometriæ cap. 1. ſerẽ os Logarithmos huns numeros q̃ adjuntos aos proporcionaes obſervaõ entre ſi iguaes differenças, & que por tanto cõmodamẽte ſe podem chamar companheiros equidifferentes dos numeros proporcionaes, como por exemplo dados na taboa G os numeros continuamente proporcionaes 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, &c. poderemos ajuntarlhe por Logarithmos quaeſquer numeros dos aſſinalados com as letras A, B, C, D, que ſaõ numeros que ſe vaõ vencendo, ou diminuindo huns aos outros com igual exceſſo a ſaber os ſinalados com a letra A ſe vencem ſempre por 1, os da letra B por 1, os da letra C por tres: os da letra D ſe diminuem pellos meſmos 3. & pudera ſer por qualquer outro como foſſe ſempre com igual exceſſo, ou diminuiçaõ.

Semelhantemente na taboada K aos numeros proporcionaes da primeira coluna ſe podẽ applicar por Logarithmos quaeſquer dos numeros das colunas ſeguintes aſſinalados com as letras F, L, M, N, ou outros que mais aprazerem como ſe vençaõ, ou diminuaõ com igual exceſſo hum aos outros.

Iſto ſuppoſto; ſe deve ſaber que quando ſe daõ ſemelhantes quatro numeros, que ſe vencem huns, aos outros por igual exceſſo; os quaes ſe dizem eſtar em proporçaõ Arithmetica, por exemplo os numeros 3, 7, 11, 15, da coluna L que ſe vencem por 4. eſtes taes numeros tem tal propriedade que a ſomma dos dous extremos ſe iguala a ſomma dos dous intermedios; o que he demõſtrado por Jordano liv. 1. propoſiçaõ 3. & ſe vé manifeſtamente nos ſobredittos numeros; dos quaes o primeiro, & o quarto, que ſaõ 3, & 15. fazem 18. quanto tambem ſommados os dous intermedios 7. & 11.

Mas quando os numeros eſtaõ em proporçaõ geometrica, que he o meſmo, q̃ haverſe o ſegundo para o primeiro na meſma proporçaõ, que o quarto para o terceiro, ou o primeiro para o ſegũdo, que o terceiro para o quarto (poſto que do meſmo modo, ou de outro ſe haja o terceiro para o ſegundo, ou o ſegundo para o terceiro (como por exemplo os numeros 2, 4, 8, 16, em tal caſo o producto da multiplicaçaõ dos extremos he igual ao producto da dos intermedios conforme a 19. do 7. de Euclides, & diſſemos no §. 2. o que ſe vè dos ſobredittos numeros, porque multiplicãdo o extremo 2. pello outro 16. ſe geraõ 32. & os meſmos 32. da mul-

multiplicaçaõ dos intermedios 4,& 8, o que se verà em todos os mais numeros desta sorte, como nos numeros 2;5;8;20, ou em 3; 4;9;12, como tambem nos numeros 3, 4, $5\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{9}$, & outros infinitos, que estejaõ em proporçaõ geometrica discreta, ou continua.

Assentado o sobreditto, vio Joaõ Nepero, que se em lugar dos Senos, Tangentes, & Secantes numeros, que estaõ em proporçaõ geometrica, & dos quaes dados 3. he necessario multiplicar o segundo pello terceiro, & o producto repartirse pello primeiro, para que saya o quarto, se puzessem outros que estivessem em progressaõ arithmetica, & dos quaes dados 3. se sommassem os dous ultimos, & da somma se tirasse o primeiro para que sahisse o quarto, se facilitava com grande excesso o uso da regra aurea por meyo dos taes numeros, por quanto ainda que fossem muito grãdes, como em sommalos se sommavaõ sòmẽte duas letras, naõ avia difficuldade, &o mesmo era no tirar do numero, que da somma se avia de diminuir; & assim inventou os Logarithmos que da Algebra deduzio para com elles por meyo da somma, & diminuiçaõ obrar facilmente o que com os Senos, Tangentes, & Secantes, difficultosamente se fazia por meyo de multiplicaçaõ, & divisaõ, & melhor se declararà com o seguinte exemplo.

Fig.10. Seja dado o Triangulo A K D no qual se supponhaõ sabidas tres cousas a saber o lado A K de 13528. palmos, pès, ou outra medida; & os angulos A D K de 32. gr. 20. min. A K D 43. gr. 37. min. buscasse o lado A D.

Pois por quanto conforme o problema 4. cap. 4. liv. 1. de Ulacco: assi se ha

O Seno do angulo A D K de 32. gr. 20. min. opposto ao lado dado A K

Para o Seno do angulo A K D de 43. gr. 37. min. opposto ao lado buscado A D.

Como o lado dado A K de 13528.

Para o lado buscado A D.

Para se achar o lado A D pello modo antigo dos Senos se deviaõ buscar nas taboas, & disporemse pello seguinte modo: a saber.

O Seno de 32. gr. 20. min. que he ———	53484.41
O Seno de 43. gr, 37. min. que he ———	68983.02.
O lado A K de ———	13528

E multiplicando o segundo numero 6898302. pello terceiro 13528. & dividindose o producto 93320229456. pello primeiro 534844 1. para que sahisse o 4. 17448. quasi pello lado A D buscado.

Mas conforme o modo Logarithmico dos modernos se devẽ buscar nas taboas, & dispor pella ordem seguinte a saber.

O Logarithmo de 32.gr. 20.min. que he ———	9,7282271
O Logarithmo de 43.gr. 37.min. que he ———	9,8387421
O Logarithmo de 13528. que he ———	4,1312335
E sommado o segundo num. com o terceiro, & da somma ———	13,9699756
Tirarse o primeiro numero ———	9,7282271
Para que fique o quarto numero ———	4,2417485

Logarithmo de 17448. quasi, quantidade do lado buscado A D.

E assim cõ summa facilidade por meyo dos Logarithmos sommando, & diminuindo se resolve o calculo dos triangulos rectilineos, & Sphericos, o que antigamente se fazia multiplicando, & repartindo com grande difficuldade, & trabalho por meyo dos Senos, Tangentes, & Secantes.

Por onde deve ficar assentado, que dandose 3. quantidades, ou numeros proporcionaes, & usandose das taboas dos Senos, Tangentes, & Secantes, se deve multiplicar o numero, que estiver em segundo lugar pello terceiro, & o producto repartirse pello primeiro, para que saya o quarto, ou seu Seno, Tangente, ou Secãte.

Mas usandose de Logarithmos se devem sommar os Logarithmos do segundo, & terceiro termo, & da somma tirarse o Logarithmo do primeiro para que fique o Logarithmo do quarto, como se tem ditto.

Ou se devem sommar os Logarithmos do segundo, & terceiro com o complemento arithmetico do primeiro, & da somma tirar o radio, ou duplo, ou triplo do radio cõforme as vezes que o Radio se puder tirar segundo a grandeza da somma, conforme se verà em alguns casos dos Triangulos Sphericos mais especialmẽte. Vejase a Nota segunda despois do segundo Scholio ao probl. 1. com que ficará o Logarithmo do quarto. Complemẽto arithmetico se diz o que ao primeiro falta para igualar o Logarithmo do Radio, ou o duplo, ou triplo Logarithmo do Radio, & se acha

 vendo

vendo o que a cada hũa das letras do primeiro Logarithmo falta para 9. começandose da parte esquerda, & sò na ultima letra da parte direita se verá a differença para 10; advirtindo, que quando o primeiro numero for Logarithmo do Radio não tem complemento arithmetico, o que escuso mais declarar, & outras curiosidades, & abreviaturas nesta materia; porque o sobreditto he o mais essencial, & o que necessario nos he para o uso dos problemas trigonometricos.

§. 7.

Da declaraçaõ das taboas dos Logarithmos.

A Disposiçaõ das taboas dos Logarithmos he varia segundo o capricho de seus Autores; como se vè das de Keplero no Trattado, que intitula, Chilias Logarithmorum; das de Frobenio na sua Clavis trigonometrica; de Laurencio Eichtadio na sua Pædia Astronomica; de Fr. Bonaventura Cavalerio no seu directorio general; & de outros que hei visto, entre os quaes, naõ trattando das de Henrique Briggio por serem nellas applicados os Logarithmos a partes centessimas de graos, traça, ainda que boa que naõ está em uso, me parece havelas melhor disposto Henrique Gellibrando; & Adriano Ulacco que saõ as de que cõmummente uso em meus calculos; principalmente das de Ulacco por trazer nellas Logarithmos, naõ sò para cada minuto de grao, mas para cada sexta parte de minuto que saõ 10. seg. & serem dispostas com muito bom, & claro methodo.

Constaõ pois as dittas taboas de Ulacco em cada pagina de onze colunas, na primeira das quaes da parte esquerda estaõ os minutos de hum a hum: na segunda os segundos de 10. a 10. & em cima destas duas colunas os graos, a que se devem ajuntar os minutos, & segundos das dittas colunas: na terceira vaõ os Logarithmos respondentes aos Senos dos taes graos, minutos, & segundos da primeira, & segunda coluna: na quarta as differenças de entre cada dous proximos Logarithmos da terceira coluna, q̃ servem para quando se quer tirar algũa parte proporcional: na quinta os Logarithmos dos Senos do complemento: na sexta as differenças entre elles: na septima os Logarithmos das Tangentes: na octava suas differenças: na nona os Logarithmos das Tangẽtes do

do cõplemẽto: na decima, & undecima minutos, & ſegund. com outros graos ao pè dellas de 45. gr. para cima conforme os quaes ſe buſcaõ os Logarithmos dos dittos 45.gr.para cima,pellos titulos,que eſtaõ no couce de cada taboada, como da demonſtraçaõ junta ſe vè. E porque eſtas couſas melhor ſe explicaõ com a practica,do que com muitas palavras,a ella remetto a plena intelligẽcia com o uſo,& exercicio,que das dittas taboas teremos, como de outras,q̃ ſaõ dos Logarithmos dos numeros abſolutos, & vaõ no fim do livro apartadas; nos quaes vaõ por ſua ordem em colunas os numeros ordinarios de 1. atè 10000, 20000, ou 100000, conforme a quantidade que cada Autor fabricou; & tomou de outros;& á margem dos dittos numeros vaõ poſtos os Logarithmos, que lhe reſpondem. De hũa, & outra taboada ſe vé melhor o exemplo no ditto livro de Ulacco, que vulgarmente exta.

As taboas de Henrique Gellibrando ſaõ quaſi na meſma fòrma, poſto que naõ com tanta miudeza, ſe bem com baſtante, porque ſaõ fabricadas ſòmente por graos,&minutos,nas quaes eſtaõ tambem os Senos,Tangentes, & Secantes naturaes: cada pagina contèm 6. colunas pella maneira ſeguinte; a ſaber em cima de cada pagina vaõ poſtos os graos: na primeira coluna da maõ eſquerda os minutos adjacentes aos dittos graos: na ſegunda coluna os Senos que lhes reſpondem: na terceira as Tangentes: na quarta as Secantes:na quinta os Logarithmos dos Senos:na ſexta os Logarithmos das Tangentes, como ſe póde ver das dittas taboas de Gellibrando em varias impreſſoens,que dellas há.

As ſobredittas taboas naõ trazem Logarithmos das Secantes, porque ſem elles ſe pòde executar o calculo de todos os Triangulos rectilineos,& Sphericos; ſe bem alguns os trazem com mais abundancia,&mayor variedade como Frobenio na ſua Clave trigonometrica; Bonaventura Cavalerio no ſeu Directorio, & outros ſoltando os problemas por varios caminhos; em alguns dos quaes ſe val dos Logarithmos das Secantes.

E poſto que nas dittas taboas os naõ haja daremos em ſeu lugar hũa regra facilima com que logo ſe achem pellos Logarithmos dos Senos,& Tangentes.

§. 8.

De algũas ſuppoſiçoens, & propriedades mais inſignes dos Triangulos planos rectilineos, neceſſarias para melhor intelligẽcia da Trigonometria, & ſeu uſo.

SUPPOSIÇOENS

1.

EM todo o Triangulo qualquer lado ſe pòde ſuppor por Baſe, ſem embargo, que no Triangulo Iſoſceles ſe coſtumem chamar lados os dous iguaes, & Baſe o lado que os ſuſtenta.

2.

Em todo o Triangulo ſe chama perpendicular, perpendiculo, ou catheto a linha, que cahindo de qualquer dos angulos cortar em angulos rectos o lado oppoſto produzido, ſe neceſſario for; como no Triangulo A B C a linha B E, que deſcendo do angulo B corta o lado oppoſto A C em angulos rectos no ponto E, cortãdo tambem a área do Triangulo.

Mas ſe o angulo A C B contermino á Baſe A C for obtuſo, cahirà a perpendicular B E fòra do Triangulo no lado A C produzido até E, & ſe for recto o angulo da Baſe, coincidirá a perpendicular B E com o meſmo lado B C do Triangulo.

3.

Caſo, ou ſegmento da Baſe ſe chama qualquer das porçoens da Baſe interpoſta entre a perpendicular, & qualquer dos lados; a ſaber [r] hum ſegmento A E, outro C E. r Fig.11.

Porèm deveſe advertir que quando a perpendicular cahe fòra do Triangulo na Baſe produzida, como na fig. 12. [a] por hũ ſegmento ſe entende a Baſe continuada atè a perpendicular, qual he a linha A C E, por outro, o exceſſo C E entre o lado B C do Triangulo, & a perpendicular B E. Aſſim o toma Regiomonte, & com elle Clavio, & todos. Se a perpendicular coincidir com hũ lado do Triangulo, como na 13. [a] fig. naõ ha emtaõ ſegmentos da Baſe. Tudo iſto apontei, porque he neceſſario para a intelligẽcia do acreſcentamento, que farei ao theorema 5. adiante propoſto.

a Fig.12

Fig.12.

a Figur. 3.

Pro-

Propriedades

1.

EM todo o Triangulo plano o mayor lado ſubtende ao mayor angulo, o menor ao menor; & lados iguaes ſubtendem angulos iguaes,& reciprocamente mayor angulo he oppoſto a mayor lado,menor a menor, igual a igual. Conſta de algũas [r] propoſiçoens do primeiro liv.de Euclides. [r] 18.19.6.prim

2.

Em todo o Triangulo plano ſe qualquer lado for produzido, o angulo externo ſerà [o] igual aos dous internos oppoſtos, & todos os tres do Triangulo ſaõ iguaes a dous rectos. [o] 32. primi.

3.

Em todo o Triangulo plano quaeſquer dous lados em ſomma ſaõ mayores, [a] que o terceiro. [a] 20.primi.

4.

Em todo o Triangulo plano ſe for lançada hũa parallela a qualquer dos lados,cortará [g] os outros dous proporcionalmente; & ſe os cortar proporcionalmente, ſerá parallela a hum dos lados. [g] 2.ſexti.

5.

Em todo o Triangulo plano a linha A B que cortar hum dos angulos pello meyo,produzida cortará [r] a Baſe de tal modo que os ſegmentos CB,B D tenhaõ entre ſi a meſma razaõ que tem os outros lados C A, A D, & ao contrario ſe a linha cortar a Baſe do modo ſobreditto,cortará pello meyo o angulo. [r] 3 ſexti. Fig.14.

6.

Em qualquer Triangulo rectangulo ſe do angulo recto B ſe lançar hũa perpendicular B D ſobre a Hypotenuſa A C; ſerà a perpendicular B D meya proporcional entre os ſegmẽtos A D, D C da Baſe A C,& tambem qualquer lado como A B ſerà meyo proporcional entre a Hypotenuſa C A, & o ſegmento A D adjacẽte ao ditto lado A B; & o lado B C meyo proporcional entre a meſma Hypotenuſa A C, & o ſegmento C D adjacente ao ditto lado B C. He o Corollario da 8 do ſexto. Fig.15.

7.

Em qualquer Triangulo rectangulo A B C o quadrado da Hypotenuſa A C (que he o mayor lado oppoſto ao angulo recto) ſe iguala [a] aos quadrados dos lados A B, B C,& tambem qualquer [a] 47.do prim. Fig.16

 fig.

e 31.do sexto. fig.rectilinea sobre a Hypotenusa se iguala [e] às figuras rectilineas semelhantes,& semelhantemente descriptas sobre os lados.

8.

Fig.17. Em qualquer Triangulo obtusangulo; o quadrado do mayor lado A B opposto ao angulo C obtuso he igual aos quadrados dos lados A C, C B, & a dous rectangulos feito cada hum do lado A C junto do angulo obtuso,sobre o qual produzido cahe a perpẽ-
12.2. dicular B D,& da linha exterior C D entre a perpendicular,& o ditto angulo obtuso.

9.

13.2. Nos Triangulos acutangulos o quadrado do lado A B, que subtende o angulo agudo A C B he menor que os quadrados dos lados A C, B C, que o comprehendẽ,pella quantidade de dous re-
Fig.18. ctangulos feitos cada hum do lado A C adjacente ao angulo agudo,no qual cahe a perpendicular B D, & da linha D C entre a perpendicular, & o angulo agudo C: ou por outra lingoagem o quadrado de A B junto com dous rectangulos de A C por D C em somma se igualaõ aos quadrados de A C, B C.

10.

Quaesquer Triangulos A B C,A D C,E F H que estejaõ sobre a mesma Base A C, ou sobre iguaes A C, E F, & entre as mesmas
Fig.19. parallelas A F, B H saõ entre si iguaes; & ao contrario os Trian-
37. 38. 39. 40. primi. gulos iguaes ,que estaõ constituidos para a mesma parte sobre a mesma, ou sobre iguaes Bases estaõ entre as mesmas parallelas.

11.

Se em dous Triangulos for o angulo A do Triãgulo A B C igual ao angulo D do Triangulo D E F & os lados A C,C B à roda do
7.sexti. angulo A C B no primeiro proporcionaes aos lados D F, F E à roda do angulo F no segundo;mas com tal condiçaõ que cada hũ
Figuras. 20. dos reliquos angulos B, & E seja ou menor que recto,ou naõ menor que recto, seraõ os taes Triangulos equiangulos.

12.

Dous Triangulos iguaes A B C, D B E que tenhaõ iguaes angu-
15.sexti. los em B, tem reciprocos os lados á roda dos taes angulos iguaes: quer dizer que tal razaõ tem o lado A B do primeiro, para B E do segundo, como B D do mesmo segundo,para B C do primeiro,&
Fig.21. ao contrario Triangulos em q̃ hum angulo de hum he igual a hũ angulo de outro, & os lados á roda delles reciprocos,saõ iguaes.

13. Se-

13.

Semelhantes Triangulos eſtaõ entre ſi em duplicada razaõ de ſeus lados homologos: quer dizer, que ſe a quaeſquer dos lados ſemelhantes A C, D F ſe buſcar hũa linha terceira proporcional, a ſaber, que tal proporçaõ ſeja de A C para D F, como de D F para a terceira achada H G; tal proporçaõ terá o Triangulo A B C para o Triangulo D E F, como a primeira linha A C para a terceira H G: o meſmo ſe entende à reſpeito dos outros lados ſemelhantes, & a proporçaõ ſobreditta he a que ſe chama duplicada razaõ. 19. ſexti. Figuras. 22.

14.

Se hum Triangulo equilatero ſe deſcrever dentro de hum circulo; o lado do Triangulo he na potencia triplo do ſemidiametro do circulo; quer dizer que o quadrado do lado do Triangulo he triplo do quadrado do ſemidiametro. 12. 13.

E o diametro he ſexquitertio na potencia do lado do Triangulo. Corol. 12. 13.

15.

O lado do Triangulo equilatero he ſexquitercio na potencia da linha perpendicular, que de qualquer angulo ſe lançar ſobre o lado oppoſto. 12. 14.

16.

A linha que de qualquer angulo do Triangulo equilatero cahe perpendicular no lado oppoſto he tripla da q̃ do centro do Triãgulo ſe lança perpendicular ao meſmo lado. 18. 14.

17.

Se o ſemidiametro C B de hum circulo cortar de qualquer modo hum arco A B D, & ſua Corda A D, os ſegmentos A E, D E da Corda teraõ entre ſi a meſma proporçaõ, que os Senos A F, D H dos ſegmentos A B, D B do arco. Fig. 23. Ptol. dict. 1. c. 12. Clavi 9. in Triang. rectil. prop. 4.

NOTA.

ESCrevi as propoſiçoens antecedentes, poſto que naõ ſejaõ preciſamẽte neceſſarias, ou as mais dellas para a ſoluçaõ practica do Triangulos, por duas razoens: a primeira porque as trazem, & ainda outras mais Autores de grande nome: a ſegũda mais principal porque dellas póde o curioſo deduzir algũs problemas curioſos na meſma Trigonometria; & ſaõ as mais dellas propoſiçoens de Euclides notaveis, & que tem muito uſo nas provas; & fabrica de propoſiçoens, & problemas geometricos; & tocaõ eſ-

pecialmente

pecialmente as propriedades de Triangulos que he a materia subjecta.

CAP. II.

De alguns Theoremas necessarios para a resoluçaõ dos Triangulos rectilineos.

SAõ infinitos os Autores, que trattaõ desta materia com grandissima erudiçaõ; porèm como nosso intento seja o fim de achar sómente os lados, angulos, & áreas de qualquer Triangulo rectilineo, que he o necessario para a fortificaçaõ, daremos hũa breve practica para o intento sem theoricas, ou demonstraçoens, assim por se escusarem para este fim, como por naõ se embaraçarem os principiantes com cousas fòra do intento, que levamos; & tambem porque devem preceder alguns livros dos elementos de Euclides, para a intelligencia da theorica.

Consiste pois a resoluçaõ dos Triangulos em que dadas tres quantidades das seis, que tem qualquer Triangulo, a saber tres lados, & tres angulos, se achem algũas das outras tres, que nos pedirem excepto quando sòmente se derem sabidos os tres angulos, porque entaõ naõ se poderaõ saber os lados; mas sòmente a proporçaõ que elles entre si tem na fòrma, que adiante se declarará. Falamos nos Triangulos de linhas rectas, que he o nosso assumpto, porque nos de linhas circulares se podem achar os lados se forem sabidos os angulos.

Isto supposto, proporemos os casos em especial, & proporçoẽs por onde se resolvem, sem nomearmos Autores, pois em todos se acharáõ: mas agora principalmente seguimos a Henrique Gellibrando, & Fr. Bonaventura Cavalerio propondo alguns theoremas, que despois serviráõ de grande uso a quem os souber; antes com elles póde escusar os problemas dos casos especiaes.

THEOREMA I.

Adriano Ulacco lib. 1. Trigon. artificialis cap. 2. propos. 1. Cavalerio in direct. general. part. 2. cap. 2. axiomat. 1.

Em qualquer Triangulo rectangulo se o lado, que subtende o angulo recto, & se chama Hypotenusa for feito semidiametro de hũ circulo, o qual semidiametro se diz Radio, seraõ os lados, que comprehendem o angulo recto, Senos dos angulos oppostos.

No

No Triangulo rectangulo A B C dos pontos A,B com o intervallo da hypotenusa A B se descrevaõ os circulos B H D P, A F E G; digo que o lado A C será Seno do angulo A B C, ou do arco A F que o subtende, porque o ditto lado A C cahe perpendicularmẽte do ponto A extremo do arco F A sobre o semidiametro B F que passa pello outro extremo F, pello que conforme a definiçaõ dos Senos que havemos dado o fica sendo do ditto arco A F, & de seu angulo opposto A B C. Ou tambem porque A C he ametade da Corda A E que subtende o arco A F E duplo de A F. A mesma razaõ corre para B C ser Seno do angulo B A C, & de seu arco B H. Fig. 24. Fig. 24.

THEOREMA II.

Em qualquer Triãgulo rectãgulo se do põto angular de qualquer dos angulos agudos, & intervallo do lado proximo, se descrever hum circulo, será o tal lado Radio, o outro lado Tãgente, & a Hypotenusa Secante do angulo agudo, em que se tomou o ponto angular por centro do circulo descripto. Ulac. lib. 1. c. 2. prop. 2. Cavalerio part. 2. c. 2. fin 2. part. axiomatis primi.

No Triangulo rectangulo A C B se do ponto angular B com o intervallo do lado proximo B C se descrever a peripheria D C serà B C Radio, A C Tangente, B A Secante do angulo A B C. Do mesmo modo se do ponto A com o intervallo A C se descrever a peripheria C E, serà A C Radio B C Tangente, A B Secãte do angulo B A C. Figur. 25.

THEOREMA III.

Em qualquer Triangulo os lados tem entre si a mesma proporçaõ que os Senos dos angulos oppostos, & ao contrario os Senos dos angulos a mesma, que dos lados oppostos. Ulacco libr. Triang. artific. propos. 3. Cavalerio in director. part. 2. c. 3. Regiom. lib. 2. propos. 1. Fig. 26

Quando nomeamos Triangulo sem dizer rectangulo entendese qualquer, ou seja, ou naõ seja rectangulo, & para este theorema se toma por lado qualquer das tres linhas, ainda que seja a Hypotenusa no Triangulo rectangulo.

No Triangulo A B C provaõ os Geometras, que assim se ha o lado A B para A C, como o Seno do angulo C opposto ao primeiro lado A B, para o Seno do angulo B, opposto ao segundo lado A C, & da mesma maneira quaesquer outros dous lados do ditto Triangulo: ou alternando, o lado A B para o Seno de seu angulo opposto C, como A C para o Seno de seu opposto B, semelhantemente outros.

THEOREMA IV.

Ulac. lib. 1. c. 2. prop. 4. Cavaler. part. 2. c. 4. axiom. 3.

Em qualquer Triangulo como se ha a somma de dous lados para sua differẽça, assim a Tangente da semisomma dos angulos oppostos, para a Tangente de sua semidifferença.

Fig. 27.

Semisomma quer dizer meya somma, semidifferença ametade da differença. No Triangulo A B C sejaõ por exemplo o angulo B de 70. gr. & o angulo C de 40. gr. cuja somma faz 110. gr. provase pois da Geometria, que assim se ha a somma dos lados A B, A C, que he o mesmo que a linha F A C para C O differença dos dittos lados, como a Tangente da semisomma dos angulos oppostos B C, que he 55. gr. para a Tangente de sua semidifferença, que he 15. gr. O mesmo se entende de outros quaesquer lados em qualquer outro Triangulo.

SCHOLIO.

Também se pòde propor o theorema quarto por outro modo, que traz Gellibrando na fòrma seguinte.

Em qualquer Triangulo plano, como se ha a somma de dous lados para o dobro do mayor, assim a Tangente da semisomma dos angulos oppostos para a somma das Tangentes da semisomma, & semidifferença dos angulos.

OU POR OUTRO MODO.

A somma dos dous lados para o dobro do menor, como a Tangente da semisomma dos angulos oppostos para a differença das Tangentes da semisomma, & semidifferença dos angulos oppostos.

Ainda por outro modo se poderà exprimir este problema: a saber

Assim se há o lado menor para o lado mayor, como a secante do complemento, ou excesso do angulo comprehendido para hum quarto numero, ou lado proporcional.

Este quarto se confira com a Tangente do complemento, ou excesso; & se o angulo comprehendido for obtuso, a somma; mas se agudo, a differença, será a Tangente do complemento do angulo opposto ao menor lado. A demonstraçaõ se pòde ver em Gellibrando propos. 4. lib. 2. Part. 1.

Tambem por outro modo que traz Frobenio.

A semisomma dos dous lados para a differença entre a mesma semisomma, & qualquer delles; como a Tangente do semicomplemento

mento do angulo dado para dous rectos, ou da semisomma dos angulos oppostos para a Tangente de hum arco, pello qual o menor angulo dos buscados he menor que o ditto semicomplemento, & o mayor angulo, mayor.

THEOREMA V.

Em qualquer Triangulo, assim se ha a Base para a somma dos lados, como a differença dos lados para a differença dos segmentos da Base. Ulac. lib. 1. c. 2. prop. 5. Cavalerio part. 2. c. 5 axiom. 4.

No sentido deste theorema se toma ordinariamente por Base o mayor lado, para que assim seja certo, que em qualquer Triangulo que for supposto ha de cahir a perpendicular sobre a Base dẽtro no Triangulo. Porèm na nota adiante mostraremos como se pòde tomar por Base naõ sòmente o mayor lado, mas qualquer dos outros dous; & os casos em que se deve variar, & de que maneira a analogia do theorema.

Para a proposta no sobreditto; seja o Triangulo A B C no qual se tome por Base o mayor lado B C; & do angulo opposto A caya sobre a Base a perpendicular A O, que a partirá nos dous segmẽtos B O, C O, & tomando E O igual com B O, ficarà a differença dos segmentos E C. Provase pois da Geometria, que assim se ha B C Base, para a somma dos lados B A, C A, isto he, para C A F, como K C differença dos lados para E C differença dos segmentos da Base. Fig. 28.

NOTA.

PARA a analogia do theorema sobreditto se póde tomar por Base qualquer lado do Triangulo, se a perpendicular, que vier do angulo opposto cahir no ditto lado dentro do mesmo Triangulo.

Porém se a perpendicular cahir fòra do Triangulo, como quãdo se quer tomar por Base hum dos menores lados, & hum dos angulos a ella adjacentes he obtuso, se deve propor o theorema na seguinte fòrma.

Em qualquer triangulo em que a perpendicular cahir fòra delle na Base produzida; assim se ha a Base para a somma dos lados, como a differença dos lados para a somma dos segmentos da Base.

Advirto, que neste caso por hum segmento da Base se entende a

mesma Base continuada atè a perpendicular: por outro o excesso sobre a Base entre o lado do Triangulo,& a perpendicular:como Regiomonte,&Clavio em varios lugares,& he o cõmum sentido. Os cinco primeiros theoremas andaõ demonstrados nos Autores. A analogia q̃ proponho nesta nota demõstro na seguinte fòrma.

Fig.29. No Triangulo obliquangulo A B C seja a Base C A: a somma dos lados A G: a differença dos lados A H, & lançada B E sobre A C produzida até E; seja hum segmento A E, outro C E, ou sua igual E D de tal modo,que o aggregado dos segmentos da Base seja A D. E porque o rectangulo de A C por A D se iguala ao rectangulo de A G por A H,seraõ seus lados reciprocamente proporcionaes: a saber. Corol. 36.tert.

Fig.30.

Proporcionaes.		
A C	Base.	
A G	somma dos lados.	
A H	differença dos lados.	
A D	somma dos segmentos da Base.	

E se a perpendicular B E coincidir com o lado B C do Triangulo será como a Base A C para a somma dos lados A B, B C isto he, para A G: assim A H differença dos lados para a mesma Base A C o que assim demonstro

O rectangulo de A G por A H se iguala [r] ao quadrado da Base A C por tanto saõ proporcionaes [a] A G, A C, A H, isto he q̃ assim se ha A G para A C, como A C,ou F R sua igual para A H logo convertendo,como a Base A C para A G somma dos lados, assim A H differença dos mesmos lados para F R, (isto he) para a mesma Base A C.

r 36.tert.
a 17 sexti.

SCHOLIO.

COM estes cinco theoremas se resolvem todos os casos ordinarios de investigar em numeros, os lados, & angulos dos Triangulos rectilineos;& assim quem bem os souber applicar escusa,que se lhe apontem particularmente as proporçoens para a soluçaõ de cada hum dos casos. Cõ tudo nòs os apontaremos em especial,para os menos versados,& para mais facilitar o uso;& no fim trattaremos outras analogias, que servem para achar as áreas, ou por ellas os lados,que saõ casos de menos uso, mas algũas vezes necessarios, & muito dignos de se saberem, a que chamaremos com Cavalerio problemas extraordinarios.

E

E posto que sabida a proporçaõ geometrica para a resoluçaõ dos casos se lhe podem applicar os Logarithmos pella regra geral de se somarem os Logarithmos dos dous termos intermedios da proporçaõ, & da somma tirarse o Logarithmo do primeiro, com que ficará o Logarithmo do quarto; todavia apontaremos tambem particularmente outras proporçoens logarithmicas, para que cada hum use da que mais lhe agradar.

NOTA.

AInda que com menos que os cinco theoremas se podem tãbem soltar os casos da Trigonometria rectilinea; todavia com elles fica muito mais facil.

CAP. III.

Da resoluçaõ dos Triangulos rectangulos.

NA soluçaõ de todos os Triangulos as quantidades dadas se significaõ com hũa risquinha; as pedidas, ou buscadas com huns pontinhos, como se vè nas figuras. Nos Triangulos rectangulos o lado que subtende o angulo recto se chama Hypotenusa, os que o comprehendem se nomeaõ lados.

PROBLEMA I.

Dados os lados buscase qualquer angulo.

NO Triangulo rectangulo ABC buscase qualquer angulo.

Dados os lados (AB — 1224. (BC — 606. Theor. 2.

Termos proporcionaes.

Hum lado ———————— Fig. 31.
O reliquo lado ————————
Radio ————————
Tangentes do angulo opposto ao reliquo lado. ——

Advirtase q̃ em todas as analogias deve sempre ficar em quarto lugar o termo do lado, ou angulo buscado. Como na presente.

Supposta a analogia dos termos proporcionaes, que responde a algũ dos cinco theoremas antecedentes, como a presente respõde ao theorema 2. se deve saber, q̃ se se usar dos Senos, Tãgẽtes, & Secantes naturaes, se devem multiplicar entre si os que responde-

rem aos dous termos intermedios, & o producto partirse pello q̃ responder ao primeiro termo,& sahirá no quociente o Seno, Tãgente,ou Secante respondente ao angulo buscado,& se se buscar lado sahirá o mesmo lado. Com advertencia porèm que se algum dos termos intermedios for lado se obrará com o mesmo lado, porqne estes naõ tem Senos, Tangentes, ou Secantes.

Porèm se se usar dos Senos,Tangentes, & Secantes artificiaes que saõ os Logarithmos, se devem sommar os que responderem aos dous termos intermedios; & da somma tirarse o que condiz ao primeiro, & restará o que pertence ao quarto, que buscado nas taboas darâ à margem o tal lado,ou angulo.

EXEMPLO.

Por Senos, & Tangentes naturaes.

Fig.31. PRoponhamos que se busca o angulo A,seraõ por tanto conforme a analogia acima,os termos proporcionaes em que deve ficar em quarto lugar o do ang. buscado na maneira seguinte.

O lado A B —— 1224.
O reliquo lado B C — 606.
O Radio —— 10000000.
Tangente do angulo A opposto aò reliquo lado B C

Multipliquemse pois 606. segundo termo pello Radio terceiro termo 10000000.& o producto 6060000000. se reparta pello primeiro termo 1224. q̃ dará no quociente 4950980. o qual numero buscado nas taboas dos Senos naturaes, ou o que mais proximo a elle se achar,qual he nas taboadas o numero 4949549 debaixo do titulo Tangentes o quarto termo da analogia, nos mostrará o tal numero que lhe respondem 26.gr. 20.minut.& de tantos serà proximamente o angulo A buscado.

SCHOLIO I.

MAS porque o tal numero 26.gr.20. minut. naõ he ainda o verdadeiro, pois senaõ achou na taboa o preciso numero, que nos sahio no quociente,que era 4950980. mas outro proximo menor a saber 4949549. quem quizer(por ser escrupuloso, ou porque he necessario para as operaçoens da Astronomia) achar quãtos segundos saõ alem de 26.gr.20.min.por verdadeiro

va-

valor do angulo A, deve armar hũa regra de tres na maneira seguinte.

Tirará o numero que se achou nas taboas a saber 4949549. q̃ responde aos 26.graos 20.minut. do immediato seguinte que he 4953171. o qual responde a 26.gr.21.min.& restarà 3622. por sua differença, que deve ficar em primeiro lugar na regra de tres; & em segundo lugar ficaráõ 60. seg. que he o mesmo que 1. min. que vai de 26.gr.20. min. a 26. gr. 21. min. logo tirar o mesmo numero menor, que respondia a 26.gr.20.min.a saber 4949549 do que nos tinha sahido no quociente que era 4950980.& restarà 1431. o qual numero deve ficar em terceiro lugar na ditta regra de tres; de maneira que se disporáõ os numeros na fórma seguinte 3622 — 60 — 1431. Multiplicando pois o segundo numero 60. pello terceiro 1431.& o producto 85860. partido pello primeiro 3622. dará no quociente 23.seg.& tantos segundos seraõ alem dos 26.gr.20.min.de modo, que serâ a quantidade do angulo A 26.gr.20.min.23.seg.

E se quizermos saber ainda os terceiros, por quanto na ultima partiçaõ sobejou o numero 2554. multiplicando esse numero outra vez por 60. & o producto 153240. partido pello mesmo partidor 3622. sahirâ no quociente 42. que seraõ terceiros, & assim procedendo por diante com o que sempre sobejar da ultima partiçaõ, sahiráõ quartos, quintos, &c. Porém para os calculos da Fortificaçaõ he escusado esta miudeza, & basta investigar os angulos em graos, & minutos: ou quando os segundos chegarem, ou passarem de 30. acrescentar por elles hum minuto ao numero de graos, ou minutos, que responderem à menor Tangente.

E para se saber facilmente se o numero de segundos chega, ou passa de 30. he boa regra ver se o numero do terceiro lugar da regra aurea a saber 1431. chega, ou excede a ametade do numero 3622. do primeiro lugar, porque se for justamente a ametade, saõ 30. os segundos, se passar saõ mais de 30. senaõ chegar saõ menos de 30.

SCHOLIO II.

DO modo sobreditto se obra pellos Senos, Tangentes, & Secantes naturaes, mediante a regra de tres chamada regra aurea pellos muitos usos, & bons effeitos, que de sua praxe resultaõ: Po-

Porém se usarmos dos Logarithmos chamados Senos, Tangentes, & Secantes artificiaes, admiravel invento moderno por meyo do qual se escusa o grande, & molesto trabalho das multiplicaçoens, & divisoens, se devem sommar os Logarithmos dos dous termos intermedios, & da somma tirar o Logarithmo do primeiro, & restará o Logarithmo do quarto termo buscado.

EXEMPLO.

PRoposto o mesmo caso em q̄ dados os dous lados A B 1224. B C 606. se busca o angulo A & dispostos os mesmos termos proporcionaes na fòrma seguinte.

Fig.31.

	Logarithmos.
O lado A B 1224 ———	3,0877814
O Reliquo B C 606 ———	2,7824726
O Radio ———	1,0000000
Somma.	12,7824726
	3,0877814
Tangente do angulo A buscado.	9694691 2

Se devem buscar nas taboas os Logarithmos dos dous termos intermedios: a saber o do lado B C nas taboas dos Logarithmos dos numeros absolutos, defronte do numero 606 (as quaes taboas de que algumas tem por titulo, Chilias Logarithmorum, saõ dos Logarithmos pertencentes aos lados) a que responde o Logarithmo 27824726. & o Logarithmo do Radio, ou Seno todo nas taboas dos Logarithmos dos graos, que he 100000000 & sommando os dous Logarithmos serà a somma 12,7824726 da qual somma tirando 30877814. Logarithmo do primeiro termo 1224. achado nas taboas dos numeros absolutos, resta o numero 96946912. Logarithmo da Tangente do ditto angulo A, o qual buscado nas taboas dos graos debaixo do titulo (Logarithmos das Tangentes) ou o que mais proximo a elle se achar qual he o numero 9694565 6. se verá que lhe respondem os mesmos 26.gr.& 20. min. q̄ se haviaõ achado pellos Senos naturaes.

Mas porque o Logarithmo que nos sahio he algũa cousa mayor que o achado nas taboas se colhe, que o ditto angulo he ainda de mais algũs segundos, que os dittos 26.gr.20.min. Por onde para se acharem os segundos, ou segundos, & terceiros, &c. que de mais contém, se usará de outra regra de tres, semelhante à que fi-

fizemos cóm os Senos naturaes: a ſaber.

Tireſe o Logarithmo da Tangente de 26.gr.20. min. achado nas taboas,que he 96945656 . de 96948833. num. immediato ſeguinte que he Logarithmo da Tangente de 26. gr. 21 . min. & reſtará 3177 . que deve ficar em primeiro lugar na regra aurea; Tireſe logo o meſmo Logarithmo 96945656. de 96946912; que nos tinha ſahido por Logarithmo da Tangente do angulo A,na operaçaõ acima,& ficará 1256.para o terceiro lugar,& em ſegundo ficaraõ 60.ſeg. que he hum minuto,de modo que ſerà a diſpoſiçaõ para a regra de tres,como ſe vè 3177 —60— 1256

Multiplicando pois o ſegundo pello terceiro termo a ſaber 60 min.por 1256. ſahirá no producto 75360; o qual partido pello primeiro 3177 . ſahe no quociente 23 . ſeg. & ſobejaõ da partiçaõ 2289: eſtes multiplicados outra vez por 60. fazem 137340 o qual numero partido outra vez por 3177 . ſahem no quociente 43. terceiros;de modo que ſerá a quantidade do angulo A 26 gr.20.min.23.ſeg.43.terceir. quanto ajuſtadamente tinhamos achado por via dos Senos naturaes. E ſemelhantemente ſe fazem todas as mais operaçoens;pello que nos mais problemas poremos ſòmente a analogia nos termos proporcionaes, mediante a qual ſe reſolvem.

NOTA.

DEveſe advertir, o que tambem diſſemos trattando dos Senos naturaes,de que naõ he neceſſario a preciſaõ de buſcar ſegundos para a Architectura Militar,por onde ſe o numero,que ficar em terceiro lugar for menor que ametade do que fica em primeiro lugar he indicio que os ſegundos naõ chegaõ a 30. ſe for ametade, ou paſſar de ametade que vem a importar 30. ſegũdos, ou mais neſte caſo ſe acreſcente mais hum minuto aos graos, & minutos que ſe acharem nas taboas, o que no noſſo caſo ſe eſcuſa; porque o numero do terceiro lugar 1256; naõ chega a igualar a ametade de 3177. numero do primeiro lugar da regra aurea.

SCHOLIO.

SUppoſto que pella regra geral dada, quando ſe uſar dos Logarithmos ſe devem ſempre ſommar os dous termos inter-

medios da analogia, & da ſomma tirarſe o Logarithmo do primeiro termo, para que reſte o do quarto buſcado; ha com tudo outro modo em que ſe ſommaõ tres numeros a ſaber o complemento arithmetico do Logarithmo do primeiro termo,& os Logarithmos dos dous intermedios,& da ſomma ſe corta a primeira letra da maõ eſquerda, & ficará o Logarithmo do quarto termo buſcado.

Complemento arithmetico de hum Logarithmo,he o numero que lhe falta para inteirar o Radio, ou o que reſulta do que vai de cada hũa de ſuas letras para nove começando da parte eſquerda,& ſómente quando ſe chega a ultima da maõ direita, ſe tomará o que della vai para dez.

Exemplo do primeiro modo.

SEJA o Logarithmo do Seno de 30. gr. 25.minut. o numero 97043947; para ſe achar pois o ſeu complemento arithmetico ſe tire o tal numero de 100000000. Logarithmo do Radio, & reſtarâ 02956053. por ſeu complemento arithmetico.

Exemplo do ſegundo modo.

DA primeira letra da parte eſquerda que he 9. do numero dado, cujo complemento arithmetico ſe buſca, para 9. vai nada; pello q̃ porei em primeiro lugar hũa cifra da parte eſquerda,& de 7. ſegundo numero para 9. vaõ 2. os quaes ſe poraõ em ſegundo lugar;& da terceira letra do numero dado, que he cifra para 9. vaõ 9. por tanto ſe poraõ 9. em terceiro lugar, & ſemelhantemente procedendo com as mais letras,&aſſentando no cõplemento arithmetico o que a cada hũa faltar para 9. & na derradeira vendo o que lhe falta para 10. virá a ſahir o meſmo complemento arithmetico acima achado 02956053.

Tambem he licito começar da parte direita vendo o que falta á primeira letra para 10. & logo a cada hũa das outras para 9. & ſahirá o meſmo numero.

Iſto ſuppoſto ſoltemos o meſmo Triangulo A B C por eſte caminho em que dados os dous lados A B 1224.B C 606.ſe buſca o angulo A, & por quanto eraõ os termos proporcionaes.

O lado A B 1224 ————	3,0877814
O Reliquo lado B C 606 ————	2,7824726

Ra-

O reliquo lado B C $\frac{1}{3}$	—	0,4771212547
Radio		10,0000000000
		9,5228787453
		3,0877814178
Tang. do ang. A oppoſto a o reliquo lado B C		6,4350973275

Pella regra ordinaria ſe haviaõ de ſommar os Logarithmos dos dous termos intermedios, & da ſomma tirarſe o Logarithmo do primeiro termo. Mas porque o ſegundo termo $\frac{1}{3}$ he menor que a unidade, ſe ha de buſcar nas taboas o Logarithmo do denominador deſte quebrado, a ſaber de 3. o qual Logarithmo he 0,4771212547; ao qual ſe ha de applicar da parte eſquerda hũa riſca que he ſignificativa de ſer o tal Logarithmo defectivo, iſto he de numero menor que a unidade; qual he $\frac{1}{3}$ & naõ de 3. a que elle reſponde na taboada; concebendoſe pello ſinal — que o tal Logarithmo he tanto como elle ſignifica menos que nada, quanto ſem o tal ſinal ſignifica mais que nada, & em lugar de ſe ſommarẽ os Logarithmos do ſegundo, & terceiro termo, ſe deve diminuir o ſegundo termo menor 0,4771212547. do terceiro mayor 10,0000000000, & reſtaõ embaixo 9,5228787453; que em ſuſtancia vem a ſer a ſóma dos dittos dous Logarithmos, ainda que pello modo da operaçaõ pareça ſubtracçaõ, por quanto quando ſe ajunta Logarithmo defectivo com outro abundante ſe faz a ſomma por via de ſubtracçaõ; pondoſe na ditta ſomma hũa * q̃ ſignifica mais, & he o ſinal do mayor numero dos dous que ſe ſommaõ hum com o ſinal ſignificativo de menos, outro com o ſinal * ſignificativo de mais ou de Logarithmo abundante, iſto he de Logarithmo reſpondente a numero mayor que a unidade, como he notorio aos Algebriſtas.

Tirando agora de 9,5228787453, o Logarithmo de 1224. primeiro termo que he 3,0877814178. reſta o numero 6,4350973275. a que nas taboas dos Logarithmos (tirando a parte proporcional) reſpondem os meſmos 23. ſeg. & 23. terc. quaſi, que vem a ſer 13. terc. mais do que pello primeiro calculo por via das taboas dos Senos, & Tangentes naturaes, o que naſce de aſſim huns como outros naõ ſerem preciſamente os verdadeiros, porque ſaõ ordinariamente raizes irracionaes que ſenaõ podem ſignificar em numeros com toda a rigurofa preciſaõ, mas ſómente proximos á verdade, tanto mais quanto as raizes ſe ſignificaõ

em mayores numeros,ou Logarithmos respondentes;de que em outra occasiaõ poderemos dar ampla noticia pella doutrina de infinitos Autores,que desta materia tem escritto.

Mas a differença que nos resultou de hũa, & outra operaçaõ he cousa taõ pouca que saõ sòmente os dittos 13. terceiros, que vem a ser pouco mais de hum sexto de segundo; o que calculei taõ miudamẽte para que se veja o modo com que se obra com os Logarithmos defectivos, que produz o mesmo effeito,que obrãdose pellos Senos, Tangentes, & Secantes naturaes entrando os mesmos numeros dados.

Adiante traremos outro exemplo, em que o lado menor que a unidade seja tal quebrado,que não tenha a unidade por numerador como tem $\frac{1}{3}$ que havemos tomado por exemplo; mas que seja o tal numerador numero mayor que a unidade,ainda que todo o numero do quebrado com numerador, & denominador valha menos que a unidade, ou 1. inteiro.

PROBLEMA II.

Dados hum lado, & a Hypotènusa buscase qualquer dos angulos.

Fig.32. NO Triangulo rectangulo A B C buscase qualquer dos angulos agudos A, C dados.

O lado A B 1140.

A Hypoth. A C 1378.

Termos proporcionaes.

Hypothenusa A C 1378.

Theor.1 Radio	10,0000000
Lado A B 1140.	3,0569048
	13,0569048
	3,1392492
	9,9176556

Seno do angulo C de 55.gr.49.min. opposto ao lado dado pello qual angulo C achado se conhece logo o angulo A que será de 34.gr.11.min. porque ambos se igualaõ com hum recto, ou 90. gr. em razaõ de ser recto pella hypotesi o angulo B.

Segundo modo,

Termos proporcionaes.

O lado A B 1140.

Hy-

Radio	10,0000000
	12,7824726
Tangente do angulo A oppoſto ao reliquo	3,0877814
B C de 26.gr. 20.min.	9,6946912

Buſqueſe nas taboas dos numeros abſolutos o Logarithmo de 1224. que he 3087781 4. & pella regra ſobreditta ſerà ſeu complemento arithmetico 69122186, que ſe deve pôr na primeira regra, como ſe vè ——— 6,9122186
E logo o Logarithmo de 606. que he ——— 2,7824726
E em terceiro lugar o Logarithmo do Radio ——— 10,0000000
Os quaes tres numeros ſommados fazem ——— 19,6946912
Do qual numero cortada a primeira letra da parte eſquerda, que he 1, reſta o numero ——— 9,6946912
Logarithmo da Tangente do angulo A como nos avia ſahido na primeira operaçaõ.

NOTA I.

HE porèm de advertir que quando o Radio entrar em ſegũdo, ou terceiro lugar da analogia ſe eſcuſa ſommar o ſeu Logarithmo com o do termo intermedio, & complemento arithmetico do primeiro, mas ſòmente o ditto complemento arithmetico do primeiro com o Logarithmo do outro termo intermedio & neſte caſo ſe naõ tira a primeira letra da parte eſquerda do numero da ſomma, porque vem a ſer o meſmo Logarithmo do Radio, que ſe deixou de ſommar, & por tanto poremos em cada hũ dos caſos tambem a proporçaõ logarithmica, em que entrar o cõplemento arithmetico de algum Logarithmo, mediante o qual ſe ſoltaõ os Triangulos ſòmente por ſomma de dous numeros, ou pella ſomma de tres tirando della a primeira letra eſquerda; o que tambem ſe funda em certo theorema dos Logarithmos, que ſe eſcuſa referir por trattarmos ſò da practica.

NOTA II.

DEveſe mais advertir que quando o primeiro termo da analogia for Secante, ou Tangente tal que ſeu Logarithmo exceda ao do Radio, por ſeu complemento arithmetico ſe tomarà o que faltar para o duplo Logarithmo do Radio, & ſe exceder ao duplo Logarithmo do Radio, ſe tomarà o que faltar para o triplo Logarithmo do Radio, & aſſim por diante.

NOTA III.

POde ſucceder ſer hum lado do Triangulo taõ pequeno que ſeja menor que a unidade,poſto que o outro ſeja muito grãde;& como nas taboadas naõ ha Logarithmos de numero menor que a ditta unidade,por quanto o Logarithmo de 1. he nada, ou cifra,nosLogarithmos modernos,que nas taboadas ſe coſtuma aſſinar com oito cifras para fazerem hũa fileira igual em caracteres ás fileiras de Logarithmos reſpondentes a outros numeros mayores que 1. & o meſmo he eſcreverſe o Logarithmo de 1. com muitas cifras que com hũa ſò;pois ſempre ſignificaõ nada;ſeguefe que o Logarithmo de menos que 1. a ſaber o de qualquer quebrado, ſerá ainda menos que nada ; o que cõ a imaginaçaõ ſe deve conſiderar, porque na realidade naõ ha menos que nada.Eſtas conſideraçoens ſaõ cõmuas aos Algebriſtas, & com numeros fingidos menores que nada ſoltaõ muitas ſutiliſſimas queſtoens de numeros verdadeiros.

Fig.31.

Neſte caſo ſe obra na fòrma ſeguinte. No Triangulo rectangulo A B C ſeja o lado A B os meſmos 1224. palmos, que havemos ſuppoſto,porèm o lado B C ſeja ſómente $\frac{1}{3}$ de palmo. Buſcaſe o angulo B A C.

Reſoluçaõ pellas taboas dos Senos, & Tangentes naturaes com os ſeguintes termos proporcionaes.

O lado A B 1224.
O reliquo lado B C $\frac{1}{3}$
Radio
Tangente do angulo A oppoſto ao reliquo lado B C.

Multipliqueſe o ſegundo termo $\frac{1}{3}$ pello terceiro a ſaber pello Radio, iſto he por 10000000; reſulta o producto $\frac{10000000}{3}$. que repartido pello primeiro termo 1224. dá no quociente 2723. $\frac{3144}{3672}$ a que nas taboas de Pitiſco,ou em quaeſquer outras (tirando a parte proporcional) reſpondem 56.ſeg. 10.terceir. quaſi pello valor do ditto angulo A.

Por Logarithmos com os meſmos termos proporcionaes.

O lado A B 1224

O

Hypothnusa AC 1378. ———	3,1392492
Radio ———	10,0000000
	13,1392492
	3,0569048
Secante do angulo A adjacente ao lado dado, & dahi o reliquo ang. C por igualarẽ ambos 90. gr.	10,0823444

SCHOLIO I.

MAS porque em muitas taboas naõ ha Logarithmos de Secantes, para se saber que graos, & minutos respondem aô quarto termo da segunda analogia acima, se nella se obrar por Logarithmos, se armarà a regra seguinte.

Tomese o dobro do Logarithmo do Radio, & delle se tire o numero achado no ultimo termo, & restarà o Logarithmo do Seno de seu complemento, que darà nas taboas os graos, & minutos que lhe respondem, & o que delles faltar para 90. gr. serà a quantidade do angulo A; que tambẽ se pòde logo buscar nas mesmas taboas, a saber o complemento do angulo C para os dittos 90. gr. por estarem fabricadas com tal artificio, que mostraõ hum arco, ou angulo, & juntamẽte o cõplemento para quadrante, ou 90. gr.

EXEMPLO.

SOmese o Logarithmo do segundo termo 1378. ———	3,1392492
Cõ o Logarithmo do Radio terceiro termo	10,0000000
E da somma ———	13,1392492
Se tire o Logarithmo do primeiro termo 1140.	3,0569048
E restarâ o Logarithmo da Secante do angulo A adjacente ao lado dado, que he ———	100823444
Do duplo Logarithmo do Radio ———	200000000
Se tire o Logarithmo da Secante do angulo A acima achado. ———	100823444
E restarâ o Logarithmo do Seno do complemento do angulo A buscado ———	099176556

A que nas taboas respondem, ou o que mais proximo a elle se acha 55 gr. 49. min. & por tanto o complemento para 90. gr. que he 34. gr. 11. min. serà a quantidade do ditto angulo A.

SCHOLIO II.

IA que dissemos, que em muitas taboas naõ ha Logarithmos de Secantes daremos hũa regra facil de como se possaõ achar mediante os Logarithmos dos Senos, que nellas saõ cõmuns, para q̃ os curiosos os possaõ fabricar, & dispor em taboas.

Tomese o Logarithmo do Seno do complemento do arco, ou angulo de que queremos investigar o Logarithmo da Secante, & se tire do duplo Logarithmo do Radio; & o que restar serà o Logarithmo da Secante, que se busca.

EXEMPLO.

PRoponhamos que queremos inquirir o Logarithmo da Secante de hum arco, ou angulo de 20. gr. 40. min. cujo complemento he 69.gr. 20. min. Busquese nas taboas o Logarithmo do Seno de 69.gr.20. min. que se acharà ser 9,9711132. este se tire de 20000000. duplo Logarithmo do Radio, & restarà 10,0288868. Logarithmo da Secante dos dittos 20. gr.40.min. A razaõ disto naõ damos agora porque trattamos sòmente da practica, mas por mayor apontamos seu fundamento o qual he q̃ o Radio he meyo proporcional entre o Seno de hum arco, & a Secante de seu complemento, como mostra Henrique Briggio liv. 1. Trigon. Britan. cap. 17. & outros infinitos.

PROBLEMA III.

Dados os angulos, & hum lado, buscase o outro lado.

Fig. 33. NO Triangulo rectangulo A B C, buscase o lado B C.

	Dados	(B recto.
O lado A B 1124	(Os angulos	(C de 61.gr.40.min.
		(A de 28.gr.20.min.

Termos proporcionaes.

Radio	
Tangente do ang. B A C 28.gr.20.min. opposto ao lado buscado. ———	9,7317460
Lado dado 1124. ———	3,0507663
O lado B C inquirido de 606. ———	2,7825123

Se-

Segunda analogia.

Theoria

Seno do angulo C de 61.gr.40.min. oppoſto a o lado dado.	9,9445821
Seno do reliquo angulo A de 28.gr. 20.min.	9,6763281
Lado A B dado 1124.	3,0507663
	12,7270944
	9,9445821
O lado B C inquirido de 606.	2,7825123

SCHOLIO.

NESTE problema que pella primeira analogia ſe ſolta entrando por primeiro termo o Radio,& ſe buſca lado,& em outros ſemelhantes ſerá melhor obrar por Senos, Tangentes, & Secantes naturaes mediante a regra de tres,& invençaõ da Dizima,porque por ficar o Radio em primeiro lugar ſe poupa a diviſaõ,& ſahe logo o lado buſcado ajuſtado nas ſuas partes, & particulas decimaes, o que pello modo cõmum naõ ſahe no tocante ás particulas;& he neceſſario inquirilas mediante a regra de tres na conformidade que diſſemos no Scholio I. do problema I.

Diſſe que ſe poupa a diviſaõ porque como o Radio fica ſendo partidor,naõ ha mais que tirar tãtas letras da parte direita do numero, q̃ ſe houver de dividir,como quantas cifras houver no Radio, & as letras que ficarem na partiçaõ, ou da cortadura para á parte eſquerda ſerá o quociente, & as que ſe cortaõ da parte direita os quebrados decimaes, o qual modo he excellente; & muito uſado dos modernos em ſeus calculos, principalmente nos da Architectura militar.

EXEMPLO.

MUltipliqueſe o numero 5391952. Tangente natural de 28.gr.20.min.ſegundo termo da primeira analogia acima (que ſaõ 5.prim.3.ſeg.9.terc.1.quart.9.quint.5.ſext. 2. ſet. em razaõ de ter o Radio 7. cifras)por 1124.terceiro termo,& reſulta no producto 606|0554048; o qual numero ſaõ ſettimos, por quanto os 1124. eraõ inteiros,que tem por exponente cifra, conforme o que diſſemos na multiplicaçaõ da Dizima, & ſe deve pòr o exponente de ſettimos ſobre a ultima letra da parte direita, & cortando da meſma banda ſette letras(com que fica o meſmo, que

Ffff feita

feita a divisaõ pello Radio) sahe no quociente 606. int. o prim. 5.seg.5.terc.4.quart.o. quint.4.sext.8.sept. que valem o mesmo que $\frac{5}{100}$ ou mais proximo á verdade $\frac{55}{1000}$, ou approximando mais $\frac{554}{10000}$ &c.

NOTA.

POde hum dos angulos dados ser taõ pequeno, que o lado que lhe he opposto, & se pertende achar seja tambem taõ pequeno, que o seu Logarithmo seja defectivo, pello q̃ se obrarà quasi por semelhante modo, como dissemos na nota 3. despois do Scholio 3. ao problema 1.

EXEMPLO.

Fig. 33. NO Triangulo rectangulo A B C se supponha o lado A B de 1124. (no problema I. o suppozemos de 1224.) o angulo B A C de 1.min. & por tanto serà o angulo A C B de 89.gr. 59.min. Buscase o lado B C opposto ao angulo A. Seja primeiro pellos Senos, & Tangentes naturaes, para que se veja a concordancia com a operaçaõ Logarithmica.

Por Senos & Tangentes naturaes com os seguintes.

Termos proporcionaes.

Radio	
Tangente do ang. B A C de 1.min. ————	2909
Lado dado 1124. ————	1124
	11636
	5818
	2909
	2909
	3269716
Lado buscado ————	10000000

Isto he quasi $\frac{1}{3}$ de palmo, ou pè, &c.

Por Logarithmos com os mesmos

Termos proporcionaes.

	Logarithmos.
Radio	
Tang. do ang. B A C de 1.min. ————	6,4637261293
Lado dado 1124. ————	3,0507663112
	9,51-

9,51449,24405
10,00000,00000

Lado buſcado a cujo Logarithmo ——— 0,48550,75595

Reſponde nas taboas algũa couſa menos de $\frac{1}{3}$ de palmo, ou pé, porq̃ por ſenaõ poder tirar o Logarithmo do Radio prim. termo q̃ he 10,00000,00000. do numero 9,51449,24405. ſomma dos Logarithmos dos dous termos intermedios, ſe ha de diminuir eſta daquelle, & reſta o numero —0,48550,75595. Logarithmo defectivo, a que ſe deve applicar da parte eſquerda o final — ſignificativo de menos; por quanto quando a ſomma dos dous Logarithmos intermedios he menor que o Logarithmo do Radio primeiro termo, & por tanto ſenaõ pòde fazer a ſubtracçaõ direita tirandoſe eſte daquella ſe deve fazer prepoſteramente, iſto he ás aveſſas, tirando a ſomma dos Logarithmos dos dous termos intermedios, do Logarithmo do Radio, & o Logarithmo que reſta he defectivo de numero menor que a unidade.

E digo que ao tal Logarithmo que reſta da ſubtracçaõ prepoſtera reſponde nas taboas menos de $\frac{1}{3}$ porque ainda que nellas ſe veja que o Logarithmo reſtante he mayor que o que nellas reſponde ao num. 3. & menor que o que reſponde ao num. 4, ſabei que os Logarithmos defectivos quanto mayores ſaõ, tanto reſpõdem a menores numeros quebrados; pello que ſe vedes que conſiderado o tal Logarithmo ſem o final antecedente — de defectivo he mayor que o que reſponde ao num. 3. & por tanto reſpõde ao num. mayor que 3. por iſſo meſmo ſendo defectivo reſpõde ao num. menor que $\frac{1}{3}$ mas quaſi que o iguala como haviamos achado mediante os Senos, & Tangẽtes naturaes entrando o meſmo num. do lado dado por via de multiplicaçaõ, & diviſaõ.

PROBLEMA IV.

Dada à Hypotenuſa, & angulos buſcaſe qualquer dos lados.

Fig. 34.

NO Triangulo rectangulo ABC buſcaſe o lado AB.

Dados

(A Hypotenuſa AC 1277	(ACB 61. gr. 40. min.
(Os angul.	(BAC 28. gr. 20. min.

Termos proporcionaes.

Theor.1 Radio
Seno do angulo A C B 61.gr.40.min. oppoſto ao lado buſcado.
Hypotenuſa A C dada 1277.
Lado buſcado 1124|0171878.ſept.

Por eſtar neſta analogia o Radio em primeiro lugar ſè obre pella Dizima,& Senos naturaes, conforme havemos enſinado, & ſahirá o lado buſcado como ſe vè acima.

Outro modo.

Secante do angulo B A C de 28. gr. 20.min. contermino ao lado pertendido.
Radio.
Hypotenuſa A C 1277.
Theor.2. Lado buſcado A B.

Executeſe eſte ſegundo modo por via de Logarithmos, para o que ſe devem buſcar o Logarithmo da Secante de 28.gr.20. min. pella regra dada no Scholio ſegundo do problem. 2. deſte cap.ſe nas taboas naõ ouver Logarithmos das Secantes, para o que ſe buſque nellas o Logarithmo do Seno de 61.gr.40.min. complemento de 28.gr.20.min. o qual ſe achará ſer —— 9,9445821
& ſe tire do duplo Logarithmo do Radio —— 200000000

	99445821
E reſtará	100554179

Logarithmo da Secante do angulo B A C de 28.gr.20. min que ſe buſcava.

Sõmemſe pois os Logarithmos dos dous termos intermedios, & tireſe o do primeiro,& reſtarà o Logarithmo do quarto termo, algũa couſa mayor,que o do numero 1124. & ſe quizermos ſaber quantas particulas decimaes lhe reſpondem alem dos 1124. ſe deve armar a regra de tres conforme o ditto no Scholio 2.probl. 1.& ſe achará o meſmo que pella operaçaõ da Dizima feita acima, conforme os termos da primeira analogia.

PROBLEMA V.

Dada a Hypoten.& hũ lado buſcaſe o reliquo lado.

NO Triang.rectang. A B C buſcaſe o lado B C.
Dados (A Hypot. A C 1277. (O lado A B 1124.

Para

Para a foluçaõ, defte problema, & de alguns feguintes pellas regras da Trigonometria fe requerem duas operaçoens; a primeira das quaes manifefta hum angulo agudo, o qual fabido fe conhece logo o reliquo ang.agudo; a fegunda defcobre o lado inquirido. Figur. 35.

Primeira Operaçaõ.

Termos proporcionaes.

Hypotenufa dada A C ———————— 1277 Theor.1
Lado dado A B ———————— 1124
Radio ————————
Seno do angulo C contermino ao lado bufcado,& dahi o reliquo angulo A por fer o feu complemento para hum recto.

Segunda Operaçaõ.

Termos proporcionaes.

Radio Theor.1
Seno do ang. A oppofto ao lado bufcado.
Hypotenufa A C dada.
Lado B C inquirido.

Ou tambem efta II. Operaçaõ pella feguinte analog.

Radio.
Tangente do ang. oppofto ao lado pertendido.
Lado A B dado. Theor.2
Lado B C bufcado.

SCHOLIO.

ESTA operaçaõ fe póde tambem executar pella 47. do primeiro,ou 31. do fext.de Euclides quadrando o num. 1277. conteudos na Hypotenufa A C; & de feu quadrado tirando o quadrado de A B, porque reftarà o quadrado do lado B C, do qual tirando a raiz quadra, ferâ efta o valor do lado B C bufcado; pois conforme as dittas propofiçoẽs o quadrado de A C fe iguala aos quadrados de A B, B C.

Há tambem hũa regra de Henrique Briggio cuja demonftraçaõ traz no Cap. 16.& 17. da Arithmetica logarithmica, que facilmente fe demonftra,& he a feguinte.

Tomefe a fomma da Hypotenufa,& lado dado,& a differença

do mesmo lado,& Hypotenusa, & desta somma, & differença se busquem os Logarithmos,que se juntem em hũa somma; a ametade da qual será o Logarithmo do lado buscado.

EXEMPLO.

Hypotenusa A C ——	1277 ——	1277
O lado A B ——	1124 ——	1124
	Somma 2401. —	resto 00153

Somese o Logarithmo de 2401. que he a somma da Hypotenusa,& lado. ——	3,3803922
Com o Logarithmo de 153. sua differença —	2,1846914
Sahe por somma ——	5,5650836
Cuja ametade ——	2,7825418

Será o Logarithmo do lado buscado, a que nas taboas respondem proximamente 606.

PROBLEMA VI.

Dados os angulos, & hum lado, buscase a Hypoth.

Fig.36. NO Triangulo rectangulo A B C, buscase a Hypoth. A C.
Dados (O lado A B 1124 (A C B 61.gr.40.min
(Os angulos (B A C 28.gr.20.min.

Termos proporcionaes.

Theor.3. Seno do ang.C 61.gr.40.min. opposto ao lado dado
Radio,que he o Seno do ang.recto B
Lado A B 1124.
Hypoth. A C buscada 1277.quasi.

Segunda analogia executada pellos mesmos numeros dados, & pello Radio, & Secante naturaes.

Radio
Secante do angulo A 28. gr. 20. min.
adjacente ao lado dado —— 11361036
Lado A B dado 1124 —— 1124

Theor.2

```
        45444144
       22722072
      11361036
     11361036
Hypoth. A C buscada 1277.quasi.  1276|9804464
```

NOTA.

ESTE modo se vè exemplificado á margem pella Dizima cõ a verdadeira quantidade da Hypoten. A C que naõ chega a igualar precisamente os 1277. mas sòmẽte $1276\frac{9}{10}$; ou mais proximo á verdade $1276\frac{98}{100}$; ou $1276\frac{980}{1000}$ que he o mesmo, ou ainda mais proximamente á verdade $1276\frac{9804}{10000}$, & assim por diante, mas nunqua póde inteirar precisamente os 1277; posto que na operaçaõ tomamos este numero pella insensivel differença que faz do verdadeiro.

Usei nesta operaçaõ do mesmo numero dado, & do Radio, & Secante naturaes multiplicando o segundo termo pello terceiro, & partindo o producto pello primeiro que he o Radio; & porq̃ este he 1. com sette cifras fica feita a repartiçaõ com se cortarem sette letras numericas da parte direita no producto, como se vé na operaçaõ.

Tambem obrando por Logarithmos se pòde achar o mesmo numero $1276\frac{9804464}{10000000}$ se se tirar a parte proporcional combinando o Logarithmo que na operaçaõ nos sahir, a que proximamente responderaõ 1277. cõ os q̃ respondem a 1276. & a 1277. precisamẽte, & por suas differenças tirar a ditta parte proporcional.

PROBLEMA VII.

Dados os lados buscase a Hypotenusa.

ESTE probl. se resolve pello modo ordinario por duas operaçoens; na primeira das quaes se investigaõ os angulos agudos; na segunda a Hypotenusa. Figur. 37.

No Triang. rectang. A B C buscase a Hypotenusa.

Dados os lados (A B 1124.
(B C 606.

Primeira Operaçaõ.

Termos proporcionaes.

Hum lado. Theor. 2

Reliquo lado.

Radio.

Tangente do ang. opposto a o reliquo lado, & dahi o outro ang.

Seg.

Segunda Operação.

Termos proporcionaes.

Seno do angulo opposto a hum lado.
Radio
Theor.3 Lado opposto áquelle angulo.
Hypotenusa buscada.

EXEMPLO.

IA se sabe que pello modo geral dos Logarithmos se sommaõ os dous termos intermedios; & da somma tirando o Logarithmo do primeiro, resta o Logarithmo do quarto termo: porèm exemplifiquemos este caso mediante os Logarithmos, usando do complemento arithmetico do primeiro termo, que deve ser sommado com os Logarithmos dos dous intermedios, & da somma tirarse a primeira letra da parte esquerda: mas como hum dos termos intermedios seja o Radio se escusa entrar na somma seu Logarithmo, porque essa he a letra, que despois se havia de cortar da somma, pello que se sommaráõ sòmente o complemento arithmetico do primeiro, & o Logarithmo do termo intermedio, que naõ for Radio.

Primeira Operação.

O lado A B 1124. de cujo Logarithmo he complemento arithmetico. ———— 6,9492337
O reliquo lado B C 606. cujo Logarithmo he. — 2,7824726
Cuja somma de ambos os Logarithmos he. —— 9,7317063

A que nas taboas dos Logarithmos das Tangentes respondem proximamente 28.gr.20.min.pella quantidade do ang. A; & portanto será o angulo C 61.gr.40.min.complemento para 90.gr.

Segunda Operação.

Seno de hum angulo opposto a qualquer lado como do mesmo angulo A 28.gr.20.min. de cujo Logarithmo he o complemento arithmet. ———— 0,3236719.
B C 606. lado opposto ao tal ang.cujo Logarith. he 2.7824729
Cuja somma ———— 3,106,445

Most ra nas taboas o num.1277. proximamente pella quantidade da Hypotenusa.

Scho-

SCHOLIO.

HA outra regra de Gellibrando para ſoltar eſte caſo, a qual he a ſeguinte. Do duplo Logarithmo do mayor lado ſe tire o Logarithmo do menor, & o numero abſoluto, que reſponder á differença dos Logarithmos ſe ajũte ao menor lado; de cuja ſomma ſe buſque o Logarithmo, o qual ſe ſomme com o Logarithmo do menor lado, & ametade da ſomma deſtes Logarithmos ſerá o Logarithmo da Hypotenuſa buſcada A C.

EXEMPLO.

O Duplo Logarithmo de 1124. mayor lado he	6,1015326
O Logarith. do menor lado 606. he —	2,7824726
Tirando o menor do mayor, reſta —	3,3190600
A que nas taboas reſpondem proximamente —	2085
Ajuntandolhe o menor lado. —	606
Faz ſomma de —	2691
Cujo Logarithmo he —	3,4299137
O meſmo lado 606. ſeu Logarithmo —	2,7824726
Somma —	6,2123863
Semiſomma —	3,1061932

Serà o numero 3 1061932. o Logarithmo da Hypot. a que nas taboas reſpondem proximamente 1277. pella Hypot. A C buſcada.

Tambem póde ſer a regra de Gellibrando na fôrma ſeguinte. Do duplo Logarith. do menor lado ſe tire o Logarithmo do mayor, & o numero abſoluto que reſponde á differença dos Logarithmos ſe ajunte ao mayor lado; de cuja ſomma ſe buſque o Logarithmo, o qual ſe ſomme com o Logarithmo do mayor lado, & ametade da ſomma ſerá o meſmo Logarithmo da primeira operaçaõ, & moſtrarâ a meſma Hypot. buſcada A C.

Por tanto ſe póde começar a operaçaõ cõ qualquer dos lados dados, & porque eſta regra naõ he cõmua, & Gellibrando a naõ demonſtra; & nella ſe enganou Frobenio no ſexto problema, que na noſſa ordem he 7. cuidando, que pello primeiro modo ſobreditto ſe buſcava hũa linha, ou numero meyo proporcional entre os lados dados do Triangulo, naõ ſe buſcando ſenaõ huã linha, ou numero terceiro proporcional, nem traz a regra ſe naõ pôdo

fòmente em primeiro lugar o dobro do Logarithmo do mayor numero, para della tirar o Logarithmo do menor; nòs a demonstraremos na seguinte fórma.

Demonstraçaõ.

Fig.38. No Triangulo rectangulo A B C se do duplo Logarithmo do mayor lado A B se tirar o Logarithmo do menor B C, será o residuo Logarithmo da linha B O terceira proporcional aos dous lados C B, B A; porque de tres numeros, ou linhas proporcionaes quaes saõ C B, B A, B O, a somma dos Logarithmos das extremas se iguala ao duplo Logarithmo da media, por tanto se se ajuntarem em hũa somma os Logarithmos de O C, C B será igual ao duplo Logarithmo de A C; porque tambem saõ proporcionaes O C, C A, C B, por onde ametade da ditta somma, mostrarà nas taboas a Hypotenusa A C do Triang. A B C como mãda a regra.

Podese tambem tirar do duplo Logarithmo do menor lado B C o Logarithmo do mayor A B, porque o residuo será o Logarithmo da terceira proporcional B D, porque das tres proporcionaes A B, B C, B D a somma dos Logarithmos das extremas A B, B D se iguala ao duplo Logarithmo da media B C, por tanto se se ajuntarem em hũa somma os Logarithmos de D A, A B será esta igual ao duplo Logarithmo de A C, porq̃ tambem saõ proporcionaes D A, A C, A B, por onde a ametade da ditta somma mostrarà nas taboas a mesma Hypotenusa A C.

Daqui fica manifesto, que a somma dos Logarithmos O C, C B he a mesma que a somma dos Logarithmos D A, A B.

Pella 47. do prim. se achará a mesma Hypotenusa quadrando cada hum dos numeros dos lados, & ajuntando os quadrados em hũa somma, da qual tirando a raiz quadra será esta a Hypotenusa A C inquirida.

CAP. IV.

Da dimensaõ dos Triang. rectilineos obliquangulos.

PROBLEMA I.

Dados dous lados, & hum ang. opposto a hum delles, buscase o ang. opposto ao reliquo lado.

NO Triang. obliquang. A B C, buscase o ang. obtuso C B A.

Fig.39. Dados os lados (A C 3241 (B C 2753.

O an-

O angulo C A B 42.gr.27.min.

Termos proporcionaes.

O lado B C dado 2735. opposto ao angulo A dado.

O reliquo lado A C 3241 ————	3,5106790
Seno do ang. A dado 42.gr.27.min. opposto ao lado dado ————	9,8292694
	13,3399484
	3,4369573
Seno do ang. B opposto, ao reliquo lado dado A C	9,9029911

Sahe por Logarithmo do Seno do ang. pertendido o numero, q̃ parece, a que nas taboas respondem proximamẽte 53.gr.7. min. mas porque o angulo que se busca he obtuso pella hy pothesi, serà sua verdadeira valia o que vai de 53.gr.7.min.para 180.gr. q̃ saõ 126 . gr. 53. min. pois o mesmo Seno, & Logarithmo he de hum ang. que de seu complemento para 180.gr. conforme o que dissemos no Cap.1.§.4.

Cautela.

NESTE problema, em que dados os dous lados, & hum ang. opposto a hum delles se busca o ang.opposto ao reliquo lado, he necessario hũa cautela, a saber se o angulo dado for obtuso, será o lado que se lhe oppoem mayor que qualquer dos outros, & o angulo buscado agudo: porém se o angulo dado for agudo, como suppozemos no caso acima, serâ incerto se o angulo opposto ao mayor lado he obtuso, recto, ou agudo : pello que será necessario para se achar, que se nos dè conhecida sua especie, a saber se he recto, obtuso, ou agudo , como tomamos por hypothesi no problema, suppondo ser obtuso o angulo, que buscamos opposto ao mayor lado.

Ou com Regiomonte lib. 1.propos.51.se a perpendicular, que do ponto C cõmum concurso dos dous lados conhecidos cahe sobre o terceiro lado B A, vem a dar fóra delle, como se vé na perpendicular C O a respeito do Triangulo A C B ; ou se cahe dentro do Triangulo A C K: pois cahindo fóra he sinal de ser obtuso o angulo A B C opposto ao mayor lado A C , & se cahir dentro como no segundo, será agudo o angulo A K C que tambem se oppoem ao mesmo lado mayor A C.

SCHOLIO.

P Ode succederser hum dos lados dados menor que a unidade, & por tanto ser o seuLogarithmo defectivo.Supponhase no mesmo Triangulo o lado B C 2735. o angulo A seu opposto 42 gr.27.min. mas o lado A B sómente $\frac{3}{5}$ de palmo,ou pè,& que se busca o angulo C.

Fig.39. Já temos ditto o modo de se obrar pellos numeros absolutos, Senos,& Tangentes naturaes.Por Logarithmos, em que deve entrar hum defectivo, será pello modo seguinte.

Termos proporcionaes.

Lado B C dado 2735. opposto ao ang. A dado.

O reliquo lado A B $\frac{3}{5}$ ————	0,22184,87496
Seno do ang. A dado 42.gr.27.min. ——	9,82926,93848
	9,60742,06352
	3,43695,73307
Seno do ang. C 30. seg. 37. terc. ———	6,1704633045

O Logarithmo 0,22184,87496. do seg.termo A B $\frac{3}{5}$ he defectivo notado com o final — significativo de menos, por ser de numero menor que a unidade;por tanto para se sommar com o Logarithmo abundante 9,82926,93848. do ang. A terceiro termo; deve ser a somma por via de subtracçaõ tirando o menor do mayor,& ao residuo 9,60742,06352. applicar o final * significativo de mais, ou de Logarithmo abundante,como se entendem todos ainda quando naõ trazem o ditto final * se he que naõ trazem o final — significativo de menos. Logo da somma do segũdo, & terceiro termo affecta com o final * se tire o Logarithmo do primeiro termo na fòrma ordinaria, resta finalmente o Logarithmo 6,1704633045,a que nas taboas tirando a parte proporcional respondem 30. segundos 37. terceiros pello valor do ditto angulo C.

PROBLEMA II.

Conhecidos dous lados, & o angulo por elles comprehendido, investigar qualquer dos outros angulos.

NO Triangulo obliquangulo A B C buscase qualquer dos angulos B C, dados

Os

Os lados (A C 3241.
(A B 717.

O angulo B A C 42.gr.27.min.

Termos proporcionaes.

Somma dos dous lados dados
Differença dos meſmos lados
Tangente da ſemiſomma dos angulos oppoſtos, ou da ametade do complemento do angulo comprehendido para 180.gr. Figur. 40. Theor. 4
Tangente da ſemidifferença dos angulos oppoſtos.

Achada a ſemidifferença dos angulos ſe ſe ajuntar a ſemiſomma dos meſmos angulos, reſultarà o mayor angulo,& ſe ſe tirar, o menor.

EXEMPLO.

SOmmeſe o mayor lado ſabido A C ———	3241
com o menor ſabido A B ———	0717
Serà a ſomma ———	3958
Logo do meſmo mayor lado A C ———	3241
Se tire o menor lado A B ———	0717
Será a differença ———	2524
Deſpois diſto de ———	180.gr.00.min.
Se tire o ang. dado B A C ———	42.gr.27.min.
Reſtará a ſomma dos outros dous ———	137.gr.33.min.
E ſerá a ſemiſomma. ———	68.gr.46.min.30.ſeg.

Pella qual ſe tomem 68.gr.47.min.por quanto os ſegũdos chegaõ a 30.Ficaõ logo exemplificados os termos proporcionaes na fòrma ſeguinte.

	Logarithmos.
Somma dos lados 3958.	
Differença dos lados — 2524 ———	34020893
Tang.da ſemiſomma dos ang.a ſaber 68.gr.47.min.	104109343
Tang. da ſemidifferença dos meſmos angulos de	13,8130236
58.gr.40.min.	3,5974758
	10,2155478

Sõmando pois os Logarithmos dos dous termos intermedios, & da ſomma tirando o Logarithmo do primeiro,reſta o Logarìthmo do quarto termo, como ſe vè acima; a que nas taboas correſpondem 58.gr. 40. min. que he à ſemidifferença dos angulos. Eſta ſemidifferença 58. gr. 40. min. ſommada com a ſemiſomma

dos mesmos angulos 68. gr. 46.min. 30. seg. acima achada faz o mayor ang. de 127.gr.26.min.30.seg.

E da mesma semisomma dos angulos 68.gr.46.min.30.seg. tirada a mesma semidifferença 58.gr.40.min. restará o menor ang. buscado de 10.gr.6.min.30.seg.

SCHOLIO.

HA outras regras de Frobenio no problema 16. para soltar o mesmo problema, que saõ as seguintes.

Primeira analogia.

Pella quarta analogia do Scholio ao Theor.4.

Semisomma dos lados

Differença entre a semisomma dos lados, & qualquer delles.

Tang. do semicomplemento do ang. dado para 2. rectos, ou da semisomma dos angulos oppostos.

Tangente de hum arco pello qual o menor angulo dos buscados he menor, que o ditto semicomplemento, & o mayor ang. mayor.

Pello que os graos, & minutos do tal arco achado em quarto lugar, se tirem do ditto semicomplemento, & sahirá, o angul. menor opposto ao menor lado: & juntandose o menor arco achado, ou seus graos, & minutos cõ o mesmo semicompleméto, resultará o mayor angulo opposto ao mayor lado.

EXEMPLO.

SOmmese o mayor lado A C conhecido	3241
Com o menor A B tambem conhecido	0717
Será a somma	3958
E a semisomma	1979
Desta se tire o menor lado A B	0717
Resta a differença	1262
Ou do mayor lado A C	3241
Se tire a semisomma	1979
Restará a mesma differença	1262

O complemento do ang. A dado 42.gr.27,min.para 180. he 137.gr.33.min. O semicomplemento 68.gr.46.min.30.seg. pello qual se tomem 68.gr.47.min. por chegarem os segundos a 30. ficaõ logo exemplificados os termos proporcionaes, a saber.

Semisomma dos lados —— 1979.

Differença entre a semisomma, & qualquer dos lados. 1262.—3,1010593

Tan-

Tangente do ſemicomplemento do angulo dado para 180. gr. o qual ſemicomplemento he 68.gr.46.min.30.ſeg. pello qual ſe tomaõ 68.gr.47.min. ——— 10,4109343

Tangente dos graos, & minutos do arco buſcado, a que nas taboas reſpondem proximamente 58.gr.40.min. ——— 13,5119936
32964458
10,2155478

Tirando pois do ſemicomplemento acima achado. ———	68.gr.46.min.30.ſeg.
O arco ultimamente deſcuberto. —	58.gr.40.min.00.ſeg.
Reſta o menor angulo buſcado de —	10.gr.06.min.30.ſeg.
E ao meſmo ſemicomplemento —	68.gr.46.min.30.ſeg.
Acreſcentando o meſmo menor arco ultimamente inquirido de ———	58.gr.40.min. 00.ſeg.
Reſulta o mayor angulo de ———	127.gr.26. min.30.ſeg.

que he o meſmo que tinhamos achado pella primeira operaçaõ.

Segunda Analogia.

Termos proporcionaes.

Somma dos lados
O dobro do mayor lado
Tangente da ſemiſomma dos angulos oppoſtos.
A ſomma das Tangẽtes da ſemiſomma,& ſemidifferença dos ang.

Pella primeira Analogia do Schol.ao Theor.4

Pello que do quarto termo achado ſe tire o terceiro, que he a Tangente da ſemiſomma dos angulos,& reſtarà a Tangente da ſemidifferença, a qual ſemidifferença achada em graos, & minutos pellas taboas, & acreſcentada a ſemiſomma dos angulos darà o mayor ang. & tirada,darà o menor.

A ſobreditta ſegunda Analogia ſe entende obrando pellos numeros abſolutos dos lados,& Tangẽtes naturaes dos angulos,que ſe ouvermos de obrar por meyo de ſeus Logarithmos, em ſe achando o quarto termo (que ficarà ſendo Logarithmo da ſomma das Tangentes,da ſemiſomma,& ſemidifferença dos angulos) ſe deve buſcar nas taboas a Tangente,que reſponde ao tal Logarithmo,da qual ſe deve tirar a da ſemiſomma dos angulos, & reſtarà a da ſemidifferença: vendo pois na margem das taboas, que graos,& minutos reſpondem à Tangente da ditta ſemidifferença dos angulos,ſe tirem os dittos graos, & minut. da ſemiſomma dos angulos,& reſtarà o menor ang. ou ſe acreſcentem á ditta ſemiſomma,

ſomma,& reſultará o mayor;como ſe tem ditto;o que eſcuſo exẽplificar,porque os que jà ſouberem executar os calculos precedentes facilmente entenderaõ o ſobreditto.

Terceira Analogia.

Termos proporcionaes.

Somma dos lados.

Pella ſegunda Analog. do Schol.ao Theor. 4

O dobro do menor lado.

Tangente da ſemiſomma dos angulos oppoſtos.

Differença das Tangentes da ſemiſomma, & ſemidifferença dos angulos oppoſtos.

Pello que o quarto termo achado ſe tire do terceiro, & reſtarà a Tangente da ſemidifferença dos angulos: vendo pois nas taboas os graos,& minutos,que lhe reſpondem,& acreſcentandoos á ſemiſomma dos angulos,reſultará o mayor,& tirãdoos,o menor.

Iſto ſe entende obrando pellos numeros abſolutos dos lados, & Tangentes naturaes dos angulos,porque avẽdo de ſer por ſeus Logarithmos, em ſe achando o Logarithmo do quarto termo, ſe verà,que Tangente lhe reſponde; & eſta ſe tire da Tangente do terceiro,& reſtará a Tangente da ſemidifferença dos angulos;como ditto he,de que tambem ſe eſcuſa trazer exemplo.

Quarta Analogia.

Termos proporcionaes.

Lado menor.

Lado mayor.

Pella terceira analogia do Scholio ao Theor.4.

Secante do complemento,ou exceſſo do ang.comprehendido.

Hum quarto numero.

Deſte quarto numero ſe tire a Tangente do complemento do ang. comprehendido, ſe eſte for agudo:& a differença ſerá a Tãgente do complemento do angulo oppoſto ao menor lado,& dahi ſerà logo conhecido o mayor.

Porèm ſe o angulo comprehendido for obtuſo, ao quarto numer o achado ſe acreſcente a Tangente do exceſſo do ditto ang. & a ſomma ſerá Tangente do complemento do angulo oppoſto ao menor lado.

No ang. agudo por Tangente do complemento ſe entende a Tangente do que lhe falta para 90.gr.& no obtuſo a Tang.do q̄ paſſa de 90.gr.como advertimos no capit. I § 4.

Mas

Mas tenho por melhor com outros, chamar complemento ao que falta a hum ang. para inteirar 90. gr. & excesso ao que passa de 90.gr.

EXEMPLO.

SEJA proposto o mesmo Triangulo A B C no qual sendo conhecidos

Os lados (A C 3241.
(A B 717.

E o angulo C A B 42.gr.27.min.
Se busca qualquer dos angulos B, C.

Termos proporcionaes.

Lado menor	———	0717 Figur. 40.
Lado mayor	———	3241

Secante do complemento do angulo comprehendido 42. gr. 27. min. isto he Secante de 47.gr.33.min.
Hum quarto numero.

Este modo se deve obrar pellos numeros naturaes, por naõ termos taboas de Logarithmos, que nos possaõ servir para toda a operaçaõ, & será difficultoso darse agora regra de se fazerẽ: pello que a Secante do complemento de 42.gr.27.min. isto he 47.gr. 33.min. terceiro termo se multiplique por 3241. segundo termo. ——— 14815988

```
        14815988
            3241
        14815988
       59263952
      29631976
     44447964
E o producto. ——— 48018617108
```

Se reparta pello primeiro termo ——— 717
E sahirà no quociente hum quarto numero buscado: a saber ——— 66971571
E porque o ang. comprehendido he agudo de 42 gr.27.min. se tome seu complemento 47.gr. 33. min. cuja Tangente ——— 10932223
Se tire do sobreditto numero achado no quociente, & restará. ——— 56039348

Que he a Tang. do complemento do ang. oppoito ao menor

lado, a que nas taboas respondem proximamente 79.gr. 53.min. cujo complemento 10.gr.7.min.ferá o angulo C bufcado oppofto ao menor lado,quanto proximamente tinhamos achado pella operaçaõ da primeira analogia.

Porém fe o ang. comprehendido foffe obtufo, em tal cafo ao 4. num. que fahio no quociente da repartiçaõ fe avia de acrefcẽtar a Tang.do complemento do ang.comprehendido (a faber do exceffo fobre 90.gr.) & refultaria a Tang. do complemento do ang. bufcado oppofto ao menor lado.

PROBLEMA III.

Dados os lados cada hum per-fi conhecer qualquer dos angulos.

Fig.41.

NO Triangulo obliquangulo A B C bufcafe qualquer dos angulos a faber,o ang. C, dados

Os lados	(A C	2345.
	(A B	1938.
	(B C	1427.

Efte problema fe folta por duas operaçoens mediante hũa perpendicular que Gellibrando, Ulacco,& cõmumente os mais Autores lançaõ fobre o mayor lado do angul. que lhe eftá oppofto, Nós o foltaremos na nota feguinte mediante a perpendicular lãçada tambem de qualquer dos angulos,com tanto que fe conheça fe cahe dentro,ou fòra do triangulo, & primeiro com Gellibrando,& Ulacco no feguinte modo.

Lançando a perpendicular B E fe devem primeiro bufcar os fegmentos da Bafe, a faber A E, C E.

Theor.5

Termos proporcionaes.

O mayor lado,ou Bafe A C		2345
A fomma dos reliquos lados A B, C B	3365	35269851
A differeça dos mefmos lados A B, C B	511.	27084209
		62354060
A differença A D dos fegmentos da Bafe 733.		33701428
quafi,ifto he. 733|268. quafi.		28652632

Achada a porçaõ A D 733|268. differença dos fegmentos da Bafe defprezando as fracçoens juntas fe tire do mayor lado A C

2345

2345.& reftará C D 1612. cuja ametade 806. ferá o menor fegmento C E, ou feu igual E D; & a mefma ametade 806. junta cõ a differença A D 733. comporá o mayor fegmento A E 1539. fabidos pois os fegmentos A E, C E por quanto o triangulo A B C eftá repartido nos dous triangulos rectangulos A B E, C B E & em cada hum delles fica conhecida a Hypotenufa, & hum lado adjacente ao angulo recto, fe faberá facilmente qualquer dos angulos pello fegundo problema dos rectangulos, como querendo bufcar o ang. C o faremos com os feguintes.

Termos proporcionaes.

Hypotenufa dada B C	1427
Radio	
Lado achado C E 806.	12,9063350
Seno do angulo C B E feu oppofto 34.gr.23.min.	3,1544240
& dahi o reliquo ang. C 55.gr.37.min.	9,7519110

Semelhantemente fe obrará para fe inquirir o outro angulo B A E, com que conhecidos os dous angulos C, A, facilmente fe alcançará o ang. A B C por [r] ferem todos tres iguaes a dous rectos. [r] 32. do prim.

NOTA.

NESTE problema terceiro dos Triangulos obliquangulos, em q̃ dados os lados cada hum per-fi fe procura faber qualquer dos angulos, onde diffemos, que efte problema fe folta commummente por duas operaçoens mediante hũa perpendicular, q̃ fe lança do mayor ang. fobre o lado que lhe eftá oppofto, bufcandofe pella primeira operaçaõ a differença dos fegmentos da Bafe conforme o theorema 5. fe póde tambem achar a ditta differença dos fegmentos da Bafe por qualquer dos modos feguintes q̃ traz Gellibrando no Cap. 2. fem demonftraçaõ, & eu os tenho demonftrado, os quaes me pareceo efcrever aqui por Appendiz por terem fua galanteria, & o naõ ter feito no mefmo theor. 5. onde era feu lugar.

Primeiro modo.

Tomefe a differença dos quadrados dos lados B C, B A, efta differença fe divida pella Bafe C A: & o quociente ferà a porçaõ D A differença dos fegmentos da Bafe.

Segundo modo.

Quadremſe os lados A B, B C, C A: tireſe o quadrado de A B da ſomma dos outros dous quadrados,& ametade do reſto ſe divida pella Baſe C A; da qual diviſaõ ſahirá no quociẽte o menor ſegmento C E,& tirando o quadrado B C da ſomma dos quadrados A B, C A, & ametade do reſto dividida pella Baſe dará no quociente o mayor ſegmento A E.

SCHOLIO I.

POdeſe tambem inveſtigar qualquer dos angulos pertẽdidos, havendo primeiro deſcuberto os ſegmentos da Baſe pella ſeguinte analogia de Pitiſco [r] como por exemplo ſe buſcarmos o angulo A ſeraõ os

[r] Lib.3. triag. rectilin.

Termos proporcionaes.

O lado A E	—— 1539.min.	
Hypotenuſa A B	— 1938 ——	3,2873538
Radio		10,0000000
		132873538
Secante do ang. A adjacente ao ſegmento A E		31872386
37.gr.25.min.40.ſeg.49.terc.38.quart.		101001152

Pello que da ſomma dos Logarithmos dos dous termos intermedios ſe tire o Logarithmo do primeiro, & reſtará o Logarithmo do quarto, & por ſer o que reſta Logarithmo de Secante, ſe houver taboas, em que haja Logarithmos de Secantes, como as de Bonaventura Cavalerio, nellas ſe buſque debaixo de ſeu titulo o ultimo numero, que reſtou,& à margem lhe reſpõderáõ os graos, & minutos do angulo A.

Porèm ſe as taboas naõ tiverem Logarithmos de Secantes, como ſuccede cõmummente, ſe uſara da regra ſeguinte para ſe conhecer o valor do ditto angulo A.

Do duplo Logarithmo do Radio, ſe tire o Logarithmo da Secante do angulo A, ultimamente achada na operaçaõ, & o q̄ reſtar ſerá o Logarithmo do Seno do complemento do ang. pertendido, buſcando por tanto nas taboas o numero que reſtou debaixo do titulo dos Logarithmos dos Senos, ſe verà na cabeceira, & margem o numero de graos,& minutos, que lhe reſpondem, cujo complemento para 90. ſerá o angulo A buſcado.

EXEMPLO.

EXEMPLO.

DO duplo Logarithmo do Radio —— 20,0000000
Se tire o Logarithmo da Secante do angulo A ultimamente achado. —— 10100I152

E restará o Logarithmo do Seno de seu cõplem. — 09899848

A que nas taboas respondem 52.gr.34. min. 19. seg. quasi, & por tanto o valor do ditto ang. A será o complemento para 90. a saber 37.gr.25.min.41.seg.quasi pellos quaes se podem tomar 37.gr.26.min.

Semelhantemente para se achar o ang. C adjacente ao segmẽto C E se pôde tambem obrar pella mesma via.

Termos proporcionaes.

Lado C E — 806.	
Hypotenusa B C 1427. ——	3,1544240
Radio ——	10,0000000
	13,1544240
	2,9063350
Secante do ang. C 55.gr.42.min.quasi. —	10,2480890

Há outra regra para se soltar este caso sem se lançar a perpendicular,& por hũa sò operaçaõ, cujo fundamento mostrou Henrique Briggio no Cap. 16. da Arithmetica logarithmica, a qual he a seguinte.

Da semisomma dos lados se tire cada hum delles de per-si, & restaràõ as differenças entre cada hum dos dittos lados; & a ditta semisomma; despois se tire a somma dos Logarithmos da semisomma dos lados, & differença do lado que subtende o ang. buscado,da somma dos Logarithmos das differenças dos outros lados,& do duplo Logarithmo do Rádio,& ametade do que restar serà o Logarithmo da Tangente da ametade do ang. buscado.

EXEMPLO.

Proponhase que se busca o ang. C dados os tres lados.

LAdo A C ——	2345
Lado B C ——	1427
Lado A B ——	1938
Somma dos lados ——	5710 Fig.41.

Semisomma dos lados — 2855
Lado A C — 2345
Differença entre a ditta semisomma,& lado A C
510 cujo Logarith. — 2,7075702
Semisomma dos lados — 2855.
Lado B C — 1427.
Differença entre a ditta semisomma , & lado B C
1428. cujo Logarith. — 3,1547282
Duplo Logarithmo do Radio — 20,0000000
Semisomma dos lados—2855. —34556061.— 25,8622984
Lado A B opposto
ao ang. buscado — 1938.
Differença 0917.—2,9623693
6,4179754 —64177954
Resta — 19,4443230
Cuja ametade — 9,7221615

Serà o Logarithmo da Tangente da ametade do ang. buscado, a que nas taboadas respõdem 27.gr.48.min.30.seg.quasi, cujo dobro 55.gr.37.min. quasi he o valor do ang. C buscado; de quanto tambẽ o achariamos cõforme a primeira Analogia deste Schol.

SCHOLIO II.

PRomettemos no principio deste problema soltalo, posto q̃ a perpendicular se lance de qualquer dos angulos, naõ sò do opposto ao mayor lado, mas com tanto que se conheça se cahe dentro, ou fóra do Triang. Se cahir dentro serve o ditto modo de Gellibrando, Pitisco, & outros muitos Autores. Porèm se cahir fóra (o que succederà quando algum dos angulos na Base for obtuso, como no Triang. A B C em que o ang. C he obtuso, & a perpendicular se lança do angulo B, a qual cahe fòra do Triang. sobre o lado A C produzido atè o ponto D; tomandose por hũ Fig.42. segmento da Base toda a linha A D, & pello outro a porçaõ C D entre o lado B C & a perpendicular B D conforme Regiomonte, Clavio, & outros) neste caso se use da seguinte Analogia que tenho demonstrado na nota ao theor. 5.

Termos proporcionaes.

Base A C — 2428.
Somma dos lados A B, B C — 5301 — 37243578

Dif-

Differença dos mesmos lados 2149	———	33322364
Somma dos segmentos da Base	———	70565942
		33852487
A linha A E 4692.	———	36712455

Tirando pois de 4692. quantidade da linha A E o lado A C 2428. resta C E 2264. cuja ametade 1132. he o segmento C D

Conhecido pois o segmento C D cõ o lado B C que he a Hypotenusa no Triang. recta ngulo B D C se investigará o angul. D C B pello segundo problema dos rectangulos,& seu complemento para dous rectos será o angulo obtuso A C B.

Para se descubrir o ang. A se considere o Triang. rectangulo A D B no qual se daõ sabidos

O lado A D,Somma de A C, C D	———	3560
A Hypotenusa A B	———	3725

Pello que se conhecerá o ang. A pello mesmo segundo problema dos rectang.com que descubertos os dous angulos A C B,C A B, se conhecerá o terceiro C B A,por ser o complemento para dous rectos. Pella 32.do 1.

PROBLEMA IV.

Conhecidos os angulos, & hũ lado buscase qualquer dos outros lados.

NO Triang. obliquang. A B C buscase qualquer dos lados a saber O lado B C

Dados (O lado A C 1237. Fig.43.
(B A C 38.gr.29.min.
E os ang. (A C B 29.gr.22.min.
(A B C 112.gr.9.min.

Termos proporcionaes.

Seno do ang. opposto ao lado dado qual he A B C 112.gr.9.min isto he Seno de 67.gr.51.min. q̃ he o seu complemento para 180 gr. por ser o mesmo Seno de hum angul. ou arco,que de seu complemento para semicirculo. Theor. 3. Cap. §.1.

Seno do ang. B A C 38.gr.29.min. opposto ao lado buscado ——— 9,7939907

Lado

Lado A C dado 1237|0	———	3,0923697
		12,8863604
		9,9667048
Lado B C pertendido 831|1	———	2,9196556

PROBLEMA V.

Dados dous lados com o ang. por elles comprehendido inquirir o outro lado.

NO Triang. obliquang. A B C bufcafe o lado A C.

Dados os lados (C B 328
(A B 259

Fig. 44 O angulo (A B C 97.gr.28.min.

Efte problema fe refolve por duas operaçoens primeiramente fe bufcaõ os angulos A, C, pello fegundo problema, ou qualquer das analogias dittas no feu Scholio, & defpois o lado pello quarto probl. antecedente. Exemplificaloemos pella practica do ditto probl.feg. com os feguintes termos proporcionaes, bufcando qualquer dos angulos incognitos,porque defcuberto hum fica o outro conhecido. Seja por exemplo o angulo A.

Termos proporcionaes.

Somma dos lados

Sua differença

Tangente da femifomma dos angulos oppoftos aos dittos lados, ou da ametade do complemento do angul. comprehendido para 180.gr.

Tangente da femidifferença dos angulos oppoftos.

Achada a femidifferença dos angulos nas taboas pella Tang. que fae no quarto termo, ou por feu Logarithmo fe â ditta femidifferença fe ajuntar a femifomma dos mefmos angulos,refultará o angulo A bufcado oppofto ao mayor lado C B,& fe fe tirar reftará o angulo C oppofto ao menor A B.

EXEMPLO.

SOmme fe o mayor lado conhecido C B	———	328
Com o menor fabido A B	———	259
Será a fomma	———	587
Logo do mayor lado C B	———	328

Se

Se tire o menor A B ——— 259
Será a differença ——— 069
Despois disto de ——— 180.00
Se tire o angulo dado A B C ——— 97.28
Restará a somma dos outros dous ——— 82.32
Será a semisomma ——— 41.16

Ficaõ logo exemplificados os Termos proporcionaes.

Somma dos lados 587
Differença dos lados 69 ——— 1,83884,90907
Tangente da semisomma dos angulos oppostos, a saber de 41.gr. 16 ——— 9,94324,27703
Tangente da semidifferença dos mesmos angulos, a que nas taboas de Ulacco q̃ saõ mais miudas respõdẽ 5.gr.53.min.20.seg.29.terc. 11,78209,18610
2,76863,81012
9,01345,37598

Esta semidifferença dos angulos —5.gr.53.min.20.seg.29.terc.
Sommada com a semisomma achada acima ——— 41.gr.16.min.00.seg.00.terc.
Faz o mayor angulo A buscado de 47.gr.09.min.20.seg 29.terc.
E da mesma semisomma — 41.gr.16.min.00. seg.00. terc.
Tirada a mesma semidifferença— 5. gr. 53. gr. 20. seg. 29. terc.
Restarà o menor ang. C — 35.gr.22.min.39. seg. 31. terc.

Achados os angulos se inquira logo o lado A C pello 4.probl. do seguinte modo.

Termos proporcionaes.

Seno do ang. opposto a qualquer dos lados dados, seja por exẽplo do ang. A achado de 47.gr.9.min.20. seg. 29. terc. opposto ao lado dado B C.

Seno do angulo B opposto ao lado A C buscado, que por ser o ditto ang. dado de 97. gr. 28. min.he o seu Seno o mesmo que de seu complem.para 180.gr.a saber de 82.32. 9,9963017550
Lado dado B C 328 ——— 2,5158738437
12,5121755987
9,8652249402
Lado A C buscado 443|55825.quasi — 26469506585

SCHOLIO.

HA outra regra de Alberto Girardo para dados os dous lados com o angulo por elles comprehendido se achar logo o ter-

terceiro lado ſem ſer neceſſario lançar perpendicular,nem inveſtigar primeiro os dous angulos incognitos, ou algum delles como pellas analogias propoſtas para a ſoluçaõ deſte problema; a qual regra he a ſeguinte.

Termos proporcionaes

Radio

Seno verſo do ang. dado

Duplo do producto dos lados

Hum quarto numero,que he o quociente deſta analogia.

A eſte quarto numero ſe ajunte o quadrado da differença dos lados,&deſte aggregado ſe tire a raiz quadra,que ſerá o lado buſcado.

Com iſto damos fim á Trigonometria practica rectilinea no q̃ toca à invençaõ dos lados, & angulos incluindoſe no que temos eſcritto os caſos ordinarios,& neceſſarios.

Mas porque nòs havemos dado a practica largamente, & ſupponho,que o leitor ficarà nella baſtantemente inſtruido, & deſpois de o eſtar lhe baſta hum reſumo dos caſos,que havemos trattado,que lhe ſirva como de memorial para buſcar a proporçaõ mais ordinaria por onde ſe reſolve,quando lhe eſqueçaõ os theoremas, proporei em ſumma os dittos caſos, & ſuas analogias na fórma,& ordem de Ulacco, que me parece os ha diſpoſto breviſſima,& facillimamente eſcuſando applicarlhe exemplos, pois os havemos poſto largamente na doutrina antecedente.

Tambem deſpois do ditto reſumo trattaremos da invẽçaõ das àreas dos Triangulos,& mais figuras planas rectilineas.

Resumo dos casos ordinarios da Trigonom. rectil.

§. 1.

Da dimensaõ dos Triangulos rectangulos.

PROBLEMA I.

Em hum Triangulo rectangulo, dados os lados. Buscase qualquer dos angulos.

Termos proporcionaes.

Hum lado.
O reliquo lado. Theor. 2.
Radio.
Tangente do angulo opposto ao reliquo lado.

PROBLEMA II.

Dados hum lado, & a Hypotenusa buscase qualquer dos angulos.

Termos proporcionaes. Theor. 3.

Hypotenusa dada
Lado dado
Radio
Seno do ang. opposto ao lado dado; cujo complemento he o reliquo angulo.

PROBLEMA III.

Dados os angulos, & hũ lado buscase o reliquo lado.

Termos proporcionaes.

Radio.
Tangente do ang. contermino ao lado dado.
Lado dado
Lado buscado. Theor. 2.

Por outra Analogia.

Termos proporcionaes.

Seno do angulo opposto ao lado dado.
Seno do reliquo angulo.
Lado dado. Theor. 3.
Lado buscado.

PROBLEMA IV.

Dados a Hypotenusa, & angulos buscase qualquer dos lados.

Termos proporcionaes.

Radio.
Seno do angulo opposto ao lado buscado.
Hypotenusa dada.
Theor. Lado buscado.

Por outra Analogia.

Termos proporcionaes.

Secante do angulo opposto ao lado buscado.
Tangente do mesmo angulo.
Hypotenusa dada.
Lado buscado.

Ainda por outra analogia.

Termos proporcionaes.

Secante do ang. contermino ao lado buscado.
Radio.
Hypotenusa dada.
Lado buscado.

PROBLEMA V.

Dados a Hypot. & hũ lado buscase o reliquo lado.

PARA a soluçaõ deste problema, & de alguns outros saõ necessarias duas operaçoens: a primeira para achar hum angulo: a segunda para achar o lado pertendido.

Termos proporcionaes.

Primeira Operaçaõ pello Problema segundo.

Hypotenusa dada.
Lado dado.
Radio.
Seno do angul. contermino ao lado buscado.

Segunda Operaçaõ.

Radio.
Seno do ang. contermino ao lado dado.
Hypotenusa dada.
Lado buscado.

Por

Por outro ſegundo modo; ou pello Problema terceiro.

Radio.
Tangente do angulo contermino ao lado dado.
Lado dado.
Lado buſcado

Ou tambem.

O quadrado do lado dado ſe tire do quadrado da Hypotenuſa, & o reſiduo ſerá o quadrado do lado buſcado; cuja raiz ſerâ ſua quantidade, pella 47. do prim. ou 31. do ſexto de Euclides.

Podeſe tambem obrar por via de Logarithmos pella regra de Hérique Briggio que trouxemos na ſoluçaõ deſte meſmo probl.

PROBLEMA VI.

Dados os angulos, & hũ lado, buſcaſe a Hypotenuſa.

Termos proporcionaes.

Seno do angulo oppoſto ao lado dado.
Radio.
Lado dado. Theor.
Hypotenuſa buſcada.

Por outra analogia.

Radio.
Secante do angulo contermino ao lado dado. Theor. 2
Lado dado.
Hypotenuſa buſcada.

PROBLEMA VII.

Dados os lados, buſcaſe a Hypotenuſa.

Termos proporcionaes.

Primeiro para ſe achar qualquer dos angulos.

Hum lado.
O reliquo lado. Theor. 2
Radio.
Tangente do ang. oppoſto ao reliquo lado.

Segundo para achar a Hypotenuſa.

Seno do ang. oppoſto ao reliquo lado.
Radio.
Lado oppoſto ao meſmo angulo. Probl. 6.

Hypotenusa buscada.

Ou tambem.

A somma dos quadrados dos lados he igual ao quadrado da Hypotenusa, cuja raiz será sua quantidade: pella 47. do prim. ou 31 do sexto de Euclides.

§. 2.

Da dimensaõ dos Triangulos planos obliquangulos.

PROBLEMA I.

Dados dous lados, & hum angulo opposto a hum delles, buscase o angulo opposto ao reliquo lado.

Termos proporcionaes.

Theor. 3

Hum lado.
O reliquo lado.
Seno do ang. opposto ao primeiro lado.
Seno do angulo opposto ao reliquo lado.

NOTA.

SE o angulo dado for obtuso, o lado a elle opposto será mayor que qualquer dos outros dous; & os angulos a elles oppostos seraõ agudos; & por tanto agudo o buscado.

Mas se o angulo dado for agudo, he necessario que conste da specie do buscado; a saber se he obtuso, ou agudo, para se saber seu valor, porque com as mesmas supposiçoens dadas póde o angulo buscado ser agudo, ou ser obtuso.

PROBLEMA II.

Dados dous lados com o ang. por elles comprehendido buscase qualquer dos outros angulos.

Termos proporcionaes.

Theor. 4

Somma dos lados.
Differença dos lados.
Tangente da semisomma dos angulos oppostos.
Tangente de sua semidifferença.

Achada a semidifferença dos angulos, se esta se ajuntar a semisomma

ſomma dos angul. cõpora o mayor,& ſe ſe tirar, reſtará o menor.
Quem quizer pòde ver outras analogias q̃ trouxemos no theorema 4. para ſoluçaõ deſte problema.

PROBLEMA III.

Dados cada hũ dos lados de per ſi buſcaſe qualquer dos angulos.

PARA a ſoluçaõ deſte problema ſe requerẽ duas operaçoens a primeira para achar hum ſegmento da Baſe, que ſerá o mayor lado lançando ſobre elle hũa perpendicular do angulo vertical (podeſe tambem tomar por Baſe qualquer dos outros lados, como advertimos na reſoluçaõ deſte problema) A ſegunda operaçaõ para achar o angulo pertendido.

Primeiro para o ſegmento da Baſe.

Termos proporcionaes.

Baſe, ou lado maximo.
Somma dos reliquos lados.
Differença dos meſmos reliquos lados.
Differença dos ſegmentos da Baſe.

Achada a differença dos ſegmentos da Baſe ſe tire da meſma Baſe, & ametade do reſto ſerá o ſegmento menor: Mas a meſma differença junta com ametade do meſmo reſto compoem o ſegmento mayor.

Segundo para inveſtigar qualquer dos angulos.

Termos proporcionaes.

Lado menor do Triangulo dado.
Segmento menor da Baſe já achado.
Radio.
Seno do ang. oppoſto ao ſegmento menor; cujo complemento para 90 gr. he o ang. contermino ao lado menor do Triang. dado.
Ou Lado mayor (a Baſe ſe chama maximo.)
Segmento mayor da Baſe já achado.
Radio.
Seno do ang. oppoſto ao ſegmẽto mayor; cujo complemẽto para 90 gr he o ang. contermino ao lado mayor do Triang. dado

Mas o ang. oppoſto a Baſe ou lado maximo ſe ſabe juntãdo em hũa ſóma os dous ang. primeiro achados

Póde

Pòde quem quizer ver as mais analogias,que dissemos na soluçaõ deste problema.

PROBLEM IV.

Dados os angulos, & hum lado, buscase qualquer dos reliquos lados.

Termos proporcionaes.

Seno do angulo opposto ao lado dado.
Theor.3 Seno do angulo opposto ao lado buscado.
Lado dado.
Lado buscado.

PROBLEMA V.

Dados dous lados com o ang. por elles comprehendido buscase o reliquo lado.

PARA a soluçaõ deste problema saõ necessarias duas operaçoens: a primeira para achar os reliquos angulos, pello segũdo problema: a segunda para despois de achados os angulos achar o lado pertendido pello problema 4. He escusado exemplo. Tambem se solta pella regra do Schol. ao probl.5.dos Triangul. obliq. sem ser necessario lançar perpendicular.

CAP. V.

Da dimensaõ das âreas dos Triangulos rectilineos rectangulos.

NEste,& no seguinte Capit. se ensinarà a medir as âreas dos Triangulos rectilineos,que saõ as superficies,ou planos inclusos entre seus lados começando primeiro pellos Triangulos rectangulos,& despois os obliquangulos.

Para este intento executaremos os problemas seguintes,advertindo porém que quando naõ tivermos algum dos casos exemplificados nos dittos problemas, mas outras quantidades dadas differẽtes das que nelles se suppoem; que em tal caso se devẽ primeiro buscar pellos problemas antecedentes as quantidades,que nos forem necessarias, para que os casos fiquem inclusos nos seguintes problemas.

PRO-

PROBLEMA I.

Dados os dous lados de hum Triangulo rectangulo achar a área.

NO Triangulo rectangulo A B C buſcaſe a área. Fig. 45.

Dados os lados, a ſaber (A B 1124 (B C 606

Reſoluçaõ.

Multipliqueſe hũ lado por outro, & ſahirà no producto 681144 cuja ametade 340572. ſerá a área buſcada. Ou tambẽ ſe ſe multiplicar hum lado por ametade do outro ſahirà no producto à meſma área buſcada 340572.

NOTA.

NAM trazemos modo de buſcar as àreas por Logarithmos, porque como de ordinario nas taboas não haja Logarithmos que reſpondaõ aos numeros das áreas, ou de ſeu dobro, quãdo ſaõ mayores, que 10000, ou 20000, ou 100000, que ſaõ os numeros atè os quaes hei viſto taboadas com Logarithmos reſpondentes, antes de ordinario as naõ trazem mais, que os que reſpondem até 10000, & ſerá difficil para os principiantes buſcar numero, que condiga com o Logarithmo mayor que o que ſe acha nas taboas, ſendo muito mais facil, & expedito reſolver eſtes problemas pellos numeros ordinarios dos lados do Triangulo, por tanto deixamos o uſo dos Logarithmos neſta parte de inveſtigar as áreas, & uſaremos ſômente dos numeros ordinarios.

PROBLEMA II.

Dado hum lado, & a Hypotenuſa buſcar a àrea.

NO Triangulo rectangulo A B C buſcaſe a área.

Dados os lados a ſaber (O lado A B 1124. (Hypot. A C 1277.

Primeira Praxe.

Inveſtigueſe o lado B C pello problema 5. do Capit. 3. que ſe acharâ de 606. & logo pello antecedente ſe buſque a àrea que ſahirá de 340572. Fig. 46.

Segunda Praxe.

Do quadrado de A C que he 1630729. se tire o num. 1263376 quadrado de A B, & restará o numero 367353. quadrado de B C, cuja raiz quadra 606. multiplicada por 1124. valor do lado A B dará 681144. dobro da ârea buscada, por onde sua metade que he 340572. será o valor da dita ârea.

Terceira Praxe.

Tomese a somma da Hypotenusa,&lado dado,& esta se multiplique pella differença entre a mesma Hypotenusa,& lado dado, & do producto se tire a raiz quadra, a qual multiplicada pello lado dado gera o dobro da ârea.

Tambẽ sahirá logo a mesma área se a ditta raiz quadra se multiplicar por ametade do lado dado,ou este por ametade daquella

EXEMPLO.

Hypotenusa A C	1277
Lado A B	1124
Somma	2401
Hypotenusa A C	1277
Lado A B	1124
Differença	0153

Demaneira que a somma he 2401. a Differença 153. multiplicando pois hum numero por outro gera no producto 367353 cuja raiz quadra 606 multiplicada por 1124. valor do lado A B produz 681144. dobro da área pertendida;por onde sua ametade 340572. nos mostra a ditta área. Ou tambem se multiplicarmos a raiz quadra 606. por 562. ametade do lado A B; sahirá logo a mesma área;como tambem multiplicando 303. ametade da raiz quadra pello lado 1124. gera o mesmo producto.

NOTA.

Devese advertir que por quanto 606. naõ he a justa, ou precisa raiz quadra do numero 367353. por quanto este numero a naõ tem precisa, mas proximamẽte mayor,ou menor,que a verdadeira,& o ditto numero 606. he proximamente menor, que

que a ditta precisa, ou verdadeira raiz (que por ser irracional se naõ póde explicar em numeros) daqui nasce, que a área inquirida não he precisamente a verdadeira, mas só proximamente menor, que a verdadeira. E por tanto para os curiosos Arithmeticos advirto, que se quizerem aproximar a ditta raiz acrescentãdo binarios de cifras como se ensina na Arithmetica, lhe sahirà cada vez mais proxima á verdade, conforme mayor numero de binarios acrescẽtarem, & a ditta raiz assim approximada, multiplicada pello lado supposto dará mais precisamente o dobro da ditta área, ou ametade da raiz pello lado, ou ametade deste por aquella gerará logo a mesma área.

Disse acrescentando binarios de cifras, porque ainda que haja outros modos de se approximarem as raizes fica por esta via o negocio reduzido á Dizima; por quanto se se acrescentar hum binario, resultaõ primos, se dous segundos, se tres terceiros, &c. tirando pois de 36735300,00,00,00,00, a raiz approximada cõ cinco binarios de cifras acrescentados ao numero principal sahirâ a ditta raiz 606|09652 quintos, o qual numero multiplicado pello lado dado 1124. resultará no producto 681252|48848. cuja ametade 340626|24424. serà a àrea bem approximada, & mayor que a que tinhamos achado por 54.gr.pès, ou palmos, ou outra qualquer medida de que se tratta, & mais 24424.quintos.

Quarta Praxe.

Do quadrado da Hypotenusa A C se tire o quadrado do lado A B dado, & o que restar se multiplique pello mesmo quadrado do lado A B conhecido, & deste producto se tire a raiz quadra, a qual serà o dobro da àrea do Triangulo.

NOTA.

SEmpre he necessario que se dem dous lados, ou hum lado, & a Hypotenusa, como nos dous problemas antecedentes, para se inquirir a área do Triangulo, que se senaõ derem; será necessario buscalos primeiro pellos problemas da Trigonometria.

CAP. VI.

Da dimensaõ das àreas dos Triangulos rectilineos obliquangulos.

PARA a dimensaõ das áreas dos Triangulos obliquangulos he necessario conhecerse hũa perpẽdicular lançada de qualquer dós angulos sobre o lado opposto chamado Base, por nelle cahir a ditta perpendicular: assim mesmo darse conhecida a ditta Base, porque multiplicandoa por ametade da perpendicular, ou esta por ametade da Base, resultarà a área do Triangulo, como tãbem multiplicando toda a Base por toda a perpendicular sahirà o dobro da àrea. Mas todavia se se derem sabidos os tres lados se pòde conhecer a àrea sem a ditta perpendicular, como adiante se dirá.

Isto que dissemos da perpendicular serà sempre, ou ella caya dentro do Triangulo, como succede quando os angulos na Base saõ agudos, ou fóra quando hum dos angulos na Base he obtuso,
Fig.47. sègundo parece nos dous Triangulos A B C, no primeiro dos quaes a perpendicular A D cahe dentro no Triangulo por serem agudos os angulos B, C, no segundo cahe fòra por ser obtuso o
Fig.48. angulo B multiplicando pois a perpendicular A D por ametade da Base B:C, ou toda a Base B C por ametade da perpendicular A D, resultará no producto a área do Triangulo, como tambem multiplicando toda a Base por toda a perpẽdicular se gera o dobro da área, cuja ametade serà sua quantidade.

Mas se a ditta perpendicular, & Base não forem dadas serà necessario que se conheçaõ tres quãtidades taes, que mediante ellas se descubraõ as dittas perpendicular, & Base, segũdo os preceitos que havemos dado no Trigonometria.

E se nenhũa quantidade do Triangulo nos derem sabida em tal caso será necessario medir practicamente a perpendicular, & Base por hũa cadea, que chamaõ Metatoria, ou com hum cordel de pedreiro, ou linha de pescador.

O modo com que se lançará a cadea de hum angulo perpendicularmente sobre o lado opposto de hum Triangulo grande de terreno, cuja área intentamos medir não tem difficuldade mediã-

te

te a Esquadra, ou outro qualquer instromento. Mas exemplifiquemos alguns casos, ainda que hum bastava por exemplar para os que tem habilidade.

PROBLEMA I.

Dados dous lados com o angulo por elles comprehendido buscar a ârea.

NO Triang. obliquang. A B C buscase a área dados.

Os lados (A C 34.
(B C 56.

O ang. C por elles comprehendido de 35.gr.28.min.

Lancese a perpendicular sobre hum dos lados dados do angulo que lhe està opposto, a saber a perpendicular A D sobre o lado B C, ou B O sobre A C produzida se necessario for, como no caso presente, se nos quizermos valer da perpẽdicular A D cõsiderese o Triangulo rectangulo A D C em que fica o angulo C dado, & nelle saõ conhecidos, a saber o lado A C dado de 34. o angulo C 35.gr.28.min. & o ang. A D C recto, & se conhece tambem o ang. D A C por ser complemento para 90. a saber de 54.gr. 32. min. pello que se busque a perpendicular A D pello problema 4 dos Triangulos rectangulos por via dos Senos naturaes com os seguintes. Fig.49.

Termos proporcionaes.

Radio
Seno do ang. C —— 35.gr.28.min.
Hypotenusa A C —— 34.
Perpendicular A D 19|7277928. que de tantos sahirá feita a operaçaõ na fòrma ordinaria, obrando pellos Senos naturaes, ou se obrarmos pellos Logarithmos tirando a parte proporcional (segundo havemos ensinado) para alcãçar os quebrados de mais dos 19. inteiros. Achada pois a perpendicular A D 19|7277928 se multiplique por 28. ametade da Base B C que era 56. & sahirá no producto 552|3781984. quantidade da área pertendida.

Mas se quizermos alcançar a mesma área mediante a perpendicular B O, considerese o Triangulo rectangulo B O C em que fica o mesmo ang. C sabido de 35.gr.28.min. & o lado dado B C 56. que agora fica servindo de Hypotenusa, & se inquira a ditta

per-

perpendicular B O pello mesmo problema 4. dos Triangulos na fòrma seguinte.

Radio
Seno do angulo C 35 gr.28.
Hypotenusa B C 56.
Perpendicular B O 32|4928352. que de tãtos sahirá feita a operaçaõ, a qual multiplicada por 17. ametade da Base A C resultarà no producto 552|3781984. pello valor da área, quãto tinhamos achado pella primeira operaçaõ.

SCHOLIO.

r Trigon.plan. Pag.108.

PARA a soluçaõ deste mesmo problema traz Adriano *r* Metio outra regra facil,& curiosa sem ser necessario lançar perpendicular sobre algum dos lados,& posto que elle a não demonstra, não tem a demonstraçaõ difficuldade,que escuso trazer por tratar sòmente da practica.

A regra he,que em qualquer Triangulo rectilineo, assim se há o Radio para a ametade do producto, ou rectangulo dos lados, como o Seno do angulo comprehendido para a àrea do Triang.

Sejaõ os mesmos suppostos do Triangulo obliquangulo A B C o lado A C 34. o lado B C 56. o angulo C por elles comprehendido de 35.gr.28.min. Buscase a àrea.

O rectangulo,ou producto de hũ lado por outro monta 1904 cuja ametade he 952: por tanto obrando por via dos Senos, & numeros absolutos com os seguintes.

Termos proporcionaes.

Radio	
952 ————	952
Seno de 35.gr.28. ————	5802292
	1904
	8568
	1904
	1904
	76160
	4760
Sahe a àrea do Triangulo ———	552|3781984

Por Logarithmos,

Radio

952	——————— .	2,9786369
Seno de 38.gr.28.min.	———————	9,7635996
Area do Triang. a cujo Logarith.	———	12,7422365

Respondem nas taboas (tirando a parte proporcional) os mesmos 552\|378. & quasi mais quebrados asaber 552\|3784344. por quanto pella parte proporcional, não se tira precisa, & infalivelmente o que responde ao Logarithmo acima; mas haviase de buscar o numero que precisamente lhe responde pellas regras da fabrica dos Logarithmos. Porèm vese que ainda assim se ajustaõ os numeros achados por hũa, & outra via atè terceiros que saõ milessimos de hum inteiro na conta da Dizima; sendo a differença sómente 2360. partes de hum palmo, ou pé repartido em 10. contos que saõ 10. milhoens, ou 236. a respeito do ditto palmo, ou pé repartido em hum milhaõ de partes,

Corollario.

Daqui se segue que se em qualquer Trapezio se derem sabidos os quatro lados, & dous angulos oppostos, se saberà a sua area pella mesma regra, sem ser necessario valer de perpendiculares; porque lançada hũa Diagonal de angulo a angulo incognitos, resultará o Trapezio repartido em dous Triangulos; em cada hum dos quaes ficaõ sabidos os dous lados com o angulo comprehendido, & pella analogia antecedente se investiguem suas áreas que sommadas daraõ a de todo o Trapezio.

PROBLEMA II.

Dados dous lados, & hum angulo opposto a hum delles inquirir a área.

NO Triang. obliquang. A B C buscase a área dados.

Os lados (A B 48\|000. (C B 62\|000. — Fig. 50.

O ang. C 43.gr.29.min.

Para a soluçaõ deste problema he necessario investigaremse primeiro os outros dous angulos por tanto pello problema primeiro dos Triangulos obliquangulos se busque o angulo C A B mediante a seguinte analogia.

Lado A B — 48
Lado B C — 62
Seno do ang. C 43.gr.29.min.
Seno do ang. B A C 62.gr.43.min.40.ſeg. que de tantos ſahirá proximamente feita a operaçaõ, & dahi o reliquo angulo B 73.gr.47.min.20.ſeg.

Achados os angulos deiteſe a perpendicular A O ſobre hum dos lados dados, & conſidereſe o Triangulo rectangulo A O B no qual ficaõ ſabidos os angulos, & a Hypotenuſa A B, por onde ſe buſque a perpendicular A O pello problema 4. dos rectangulos com a ſeguinte

Analogia.

Radio
Seno do ang. B 73.gr.47.min.20.ſeg.
Hypotenuſa A B 48.
Perpendicular A O 46|0915008.que de tãtos ſahirà feita a operaçaõ. Iſto he obrando pellos Senos naturaes, que ſe ſe obrar por Logarithmos ſahirá a perpẽdicular AO buſcada de 46|0923982 a reſpeito que muitos dos Senos, & Logarithmos ſaõ proximos á verdade, & não os preciſos por ſerem irracionaes: mas a differẽça he taõ pouca que vem a ſer ſòmente de 00|0008974.couſa totalmente inſenſivel, pello que procedamos com a primeira acima achada.

Multiplicando pois a ditta perpendicular achada A O 46.0915008. por ametade da Baſe, que he 31. darà no producto 1428|8365248. pella área pertendida.

O meſmo ſahiria ſe ſe lançaſſe a perpendicular C K ſobre o outro lado A B ſabido, & ſe conſideraſſe o Triangulo rectangulo C K B em que ficaria ſendo Hypotenuſa C B, & conhecidos os angulos, com os quaes ſuppoſtos ſe buſcaſſe a ditta perpendicular C K, & ſe multiplicaſſe por ametade da Baſe C B na fórma exẽplificada na ſegunda Parte do Problema antecedente.

PROBLEMA III.

Dados os tres lad. de hũ Triang. inveſtigar a àrea.

NO Triang. obliquangulo A B C buſcaſe a àrea.

Dados

	(A C — 47
Dados os lados	(B C — 59
	(A B — 36

Efte problema cuja demonftraçaõ he dificil, mas engenhofa traz Pedro Ramo lib.2.Cap.9.o infigne Pedro Nunes na fua Algebra parte 3. cafo 37. onde o demonftrou elegantiffima, & engenhofamente: Clavio na Geometria practica lib.3.cap.2. Cavalerio no directorio parte 2.Cap.6. Henrique Briggio na Arithmetica Logarithmica Cap.16. & outros, que o foltaõ com a feguinte regra.

Da ametade da fomma dos lados fe tire cada hum delles de per-fi, & reftaráõ as tres differenças entre a ditta femifomma, & cada hum dos lados: logo fe multiplique a femifomma, & as tres differenças hũas por outras, a faber a primeira quantidade pella fegunda, & o producto pella terceira, & o que fe gerar defta fegũda multiplicaçaõ fe multiplique pella quarta, & ultima quantidade, de cujo ultimo producto fe tire a raiz quadra a qual ferà a área do Triangulo.

EXEMPLO.

	(A C 47
Lados dados	(B C 59
	(A B 36
Somma	142
Semifomma	071
Lado A C	047
Differença do lado A C	024
Semifomma	071
Lado B C	059
Differença do lado B C	012
Semifomma	071
Lado A B	036
Differença do lado A B	035

A femifomma dos lados he 71. da qual tirando cada hum delles ficaõ as tres differenças 24. 12. 35. Difponhaõfe pois em ordem a femifomma 71. & as tres differenças de modo que fiquem em carreira os quatro numeros feguintes 71. 24. 12. 35. Multiplicando pois o primeiro deftes quatro numeros pello fegundo refulta no producto 1704: efte multiplicado por 12. terceiro

termo gera 20448, o qual numero multiplicado pello ultimo 35 produz finalmente 71568o. do qual acrescentado com cinco pares de cifras se tire a raiz approximada, a saber 845¦97872. q̃ será a área pertendida, & não importa, que se comece a multiplicação dos quatro numeros por qualquer delles, que se quizer tomar em primeiro lugar; pois sempre sahirá o mesmo conforme o demonstra Clavio no Scholio da 19. do 8. de Euclides.

C A P. VII.

Da dimensaõ da âreas das figuras regulares.

SE a fig. regular for Triangulo se inclue sua mediçaõ nos problemas, que havemos dado.

Sendo a fig. de 4. lados, & os angulos rectos he já sabido, que se deve multiplicar hum lado por outro dos dous, que comprehendem hum angulo recto, & resultará a àrea da figur. como por exemplo, multiplicando 4. palmos contheudos no lado A B por 6. que se contèm no lado A C resultará a àrea do parallelogramo rectangulo A B C D de 24. palmos quadrados superficiaes segũdo se vè na fig. junta.

Mas a fig. for de muitos lados como Pentagono, Hexagono, Fig. 52. Heptagono, &c. & for dado cada hũ dos lados, ou o semidiametro do circulo circunscripto á tal fig. se acharà sua área resolvendose em Triangulos com linhas tiradas do centro, até os angulos, os quaes ficaõ sendo semidiametros do circulo circunscripto.

EXEMPLO.

SEJA dado o Pentagono regular A B C D E no qual se suponha cada hum dos lados de 30. palmos. Do centro K aos Fig. 53. angulos se lancem as linhas K A, K B, K C, &c. que os dividem pello meyo conforme a demonstraçaõ da 12. do 4. de Euclides: & porque o angulo E A B he [r] de 108. gr. fica sabido o ang. K A B sua ametade de 54. & pella mesma razaõ o angulo K B A de outros 54. & daqui sabido [s] o angulo B K A no centro de 72 lançando pois do centro K a perpendicular K G sobre o lado sabido A B conciderese o Triangulo rectangulo A G K; no qual ficaõ conhecidos todos os angulos, & o lado A G (pois no Triãg. Isosceles,

[r] Schol. 32. prim. ex clav.

[s] 32. prim. Euclid.

Isosceles, qual he K A B a perpendicular, que cahe do angulo cõprehendido dos dous lados iguaes sobre a Base a divide pello meyo; por tanto feito A G Radio, serà a perpendicular K G Tãgente do angulo K A G de 54.gr. conforme o Theorema 2. Cap. 2. da Trigonometria, & por elle, ou pello Theorema 3. practicados no problema 3. dos rectangulos se acharà a perpendicular K G, & seja pello Theorema 2. com a seguinte analogia.

Radio

Tangente do ang. K A G 54.

Lado A G ——— 15

Perpendicular K G 20|64573. que de tantos sahirá; feita a operaçaõ.

Multiplicando pois a ditta perpendicular K G por 15. ametade da Base A B lado dõ Pẽtagono, resulta o num. 309|68595. pello valor do Triang. K A B, o qual numero multiplicado por 5. [por serem 5. os Triangulos iguaes em que se reparte o Pentagono regular] darà no producto 1548|42975. quantidade da àrea do Pentagono.

Porèm senaõ fosse dado o lado A B, mas K A hum dos semidiametros, se buscaria a mesma perpendicular K G pello probl. 4. dos Triangulos rectangulos, como tambem o lado A G; & se obraria como està ditto para se achar o mesmo Triang. K A G ou sem se buscar A G se podia logo achar a ditta àrea pella segũda, & terceira praxe do probl. 2. do Cap. 5.

Corollario.

Daqui se segue hũa regra comũa de se acharẽ as sobredittas àreas de qualquer fig. regular, porque sendo dados os lados se deve sò investigar a perpendicular, que do centro da fig. cahir sobre hum delles, & esta multiplicada pella ametade da somma dos lados darà a àrea pertendida. Porèm não se dando sabidos os lados, mas o semidiametro do circulo circunscripto, que he a linha, que do centro vai a hum dos angulos da fig. serà necessario por elle, & pellos angulos conhecidos inquirir a perpendicular ou lado, ou bastarà que se investigue qualquer delles, pois o ditto Radio fica servindo de Hypotenusa como K A no mesmo Pentagono, & a perpẽdicular K G, & segmento A G de lados no Triangulo rectangulo A G K cuja àrea se pòde achar por algũa das praxes do probl.

2. Cap. 5. sem que seja necessario descubrir primeiro ambos os lados comprehendentes do angulo recto.

Achada a ditta àrea, multiplicandose por hum numero igual ao dos Triangulos semelhantes, que ouver na fig. (como no nosso Pentagono exemplificado ha dez Triangulos igual cada hum ao Triangulo A K G) se multiplicará a área do ditto Triangulo por 10. para que resulte a de todo o Pentagono, & porque estas cousas ficaõ bem claras, a quem já está nos Problemas da Trigonometria, & nos antecedentes das áreas o não exemplifico mais.

CAP. VIII.

Da dimensaõ das àreas das figuras quadrilateras irregulares.

NAõ trattamos das figuras trilateras irregulares, porque a mediçaõ de suas áreas se inclue nos problemas dos Cap. 5. & 6 assim que trattamos neste das quadrilateras irregulares, & no seguinte o faremos das de mais lados, a que chamamos com Clavio multilateras, naõ obstante que tambem o sejaõ as de quatro lados, mas porque destas faremos particular mençaõ neste Cap. as nomeamos pello nome individuo de quadrilateras.

As figuras quadrilateras irregulares saõ de tres especies, a saber Rhombo, Rhomboide, & Trapezio. O Rhombo, & Rhomboide naõ tem algum angulo recto, segundo consta de suas definiçoens, mas o Trapezio póde ter hum, ou dous angulos rectos, mais não, & muitas vezes nenhum recto. Pòde tambem ter dous lados oppostos parallelos, ou nenhum parallelo; pello que segundo estas consideraçoens trattaremos nos §§. seguintes da invençaõ de suas áreas, com Stevino, Clavio, Tartaglia, & outros muitos Autores.

§. 1.

Da invençaõ das àreas do Rhombo, & Rhõboide.

SE os lados do Rhombo, & Rhomboide forem conhecidos se produz sua área da multiplicaçaõ da perpendicular, pello lado em que ella cahe, como no Rhombo A B C D da multiplicaçaõ da perpendicular A F, ou D E por C B, como tambem da

Fig. 54.

per-

perpendicular A O por C D,ou D I por B A: ſemelhantemente Fig. 55.
no Rhomboide L M R S da multiplicaçaõ da perpendicular L G ou S T por R M; & de M K, ou P S por S R, ou L M.

A perpendicular ſe deve achar pella cadea metatorea, que havemos ditto, ou por Petipè;mas ſe ſe der ſabido algum dos angulos acharſehà pellos preceitos da Trigonometria; pois por quanto no Rhombo,& Rhomboide ſaõ cada dous angulos oppoſtos iguaes entre ſi, & todos quatro iguaes a quatro rectos, conforme Euclides, conhecido hum angulo ficaõ logo conhecidos os outros,como por exemplo conhecido o angulo B do Rhombo he logo conhecido o ſeu oppoſto,& igual A D C, & tambẽ cada hũ dos outros dous:por onde ſe quizermos ſaber por exẽplo a perpendicular A O, conſidereſe o Triangulo rectangulo A O D em que ſe conhecẽ todos os angulos,& a Hypotenuſa A D lado dado do Rhombo,cõ os quaes ſuppoſtos ſe inveſtigará a ditta perpendicular,ou ſe ſe conſiderar o Triangulo rectangulo C E D por ſer ſabido o angulo D C B obtuſo, fica conhecido [r] o ſeu cõplemento para dous rectos que he o ang. D C E,& o complemẽto deſte para 90. gr. ſerá [a] o valor do ang. D por ſer recto o ang. C E D; por onde ſaõ já conhecidos todos os angulos, & o lado C D dado do Rhombo, que fica ſervindo de Hypotenuſa no ditto Triangulo rectangulo C E D, com as quaes noticias ſe inquirirá facilmente a perpendicular D E pellos problemas dos Triãgulos rectangulos. Semelhantemente ſe entende na Romboide.

[r] 13. prim. Euclid.

[a] 32. prim. Euclid.

Porém ſe nem ſe medir a perpendicular pella cadea metatorea na campanha,ou pello petipè no papel, nem for dado algum dos angulos, ſerá neceſſario inquirilos pella fita gradual, que havemos enſinado no Cap. 6. Parte primeira Secçaõ primeira do Methodo Luſitanico,ou por outro inſtromento.

§. 2.

Da invençaõ das áreas dos Trapezios.

SE o Trapezio tiver os lados conhecidos,& dous delles parallelos como o Trapezio A D B C, geraſe a área da multiplicaçaõ da perpẽdicular A O, ou B F entre os taes lados parallelos por ametade da ſua ſomma,& a ditta perpendicular A O ſe acharâ,ou por medida,ou por calculo, ſendo dado o angulo C: a per- Fig. 56.

 pendicular

pendicular B F ſendo dado o angulo D, & quando ſenaõ dem ſabidos ſe inveſtiguem pello inſtrumento.

Mas não tendo o Trapezio alguns lados parallelos, & ſendo todos conhecidos, como nos Trapezios H M L K, D C B F, lancemſe as diagonaes M K, D B, qualquer das quaes ſe deve medir

Fig.57. pello petipé, ou cadea metatorea, & porque a diagonal M K divide o primeiro trapezio nos dous Triangulos M H K, M L K em cada hum dos quaes ficaõ conhecidos todos os lados, ſe devẽ inveſtigar ſuas áreas pello problema 3. Cap.5. ou 6. as quaes jũtas em hũa ſomma daraõ a ârea do Trapezio. O meſmo ſe entende dos Triangulos D F B, D C B em que a diagonal D B divide o ſegundo Trapezio.

Fig.58. Porèm ſe ſenaõ quizer medir a diagonal K M, inveſtiguemſe pello inſtrumento os angulos H, L, com que em cada hum dos Triangulos ficaráõ conhecidos os dous lados dados, & o angulo

Fig.57. comprehendido deſcuberto pello inſtrumento, & ſe achará a diagonal K M pello problema 5. dos Triangulos obliquangulos, a qual ſabida ſe inveſtigará a área de cada hum dos dittos Triangulos H K M, M L K pello problema 3. Cap.6. ou ſò com os dous lados dados, & angulo comprehendido pello problema 1. do meſ

Fig.58. mo Cap. O meſmo ſe entende no ſegundo Trapezio D F B C deſcubrindoſe pello inſtrumento os angulos F, C.

Pello meſmo caminho ſe deſcubrirá a área de qualquer outro

Fig.59. Trapezio irregular ainda que tenha algum ang. virado para fóra que Stevino chama reverſo [& nôs reintrante no trattado da Fortificaçaõ,] qual he o Trapezio A B C D, que tem o angulo C virado para fòra, pello qual ſe deue lancar a diagonal A C, & obrarſe, como eſtà ditto.

CAP. IX.

Da dimenſaõ das áreas das figuras multilateras irregulares.

POR havermos dado ás figuras irregulares quadrilateras, ou quadrangulares o nome particular de Trapezios ſeguindo a Euclides, ficando já as trilateras incluidas na dimenſaõ dos Triãgulos, entendemos aqui por multilateras aquellas, que paſſaõ de 4. lados.

Eſtas ſe medem pello meſmo caminho dos Trapezios a ſaber reſolvendoas em Triangulos, & medindo as áreas de todos elles pello meſmo caminho, as quaes juntas em hũa ſomma faraõ a área da fig. pertendida.

Seja dado o Heptagono irregular A B C D E F G o qual ſe reſolva em cinco Triangulos, como parece nas figuras juntas, cujas àreas ſe inveſtigaraõ do ſeguinte modo.

Quando todos os lados dos Triangulos podem ſer conhecidos medindoſe practicamente por cadea metatorea no campo, ou Petipé no papel, lancemſe dos angulos aos lados oppoſtos, na prim. fig. as perpendiculares G H, F I, F N, D M, B L, & na ſegunda a o, f p, f q, r, c s (hũa, & outra figur. he a meſma, & a repetimos por moſtrar a variedade com que ſe póde reſolver em Triangulos, & lançaremſe as perpendiculares, porque de qualquer modo ſempre ſahirá a meſma àrea da figura irregular, ainda que as dos Triangulos ſejaõ varias;) & ſe inveſtiguem as àreas de todos os Triangulos, como ſe diſſe das do Trapezio, que juntas em hum aggregado daraõ a do Heptagono irregular propoſto. Fig. 60. Fig. 61.

Podemſe tambem inveſtigar as áreas dos ditos Triangulos ſendo conhecidos todos ſeus lados, ou por medida, ou por Petipé, sẽ que ſe lancem as perpendiculares, pello problema 3. do Cap. 6.

NOTA.

DEveſe advertir que quando ſucceder cahirem duas perpẽdiculares ſobre hũa Baſe, que he cõmũa a dous Triangulos, como na primeira figura as perpendiculares B C, F I que ambas cahem ſobre A C Baſe cõmũa dos dous Triangulos A F C, A B C; & na ſegunda fig. as perpendiculares A O, F P, que ambas cahem ſobre G B cõmũa aos dous Triangulos G F B; G A B, & tambem as perpendiculares F R, C S que cahem na Baſe B D de outros dous Triangulos D F B, D C B, que em tal caſo ſe eſcuſa medir de per ſi cada àrea dos dous Triangulos, que tem a Baſe cõmua, porque mais facilmente ſe achará logo à ſomma das àreas dos ditos Triangulos ſe ſe ajuntarem em hũa ſomma às perpendiculares, & eſta ſe multiplicar por ametade da Baſe, ou a Baſe por ametade da ſomma das perpẽdiculares, de que eſcuſo trazer exẽplo por ſer iſto de facil inteligencia; aos que já eſtaõ nas regras antecedentes.

SCHOLIO.

SUccede muitas vezes que na campanha ſenaõ poſſaõ medir os lados dos Triangulos interiores,em que eſtá repartida a figura principal por linhas imaginarias de angulo a angulo,ainda que ſe poſſaõ medir os lados exteriores, & iſto por razaõ de arvores, boſques, ſilvados, lagoas,& outros ſemelhantes impedimentos,q̃ impedem lançarſe a cadea,ou cordel de hum a outro angulo.

Neſte caſo pois ſe devem dar ſabidos os lados exteriores da fig. ou concederſe,que ſe poſſaõ medir,pello que ſe devem inveſtigar pello inſtrumento os angulos, & conſideraremſe as linhas imaginarias,& interiores de angulo a angulo para ficar repartida pella imaginaçaõ em Triangulos,como ſe havia feito,& acharẽſe as taes linhas interiores, & perpendiculares pellos preceitos da Trigonometria, & dahi as âreas pellas regras dadas.

EXEMPLO.

POrque ſe daõ ſabidos os dous lados A G, F G, ou ſe concede,que ſe poſſaõ medir, lanceſe com a imaginaçaõ a linha A F,& com o inſtrumento ſe inveſtigue o angulo A G F, com os quaes ſuppoſtos ſe podem inveſtigar a Baſe imaginaria A F, a perpendicular G H, os angulos A F G, F A G, & a área do Triãgulo G A F. Semelhantemente ſe obre com os mais Triangulos B A C, D F C, F E D deſcubrindo ſeus lados, angulos, & áreas, pellos preceitos dados.

Na prim.fig.

Mas a área do Triangulo interior A F C ſerá conhecida por ſeus tres lados já inquiridos pellas primeiras operaçoens conforme o problema 3.do Cap.6.ou tambem porque ſendo deſcuberto o ang. G A B pello inſtrumento, & pellas operaçoens os angulos G A F, & B A C, tirada a ſomma deſtes de todo o angulo G A B ficará conhecido o ang. F A C com os dous lados comprehendentes F A, A C: por tanto pello primeiro problema do ditto Cap.6. ſe inveſtigarâ a ârea do ditto Triangulo A F C, que junta com as áreas dos outros Triangulos comporá a de todo o Heptagono irregular.

E porque os que já ſabem a Trigonometria dos lados, angulos,& âreas dos Triangulos entenderáõ iſto facilmente, & ainda deſcubriráõ outros ſemelhântes caminhos,o não exemplificamos

em

em numeros,& deixamos ao engenho de cada hum a melhor disposiçaõ, & mais breve via de conseguir o intento; advirtindo sòmente,que havẽdo alguns lados curvos se devem repartir em particulas pequenas,para que pouco desiraõ de linhas rectas,& formaremse varios Triangulos, em que o lado curvo por pequeno diffira pouco da linha recta,& assi não saya erro sensivel na quantidade da àrea.

CAP. X.

Da dimensaõ da solidade,ou corporea quantidade de algũas figuras corporeas.

§. 1.

Medir as àreas corporeas dos Parallelepipedos.

CHamamos tambem àreas,as quantidades corporeas dos solidos com Clavio;mas com esta differença, que a área da fig. plana he superficie,& da solida he corpo:& assim quãdo dizemos que hũa superficie tem tantos palmos,se entendem quadrados de área superficial;& que cada lado de hum dos quadrados tem hum palmo. Assim tambem se o corpo se diz que tem tantos palmos se entendem cubicos de área corporea,de que cada lado de hum dos cubos tem hum palmo quadrado de superficie , & este,hum de linha por seu lado ; seis dos quaes palmos quadrados superficiaes saõ os lados,ou termos que fechaõ, ou terminaõ hum palmo cubico,& o palmo superficial he fechado, ou terminado com quatro linhas que saõ quatro lados,cada hũa de hum palmo; porque o corpo he terminado com superficies,ou superficie; & esta com linhas,ou linha: semelhantemente se entende de qualquer outra medida.

Parallelepipedo he hũa fig. solida conteuda de 6.figuras planas quadrilateras das quaes cada duas oppostas saõ parallelas. Tal he hũa trave quadrilatera de uniforme grossura , ainda que a largura,grossura,& altura sejaõ desiguaes.

Para se medir pois sua área se deve considerar à Base , a qual será,ou quadrado,ou Rhombo,ou parallelogrãmo rectangulo,ou Rhomboide. De qualquer maneira que seja,se deve medir a área Fig.62. superficial de sua Base pellos preceitos dados , esta multiplicada

Mmmm pella

pella altura do parallelepipedo darâ ſua àrea corporea. Inveſtiguéſe a àrea da Baſe H F E G, & eſta ſe multiplique pella altura E C, & ſahirá a área corporea do parallelepipedo H F E G B C D A.

O cubo que tambem he parallelepipedo ſe mede pello meſmo caminho, a ſaber porque cada ſuperficie he quadrada, ſe o ſeu lado for 2. v. g. ſe multiplique em ſi, & faz 4. o qual numero outra vez multiplicado por 2. que tantos he tambem a altura, gera 8. àrea corporea do cubo.

§. 2.

Medir as àreas corporeas dos Priſmas.

PRiſma he hũa figura ſolida conteuda de alguns planos, dos quaes dous oppoſtos ſaõ iguaes, ſemelhantes, & parallelos, & os de mais parallelogrãmos, qual he o ſolido A B H L, cujas Baſes ſaõ os Pentagonos A F K B C, H G D L M parallelos, ſemelhantes, & iguaes, & os mais planos parallelogrammos, que ſempre ſeraõ tantos, quantos forem os lados da Baſe, como no ſobreditto Priſma por ſer a Baſe de 5. lados, ha os 5. parallelogrãmos A F G H, F K D G, K B L D, B C M L, C A H M. O meſmo ſe entende do Priſma hexagonico na ſeg. fig. N P R X cujas Baſes ſaõ os Hexagonos N O P Q S E, R T X Z V Y, iguaes ſemelhãtes, & parallelos, & ſobre os lados da Baſe ſe levantaõ 6. parallelogrãmos N E Y R, E S V Y, Q S V Z, P Q Z X, O P X T, N O T R.

Fig. 63.

Fig. 64.

A área pois deſte, & de qualquer outro Priſma ſe acharà ſe ſe inquirir a Baſe ſuperficial, & eſta ſe multiplicará pella altura cõforme ſe diſſe dos parallelepipedos. Iſto ſe entende ainda que os lados dos parallelogrãmos cayaõ em angulos rectos ſobre os da Baſe, ou em angulos obliquos. A altura he ſempre a linha perpẽdicular, que cahir de qualquer ponto do plano ſuperior perpendicularmente na Baſe, ou nella produzida ſe a ditta perpendicular cahir fóra do Priſma.

NOTA.

SUppomos, que para a mediçaõ das Baſes deſtes corpos ſe devem dar ſabidos os requiſitos neceſſarios, ou inveſtigaremſe mediante o inſtrumento, ou cordel, pois ſenaõ póde achar a àrea ſu-

ſuperficial da Baſe, ſem ſe darem conhecidos alguns lados, & angulos, como ſe vio nos exemplos antecedentes.

§. 3.

Medir as àreas dos Cylindros.

CYlindro he hũa figura ſolida contheuda de dous circulos iguaes, & quidiſtantes, & de hũa ſuperficie redonda entre elles interpoſta, a maneira de hũa coluna redonda de igual groſſura, qual he o ſolido A K C H, cujas Baſes A B K D, C F H G ſaõ circulos parallelos, & iguaes. A área corporea deſta fig. ſe gera da multiplicaçaõ da Baſe C F H G pella altura C A [entendendoſe pella altura a perpendicular.] A meſma Baſe C F H G que he o plano do circulo ſe achará dado o diametro C H, ou a circunferencia C F H G conforme o que temos ditto. Fig. 65.

§. 4.

Medir as áreas das Pyramides, & figuras conicas.

PYramide he hũa fig. ſolida terminada de planos Triangulares, excepto o da Baſe que pòde ſer de qualquer fòrma, & q̃ levantandoſe de algum plano acaba em hum ponto; qual he a Pyramide A B C D E ſobre cuja Baſe quadrilatera A B C D ſe levanta a ditta Pyramide terminada de quatro ſuperficies triangulares A B E, B C E, C D E, D A E; que todas acabaõ no ponto E, & iſto fòra a ſuperficie da Baſe quadrilatera A B C D, que tambem termina a Pyramide. Fig. 66.

Se a Baſe fora de mais lados ſeria a Pyramide terminada de tantas ſuperficies triangulares quãtos foſſem os lados, afòra a ſuperficie da Baſe, como a Pyramide pentagonica D K H C O F, r & as menos que pòde ter ſaõ tres, porque não póde haver Baſe de Pyramide de menos de tres lados, por não haver fig. de linhas rectas de menos lados, que o Triangulo. r Fig. 67.

A fig. Conica r he hũa fig. ſolida redonda que ſe levanta ſobre hũa Baſe circular, & acaba em hũ ponto, & vem a ſer hũa Pyramide redonda qual he A C D G H na 68. fig. r Fig. 68.

A ârea de qualquer deſtas figuras ſe gera da multiplicaçaõ da Baſe pella terceira parte de ſua altura perpendicular H O; mas a ditta perpendicular pòde cahir em qualquer ponto da Baſe de cada hũa deſtas figuras, ou fòra della conforme a fig. for direita,

ou inclinada, por onde será necessario daremse sabidos, ou acharemse por medida os requisitos necessarios.

§. 5.

Medir a área corporea de hum segmento de hũa Pyramide, ou fig. Conica.

SEJA a porçaõ da Pyramide A B C D E F, cujas Bases A B C, D E F sejaõ parallelas, & semelhantes: querse investigar sua quantidade corporea. Isto se póde fazer por dous modos. Primeiramente imaginandose a Pyramide inteira A B C H, & investigandose sua altura H G perpendicular sobre a Base da seguinte maneira a saber [r] assi se ha a linha S B differença entre os lados semelhantes A B, D E das Bases para D E lado menor, como G I altura do segmento da Pyramide (a qual altura se conhecerá pella linha perpendicular lançada, desde algum ponto da superficie plana D E F, atè a Base estendida, se necessario for) para hũa quarta proporcional; a qual será a linha I H altura da Pyramide D E F H; a qual acrescentada a G I resultará conhecida toda a altura G H.

Fig. 69.

[r] Clavio na Geom. pract. liv. 5. c. 3.

Por onde se pella proposiçaõ passada [a] se inquirir a área assim da Pyramide inteira A B C H, como da cortada D E F H, & esta se tirar daquella, restarà o segmento A B C D E F. Do mesmo modo se investigarà a corporea quantidade do segmento da fig. Conica A B R D. [a]

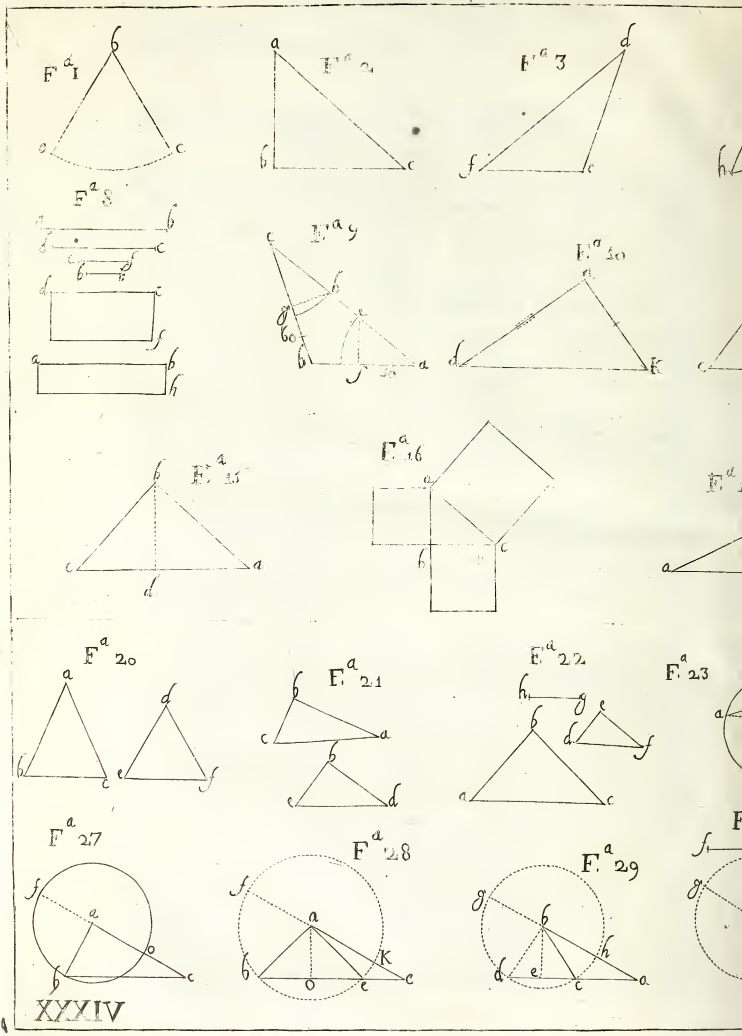
[a] No §. 4

[a] Fig. 70.

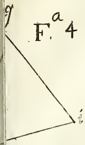
Por outro modo se poderáõ investigigar os dittos segmentos, ainda que a Pyramide, ou fig. Conica senaõ imaginem inteiras.

Meçaõse as àreas dos Triágulos A B C, D E F, Bases dos segmentos da Pyramide, ou as áreas dos circulos A K B S, R F D O & entre estas se busque hũa quãtidade meya proporcional, & logo se multiplique a altura perpendicular I G do segmento corporeo pella somma dos dous Triang. ou circulos (q̃ saõ as Bases) & quãtidade meya proporcional, & o q̃ daqui resultar será o triplo da área corporea do ditto segmento, por onde a terça parte será sua justa quantidade. Para a Geometria pract. reservamos mais ampla noticia da mediçaõ de outras muitas grandezas assim de linhas, como de superficies, & corpos q̃ saõ as tres especies cõprehendidas debaixo do genero da quantidade porq̃ agora naõ damos mais que hum Compendio de alguns problemas, & theoremas, que irá adiante.

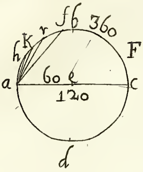
COM-



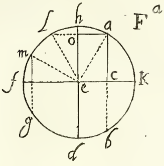
Fa 1
Fa 2
Fa 3
Fa 8
Fa 9
Fa 10
Fa 15
Fa 16
Fa 20
Fa 21
Fa 22
Fa 23
Fa 27
Fa 28
Fa 29
XXXIV



F.ª 4

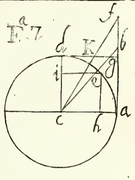


F.ª 5

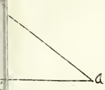


F.ª 6

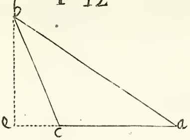
F.ª 7



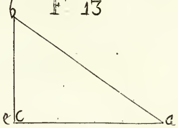
ª 11



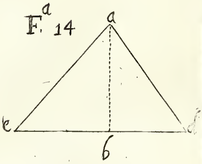
F.ª 12

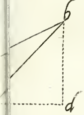


F.ª 13

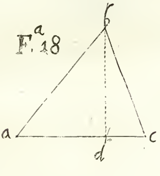


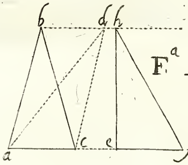
F.ª 14





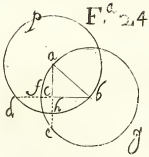
F.ª 18



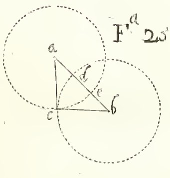


F.ª 19

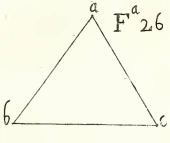
F.ª 24



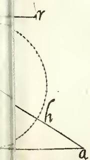
F.ª 25



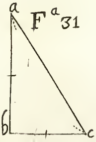
F.ª 26



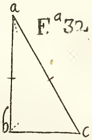
3



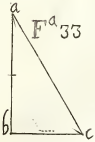
F.ª 31



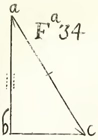
F.ª 32



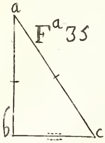
F.ª 33



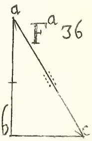
F.ª 34



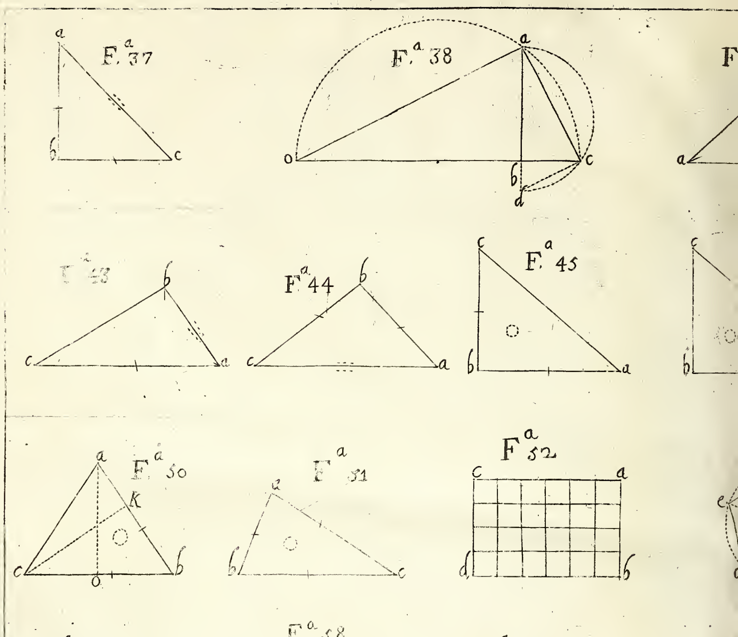
F.ª 35

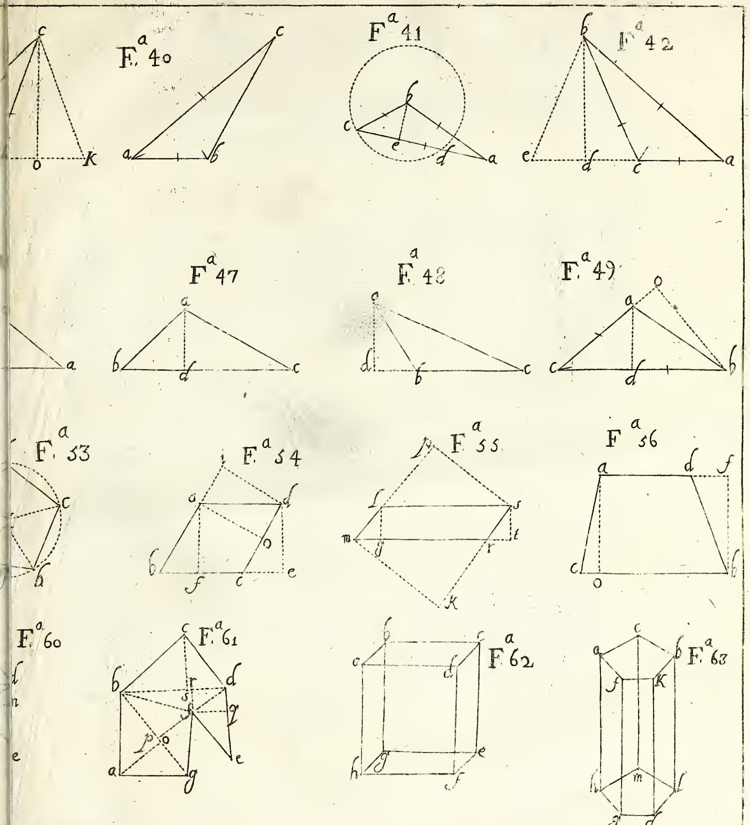


F.ª 36



Mes f.


F.a 37
F.a 38
F.a 44
F.a 45
F.a 50
F.a 51
F.a 52
F.a 57
F.a 58
F.a 59
F.a 64
F.a 65
F.a 66
XXXV



F.a 40
Fa 41
Fa 42
Fa 47
F.a 48
F.a 49
F.a 53
F.a 54
F.a 55
Fa 56
F.a 60
F.a 61
Fa 62
F.a 63
67
Fa 68
F.a 69
F.a 70

COMPENDIO

De alguns problemas da Geometria practica, & Theoremas da especulativa.

PROLOGO.

AINDA que pareça que os problemas que aqui proponho devião preceder ao Methodo Lusitanico da Fortificação pois se deve primeiro saber como se lança hũa linha parallela, ou perpẽdicular a outra, como se reparte em partes iguaes, & outros problemas. Assim mesmo como se devem descrever as figuras regulares para se riscarem as plantas no papel; com tudo o não fiz por duas razoens. A primeira no tocante âs linhas porque qualquer soldado não serà tão inhabil que entendendo que cousa são linhas parallelas, não saiba riscalas, ainda que seja mecanicamente, tomando com hum compasso a distancia entre ellas. Do mesmo modo lançar hũa linha perpendicular sobre outra, ao menos com hũa esquadra, & repartir qualquer linha em partes iguaes abrindo, ou fechando o compasso atè ajustar a divisão, como hei visto fazer a muitos.

A segunda no tocante às figuras regulares, porque temos ensinado a desenhalas no papel pellos padroens do Cap. 4 da primeira Secção do Methodo Lusitanico, & no Cap. 12. para se desenharem na campanha. Mas as irregulares se podem descrever no papel formando os angulos conforme seu valor pello semicirculo graduado, de que se trattou no Cap. 1. & na campanha pella Fitta gradual de que se trattou no Cap. 6. & isto basta para a practica.

Porèm para que os Engenheiros practicos, & soldados possão ter mais algũa ainda que breve noticia lhe proponho os problemas deste Cõpendio, que são vulgares, como tambem alguns theoremas de Euclides que servem para a intelligencia das propriedades, & combinaçoens das linhas, & angulos das figuras da Fortificação posto que no Methodo havemos jà ensinado hum breve, & facil caminho para se investigarem.

CAP. I.

Da direçaõ das linhas em problemas.

PRoblema he a propoſiçaõ que manda, & enſina a conſtruir, ou fabricar algũa couſa, & feita a demonſtra.

Neſte Compendio naõ trattamos mais que das conſtrucçoens que he o que baſta para o intento da delineaçaõ, & fabrica das obras da Architectura Militar ſuppondo as demonſtraçoens em Euclides, & ſeus commentadores.

PROBLEMA I.

Lançar por qualquer ponto hũa linha parallela á outra dada.

LInhas parallelas ſaõ aquellas que por mais que ſe eſtendaõ correm ſempre em igual diſtancia hũa da outra.

Praxe.

Fig. 1. Eſtãpa 36. SEJA o ponto aſſinado A do qual ſe deſcreva hum arco, que paſſe por qualquer ponto D da linha dada B C; na qual ſe tome outro qualquer ponto E baſtantemente apartado do primeiro por melhor diſtinçaõ. Do ponto E com o intervallo A D ſe deſcreva o arco do circulo G H, & do ponto A com o intervallo D E o arco F L que corte o primeiro no ponto O; pello qual tirando a linha A O, ſerá parallela com a linha dada B C.

PROBLEMA II.

Lançar hũa linha perpendicular a outra dada.

SEJA a linha A B aquella a que queremos lançar hũa perpẽdicular. Dos pontos C E nella aſſinados ſe deſcrevaõ com o meſmo intervallo de compaſſo mayor q̃ ametade da linha dada Fig. 2. dous arcos para hũa parte que ſe cruzem no ponto F, & outros dous para a outra que ſe cruzem em G, & lançando a linha F G ſerá perpendicular á linha A B.

Ou tambem dos meſmos pontos E C, ou de quaeſquer outros ſe deſcrevaõ para hũa banda dous arcos que ſe cortem em F, & logo com menor, ou mayor intervallo de compaſſo outros dous

para

para a mesma banda que se cortem em R, & tirando hũa linha pellos pontos R F cortarâ perpendicularm ente a linha dada A B

PROBLEMA III.

Lançar a mesma linha perpendicular a outra dada infinita de hum ponto dado fóra della.

DO pōto C dado se descrevaõ p ara hũa, & outra parte dous arcos que cortem a linha dada nos pontos F, D, dos quaes com o mesmo intervallo de compasso se descrevaõ para a parte opposta do ponto C, outros dous arcos que se cortem no ponto E, ou com differente intervallo para qualquer das partes que se cortem no ponto R, & lançando hũa linha pellos pontos C E, ou por R C será perpendicular á dita linha infinita.

Dizemos infinita, porque com isso queremos significar que o ponto dado deve ser em tal sitio,que nunqua com elle concorra a linha dada (ainda que seja finita) se se produzir.

PROBLEMA IV.

Levantar a mesma perpendicular de hum ponto assinado na linha dada.

SEJA oponto assinado Cdo qual queremos levantar a perpē-dicular. Do pontoC para hũa, & outra parte se tomem nella iguaes segmentos C D, C E: abrindo despois mais o compasso, com elle assim aberto se descrevaõ dos pontos D, E dous arcos q̃ se cortē em F,& lançando hũa linha de F atè C será a perpendic.

Se o ponto assinado estiver no extremo da linha, & esta senaõ puder produzir se obre do seguinte modo. Seja assinado o ponto A no extremo da linha donde se quer levantar a perpendicular. Tomese qualquer ponto D fòra da linha, com tanto q̃ produzida esta naõ concorra com aquelle; do qual com o intervallo D A se descreva hum arco que corte a linha dada no ponto E. Tirando despois hũa linha por E D, cortará o mesmo arco no ponto H, do qual lançando hũa linha atè o ponto A será a perpendicular.

PRO-

PROBLEMA V.

Dividir hũa recta dada em quaesquer partes.

SEJA a linha dada A B que se quer partir supponhamos em cinco partes iguaes. Do ponto A se lance para hũa parte a linha A D que cõ a dada forme qualquer angulo A, cuja medida seja o arco B D descripto do ponto A, & do ponto B para a outra parte se lãce a linha B C que forme o ang. B igual com o ang. A (o que se faz facilmente descrevendose do ponto B por A hũ arco, & nelle tomando A C igual com o arco B D, & do ponto B por C lançando a recta B C.) Feito o sobreditto se tomem na linha A D com qualquer intervallo de compasso quatro partes iguaes A E, E O, O M, M N [porque se devẽ tomar sempre tãtas menos hũa, quantas forem aquellas em que queremos dividir a linha] & do ponto B se tomem com o mesmo intervallo outras quatro B K, K F, F H, H G. Ultimamente se lancem as linhas E G, O H, M F, N K, as quaes dividiraõ a ditta linha A B em cinco partes iguaes.

Fig. 5.

NOTA.

AINDA que descrevemos do ponto A o arco B D, nem por isso se impede que as quatro partes tomadas na linha A D se tomem da grandeza que quizerem, ainda que passem alèm do ponto D produzida a linha, & o mesmo se entende na linha B C.

E supposto que pella operaçaõ acima podemos dividir hũa linha pello meyo; todavia mais facilmente se fará, & em quaesquer partes de numero par pello problema seg.

PROBLEMA VI.

Achar hũa meya proporcional entre duas linhas dadas finitas.

ESTE probl. tem muitos usos na Geometria practica. Algũs pòde ter para o Engenheiro, que adiante apontaremos.

Fig. 6.

Sejaõ as linhas dadas A B, C E entre as quaes convẽ achar hũa meya proporcional. Na linha A B produzida quanto for necessario se tome B D igual com C E. De modo que a composta A D seja igual à somma de A B, C E, & se divida pello meyo no ponto

O;

O; do qual se descreva hum semicirculo pellos extremos A, D. Finalmente do ponto B se levante [a] a perpendicular B G até a circunferencia, a qual será a meya proporcional buscada. He praxe da proposiçaõ 13. do sexto de Euclides. a Probl. 4.

SCHOLIO.

PARA se achar hum numero meyo proporcional entre dous dados, se multiplique hum pello outro, & do producto se tire a raiz quadra, a qual será o meyo proporcional buscado.

EXEMPLO.

ENTRE os numeros 36, & 81. se busque hum meyo proporcional. Multipliquemse 36. por 81. de cujo producto 2916 tirando a raiz quadra que he 54. será este numero o meyo proporcional entre 36. & 81. porque 36. he os dous terços de 54. & 54. os dous terços de 81. & por tanto todos tres saõ proporcionaes em continua proporçaõ.

Se o producto naõ tiver raiz justa, tirarseha approximada como buscando hum meyo proporcional entre 7. & 18. multiplicado hum numero por outro gera 126. que naõ tem raiz justa: por tãto se tire approximada com menos, ou mais miudeza como cada hum quizer, ou lhe mais convier; & bem approximada será $11\frac{22497}{100000}$.

PROBLEMA VII.

Achar duas meyas proporcionaes entre duas linhas rectas dadas.

SEjaõ dadas as duas rectas A B, B C entre as quaes he necessario achar duas meyas proporcionaes em continua proporçaõ: Disponhaõse as rectas dadas de tal modo que constituaõ o angulo recto A B C, & acabese o parallelogrammo A B C D, no qual se lancem as duas diagonaes A C, B D, que se cortem pello meyo no ponto E centro do parallelogrammo. Produzaõse os lados D C, D A indefinitamente atè os pontos Z, M, & entendase posta, ou se ponha hũa regoa no ponto D que sobre elle como sobre exo se mova até que fiquem iguaes as linhas E G, E F; o q̃ se fará pondo o pé do cõpasso no ponto E fechandoo, ou abrindoo o necessario, & movendo a regoa sobre o ditto ponto B atè Fig. 7.

que fique na linha F B G, de modo que se igualem as linhas E G, E F do centro E até a ditta regoa, & seraõ as linhas A G, C F as duas meyas proporcionaes buscadas, de modo que assim se haverá A B para A G, como A G para C F, & como C F para B C em continua proporçaõ, ou viceversa B C para C F, como C F para A G, & como A G para A B. He modo mechanico de Heron referido por Eutocio Ascalonita sobre o segundo livro de Archimedes, de Sphera, & Cylind. de quem o tomei; o qual traz tambẽ Joaõ Vernero no commento sobre os 11. modos de dobrar o cubo, Nicolao Tartaglia part. 5. lib. 1. cap. 21. Clavio lib. 6. Geom. pract. propos. 15. & outros. Quem quizer ver outros modos dos antigos consulte o ditto Joaõ Vernero no sobreditto livro, & Frãcisco Vieta insigne Geometra Frãcez sobre hũ seu particular modo no supplemento da Geomet. propos. 5. posto q̃ todos mechanicamente, por senaõ ter achado atè o presente modo scientifico, de que larga noticia hei dado no Trattado da Geomet. adjunto à minha Hercotectonica militar.

Este probl. póde ter alguns usos para o Engenheiro por tanto o propuz aqui.

SCHOLIO.

PARA se acharem dous numeros meyos proporcionaes entre outros dous se obra do seguinte modo.

Quadrese o primeiro numero, & este quadrado se multiplique pello outro numero dos dous dados, que he o que ha de ficar em quarto lugar, & a raiz cubica do producto será o primeiro dos dous meyos proporcionaes buscados que he o segundo de todos quatro. Achado este numero primeiro dos dous meyos, ou segũdo de todos quatro se inquire o terceiro proporcional, ou segundo dos dous medios pello mesmo caminho, a saber quadrando o segundo numero dos dados, que he o que ha de ficar no quarto lugar, & este quadrado multiplicado pello primeiro numero dos dados; do producto se tire a raiz cubica; & sahirà o terceiro num. de todos quatro, ou segundo dos dous intermedios.

EXEMPLO.

SEjaõ os dous numeros dados 3. & 81. entre os quaes convẽ achar dous meyos proporcionaes. Quadrese o num. 3. fará 9

este

eſte multiplicado por 81. gera no producto 729. cuja raiz cubica 9. ſerà o primeiro dos dous meyos proporcionaes; & para achar o outro ſe quadre o numero 81. cujo quadrado 6561. multiplicado por 3. faz 19683. de que tirada a raiz cubica 27. ſerá o ſegundo dos dous meyos proporcionaes, demaneira que ſeraõ os dittos numeros dados,& buſcados 3:9:27:81.

Há outros modos de ſe inveſtigar o ſegundo dos dous numeros intermedios achado jà o primeiro delles, a ſaber o numero 9. porque multiplicando eſte pellos 81. & do producto 729, tirãdo a raiz quadra 27. ſerá o ditto ſegundo dos dous intermedios buſcados.

Ou tambem multiplicando os dous numeros dados 3. & 81. entre ſi, & o producto 243. partido pello ſegundo 9. primeiro dos dous intermedios já achado pella primeira regra, ſahirà no quociente o terceiro numero 27. que he o ſegundo dos dous intermedios buſcados.

Tambem deſcuberto já o ſegundo 9. pella primeira regra, ſe quadre,& o ſeu quadrado 81. partido pello primeiro 3. dará no quociente o terceiro 27.

NOTA.

HE porém de ádvertir que muitas vezes eſtes numeros intermedios buſcados naõ poderáõ ſahir ao juſto, ſenaõ ſe ſignificarem por raizes,por ſerem incõmenſuraveis com os numeros dados. Verdade ſeja que as raizes ſe poderáõ tirar approximadas quanto quizerem, porque eternamente ſe poderaõ ir approximando cada vez mais ſem nunca ſe poder exprimir em numeros a verdadeira raiz.

EXEMPLO.

ENTRE 2.&7.ſe buſquem dous numeros meyos proporcionaes.Quadrando o numero 2.conforme a regra,& multiplicado o ſeu quadrado 4.por 7.gera no producto 28.cuja raiz cubica ſerá o primeiro dos dous intermedios buſcados.Mas porque o numero 28. naõ tem raiz cubica preciſa que ſe poſſa exprimir em numeros, ſe deve tirar proxima á verdade como ſabem os Arithmeticos:approvamos mais o modo por additamentos de ternarios de cifras,porque reſulta a raiz cubica com ſeus quebrados

annexos reduzidos aos da Dizima,& ſerá $3\frac{03}{100}$ o qual numero ſerá o primeiro dos dous meyos proporcionaes. Pello meſmo caminho ſe buſcará o ſegundo.

Ou tambem para buſcar o ſegundo dos intermedios ſe podia multiplicar o primeiro 2, dos dados pello outro 7; cujo producto 14. repartido pella raiz cubica de 28. ſahirá no quociẽte raiz cubica de 98. como ſabem os Algebriſtas. Eſta raiz cubica de 98. tirada em numeros proximamente à verdade a ſaber $4\frac{68}{100}$ ſerá o ſegundo numero dos dous intermedios.

Aſſim meſmo ſe podia inquirir o ſegũdo dos intermedios quadrando o primeiro delles que he √ cu. 28. de q̃ reſultarà √ cu. 784 a qual partida por 2. primeiro numero dos dados ſahirà no quociente √ cu. 98. que tirada em numeros proximamente á verdade darâ os dittos $4\frac{68}{100}$ pello ſegundo dos intermedios.

Ou tambem ſe ſe multiplicar √ cu. 28. já achada pellos 7. ſahirâ no producto raiz cubica de raiz quadrada de 9604. & porq̃ eſte numero tem raiz quadrada q̃ he 98. ficarâ ſòmente a raiz cubica de 98. que ſenaõ pòde ſignificar em numeros ſenaõ proxima á verdade, como ſe tem ditto.

Demaneira que ſeraõ os quatro numeros dados, & buſcados 2: √ cu. 28: √ cu. 98: 7. ou tirando os intermedios em numeros proximamente verdadeiros ſeraõ 2: $3\frac{03}{100}$: $4\frac{68}{100}$: 7. Saõ praxes do noſſo inſigne Pedro Nunes na ſeg. Parte da Algebra Cap. 14. Nicolao Tartaglia ſeg. Parte lib. 7. Cap. 7. Clavio na Geometria pract. lib. 6. propoſ. 18. o qual traz tambem outro modo na Algebra Cap. 21. que deixo por ſer hum pouco mais embaraçado. Stevino lib. 2. Arith. probl. 45.

PROBLEMA VIII.

Dividir hum angulo, & hum arco pello meyo.

Fig. 1. SEJA o ang. A O E, ou arco A E que o ſubtende aquelle q̃ ſe quer dividir pello meyo. Do ponto O ſe deſcrevaõ com qualquer intervallo de compaſſo dous arcos que cortem os lados O A, O E nos pontos C, H, dos quaes ſe deſcrevaõ outros dous que ſe cortem no ponto B, & tirando a linha O B cortará o ang. dado, & o ſeu arco pello meyo. Do meſmo modo ſe fará a diviſaõ em 4. partes, 8, 16, 32, &c. em proporçaõ dupla dividindo em duas

duas cada hum dos angulos,& arcos que vaõ resultando de cada hũa das divisoens. He praxe da 9.do 1.

PROBLEMA IX.

Descrever hum circulo por quaesquer tres pontos que naõ estiverem em linha recta.

SEjaõ tres pontos dados A,E,I. De cada hum dos pōtos A,E, para hũa,& outra parte se descrevaõ com qualquer intervallo de compasso dous arcos, que se cruzem nos pontos K, O, Fig.9. pellos quaes se tire a linha indefinita K O. Outra vez de cada hũ dos pontos E,I se descrevaõ com o mesmo, ou diverso intervallo de compasso outros dous arcos, que se cruzem nos pontos M,X, pellos quaes se tire a indefinita M X, & o ponto H, onde esta se corta com a primeira K O será o centro do circulo, que passará pellos tres pontos dados. He praxe da 25.do 3.& da 5.do 4.

Corollario.

Daqui se colhe o modo com que se póde achar o cētro de qualquer circulo,porque assinados na peripheria quaesquer tres pontos se obre conforme o problema acima, & se acharà o centro que será o ponto, onde se cruzarem as duas linhas da operaçaõ.

CAP. II.

Da delineaçaõ das figuras regulares.

PROBLEMA X.

Delinear dentro em hum circulo qualquer fig.regul.

DIvidase o circulo dado em 4. quadrantes com os diametros A C,B D.Partase o Quadrante A B em tantas partes,quantos houverem de ser os lados da fig. que se pertende fazer, como Fig.10. por exemplo se houver de ser Pentagono, se dividirà o Quadrāte A B em 5.partes iguaes, & tomando 4. dellas, lançaremos a linha A E que as subtende, a qual serà o lado do Pentagono,& assim iremos obrando nas mais figur.tomando sempre 4.partes daquellas em que dividirmos o Quadrante, como tambem se vè no

Heptagono, cujo lado he B E que ſubtende 4. partes das 7. em que para a deſcripçaõ deſta fig. ſe deve dividir o Quadrante B A.

He praxe que trazem alguns Autores da Fortificaçaõ, & Clavio no Schol. da propoſ. 16. do 4. livro de Euclides. Porém he mecanica, porque naõ dá modo geometrico, pello qual ſe poſſa dividir o Quadrãte em quaeſquer partes que ſe pedirem, ſem que ſeja tentando, a ſaber abrindo, ou fechando mais o compaſſo atè ſe acertar a diviſaõ que ſe pertende; nem atègora eſtá iſto deſcuberto geometrica, ou ſcientificamente para qualquer diviſaõ abſolutamente; ſem embargo que algũs Autores ſe queiraõ arrogar havelo achado, ſobre que hei dado larga noticia nos principios da Geometria practica que trago na Hercotectonica militar que ſenaõ tem impreſſo, mas andaõ alguns traſlados divulgados. Para muitas diviſoens ha modos geometricos.

PROBLEMA XI.

Delinear todas as fig regul. ſobre hũa linha dada.

SEJA a linha dada A B ſobre a qual ſe quer por exẽplo formar hum Heptagono equilatero, & equiangulo. Do ponto B ſe levante hũa perpendicular indefinita, & delle meſmo ſe deſcreva por A hum ſemicirculo, que corte a indefinita perpendicular no ponto E. Dividaſe o Quadrante A E em tantas partes por via do compaſſo, quantos lados houver de ter a figur. que ſe quer conſtruir, & porque ſuppomos ſer Heptagono, ſe divida o ditto Quadrante em 7. & do ponto E pordiante ſe tomem tantas partes [ſempre por regra geral] quantas forem as do Quadrante menos 4. & pois nelle ha 7. ſe tomem 3. de E atè O, & lançando a linha B O ſerá o ſeg. lado do Heptagono. (Fig. 11.)

Para deſcrever os outros lados ſe obre por hum de dous modos, a ſaber, ou deſcrevendo do ponto B com qualquer intervallo de compaſſo o arco X M que ſubtenda o ang. A B O, & do ponto O com o meſmo intervallo o arco H K, do qual ſe corte o arco H I igual com o arco X M, & pellos pontos O I ſe tire a linha O F igual com cada hũa das linhas A B, B O, procedendo ſemelhãtemente pordiante para achar os mais lados do Heptagono.

Ou pellos tres pontos A B O ſe deſcreva [r] hũ circulo no qual ſe appliquẽ os mais lados iguaes aos dous A B, B O jà deſcriptos.

[r] Probl. 11.

He

He praxe da 16.do 4. ſuppoſto que a puz com algũa variedade na fabrica por me parecer mais accommodo; porèm he mechanica para muitas diviſoens das em que for neceſſario repartir o Quadrante pella razaõ que havemos apontado no problema 10; poſto que para muitas haja meyos geometricos.

CAP. III.

Do augmento, & diminuiçaõ das figuras planas, & corporeas.

PROBLEMA XII.

Dado hum Quadrado [ou qualquer outra fig. regular] fazer outro, cuja área contenha outro tanto, & mais a terceira parte como a área do dado.

SEJA o Quadrado dado A B C D; a cujo lado C D ſe acreſcente em linha recta continuada outro tanto, & mais a terça parte (porque ſe deve ſempre acreſcentar ao lado da figur. outro tanto de linha como ſe quer acreſcentar de área) & reſultará cõpoſta toda a linha C P; a qual ſe divida [r] pello meyo no ponto O & deſte feito centro ſe deſcreva pellos extremos C, P o ſemicirculo C F P. Do ponto D onde ſe terminava o lado da figur. ſe levante [n] a perpendicular D F atè cortar o ſemicirculo no ponto F. Digo que a ditta perpendicular D F ſerá o lado do Quadrado cuja área conterá outro tanto, & mais a terça parte da àrea do Quadrado dado. Fig. 12.

[r] Probl, 2. vel 5.

[n] Probl, 4.

Se ſe quizeſſe acreſcentar o Quadrado de modo que ſua área reſultaſſe o dobro do que de antes tinha, acreſcentarſehia dobrada linha ao lado dado C D: ſe o tresdobro, tres vezes outra tanta linha, & ſemelhantemente conforme o augmento que ſe quizer; & entaõ proſeguir a operaçaõ na fòrma ditta.

Iſto ſe entende para acreſcentar qualquer fig. de lados iguaes, ou hum circulo obrando na meſma fòrma com ſeu diametro, ou ſemidiametro.

Mas ſe a fig. tiver todos, ou alguns lados deſiguaes, obrarſeha do meſmo modo com cada hum dos lados deſiguaes de per ſi, & as linhas que forem ſahindo da operaçaõ ſe tomem para os lados da fig. acreſcentada.

Se-

Semelhantemente se obra na diminuiçaõ das àreas das figuras como por exemplo. Seja dado o Pentagono A B C D E, & pedese outro cuja área tenha sómente os $\frac{3}{4}$ da área do dado. A hum dos lados A B se acrescentem em linha recta cõtinuada os seus $\frac{3}{4}$ B H, & resultarà composta a linha A H de cujo ponto medio O se descreva pellos extremos A H, hũ semicirculo, & obrãdo pordiãte na fòrma sobreditta serâ a perpendicular B K o lado do Pentagono igual na área aos $\frac{3}{4}$ do dado. Saõ practicas de Nicolao Tartaglia part. 5. lib. 1. Cap. 3. de seu geral Trat. de numeros, & medidas: Alberto Dureiro referido por Clavio no Schol. da 33. do 6. Stevino lib. 3. Geomet. pract. propos. 7. & de outros muitos.

NOTA.

PARA se achar por numeros o lado da fig. que se busca se deve multiplicar o numero do lado da fig. dada pello numero da linha que se acrescenta, & do que resultar no producto tirarse a raiz quadra, a qual serà o lado da fig. pertendida.

Exemplo do primeiro caso.

Proponhamos que o lado C D do Quadrado era de 30. palmos, & porque queriamos fazer outro que cõtivesse outro tanto, & mais a terça parte, se lhe havia de acrescentar outra tanta linha, & mais a terça parte conforme a practica sobreditta, & por tanto seria a acrescentada de 40. palmos, multiplicando pois 30. por 40. resultaõ no producto 1200, que naõ tem raiz justa; por onde tirandoselhe approximada, serà $34\frac{64}{100}$ & de tantos palmos será o lado do Quadrado pertendido.

Exemplo do segundo caso.

Supponhase que o lado do Pentagono dado era de 36. palmos, & porque se pertende fazer outro que tenha sòmente os tres quartos da àrea do primeiro, busquese o numero que seja $\frac{3}{4}$ de 36. que he 27. multiplicando pois 36. por 27. sahe no producto 972. cuja raiz quadra proxima menor $31\frac{1760}{10000}$ será o lado do novo Pentagono buscado Supponho nestas operaçoens de numeros que falo com quem sabe tirar a raiz quadra.

Outros modos ha de se acrescentarem, ou diminuirem as figuras geometricamente em qualquer pedida proporçaõ. O sobreditto he o mais facil, & geral,

PRO-

PROBLEMA XIII.

Acrescentar, ou diminuir as figuras corporeas em qualquer pedida proporção.

SEJA hum corpo dado o cubo A, ou Sphera H. Pertendese outro cubo (ou Sphera) dobrada. Entre o lado B C do cubo, ou diametro D F da Sphera, & outra linha q̃ seja o seu dobro se busque *p* a primeira de duas meyas proporcionaes, a qual serâ o lado do cubo, ou diametro da Sphera pertendida. Fig. 13. *p* Probl. 7.

Se se pertendese que o cubo, ou Sphera fosse tres vezes tanto, se tomaria tres dobre linha do lado, ou diametro: se tres vezes, & hum terço, tres vezes outra tanta linha, & mais hum terço, como o lado do cubo, ou diametro da Sphera, & entre o ditto lado, ou diametro, & o seu tresdobro, ou tresdobro, & hum terço se buscaria a primeira das duas meyas proporcionaes que seria o lado do cubo, ou diametro da Sphera pertendida. Do mesmo modo se obraria com qualquer outra proporção em que se pertendesse acrescentar.

Exemplo de dobrar o Cubo, ou Sphera.

O lado do Cubo A he B C, & sua igual D F diametro da Sphera H: o seu dobro B K. A primeira das duas meyas proporcionaes entre B C, B K achada pello problema 7. he a linha C M a qual serà o lado do Cubo dobrado do Cubo A, ou diametro da Sphera dobrada da Sphera H.

Pello mesmo teor se diminuem os corpos porque se se quizer fazer hum Cubo que seja por exemplo ametade do Cubo A, ou Sphera ametade da Sphera H, tomese a linha B O que seja ametade de B C ou de D F, & se investigue C L primeira das duas meyas proporcionaes, a qual serà o lado do Cubo, ou diametro da Sphera igual no corpo (ou no peso sendo da mesma materia) cõ a ametade do Cubo dado, ou da Sphera.

Se se quizesse que o Cubo, ou Sphera pertendida fosse sòmente a terça parte, se tomaria a linha B O igual a terça parte de B C ou D F, & semelhantemente em qualqueroutra proporção. He practica de Clavio lib. 6. Geomet. practica propos. 17. Tartaglia 5. part. lib. 2. Cap. 5. Theofilo Bruno nos seus fruitos da Geom. Cap. 11. Simaõ Stevino lib. 3. Geometria pract. propos. 11.

NOTA.

SE o corpo for de todos,ou de alguns lados desiguaes,se obrará com cada hum dos desiguaes de per-si, na sobreditta forma,& as linhas que forem sahindo,seraõ os lados do novo corpo buscado semelhante ao dado.

CAP. IV.

Dos Theoremas a cerca das linhas.

THeorema he aquella demonstraçaõ q̃ inquire, & descobre algũa propriedade de hũa, ou muitas quantidades juntas.

Theorema I.

Se hũa linha cahir sobre outra,como E B ou A B sobre C D, ou farà dous angulos rectos a saber C B E, D B E, ou dous iguaes a
Fig. 14. dous rectos, a saber C B A , D B A;porque quanto C B A obtuso excede ao recto C B E; tanto o agudo D B A he menor que o recto D B E. A demonstraçaõ deste Theorema, que he a proposiçaõ 13. do prim. liv.de Euclides, & dos mais seguintes se póde ver nelle.

Theorema II.

Fig. 15. Se duas linhas A B, C D se cortarem reciprocamente no ponto O, faraõ os angulos no vertice A O C,D O B iguaes entre si, & tambem os ang. A O D,C O B. He a propos. 15. do 1. de Euclid.

Corollario I.

Daqui,& do Theor. I. colhe Euclides que os quatro angulos A O C, A O D, D O B, B O C saõ iguaes a quatro rectos.

Corollario II.

Colhe mais que todos quantos angulos estiverem á roda de qual-
Fig. 16. quer ponto C, sejaõ muitos,ou poucos, se igualaõ sómente a 4. rectos;que a tantos saõ iguaes os cinco angulos que por exemplo se vem na fig. 16

Theorema III.

Fig. 17. Se hũa linha A B cahindo em duas linhas H F, G D fizer os ang. alternos H O M, D M O iguaes entre si: ou tambem os angulos

G M O,

G M O, F O M, seraõ parallelas as dittas rectas H F, G D. He a 27.do 1.

Theorema IV.

Se hũa linha E F cortando as duas A B, C D, fizer o ang. externo E H B igual ao interno, & opposto para a mesma banda H K D: ou fizer os internos da mesma banda A H K, C K H iguaes a dous rectos [o mesmo se entẽde dos angulos B H K] seraõ as dittas linhas A B, C D parallelas entre si. He a 28.do 1. Fig. 18.

Theorema V.

Se hũa linha K F cahir em duas parallelas D B, G M fará os ang. alternos D C L, M L C iguaes entre si: assim mesmo o angulo externo K C B com o interno opposto para a mesma parte C L M; ou D C K com C L G; & os dous internos da mesma banda B C L, M L C iguaes a dous rectos, ou tambem D C L, G L C. He a 29. do 1. Fig. 19.

Theorema VI.

Se duas linhas A B, C D forem parallelas a hũa terceira F H, tambem seraõ parallelas entre si. He a 30. do 1. Fig. 20.

Theorema VII.

Se tres linhas A B, C D, E F forem proporcionaes o parallelogrãmo rectangulo G feito das extremas A B, E F será igual ao Quadrado H feito da media C D, & se o rectangulo das extremas for igual ao Quadrado da media, seraõ todas tres proporcionaes. He a 17. do 6: O mesmo he em numeros pella 20.do 7. Fig. 21.

SCHOLIO.

Tambem será o mesmo ainda que o Parallelogrammo das extremas naõ seja rectangulo, com tanto que em lugar do Quadrado da media se faça hum Rhombo equiangulo ao tal parallelogrãmo

Theorema VIII.

Se quatro linhas H C, F D, R M, K L forem proporcionaes com proporçaõ continua, ou discreta, o Parallelogrammo rectangulo feito das extremas H C, K L será igual ao Parallelogrammo rectangulo feito das intermedias F D, R M. He a 16.do 6. O mesmo he em numeros pella 19. do 7. Fig. 22.

SCHOLIO.

Tambem será o mesmo ainda que os parallelogrammos não sejão rectangulos com tanto que sejão equiangulos.

Theorema 9.

Fig. 23. Se quatro linhas A B, C D, E F, G H forem proporcionaes continua, ou discretamente; tambem as figuras semelhantes feitas sobre ellas serão proporcionaes: por tanto o Triangulo K ou qualquer outro Polygono feito sobre a primeira linha, terá para o Triangulo L, ou qualquer outro Polygono semelhante feito sobre a segunda, a mesma razão que o Quadrado M ou qualquer outra fig. feita sobre a terceira E F para o quadrado P ou qualquer outra fig. semelhante descripta sobre a quarta G H. He a 22. do 6.

SCHOLIO.

O mesmo será se forem tres linhas proporcionaes porque tambẽ as figuras rectilineas semelhantes feitas sobre ellas serão proporcionaes: mas então he necessario que todas as tres figuras sejão semelhantes como se declara, o que não he necessario sendo 4. proporcionaes; porque neste caso podem as primeiras duas figuras ser de hũa especie, & as outras duas de outra como se vio na explicação do theorema.

Theorema X.

Fig. 24. Se a linha A B for dividida em qualquer ponto C; o quadrado A E D B de toda a linha he igual ao quadrado F E H O feito do segmento A C ou de seu igual F O, & ao quadrado C O M B do outro segmẽto C B, & aos dous rectangulos F O C A, H O M D feitos de hum segmento por outro, a saber de A C por C B, ou de suas iguaes F O, O C, H O, O M. He a 4. do 2.

Acerca das figuras Theor. XI.

Semelhantes Polygonos A B C D E, F G H I K tem entre si duplicada razão de seus lados homologos C D, H I. Quer dizer, que (Fig. 25.) se aos lados C D, H I semelhantes se achar hũa terceira linha proporcional M L, assim se haverá o Polygono primeiro para o Polygono segundo como C D lado do primeiro para a terceira proporcional M L. He a seg. part. da 20. do 6.

Co-

Corollario.

Daqui ſe ſegue que ſe forem tres linhas rectas proporcionaes, aſſim ſe haverá a fig. feita ſobre a primeira para a figur. ſemelhante feita ſobre a ſegunda como a primeira linha para a terceira; & tãbem a fig. feita ſobre a ſegunda para a fig. ſemelhante feita ſobre a terceira como a meſma primeira linha para a terceira.

Theor. XII.

Os Triangulos, & Parallelogrammos A, B que tem a meſma altura ſe haõ entre ſi, iſto he tem a meſma proporçaõ que ſuas baſes F C, G M. He a 1. do 6. Fig. 26.

Mais propriedades acerca dos Trian. Theor. XIII.

Todo o Triangulo equilatero A B C he equiangulo, & viceverſa Fig. 27. quer dizer que tẽdo todos os lados iguaes, terà os angulos iguaes, & ao contrario. Conſta dos Corollarios da 5. & 6. do 1.

Theor. XIV.

Todo o Triangulo iſoſcelos a ſaber de dous lados iguaes, como G F K tem os dous angulos F G K, F K G ſobre a Baſe G K, iguaes entre ſi, & produzidos os lados iguaes, os dous angulos debaixo da Baſe M G K, P K G tambem iguaes. He a 5. do 1. Fig. 28.

SCHOLIO.

Eſte theorema he tambẽ verdadeiro nos Triangulos equilateros.

Corollario.

Daqui ſe colhe que ſe o Triangulo tiver dous lados iguaes, terá tambem iguaes os angulos oppoſtos aos taes lados.

Theor. XV.

Se os dous angulos A B do Triangulo A B C forem iguaes, tambem ſeraõ iguaes os lados B C, A C que ſe lhe oppoem. He a 6. do 1. Fig. 29.

Theor. XVI.

Em todo o Triangulo Scaleno (que he o de lados deſiguaes) tãbem os angulos ſaõ deſiguaes, & ao contrario. He o Corollario da 18. do 1.

Theor.

Theor. XVII.

Fig. 30. Em qualquer Triangulo A B C se se produzir qualquer dos lados por exemplo A C, o angulo externo B C D he mayor que qualquer dos internos oppostos C A B, A B C. He a 16. do 1.

Theor. XVIII.

Fig. 31. Em qualquer Triangulo H K F quaesquer dous angulos saõ menores que dous rectos. He a 17. do 1.

Corollario.

Daqui se segue que em todo o Triangulo onde houver ang. recto ou ob tuso, seraõ os outros dous agudos.

Que toda a linha que cahindo sobre outra fizer angulos desiguaes, será hum obtuso, outro agudo.

Que todos os angulos do Triang. equilatero, & os dous do isosceles sobre a Base, saõ agudos.

Theor. XIX.

Fig. 32. Em todo o Triangulo quaesquer dous lados B C, D C em hũa somma saõ mayores que o terceiro B D. He a 20. do 1.

Theor. XX.

Fig. 33. Em todo o Triangulo rectilineo A B C, produzido qualquer lado B C, o angulo externo A C D he igual aos dous internos oppostos A, B, & os tres angulos internos A, B, C saõ iguaes a dous rectos. He a 32. do 1. Tem grande uso para se investigarem ang. necessarios para os calculos da Fortificaçaõ.

Corollario.

Desta proposiçaõ se colhe que os angulos de qualquer figur. saõ iguaes a tantas vezes dous rectos quantos saõ os lados da fig. menos dous. Isto, ou a fig. seja regular, ou irregular.

EXEMPLO.

Proponhase que a fig. he hum Pentagono regular; & porque tem cinco lados, deitando dous fóra, restaõ tres; por tanto os cinco angulos do Pentagono se igualaõ a tres vezes dous rectos, isto he a seis rectos, & porque 6. rectos contèm 540. gr. [pois cada recto

tem

tem 90.] repartidos os dittos 540. pellos cinco angulos do Pentagono, sahe a cada hum 108.gr.& de tantos he o seu valor.

Mas se o Pentagono for irregular, ainda que todos os angulos contenhaõ a mesma somma; todavia cada hum de per-si será vario ou se houver alguns iguaes entre si, seraõ os outros differentes; & assim serà necessario investigar sua quantidade pellos preceitos da Trigonometria.

Theor. XXI.

Se em qualquer Triangulo A B C se lançar hũa parallela D E a qualquer lado B C, cortarà os lados A B, A C proporcionalmente: quer dizer que assim se haverà A D para D B como A E para E C. He a 2. do 6. Tem grande uso para os calculos da minha Fortificaçaõ. Fig. 34.

SCHOLIO.

Supposta a sobreditta proporçaõ, seraõ tambem proporcionaes toda A B para B D, como toda A C para E C, & toda A B para A D como toda A C para A E pella 18. do 5.

Theorema XXII.

Se em hum Triangulo A B C, qualquer ang. B for dividido pello meyo com a linha B H que venha a cortar a Base A C no ponto H, terà o lado A B para o lado B C a mesma proporçaõ que o segmento A H da Base para o segmento H C. He a 3. do 6. Fig. 35.

Theorema XXIII.

Nos Triangulos equiangulos A B C, D F H saõ proporcionaes os lados que estaõ à roda de angulos iguaes, & homologos, ou semelhantes os que subtendem angulos iguaes. Quer dizer que se o angulo A de hum Triangulo for igual com o angulo F do outro, a mesma proporçaõ terà B A para A C no primeiro, que D F para F H no segundo. E se o ang. C he da mesma grandeza que o ang. H, assim se haverá A C para C B, como F H para H D, & semelhantemente C B para B A como H D para D F. Assim mesmo será o lado B A semelhante com D F: A C com F H: C B cõ H D. He a 4. do 6. Fig. 36.

Corollario.

Corollario.

Fig. 37. Daqui se segue que se no Triangulo K D G se lançar a linha M L parallela a qualquer lado por exemplo a D G, fará o Triang. K M L semelhante & equiangulo a todo o Triang. K D G, & se haverá K D para D G como K M para M L: K G para G D como K L para L M: assi mesmo D G para G K como M L para L K: D G para D K como M L para M K conforme a 4. do 6.

Theorema XXIV.

A mesma fig. do Theor. 23. Se dous Triangulos A B C, D F H tiverem os lados proporcionaes, a saber que assim se haja B A para A C, como D F para F H: A C para C B, como F H para H D: C B para B A, como H D para D F, seraõ os dittos Triangulos equiangulos, & teraõ iguaes aquelles angulos a que se oppoem semelhantes lados a saber A com F: C com H: B com D.

Ou tambem se tiverem sòmente hum ang. igual com outro A com F, & proporcionaes os lados á roda delles a saber B A para A C como D F para F H, seraõ os dittos Triangulos equiangulos, & teraõ iguaes os angulos que se oppoem a semelhantes lados. He a 5. & 6. do 6.

Theorema XXV.

Fig. 38. Se em qualquer Triang. rectang. A B C do ang. recto B for lançada sobre a Hypotenusa A C (assim se chama o lado opposto ao ang. recto, ou tambem base) a perpendicular B O, seraõ os dous Triangulos A B O, B C O semelhãtes entre si, & a todo o Triag. He a 8. do 6.

Corollario.

Daqui se colhe que a perpendicular B O he meya proporcional entre os segmentos A O, C O da Hypot.

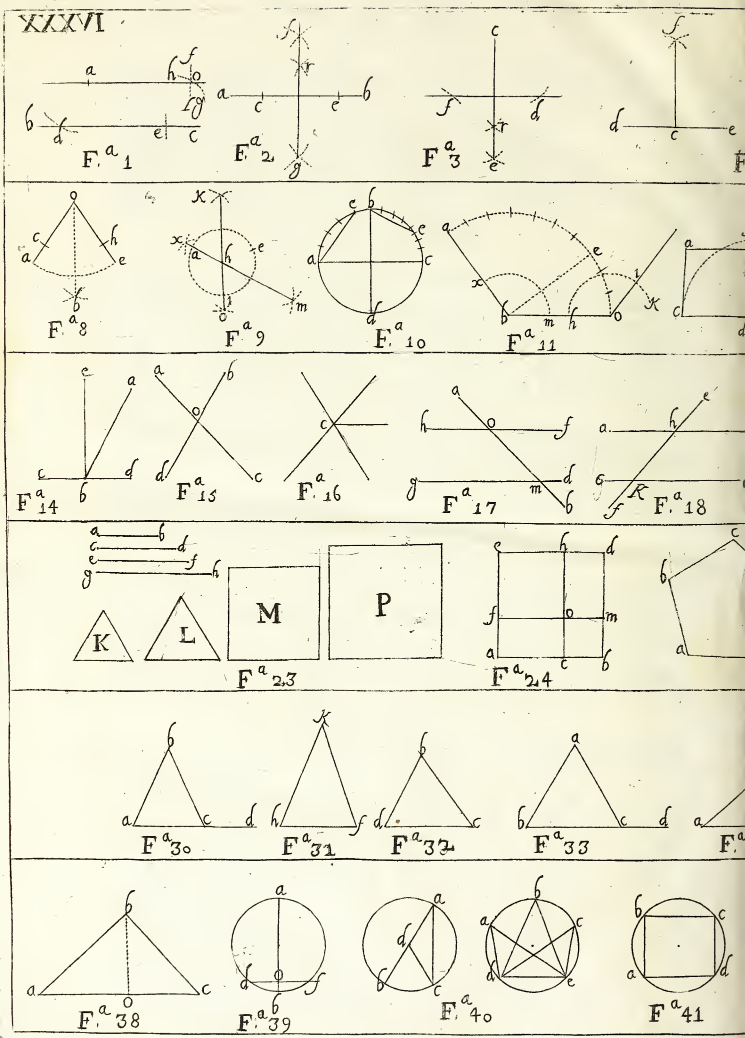
Colhese mais que qualquer dos lados como A B he tambem meyo proporcional entre toda a Hypot. C A, & o segmento O A que jaz entre a perpendicular B O, & o ditto lado A B: Assim mesmo o lado C B meyo proporcional entre a Hypot. A C, & o segmento C O,

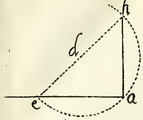
Acerca de outras propriedades em circulos.

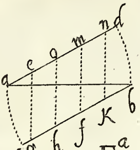
Theorema XXVI.

Fig. 36. Se no circulo a linha A B que passa pello cẽtro cortar pello meyo

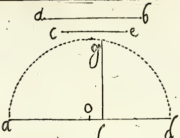
no


XXXVI
F.a 1
F.a 2
F.a 3
F.a 8
F.a 9
F.a 10
F.a 11
F.a 14
F.a 15
F.a 16
F.a 17
F.a 18
K
L
M
P
F.a 23
F.a 24
F.a 30
F.a 31
F.a 32
F.a 33
F.a 38
F.a 39
F.a 40
F.a 41

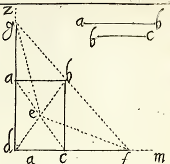




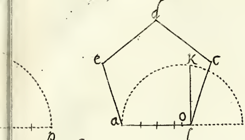
F^{a} 5



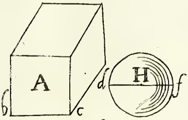
F^{a} 6



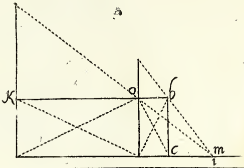
F^{a} 7

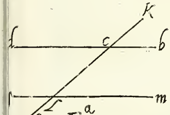


F^{a} 12

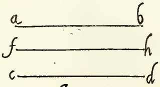


F^{a} 13

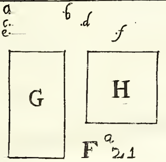




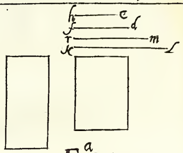
F^{a} 19



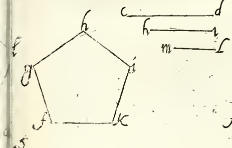
F^{a} 20

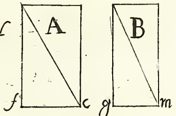


F^{a} 21

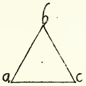


F^{a} 22

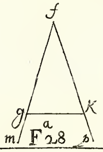




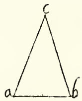
F^{a} 26



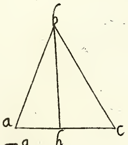
F^{a} 27



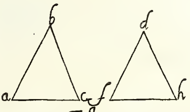
F^{a} 28



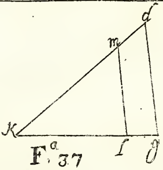
F^{a} 29



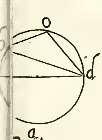
F^{a} 35



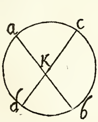
F^{a} 36



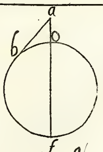
F^{a} 37



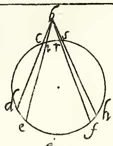
F^{a} 42



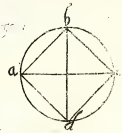
F^{a} 43



F^{a} 44



F^{a} 45



F^{a} 46

no ponto O a linha D F que naõ paſſa pello centro a cortará em angulos rectos, & ſe a cortar em angulos rectos, a cortará pello meyo.

Theorema XXVII.

Em qualquer circulo o angulo B D C formado no centro, he dobrado do angulo B A C formado na peripheria, quando ambos tiverem por Baſe o meſmo arco B C. He a 20. do 3. Fig. 40.

Theor. XXVIII.

Todos os angulos que exiſtem no meſmo ſegmento do circulo, ſaõ entre ſi iguaes, como os angulos D A E, D B E, D C E, que todos exiſtem no ſegmento do circulo D A B C E. He a 21. do 3.

Theorema XXIX.

Em qualquer quadrilatero deſcripto em hum circulo, os angulos oppoſtos B D ſaõ iguaes a dous rectos; como tambem os angulos C A. He a 22. do 3. Fig. 41.

Theorema XXX.

Em qualquer circulo o angulo A B D que exiſte no ſemicirculo A O D he recto: o angulo B O D que exiſte no menor ſegmento D O B he obtuſo: o angulo B A D que exiſte no mayor ſegmento D R A B, he agudo. He a 31. do 3. Fig. 42.

Theorema XXXI.

Se no circulo ſe cortarem duas linhas A B, C D de qualquer modo no ponto K, o rectangulo dos ſegmentos A K, K B da linha A B ſerá igual ao rectangulo dos ſegmentos C K, K D da outra C D. Fig. 43.

Theorema XXXII.

Se fòra do circulo ſe tomar qualquer ponto A, & delles ſe lançarem duas linhas A B, A F, aquella que o toque; eſta que o corte; o rectangulo de toda a Secante A F pello ſegmento exterior A O ſerá igual ao quadrado da Tangente A B. He a 36. do 3. Fig. 44.

Corollario.

Daqui ſe colhe que de qualquer ponto B fòra do circulo ſe lança- Fig. 45.

rem muitas linhas B D, B E, B F, B H, que o cortem, os rectangulos de todas pellos ſegmentos exteriores ſeraõ iguaes; a ſaber o de B D por B C: de B E por B I: de B F por B R: de B H por B S.

Theorema XXXIII.

Fig. 45. Se dentro de hum circulo for deſcripto qualquer quadrilatero A B C D, no qual ſe lancem duas diagonaes A C, B D; o rectangulo feito das duas diagonaes ſerá igual aos dous rectangulos dos lados oppoſtos juntamente, a ſaber ao rectangulo de A B por D C, & ao de A D por B C em hũa ſomma. He de Ptolemeo dict. 1. Cap. 9. §. 3.

Eſtes ſaõ os Theoremas que me pareceo apontar, pois ainda que não ſejaõ todos neceſſarios para a Fortificaçaõ; com tudo porque tem muito uſo, & ſervem para muitos caſos, os referi, que os Engenheiros practicos, & ſoldados podem facilmente perceber. Suas demonſtraçoens reſervamos para a Geometria ſpeculativa em outra fórma, & ordem: entre tanto póde quem quizer ver as de Euclides em qualquer de ſeus Expoſitores.

F I M.

INDICE

DAS COUSAS PRINCIPAES, QUE SE contém neſte Livro.

A

ACHAR hũa meya proporcional entre duas linhas dadas. Pag. 648.

Achar duas meyas proporcionaes 649.

Acreſcentar, ou diminuir os lados das fig. por padroens. 7.

Acreſcentar, & diminuir as figur. planas. 655.

Acreſcentar, ou diminuir as fig. corporeas em qualquer pedida proporçaõ. 657.

Advertencia na execuçaõ das muralhas 107.

Angulo plano rectilineo que couſa ſeja. 1. 558. Como ſe mede ſeu valor por graos. 2. como ſe reconhece ſeu valor por inſtrumento. 2.

Angulo do centro, que couſa ſeja. 22

Angulo do centro das figuras regulares, como ſe conhece ſeu valor. 5.

Angulo do centro do Hexagono 5. do Enneagono 5.

Angulos muito obtuſos, como ſe medem pella Fitta gradual. 13.

Angulos na Campanha, como ſe deſenhaõ pella Fitta gradual, & como ſe toma o valor dos deſenhados, aſſim no terreno, como nas obras jà feitas 14.

Angulo ſolido, como ſe poſſa medir pella Fitta gradual 15.

Angulo das fig. ou Polygonos regulares, como ſe conhece ſeu valor ſem inſtrumento 3.

Angulo do Pentagono regular 4. angulo do Heptagono regular 4. ang. do Polygono 22.

Angulo flanqueado 22. angul. flanqueante 23. angul. flanqueante interior 22. ang. flanqueante exterior 23

Angulo da linha razante, & Flãco 23

Angulo da Eſpalda 23.

Angulo Forma flanco 23.

Angulo de 86. gr. o menor que ſe admitte para ſe fortificar com Baluarte inteiro pello Methodo do Cap. 14. pag. 45. apontaſe a razaõ 364.

Angulo de 87. gr. o menor para ſe fortificar com Baluarte inteiro pello

Cap.45.& 47. pag.194.& 199.
Angulos nas fig. regul. fortificadas pello Methodo do Cap.14. como se sabe 336. a quãtidade das linhas 342
Entre diversas alturas como se acha a media 315.
Arcen que cousa seja 24. quanto se deva estender 112.
Arcos circulares como se fabricaõ,& medem 274.
Area circular como se acha, dado o diametro, ou circunferencia 278.
Area de qualquer Ellipse como se acha, dados seus diametros mayor, & menor 279. 283.
Outras proporçoens mais ajustadas para achar a área de qualquer circulo 281.
Area da fig. òvadacomo se sabe 300
Areas dos Triang. rectilineos rectangulos 624. atè 627.
Areas dos Triang. rectilineos obliquangulos 628. atè 633.
Areas das fig. regul. 634.
Area do Rhombo, & Rhõboide 636
Areas dos Trapezios 637.
Areas das fig.multilateras irregulares 638.
Artilheria que o Cõde de Pagan applica ás suas Praças Reaes. 514.

B

Baluarte que cousa seja 17.
Baluartes, Fossos, & Reparos segundo a doutrina do Conde de Pagan 502.
Banqueta que cousa seja 17.
Banqueta do Parapeito de que altura, & largura 129.
Barreiras que cousa sejaõ, & para que servem 176.
Base do Reparo 23. Base do Parapeito 23.
Base mayor do Reparo segundo nosso Perfil 146. Base das Escarpas dos Parapeitos 129.
Baterias que cousa sejaõ 17.
Berma que cousa he 18.

C

Calculos muitas vezes necessarios 259.
Calculo das medicoens pella Dizima ajustadissimo para a practica 249
Caminho das Rondas 17.
Canhoneiras 130.
Capoeiras que cousa sejaõ 185. Capoeiras em que lugares, & com que medidas 186. Capoeiras no Fosso melhores que a Falsabraga 186. permittidas nos angulos da Contrascarpa 188.
Casamatta que cousa seja 17.
Cava que cousa he 18. Cava particular ao pé da Praça baixa de que largura, & profundidade 124.
Cavalleiro que cousa he 18. Cavalleiros em que sitio, & para que effeitos 143.
Circunferencia elliptica como se acha por modo do Autor 283. sua demonstraçaõ 411. por outro modo mais facil 285. & sua demonstraçaõ 416.
Como pella circunferencia elliptica, & proporçaõ dos diametros se colhe cada hum delles 288.
Corpo de hũa Spheroide como se
acha

acha 289. ſua demonſtraçaõ 423.
Citadellas. 325.
Citadellas que couſa ſejaõ 15.
Citadellas, ou Caſtellos Reaes, dodrantaes, dimidiatos, quadrantaes, & intermedios. 15. 136.
Cofres que couſa ſejaõ, em que lugares, com que circunſtancias, & de que capacidade 188.
Complemento da Cortina 20.
Contraguardas preferidas ás Meyasluas 76.
Contrafortes que couſa ſejaõ, & como ſe fabricaõ 103.
Contraſcarpa 24.
Contramuro na parte que reſponde ao Cavalleiro 146.
Cordaõ nas muralhas ſómente para adorno, & em que lugar ſe deva pòr 102.
Cordel de pedreiro, & linha de peſcador bons para o deſenho no terreno 41.
Cornas, obras cornutas, ou Hornaveques que couſa ſejaõ 16.
Coroas, obras coroadas, que couſa ſejaõ 16.
Coroas para que ſervem 85.
Coroas como ſe deſenhaõ, & ſuas proporçoens 86. atè 88. apontaõ-ſe em numer. as dittas proporçoẽs 371.
Circunſtancia no deſenho das Coroas 89.
Corredor que couſa he 18.
Corpos de guarda deſpois da porta interior 154.
Corpos de guarda com a ſerventia para o tranſito entre as Portas exterior, & interior 151.
Corpos de guarda nas Pontes, ou jũto dellas 174.
Corpos de guarda das Pontes em que ſitio 175.
Cortina que couſa he 20.
Cortina de 500. pès, ou à roda delles para Fortificaçaõ Real 210.

D

DEfendeſe Campano de hũa nota do Padre Chriſtovaõ Clavio 396.
Delinear dentro de hũ circulo qualquer fig. 653.
Delinear todas as figur. ſobre hũa linha recta 654.
Demigolla que couſa he 20.
Deſcrever hum circulo por quaeſquer tres pontos 653.
Diminuir numeros da Dizima 551.
Diſtancia dos Polygonos interior, & exterior 21.
Dividir hum ang. & hum arco pello meyo 652.
Dividir hũa recta dada em quaeſquer partes 648.
Dizima que couſa ſeja 548.

E

EFeitos das bombas com o peſo 184.
Ellipſes como ſe deſcrevem 278.
Entradas para a Praça bem aſſeguradas 146.
Eſcarpa que couſa he 24.
Eſpaço entre as Canhoneiras 115.
Eſpalda que couſa he 22. como ſe deſenha 105.
Eſtàcada na Explanada junto do Parapeito

rapeito da Eſtrada encuberta 140.
Eſtacada no meſmo plano da Eſtrada encuberta 141. Eſtacadas jũto do pè da muralha 189.
Eſtrada encuberta que couſa he 18.
Eſtrada encuberta de q̃ largura 136.
Eſtrada encuberta cortada em parte do terreno natural 138.
Eſtrada encuberta que alarga para o ang. da Contraſcarpa 139. Eſtrada encuberta nos Fortes de meyos Baluartes 225.
Eſtrellas que couſa ſejaõ 16.
Explanada 24.
Extenſaõ da Face que couſa ſeja 20.
Extenſaõ do Flanco 20.

F

FAce que couſa ſeja 20.
Falſabraga que couſa he 17. Falſasbragas ſe devem fazer, naõ ſe fazẽdo Praças baixas 130. Falſasbragas em que lugares 181. Falſasbragas cõ que circunſtãcias na diſpoſiçaõ 182.
Falſasbragas cõtra a opiniaõ do Autor 185.
Fig. irregular qual ſeja 4.
Fitta gradual como ſe fabrica para ſe deſenharem os angulos na campanha 8. Apontaſe a razaõ da ditta fabrica 332.
Flanco que couſa he 20. Flanco ſecundario 20. Flanco prolongado 20 Flanco encuberto 21. Flanco cuberto que parte deve occupar do total 114. Flancos cubertos de Pagan 498
Fojos nas entradas dos trãſitos entre as Portas 153.
Forte que couſa ſeja 15. Forte de campanha 15. Fortaleza que couſa ſeja 16. Fortes em fòrma de eſtrella para que ſervem 94. como ſe deſenhaõ 95
Fortes de meyos Baluartes como ſe deſenhaõ do lado do Polygono ext. para dentro 203. Fortes triangulares como ſe deſenhaõ 206. Fortes triangulares muito imperfeitos 206. 207. & 226.
Fortes de meyos Baluartes pello lado do Polyg. inter. para fòra como ſe deſenhaõ 224.
Fortes triangulares do lado do Polygono interior para fòra como ſe deſenhaõ 226.
Foſſo que couſa he 18. Foſſos como ſe deſenhaõ nas Praças regulares 63.
Foſſos para as Praças irregulares 68.
Foſſos dos revelins como ſe deſenhaõ 72. Foſſo das Meyas-luas 74. Foſſo obliquo melhor tambem nas Meyas-luas 74. Foſſos das Meyas-luas defeƈtuoſos em alguns Autores 75. Foſſos dos Hornaveques com que medidas 84.
Foſſo da Coroa comunicavel cõ o da Praça principal 90. Foſſo da Coroa com que circunſtancias no deſenho 91.
Foſſo das Tenalhas ſimples como ſe deſenha 93. Foſſo das Tenalhas dobres 94. Foſſete na Falſabraga ao pé da Cortina da Praça 183.

G

GUaritas ſua forma, medidas; & materia 106.
Graos, minutos, & ſegũdos que couſa ſejaõ. 558.

Go-

Gosier, ou Golla que cousa seja 20.

H

HOrnaveque que cousa seja 16. Hornaveques diante dos Baluartes 80. Hornaveques admittidos ainda que seus ramaes naõ sejaõ paral lelos 80. Hornaveques he escusado terem faces mayores que a cortina 81 Hornaveques com que proporçoens se devem desenhar 81. apontaõse em numeros as dittas proporçoẽs 366.

L

LAdo do Polygono exterior 21. Lados mayor, & menor de Polygono exterior que se admittem para se fortificarem com Baluartes inteiros 43. Lados mayor, & menor do Polyg. interior para fóra pello prim. Methodo 209. Lados da Meya-lua sem Parapeitos 78.

Largura superior do Parapeito 23. Largura menor do Fosso defronte do ang. flanqueado como se sabe 250.

Liminar do portal em que altura desde o fundo do Fosso 149. Liminar mais elevado que ametade da altura do Fosso 149.

Linha ichnographica 19. Linha capital 20. Linha da defensa fixãte 21 Linha da defensa razante 21. Linha da Espalda 22. Linha fixante admittida de 900. pés Portuguezes. 194. Linhas de hũa Plãta que correm por seu comprimento como se achaõ practicamente. 238. como se achaõ por meyo mais artificioso supposta a mediçaõ de hũa dellas 241. Linhas parallelas como se lançaõ 646. Linhas perpẽdiculares como se lançaõ 646. 647.

Lizira que cousa he 18.

Logarithmos que cousa sejaõ 566. declaraçaõ de suas taboas 570.

Luzes no alto da abobada do transito para que effeitos 153.

M

MArgem que cousa he 18. Medidas de que usaõ os Autores da Fortificaçaõ 25.

Mediçaõ das muralhas de pedra, & cal, Terraplenos, & Fossos 238. Mediçaõ de hũa cisterna na Fortaleza de Saõ Theodosio junto a Cezimbra 302.

Medir as áreas corporeas dos Prismas 642. Medir as áreas corporeas dos parallelepipedos 641.

Medir as àreas dos Cylindros, Pyramides, & figuras Conicas 643. Medir hum segmento de hũa Pyramide, ou figura Conica 644.

Meyas-luas que cousa sejaõ 16. Meyas-luas como se desenhaõ nas figur. regulares 73. Meyas-luas se permittẽ separadas com seus Fossos 77. Meyas-luas como se fabricaõ nas Praças irregulares 78. Meyas-luas dos Hornaveques donde tomaõ a defensa 85 Meyas-luas nas Praças regulares fortificadas pello Methodo do Cap. 45. com que circunstancias 197. nas Praças irregulares fortificadas pello mesmo Methodo 198. Meyas-luas segũdo o Conde de Pagan 506.

Meyo Reduto no ang. reintrante da

Con-

Contrafcarpa naõ havendo Revelin 139.
Methodo prim. de fortificar do lado do Polyg. exterior para dentro 47. Methodo fegundo 193. Methodo terceiro 198. Methodo particular cõ tres Praças no Flanco do quadrado com o Conde de Pagan 201. Methodo compofto 202. Methodo de defenhar do lado do Polyg. exter. para dentro proprio,&genuino 208. Methodo do lado do Polygono interior para fòra 211. Methodo fegundo de defenhar do lado do Polyg.inter. para fòra 217. Methodo terc. nos Polygonos regulares por via de taboada 219. Methodo para defenhar as Praças irregulares do Polygono interior para fóra 221.
Methodo de Frãcifco Florencia Milanez 439.
Methodo do Capitaõ Jofeph Barca 441.
Methodo do Capitaõ Pietro Ruggiero 448.
Methodos de D. Alonfo de Zepeda, & Adrada 449.
Methodos de Allain Maneffon Mallet 457.
Methodos de D. Vicente Mut. 471.
Methodo deDom Pedro Anton. Ramon Folch. de Cardona 474.
Methodo de fir Jonas Moore 475.
Methodo delRey da gram Bretanha 478.
Methodo com que elRey Chriftianiffimo mandou fortificar Aeth, & Lifle 497.
Methodo do Emperador Ferdinando III. 497.
Compilaçaõ das Fortificaçoens Frãcezas, Hollandezas por Silvere de Bitainvieu 468.
Propoemfe o Methodo da Fortificaçaõ regular do Conde de Pagan do Pentagono atè a linha recta 484.
Methodo do Conde de Pagan para fortificar o quadrado 489. para as Praças irregulares 493. & 495.
Da difpofiçaõ com que o Conde de Pagan procede na doutrina do feu livro das Fortificaçoens 483.
Difcorrefe fobre a Fortificaçaõ reg. do Conde de Pagan 522. fobre a das Praças irregulares 526.
Propoemfe a doutrina de Pagan mais abreviada, & facilitada 530.
Combinaõfe algũas circũftancias entre a fabrica de Pagan, & a noffa 533.
Defcrevemfe as tres Praças na correfpondencia do Flanco 539.
Molinetes que coufa fejaõ, & para que fervem 177.
Moftrafe como fahirá a Fortificaçaõ com inconvenientes fe fe feguir hũa mefma proporçaõ para todas as fig. 403.
Muralhas de que groffura 96. muralhas de que altura 101.
Multiplicar numeros daDizima 552

O

Obras que fe fazem no Foffo aquatico 191.
Orelhaõ que coufa feja 22. como fe defenha 115.
Orgãos que coufa fejaõ 157. Orgãos melhor invẽçaõ q̃ os Raftrilhos 158.
Ovados como fe defcrevem 297. demonftrafe

monſtraſe a ditta deſcripção 412.
Circunferencia da fig. òvada como ſe ſabe 299.
Ouriços que couſa ſejaõ,& para que ſervem 177.

P

PAliſſada dobre, ou tresdobre ſe naõ deve admittir 179.
Paos ferrados de reſerva nos Armazens 189.
Parapeito que couſa he 17. de que altura exterior,& interior 23. Parapeito da Eſtrada encuberta 18. Parapeitos em Praça Real de que largura 126. Parapeitos de que groſſura em Fortes pequenos 127. Parapeitos admittidos de 6. até 24. ou 25. pès de groſſo 127. Parapeitos de que materia 129. Parapeitos com duas, ou tres Banquetas 130. Parapeitos da Eſtrada encuberta 138.
Das partes inter. da Fortaleza 319.
Pavimẽtos para jugar a artilheria 133
Plataforma que couſa ſeja 18.
Pè antigo Romano 40.
Pentem que couſa ſeja 125.
Perfil melhor que o ordinario 109.
Perfis dos Revelins, Meyas-luas, Hornaveques, & Tenalhas 227. Perfis dos Fortes de meyos Baluartes, & Eſtrellas 228. Perfis para Redutos, & Eſtrellas 230. Perfis de Fortins de meyos Baluartes feitos em ſitios dos Païzes baixos ſegũdo Adam Fritach. 231. outros Perfis para Fortes mais reforçados 232.
Moſtraſe que largura ſuperior do Foſſo baſta defronte da Face do Baluarte para que a linha ſuperior do Foſſo deſcubra toda a Eſtrada encuberta conforme o ditto Perfil 375.
Moſtraſe como dos Flancos ſe deſcobre mais da ametade da Cortina no plano do Foſſo nas Praças Reaes ſegundo o ditto Perfil 376.
Petipè para a fabrica da Fitta gradual pòde ſer de diverſo numero de partes 13.
Polygono que couſa ſeja 3. como ſe ſabe o valor do ang. do Polygono regular 3. Polygonos regulares até o de 20. lados como ſe deſcrevaõ no papel por meyo de padroens 7. fabrica dos taes padroẽs, ou Petipès 330. ſeus lados como ſe acreſcentaõ, ou diminuem por hum dos padroens 7. Polygonos regulares como ſe deſenhaõ practicamente no terreno 40. Polygonos irregul. para as Eſtrellas que condiçoens devem ter 96.
Plantas como ſe relevaõ para que repreſentem a Fortificaçaõ levantada ſobre o terreno 235 por outro modo 236.
Pontes que atraveſſaõ o Foſſo de que comprimento largura, altura, & de ſua materia 160. Põtes de pedra nos Foſſos danoſas 161. Põtes obliquas 162. Pontes levadiſſas incorporadas nas principaes 163. Pontes levadiſſas por cadeas 163. Pontes levadiſſas de frechas 165. Pontes levadiſſas de balança 167. Ponte de frechas por noſſo modo 168. Ponte levadiſſa no meyo da dormente 170. outro modo de Ponte levadiſſa para o meyo da dormente 172. ponticula para ſervir de noite 173.

portas levadiſſas no meyo da dormẽte 173.
Portas de madeira com que circunſtancias 159.
Portas na Cortina 147. portas a cada tres Cortinas hũa 147. portas falſas no meyo da Cortina quando 120. portas collateraes nas Barreiras quãdo ſejaõ neceſſarias 179. portas dos Fortins de meyos Baluartes de que largura 233.
Portaes da ordem toſcana, ou dorica 147. portaes de que altura, & largura 148.
Praças baixas em que lugar ſe formaõ 117. ſua fabrica 118. praças baixas com ſerventia para o Foſſo 119.
Praças baixas com ſerventia de hũa para outra 122. praças baixas melhor que as Falſasbragas 130.
proporçaõ do diametro para a circũferencia de qualquer circulo como de 7. para 22. pag. 275.
proporçaõ do Cap. 14. quando, com melhor qualidade quando a do Cap. 45. & quando a do Cap. 47. pag. 196
propriedades dos Triang. planos rectilineos 572.

Q

Quadrado como ſe pòde fortificar do Polygono inter. para fòra, de modo que ſuas partes fiquem na meſma proporçaõ, q̃ fortificandoſe do exter. para dẽtro 344.
Quantidade corporea da muralha como ſe acha 245.

R

Ramaes das Coroas a tiro vehemente de moſquete em reſpeito da Praça 86. Ramaes das Tenalhas até que diſtancia da Praça 92.
Raſtrilhos para que ſervem, & em q̃ fòrma, & em que lugar 115. 156.
Redondeza dos angulos da Contraſcarpa nos Foſſos obliquos das Praças irregulares 69.
Reduzir pès Portuguezes em cõprimento a palmos Craveiros em comprimento 27.
Reduzir palmos Craveiros em comprimẽto a pés Portuguezes em comprimento 28.
Reduzir pès de corpo a palmos corporeos 28. affinaſe a razaõ da tal reducçaõ 334.
Reduzir palmos de corpo a pès corporeos 30.
Reduzir palmos cubicos a braças de 250. palmos cubicos 31. affinaſe a razaõ 413.
Reduzir pès cubicos a braças de 250 palmos cubicos immediatamente 32. & 248. affinaſe a razaõ da ditta regra 394.
Reduzir quebrados ordinarios a quebrados da Dizima 550.
Reduto que couſa ſeja 16.
Refoſſete pello meyo do Foſſo principal 66. Refoſſete de que largura 66
Refoſſete que ſe faça nas obras exteriores 67.
Regra para ſe avaliarem as braças das muralhas repartindo o preço proporcionalmente ſegundo as diverſas al-

alturas a que tiverem ſubido 268. aſſinaſe a razaõ da ditta regra 398.
Reparo que couſa ſeja 17. Reparo de que altura 23.
Repartir numeros da Dizima 553.
Revelin que couſa ſeja 16.
Revelins approvados 71. Revelins como ſe deſenhaõ 71. Revelins, & ſeus Foſſos nas Praças irregulares como ſe deſenhaõ 72.
Revelins, & Meyas luas minados 79.

S

SEmicirculo de lataõ 3. Semicirculo de lamina 3.
Semidifferença dos lados dos Polygonos 21.
Semidiametro mayor, & menor 21.
Senos, Tangentes, & Secantes 560. como ſe applicaõ a ſoluçaõ dos Triãgulos 563.
Sèteiras para os trãſitos entre às portas exterior, & interior 152.
Serventia para a Falſabraga 182. ſerventias que ſe fazem no Foſſo ſeco para ſubir à Eſtrada encuberta 190.
Sobreface que couſa ſeja 152.
Sommar num. da Dizima 551.
Stereometria bem trattada por Mathias Dogen 238.
Superficie de hũa Spheroide como ſe acha 290. ſua demonſtraçaõ 420.

T

TAboada dos angulos da circũferencia, & do centro das figuras regulares 6.
Taboada de Pagan para à fabrica dà Fitta gradual 8.
Taboada de partes inteiras ſeus primos, & ſegundos, ou centeſſimos de parte para a fabrica da Fitta gradual 10.
Taboada da combinaçaõ de varias medidas de que uſaõ os Autores da Fortificaçaõ 26. ſua explicaçaõ, & uſo 35.
Talud, ou Repuxo exterior, & interior do Reparo 23. Talud, ou repuxo exterior, & interior do Parapeito 23. Talud da Eſcarpa dos Foſſos 67.
Tenaz, ou Tenalha que couſa ſeja 16
Tenalhas em lugar dos Hornaveques 81. 92. as ſimples como ſe deſenhaõ 92. as dobres 94
Terrapleno que couſa he 17. Terrapleno nas Meyas-luas de que altura 75. Terraplenos de que largura nas praças Reaes 126.
Theorica, & practica juntamente neceſſarias para formar hum Engenheiro 259.
Theoremas neceſſarios para a reſoluçaõ dos Triangulos rectilineos 576.
Trãſito das portas em volta mais approvado 150.
Travez que couſa ſeja 20.
Triangulo que couſa ſeja, & de ſuas eſpecies 559. Triang. rectilineos rectangulos 581. atè 602. Triangulos rectilineos obliquangulos 602. atè 608.
Trincheira na margem interior do Refoſſete com que medidas, & circunſtancias 180.

V

VAõ dos Portaes mais abatido que o plano da Cãpanha 148.

FIM.

AS ESTAMPAS, E TABOADAS SEGUINTES DEVEM ENTRAR nas paginas apontadas.

Eſtampa I. entra na pag. 15.
Eſtampa II. pag. 24.
Eſtampa III. pag. 48.
Eſtampa IV. pag. 56.
Eſtampa V. pag. 64.
Eſtampa VI. pag. 72.
Eſtampa VII. pag. 80.
Eſtampa VIII. pag. 88.
Eſtampa IX. pag. 104.
Eſtampa X. pag. 112.
Eſtampa XI. pag. 128.
Eſtampa XII. pag. 152.
Eſtampa XIII. pag. 158.
Eſtampa XIV. pag. 166.
Eſtampa XV. pag. 170.
Eſtampa XVI. pag. 173.
Eſtampa XVII. pag. 174.
Eſtampa XVIII. pag. 179.
Eſtampa XIX. pag. 180.
Eſtampa XX. pag. 184.
Eſtampa XXI. pag. 189.
Eſtampa XXII. pag. 192.
Eſtampa XXIII. pag. 205.
Eſtampa XXIV. pag. 226.
Eſtampa XXV. pag. 232.
Eſtampa XXVI. pag. 237.
Eſtampa XXVII. pag. 249.
Eſtampa XXVIII. pag. 288.
Eſtampa XXIX. pag. 328.
Eſtampa XXX. pag. 420.
Eſtampa XXXI. pag. 472.
Eſtampa XXXII. & XXXIII. pag. 544.
Eſtampa XXXIV. & XXXV. pag. 644.
Eſtampa XXXVI. pag. 664.

Taboada numero 8. & 9. & 10. pag. 379.
Taboada num. 13. & 14. pag. 389.

ERRATAS.

Pagina 32. linea 25. $\frac{01376}{100000}$ leaſe $\frac{01736}{100000}$ pag. 73. lin. 9. Meyas-luyas leaſe Meyas-luas pag. 98. lin. 26. cap. ſeguinte leaſe §. 4. pag. 99. lin. 3. cap. ſeguinte leaſe § 4. pag. 115. lin. 31. cubetto leaſe cuberto pag. 167. lin. 25. Genes leaſe Genova pag. 231. lin. 6. como leaſe com. pag. 383. lin. 23. E F leaſe E B. pag. 644. lin. 24. inveſtigigar leaſe inveſtigar. pag. 631. lin. 13. cantos leaſe contos.

[illegible]